

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Batna
Faculté de Technologie
Département de Mécanique

THÈSE

Présentée en Vue de l'Obtention du Grade de

Docteur en Sciences

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Energétique

PAR

BAKHTI Fatima Zohra

Simulation Numérique de la Convection Naturelle dans les Enceintes

Soutenue publiquement le 18 / 05 / 2017 devant le jury composé de Messieurs :

- | | | |
|--------------------------|----------------------|------------|
| • Pr. Benmoussa Hocine | Université de Batna | Président |
| • Pr. Si-Ameur Mohamed | Université de Batna | Rapporteur |
| • Pr. Bougriou Chérif | Université de Batna | Examineur |
| • Pr. Brima Abdelhafid | Université de Biskra | Examineur |
| • Pr. Si Abdellah Mayouf | Université de M'sila | Examineur |
| • Pr. Zegadi Rabah | Université de Sétif | Examineur |

- Année 2017 -

*Le chemin des vainqueurs est toujours parsemé de beaucoup d'efforts,
de sueur et parfois de larmes.*

La joie des victoires compense quelques sacrifices.

Seulement des gens courageux, volontaires et décidés arrivent à leur fin.

La persévérance est le premier pas de la victoire.

Remerciements

Tout d'abord je remercie Allah de m'avoir donné la volonté, le courage et l'endurance pour la réalisation de ce modeste travail.

*Je souhaite remercier mon directeur de thèse Monsieur **Si-Ameur Mohamed** Professeur à l'université de Batna pour avoir encadré mes travaux de recherches durant toutes ces longues années . Je le remercie pour son soutien, ses encouragements, sa confiance et sa grande patience, surtout dans les moments difficiles et de chagrin qu'il a vécu durant cette période.*

*Je tiens également à remercier le Professeur **Benmoussa Hocine** de l'université de Batna pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance.*

*Les membres du jury, messieurs, **Bougriou Chérif** Professeur à l'université de Batna, **Brima Abdelhafid** Professeur à l'université de Biskra, **Si Abdellah Mayouf** Professeur à l'université de M'sila et **Zegadi Rabah** Professeur à l'université de Sétif pour m'avoir fait l'honneur d'examiner mes travaux de thèse et d'en être les rapporteurs. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.*

*Je suis très reconnaissante envers **Dr Belagraa larbi** du département de génie civil à l'université de M'sila pour son aide et la révision de mon article.*

*Je remercie également ceux qui ont bien voulu m'aider à la lecture critique de cette thèse : **Dr Amirat Belkacem** enseignant au département de génie mécanique à l'université de M'sila et **M^{me} Mostefai Nadjla** enseignante à ENSTP Francis Johnson – Kouba, Alger. Je leur témoigne ici toute ma reconnaissance et ma sympathie.*

A

La mémoire de mon père et mon beau père Mr Mostefai Lotfi,

que dieu les accueille dans son vaste paradis.

Ma très chère mère,

Mon mari,

Mes filles,

Toute ma famille et ma belle-famille.

Toutes mes amies.

Sommaire

	Page
Nomenclature.....	i
La liste des Figures.....	iv
La liste des Tableaux.....	xii
Introduction Générale.....	01

Partie A **Simulation Numérique de la Convection Mixte dans un Tube** **Incliné et Epais**

Chapitre I : Revue Bibliographique

I.1. Introduction	06
I.2. La convection dans les conduites inclinées.....	06
I.3. Le problème conjugué de transfert de chaleur.....	15
I.4. Conclusion	18

Chapitre II : Formulation Mathématique

II.1. Introduction.....	19
II.2. Description de la géométrie étudiée.....	19
II.3. Equations générales de transport	20
II.3.1. Equation de continuité.....	20
II.3.2. Equations de quantité de mouvement	21
II.3.3. Equation de l'énergie	22
II.4. Hypothèses Simplificatrices Fondamentales.....	22
II.5. Approximation de Boussinesq.....	23
II.6. Equations représentatives du problème étudié.....	24
II.7. Conditions aux limites.....	25
II.8. Les équations adimensionnelles.....	26

II.9. La forme adimensionnelle des conditions aux limites.....	28
II.10. La forme générale des équations de conservation.....	28
II.11. Calcul du nombre de Nusselt	30
II.12. Calcul des contraintes pariétales	31
II.13. Conclusion.....	31

Chapitre III : Méthode Numérique

III.1. Introduction.....	32
III.2. Principe de la méthode des volumes finis.....	32
III.3. Maillage	33
III.4. Discrétisation des équations de transport.....	36
III.4.1. Discrétisation de l'équation de continuité.....	38
III.4.2. Discrétisation des équations de conservation.....	39
III.5. Schémas de discrétisation spatiale.....	40
III.5.1. Schéma des différences centrées	40
III.5.2. Schéma Upwind.....	41
III.5.3. Schéma Hybride.....	41
III.5.4. Schéma Exponentiel.....	42
III.5.5. Schéma de la loi de puissance	42
III.6. Discrétisation des termes sources.....	43
III.7. Discrétisation des conditions aux limites.....	44
III.8. Procédures de résolution	46
III.8.1. Introduction.....	46
III.8.2. Algorithme de SIMPLE.....	46
III.8.3. Séquences de l'algorithme SIMPLE.....	49
III.8.4. La Méthode de Sous- relaxation.....	49
III.8.5. Méthode de résolution des systèmes d'équations algébriques.....	51
III.8.6. Méthode de résolution TDMA	52
III.8.7. Critère de convergence.....	54
III.9. Structure du code de calcul.....	55
III.10. Conclusion.....	57

Chapitre IV : Résultats et Discussions

IV.1. Introduction.....	58
IV.2. Champs des vitesses et les lignes de courant	59
IV.3. Les champs de pression.....	60
IV.4. Les champs de température.....	61
IV.5. Evolution axiale du nombre de Nusselt.....	67
IV.5.1. Influence de la variation du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt.	67
IV.5.2. Influence de la variation d'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt.....	68
IV.5.3. Influence de la variation de la conductivité de la paroi sur le nombre de Nusselt	69
IV.6. La Variation de la contrainte Pariétale	70
I.7. Conclusion.....	72

Partie B
Simulation Numérique de la Convection Mixte dans un
Dissipateur de Chaleur à Ailettes Elliptiques

Chapitre I : Revue Bibliographique

I.1. Introduction.....	73
I.2. Cas des ailettes pleines	73
I.2. Cas des ailettes perforées.....	92
I.3. Conclusion	110

Chapitre II : Formulation Mathématique

II.1. Introduction.....	111
II.2. Géométries des problèmes considérés	111
II.2.1. Cas 1: Dissipateur de chaleur à ailettes elliptiques pleines.....	111
II.2.2. Cas 2: Dissipateur de chaleur à ailettes elliptiques creuses et perforées.	113

II.3. Hypothèses simplificatrices.....	114
II.4. Equations gouvernantes	114
II.5. Conditions aux limites	116
II.6. Calcul des grandeurs hydrodynamique et thermique	118
II.6.1. Le diamètre hydraulique	118
II.6.2. Le nombre de Reynolds.....	118
II.6.3. Coefficient d'échange convectif moyen h.....	118
II.6.4. Le nombre de Nusselt moyen	119
II.6.5. La résistance thermique.....	120
II.6.6. L'efficacité des ailettes	120
II.6.7. Coefficient de pression.....	120
II.7. Conclusion.....	121

Chapitre III : Procédures de Simulation Numérique

III.1. Introduction	122
III.2. Présentation du préprocesseur GAMBIT.....	122
III.2.1. Maillage sous "Gambit"	123
III.2.2. Règles générales de génération du maillage.....	126
III.2.3. Qualité du maillage.....	126
III.2.4. Indépendance du maillage.....	128
III.2.5. Conditions aux limites.....	128
III.3. Présentation du code Fluent.....	131
III.4. Procédures sous Fluent.....	131
III.4.1. Ordre de précision	132
III.4. 2. Choix de la formulation du solveur.....	132
III.4.3. Spécification du fluide et des matériaux utilisés.....	133
III.4.4. Operating conditions.....	134
III.4.5. Conditions aux limites utilisées par FLUENT.....	134
III.4.6. Schémas de discrétisation.....	136
III.4.7. Choix du schéma d'interpolation de la pression.....	137
III.4.8. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse.....	138
III.4.9. Facteurs de relaxation.....	139

III.4.10. Choix des critères de convergence.....	139
III.4.11. Initialisation des calculs.....	140
III.4.12. Méthode de résolution des équations algébriques.....	140
III.4.13. Sauvegardes.....	141
III.4.14. Post-traitement.....	141
III.5. Conclusion.....	142

Chapitre IV : Résultats et Discussions

IV.1. Introduction.....	143
IV.2. 1 ^{er} cas : Dissipateur de chaleur à ailettes elliptiques pleines.....	143
IV.2.1. Effet du maillage.....	144
IV.2.2. Validation du code de calcul.....	145
IV.2.3. Contours des températures dans les ailettes pleines.....	147
IV.2.4. Contours de la température de l'air.....	147
IV.2.5. Contours et vecteurs des vitesses.....	153
IV.2.6. Les lignes du courant.....	153
IV.2.7. Variation du coefficient de convection moyen.....	157
IV.2.8. Variation du nombre de Nusselt moyen.....	158
IV.2.9. Variation de la résistance thermique.....	160
IV.2.10. Variation du coefficient de pression.....	160
IV.2.11. Variation de l'efficacité thermique.....	161
IV.3. 2 ^{ème} cas : Dissipateur de chaleur à ailettes elliptiques creuses et perforées.....	162
IV.3.1. Introduction.....	162
IV.3.2. Le maillage.....	162
IV.3.3. Contours des températures des ailettes creuses/perforées.....	163
IV.3.4. Contours de la température de l'air.....	163
IV.3.5. Les vecteurs et les contours des vitesses.....	167
IV.3.6. Variation du coefficient de transfert de chaleur moyen.....	170
IV.3.7. Variation du nombre de Nusselt moyen.....	171
IV.3.8. Variation de la résistance thermique.....	172
IV.3.9. Variation du coefficient de pression.....	173

IV.3.10. Variation de l'efficacité thermique.....	174
IV.3.11. Réduction du poids.....	175
IV.4. Conclusion.....	176
Conclusion Générale	177
Références Bibliographiques.....	181
Résumés.....	191

Nomenclature

A	: Rapport de diffusivité ($A=a_p/a_f$)
A	: Surface d'échange totale [m^2]
a	: Diffusivité thermique [$m^2 \cdot s^{-1}$]
A_N, A_S, A_E, A_W, A_P	: Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées
a_n, a_s, a_e, a_w	: Aires des faces du volume de contrôle.
b	: Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées
C_d	: Coefficient de pression
C_p	: Chaleur spécifique à pression constante [$J/Kg \cdot K$]
D_h	: Diamètre hydraulique [m]
D_n, D_s, D_e, D_w	: Termes de diffusion dans le système d'équations
d	: Diamètre de la conduite ($=2 \cdot R_0$) [m]
d	: Diamètre moyen des ailettes pleines ($d = \sqrt{a \cdot b}$) [m]
\vec{F}	: Force par unité de volume [N]
F_n, F_s, F_e, F_w	: Termes de convection dans le système d'équations algébriques
\vec{g}	: Accélération de pesanteur [$m \cdot s^{-2}$]
H	: Hauteur des ailettes [m]
h	: Coefficient d'échange par convection [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
h_t	: hauteur du trou horizontal [m]
I	: Indice des nœuds suivant R
J	: Indice des nœuds suivant Z
k	: Conductivité thermique [$W/m^2 \cdot K$]
K	: Rapport de conductivité ($K=K_p/K_f$)
L	: Longueur de la conduite [m]
L	: Largeur de dissipateur de chaleur [m]
NI	: Nombre total des nœuds dans la zone fluide suivant R

NIM	: Nombre total des nœuds dans la paroi solide suivant R
NJ	: Le nombre des nœuds suivant Z
p	: Pression [Pa]
P	: Pression adimensionnelle
Q	: Quantité de chaleur générée [W]
q	: Génération de chaleur par unité de volume [W/m^3]
q_s	: Flux de chaleur imposé [W]
r	: Coordonnée radiale
R	: Coordonnée radiale adimensionnelle
R_0	: Rayon de la conduite [m]
R_{th}	: Résistance thermique [$W/m.K$]
S_L	: Distance longitudinale [m]
S_T	: Distance transversale [m]
S_ϕ	: Terme source
T	: Température [K]
t	: le temps [s]
u, v	: Composantes des vitesses axiale et radiale
U, V	: Composantes de vitesse adimensionnelle axiale et radiale
U', V'	: Correction de composantes de vitesse axiale et radiale.
u_0	: Vitesse d'entrée [m/s]
W	: Largeur du dissipateur de chaleur [m]
z	: Coordonnée axiale
Z	: Coordonnée axiale adimensionnelle

Lettres Grecques :

α	: Angle d'inclinaison [degrés]
α	: Coefficient de sous-relaxation
β	: Coefficient de dilatation du fluide à pression constante [K^{-1}]
γ	: Rapport d'aspect des ailettes
δ	: Epaisseur de la paroi de la conduite [m]
ΔT	: Ecart de température [K]
η	: Efficacité des ailettes

θ	: Température adimensionnelle
μ	: Viscosité dynamique [$\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$]
ν	: Viscosité cinématique [m^2/s]
ρ	: Masse volumique [Kg/m^3]
ϕ	: Variable dépendante
τ	: Contrainte pariétale [Pa]
$\Gamma\phi$: Coefficient de diffusion de ϕ [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]

Indices :

b	: Base	P	: Paroi
e	: Est	S	: Sud
f	: Fluide	S	: Solide
m	: Mélange	s	:Source
n	: Nord	w	:Paroi
o	: Entrée	w	:Ouest
out	: Sortie		

Exposants :

*	: Valeurs estimées
'	: Valeurs corrigées

Nombres adimensionnels :

Gr	:Nombre de Grashof : $\text{Gr} = \frac{g.\beta.q.d^4}{\nu^2.k_f}$
Nu	: Nombre de Nusselt : $\text{Nu} = \frac{h.d}{k_f}$
Pr	: Nombre de Prandtl : $\text{Pr} = \frac{\nu}{a}$
Ra	: Nombre de Rayleigh : $\text{Ra}=\text{Gr}.\text{Pr}$
Re	: Nombre de Reynolds : $\text{Re} = \frac{u.d}{\nu}$
Pe	: Nombre de Peclet : $\text{Pe}=\text{Re}.\text{Pr}$

La liste des Figures

Partie A

Chapitre I

Figure I.1 : Effet de l'inclinaison sur la longueur de développement sans dimensions en fonction du nombre de Richardson.....	10
Figure I.2 : Schéma représentatif de la géométrie et du système de coordonnées.....	12
Figure I.3 : La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites.....	15

Chapitre II

Figure II.1 : La géométrie étudiée et les conditions aux limites.....	20
--	-----------

Chapitre III

Figure III.1 : Volume de contrôle principal bidimensionnel.....	33
Figure III.2 : Maillage décalé.....	34
Figure III.3 : Le maillage du domaine de calcul.....	35
Figure III.4: Principe de la méthode de balayage.....	52

Chapitre IV

Figure IV.1 : Le profil de vitesse pour les différentes sections de la conduite.....	59
Figure IV.2 : Les champs et les contours de vitesses et les lignes de courant pour $Gr = 5 \cdot 10^6$, $\alpha = 30^\circ$ et $K = 11500$	60
Figure IV.3 : Les champs de pression pour les valeurs du nombre de Grashof (a) $Gr = 5 \times 10^4$ (b) $Gr = 5 \times 10^6$ (c) $Gr = 5 \times 10^7$, $\alpha = 30^\circ$ et $K = 11500$	61
Figure IV.4: Les champs de température pour trois les valeurs du nombre de Grashof, $\alpha = 30^\circ$ et $K = 11500$	62

Figure IV.5 : Profils de température pour les trois valeurs du nombre de Grashof $\alpha=30^\circ$, $K=11500$	64
Figure IV.6: Profils de température pour les différentes valeurs de l'angle α $Gr=5 \times 10^6$, $K=11500$	65
Figure IV.7: Profils de température pour les différentes valeurs de la conductivité K , $\alpha=30^\circ$, $Gr=5 \times 10^6$	66
Figure IV.8 : Evolution axiale du nombre de Nusselt pour les différentes valeurs de Gr	67
Figure IV.9 : Evolution axiale du nombre de Nusselt pour les différentes valeurs de α	68
Figure IV.10 : Evolution axiale du nombre de Nusselt pour les différentes valeurs de K	69
Figure IV.11 : Evolution axiale de la contrainte pariétale pour les différentes valeurs du nombre de Grashof.....	70
Figure IV.12 : Evolution axiale de la contrainte pariétale pour les différentes valeurs de l'angle α	71
Figure IV.13 : Evolution axiale de la contrainte pariétale pour les différentes valeurs du rapport de conductivité K	71

Partie B

Chapitre I

Figure I.1 : Montage expérimental d'un ensemble d'ailettes verticales sur une base horizontale.....	75
Figure I.2 : (a) Dissipateur de chaleur à plaques planes, (b) Différentes formes des plaques planes.....	75
Figure I.3 : Représentation schématique (a) d'un ensemble d'ailettes dans un canal, (b) des rangées d'ailettes alignées.....	76
Figure I.4 : Les géométries des enceintes avec les rangées d'ailettes.....	77
Figure I. 5 : Schémas (a) d'un dissipateur à plaques planes, (b) d'un dissipateur à plaques planes avec ailettes cylindriques.....	78
Figure I. 6 : Vue de face et de côté des ailettes du dissipateur de chaleur en	

arrangement décalé.....	78
Figure I. 7 : Esquisse d'un dissipateur de chaleur (a) à ailettes carrées, (b) à plaques planes.....	79
Figure I. 8 : La géométrie testée: (a) arrangement des ailettes hexagonales, (b) vue en perspective du dissipateur de chaleur.....	80
Figure I. 9 : (a) Le modèle du dissipateur de chaleur à ailettes, (b) Les formes des sections sélectionnées pour la comparaison.....	80
Figure I. 10 : Photos du dissipateur de chaleur à ailettes coniques.....	81
Figure I. 11 : Esquisse d'un dissipateur de chaleur à plaques planes.....	82
Figure I. 12 : Schémas de la géométrie du dissipateur de chaleur : (a) plaque plane, (b) ailettes alignées et (c) ailettes décalées.....	82
Figure I. 13 : La géométrie du dissipateur de chaleur en arrangement aligné et décalé.....	83
Figure I. 14 : Vue en perspective du dissipateur de chaleur.....	84
Figure I. 15 : Vue en perspective de la géométrie du dissipateur de chaleur.....	84
Figure I. 16 : Schéma du dissipateur de chaleur à plaques planes.....	85
Figure I. 17 : Schémas d'un dissipateur de chaleur à (a) plaques planes (b) ailettes carrées soumis à un impact de jet.....	86
Figure I. 18 : Photos des dissipateurs de chaleur utilisés dans l'expérience : (a) plaques planes , (b) ailettes carrées.....	86
Figure I. 19 : Géométrie et dimensions du dissipateur de chaleur.....	87
Figure I. 20 : Schémas montrant les différents modèles de dissipateur de chaleur étudiés : (a) Type 1 (b) Type 2 (c) Type 3 (d) Type 4 (e) Type 5.....	87
Figure I. 21 : Dissipateur de chaleur à plaques planes.....	88
Figure I. 22 : (a) Plaque d'essai ailletée : 1. Châssis 2. La laine de verre isolante, 3. Source de chaleur, 4. Fibre isolante, 5. Ailettes. (b) Orientations des plaques planes testées.....	88
Figure I.23 : Les plaques planes du dissipateur de chaleur :(a) ailettes rectangulaires, (b) ailettes triangulaires, (c) ailettes trapézoïdales inversées	89
Figure I. 24 : Schémas des rangées d'ailettes elliptiques.....	90
Figure I. 25 :(a) Schéma du montage expérimental, (b) Photo des ailettes circulaires et elliptiques.....	90

Figure I. 26 : (a) Vue en perspective du dissipateur de chaleur, (b) Domaine de calcul, (c) Angle illustre l'orientation du dissipateur de chaleur.....	91
Figure I. 27 : Orientation verticale de dissipateur de chaleur (a) à ailettes cylindriques, (b) à plaques planes.....	92
Figure I.28 : Vue en perspective du dissipateur de chaleur et la configuration d'une seule ailette perforée: (a) ailettes circulaires, (b) ailettes carrées.....	93
Figure I.29 : Rangées typiques des ailettes considérées.....	94
Figure I.30 : Domaine de calcul pour les ailettes pleines et perforées.....	95
Figure I.31 : Domaine de calcul pour les ailettes pleines et perforées.....	95
Figure I.32 : Les rangées d'ailettes pleines et perforées considérées	96
Figure I.33 : Ailette avec quatre perforations rectangulaires.....	97
Figure I.34 : (a) Vue en coupe transversale du montage expérimental, (b) Des rangées d'ailettes pleines et perforées.....	97
Figure I. 35 : Vue en perspective des ailettes creuses et perforées.....	98
Figure. I.36 : Orientations de dissipateur de chaleur.....	98
Figure I.37 : Domaine de calcul pour les ailettes elliptiques pleines.....	99
Figure I.38 : Configuration des rangées d'ailettes.....	99
Figure I.39 : Domaine de calcul des rangées d'ailettes.....	100
Figure I.40 : Montage expérimental.....	100
Figure I.41 : Les arrangements et les dimensions des trous triangulaires.....	101
Figure I.42 : Géométrie d'un modèle de l'ailette avec des perforations triangulaires	101
Figure I.43 : (a) Domaine de calcul avec l'ailette perforée (b) Vue agrandie de perforation (c) Ailettes ayant deux perforations carrées , (d) Ailettes ayant deux perforations circulaires.....	101
Figure I.44 : Plaque plane avec des ailettes en arrangement décalé.....	102
Figure I.45 : (a) Domaine de calcul, (b) ailette avec deux perforations carrées.....	103
Figure I.46 : Différents types d'ailettes avec deux perforations (a) circulaires, (b) hexagonales, (c) carrées, (d) triangulaires.....	103
Figure I.47 : (a) Domaine de calcul, (b) ailettes ayant deux perforations carrées.....	103
Figure I.48 : Différents types d'ailettes ayant trois perforations : (a) circulaires, (b) hexagonales, (c) carrées, (d) triangulaires	104
Figure I.49 : Ailettes cylindriques perforées.....	104
Figure I.50 : Schéma des rangées d'ailettes.....	105

Figure I.51 : Vue en perspective du dissipateur de chaleur avec la configuration d'une seule ailette perforée	105
Figure I.52 : Schéma des rangées d'ailettes pleine et perforée : (a) ailettes pleines, (b) ailettes avec une seule perforation a 2mm, (c) ailettes avec deux perforations a 2mm, (d) ailettes avec une perforation a 3mm, (e) ailettes avec deux perforations a 3mm.....	106
Figure I.53 : Schéma du domaine de calcul.....	106
Figure I.54 : Vue en perspective de différentes conceptions (a) la conception # 1, (b) la conception # 2, (c) la conception # 3.....	106
Figure I.55 : (a) Représentation schématique du système expérimental, (b) La conception des neuf ailettes considérées, avec différents nombres et emplacements des perforations.....	107
Figure I.56 : (a) Modèle de transfert de chaleur conjugué de l'ailette du dissipateur de chaleur; (b) Schéma du domaine d'écoulement utilisé dans l'analyse CFD, avec huit ailettes perforées.....	107
Figure I.57 : Schéma des ailettes rectangulaires.....	108
Figure I.58 : (a) Ailette pleine , (b) Ailette avec trois perforations, (c) Ailette avec six perforations, (d) Ailette avec cinq perforations, (e) Un ensemble d'ailettes.....	108
Figure I.59 : Vue en perspective d'un dissipateur à ailettes de section (a) circulaire, (b) rectangulaire, (c) de forme de goutte.....	109
Figure I.60 : Modèle du transfert de chaleur conjugué dans les ailettes d'un dissipateur de chaleur.....	109
Figure I.61 : Trois formes de perforations pour chaque ailette considérée, avec trois perforations (a) circulaires (b) carrées (c) elliptiques.....	109

Chapitre II

Figure II.1 : La géométrie et les dimensions du dissipateur de chaleur à ailettes elliptiques pleines.....	112
Figure II.2 : Vue isométrique d'un dissipateur de chaleur à ailettes pleines et d'une seule ailette.....	112
Figure II.3 : La géométrie et les dimensions du dissipateur de chaleur à ailettes elliptiques creuses/perforées.....	113

Figure II.4 : Vue isométrique d'un dissipateur de chaleur à ailettes creuses/perforées et d'une seule ailette..... 113

Chapitre III

Figure III.1 : Maillage du dissipateur de chaleur à ailettes pleines..... 124

Figure III.2 : Maillage du dissipateur de chaleur à ailettes creuses et perforées..... 125

Figure III.3 : Eléments équilatéraux d'un maillage..... 126

Figure III.4 : Eléments présents dans un maillage..... 127

Figure III.5 : Les conditions aux limites imposées dans le dissipateur (a) à ailettes pleines (b) à ailettes creuses et perforées..... 130

Chapitre IV

Figure IV.1 : Comparaison de nos résultats numériques avec ceux de Deshmukh and Warkhedkar [8] du nombre de Nusselt en fonction du rapport d'aspect γ 145

Figure IV.2 : Comparaison de nos résultats numériques avec ceux de Deshmukh and Warkhedkar [8] du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds. 146

Figure IV.3 : Comparaison de nos résultats numériques avec ceux de Deshmukh and Warkhedkar [8] de la résistance thermique en fonction de la vitesse d'entrée..... 146

Figure IV.4 : Contours de température des ailettes pleines en fonction de la vitesse d'entrée..... 149

Figure IV.5 : Contours de la température de l'air en fonction de la vitesse d'entrée dans des plans horizontaux, $\gamma=8.16$ 150

Figure IV.6 : Contours de la température de l'air en fonction de la vitesse d'entrée dans des plans verticaux, $\gamma=8.16$ 151

Figure IV.7 : La variation de la différence de température en fonction de la vitesse d'entrée et le rapport d'aspect γ 152

Figure IV.8 : Variation du débit d'air en fonction de la vitesse d'entrée et le rapport

d'aspect γ	152
Figure IV.9 : Les vecteurs vitesses dans le plan $z=0.04m$ et pour un rapport d'aspect $\gamma=8.16$ et pour différentes vitesses d'entrée.....	154
Figure IV.10 : Les contours des vitesses dans le plan $z=0.04m$ et pour un rapport d'aspect $\gamma=8.16$ et pour différentes vitesses d'entrée.....	155
Figure IV.11 : Les lignes du courant autour des ailettes pleines dans le plan $z=0.04m$ et pour un rapport d'aspect $\gamma=8.16$ et pour différentes vitesses d'entrée.....	156
Figure IV.12. : Variation du coefficient de convection moyen en fonction du rapport d'aspect et la vitesse d'entrée.....	157
Figure IV.13 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport d'aspect et la vitesse d'entrée.....	159
Figure IV.14 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport d'aspect pour un nombre de Reynolds $Re=150$	159
Figure IV.15 : Variation de la résistance thermique en fonction du rapport d'aspect et la vitesse d'entrée.....	160
Figure IV. 16 : Variation du coefficient de pression en fonction du rapport d'aspect et la vitesse d'entrée.....	161
Figure IV.17 : Variation de l'efficacité thermique en fonction du rapport d'aspect et la vitesse d'entrée.....	161
Figure IV.18 : Contours des températures dans les ailettes creuses/perforées pour $Re=250$	164
Figure IV.19 : Contours de la température de l'air dans le plan horizontal passant par le trou pour $Re=250$	165
Figure IV.20 : Contours de la température de l'air dans le plan vertical à $x =0.075m$ pour $Re=250$	166
Figure IV.21 : Variation de la différence de température entre l'entrée et la sortie du dissipateur de chaleur avec le nombre de Reynolds pour les ailettes pleines et perforées.....	167
Figure IV.22 : Variation de la température de l'air à $z=0.04m$ et $x=0.075m$ dans les ailettes pleines et perforées pour $Re=250$	167
Figure IV.23 : Les vecteurs vitesses dans le plan $x=0.075m$ pour $Re=250$	168
Figure IV.24 : Les vecteurs et les contours des vitesses dans le plan qui passe par le	

trou pour $Re=250$	169
Figure IV.25 : Variation du coefficient du transfert thermique moyen en fonction du nombre de Reynolds et la hauteur du trou horizontal.....	170
Figure IV.26 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds et la hauteur du trou horizontal.....	172
Figure IV.27 : Variation de la résistance thermique en fonction du nombre de Reynolds et la hauteur du trou horizontal et les ailettes pleines.....	173
Figure IV.28 : Variation du coefficient de pression en fonction du nombre de Reynolds et la hauteur du trou horizontal.....	174
Figure IV.29 : Variation de l'efficacité en fonction du nombre de Reynolds et la hauteur du trou horizontal.....	175

La liste des Tableaux

Partie A

Chapitre I

Tableau I.1 : Longueur de développement L_d pour différentes inclinaisons et différents nombres de Grashof	11
--	----

Chapitre II

Tableau II.1 : Les expressions de la variable ϕ , les coefficients de diffusion Γ_ϕ et la source S_ϕ , utilisés dans les équations de conservation.....	29
---	----

Chapitre IV

Tableau IV.1: Types de convection étudiés en fonction du nombre de Richardson....	58
Tableau IV.2 : Caractéristiques physiques de l'air à 20°C.....	59

Partie B

Chapitre III

Tableau III.1 : Qualité du maillage en fonction du facteur de distorsion.....	127
Tableau III.2 : Valeurs des facteurs de sous-relaxation.....	139

Chapitre IV

Tableau IV.1 : Effet du maillage.....	144
Tableau IV.2 : Pourcentage de réduction de poids des ailettes solides après l'introduction des perforations.....	175

Introduction Générale

Introduction Générale

Depuis plusieurs décennies, les phénomènes de convection ont présenté un intérêt certain dans le domaine du transfert de chaleur et plus particulièrement depuis les travaux de **Graetz (1885)[1]**, **Nusselt (1910)[2]** et **Hallman (1956)[3]** qui sont probablement les premiers à avoir analysé sur une base scientifique, le problème de l'écoulement avec transfert de chaleur notamment dans une conduite circulaire dont la paroi est maintenue à une température constante. Dès lors, plusieurs travaux menés pour de nombreuses configurations géométriques avec différents fluides ont vu le jour.

La convection thermique est fréquemment rencontrée dans la nature et dans différents systèmes industriels. Elle résulte d'une interaction complexe au sein d'un milieu ou entre milieux dès qu'il y a un gradient de température. Lorsque ces interactions sont occasionnées par des forces internes aux fluides, la convection est dite naturelle. Elles sont le plus souvent des forces de la poussée d'Archimède associées à la gravité. Dans la plupart des cas pratiques, *la convection naturelle coexiste avec la convection forcée*. Dans le cas de la convection forcée, le mouvement du fluide est induit par une source externe (action mécanique): une pompe ou un ventilateur. Quand les deux sources ; internes et externes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite *mixte*.

Un grand nombre d'études numériques, analytiques et expérimentales portent sur des tubes chauffés ou isothermes en convection naturelle et mixte. La plupart de ces études considèrent le cas bidimensionnel dans des tubes verticaux, avec négligence de la conduction de la chaleur dans le matériau de la conduite. Généralement, ces études supposent que la condition du flux uniforme sur la paroi prévale directement à l'interface solide –fluide en négligeant la redistribution possible de la chaleur dans la paroi.

Pour l'influence de l'inclinaison du tube sur le transfert de chaleur, peu d'études ont été menées jusqu'à présent. A la suite d'une étude analytique, **Iqbal and Stachiewicz (1966)[4]** ont suggéré qu'un angle optimum, pour lequel le nombre de Nusselt asymptotique devient maximum, peut être trouvé entre 20° et 60°. Par contre, **Babozzi et al. (1985) [5]** ainsi que **Sabbagh et al. (1976) [6]** affirment que le taux de transfert de chaleur tend à diminuer lorsqu'on augmente l'inclinaison. L'influence de la conductivité de la paroi du tube intervient aussi dans le processus du transfert de chaleur en changeant l'inclinaison du tube comme l'a souligné **Laouadi (1994) [7]**. Ce dernier a noté que lorsque la conductivité thermique du tube est faible par rapport à celle du fluide, le nombre de Nusselt diminue si on augmente l'inclinaison. En revanche, il a trouvé une inclinaison près de 30° qui optimise le nombre de Nusselt lorsque la conductivité thermique du tube est grande par rapport à celle du fluide. En somme la valeur de cette inclinaison optimale est mal définie à ce jour et mérite d'être précisée.

La convection mixte à l'intérieur des conduites est parmi les phénomènes de transfert de chaleur qui a suscité l'intérêt des chercheurs à travers des décennies en raison de son implication dans divers domaines de l'ingénierie, tels les échangeurs de chaleur destinés au chauffage ou au refroidissement des fluides, dans les procédés chimiques, dans les industries alimentaires, ainsi que dans le refroidissement des composants électroniques. L'écoulement de l'air par convection à l'intérieur des tubes conduit à des configurations qui s'identifient au problème pratique du refroidissement des composants électroniques en utilisant *des dissipateurs de chaleur à ailettes*. Le rôle de ces derniers est de préserver l'intégrité thermique du composant électronique en augmentant la surface de contact avec l'air ambiant. Ainsi, l'évacuation de la chaleur est améliorée en facilitant les échanges thermiques.

Les caractéristiques de fonctionnement des composants et la fiabilité des systèmes dépendent fortement de la température. La miniaturisation et l'accroissement des fréquences de commutation conduisent à des densités de puissance dissipées de plus en plus élevées qui peuvent atteindre des valeurs de l'ordre de 400 W.cm⁻²

En électronique de puissance, le facteur thermique est devenu dans de nombreux cas le facteur limitant la puissance commutable. Un outil de modélisation fine et rapide du transfert de chaleur dans les composants électroniques s'avérerait donc très utile, pour optimiser leur structure d'un point de vue thermique, et minimiser leur température de

fonctionnement, ou pour uniformiser leur température afin de réduire les contraintes thermomécaniques.

Dans le but de promouvoir la compréhension de la phénoménologie de la convection dans le cas d'une application à vocation pratique, nous avons ciblé les configurations ci-dessous. Les objectifs assignés à nos travaux de recherche sont décrits comme suit :

- Étude thermomécanique d'un dissipateur de chaleur à ailettes tubulaires pleines et perforées : confrontation aux mesures expérimentales issues de la littérature.
- L'outil d'investigation est la simulation numérique dans le cas de la géométrie régulière et complexe.
- Isoler un composant ailette (tube) et étudier l'effet de l'angle d'inclinaison et la conduction pariétale sur les champs hydrodynamiques et thermiques ainsi que, la variation du nombre de Nusselt.

Comme il a été noté précédemment, nous avons jugé utile, voire indispensable d'étendre notre étude à la convection mixte à cause de la coexistence des deux modes dans les applications pratiques.

Pour atteindre nos objectifs nous avons élaboré un code de calcul en 2D écrit en langage Fortran pour simuler la convection naturelle et mixte dans un tube épais, pour un nombre de Grachof égale à 5×10^4 , 5×10^6 et 5×10^7 , un angle d'inclinaison égale à 0° , 30° et 60° et des rapports de conductivité pariétale : $K=k_p/k_f=3600$ pour le Fer, $K=11500$ pour l'Aluminium et $K=19000$ pour le Cuivre.

Le deuxième objectif consiste à simuler en 3D en utilisant le code commercialisé Fluent la convection naturelle et mixte dans un dissipateur de chaleur de 14×7 ailettes, ayant une section transversale elliptique avec un arrangement aligné, fixé à un composant électronique en Silicium, qui génère une quantité de chaleur $Q=400W$.

Dans un premier cas les ailettes utilisées sont pleines avec un rapport d'aspect $\gamma = H/d = 5.10, 6.12, 7.14, 8.16, 9.18$ et pour un nombre de Reynolds Re qui est égal à 50, 100, 150, 200, 250 et par conséquent des vitesses d'entrée $u_0=0.1m/s, 0.2m/s, 0.3m/s,$

0.4m/s, 0.5m/s. Nous avons gardé la même géométrie et les mêmes conditions aux limites utilisées dans le travail expérimental de **Deshmukh and Warkhedkar [8]**.

La configuration étudiée dans le deuxième cas est exactement la même que l'initiale. Cependant, les ailettes sont considérées de hauteur fixe $H=81.6\text{mm}$, elles sont creusées verticalement d'un trou elliptique et perforées d'un trou horizontal de section circulaire de hauteur $h_t=10\text{mm}$, 20mm , 30mm et 40mm à partir de la base du dissipateur de chaleur.

L'organisation de cette thèse est répartie en deux volets :

Le premier volet comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre est réservé à une étude bibliographique couvrant les études numériques et expérimentales de la convection dans un tube épais et incliné.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation mathématique, en présentant le problème physique de la convection, suivi de la formulation mathématique. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie ainsi que les conditions aux limites imposées sont présentées en détail.

Dans le troisième chapitre, une explication détaillée de la méthode numérique adoptée pour discrétiser les équations de transport est présentée. C'est la méthode des volumes finis conçue par S.V. Patankar[9]. La discrétisation est achevée en utilisant le schéma PLDS (*Power Low Differencing Scheme*) pour l'espace. Un exposé sur les méthodes de résolution des équations discrétisées termine ce chapitre. Nous avons choisi l'algorithme « SIMPLE » pour assurer le couplage pression –vitesse. Les systèmes obtenus ont été résolus par la méthode de balayage associée à l'algorithme de Thomas (méthode de TDMA).

Les résultats numériques de cette première partie sont présentés dans le quatrième chapitre. Nous avons donné une description détaillée des évolutions des champs thermique et hydrodynamique dans une conduite inclinée et épaisse soumise à un flux de chaleur uniforme. L'influence du matériau de la conduite et l'angle d'inclinaison sur le transfert thermique et l'écoulement a été également étudiée.

Le deuxième volet est aussi constitué de quatre chapitres:

Le premier présente une étude bibliographique sur les travaux relatifs à la convection thermique dans les dissipateurs de chaleur à ailettes elliptiques. De ce chapitre, on distingue les travaux considérant les ailettes pleines et les ailettes creuses / perforées.

Le second chapitre décrit le problème étudié ainsi que les équations de conservation tridimensionnelles relatives au modèle considéré, combinées avec l'approximation de Boussinesq.

Le troisième chapitre regroupe la procédure de résolution numérique, et la description détaillée du code de calcul FLUENT et le préprocesseur GAMBIT.

Le quatrième chapitre est la partie la plus importante de cette étude. Il comporte l'interprétation des résultats numériques obtenus pour les deux cas étudiés : cas des ailettes pleines et celui des ailettes creuses/ perforées. On présente l'influence du maillage sur les résultats et leurs validations avec des travaux antérieurs. Une étude comparative entre les ailettes pleines et creuses /perforées a été également réalisée.

Une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus est présentée, ainsi que les perspectives futures basées sur ce travail.

Partie A

Simulation Numérique de la Convection Mixte dans un Tube Incliné et Epais.

Chapitre I : Revue Bibliographique.

Chapitre II : Formulation Mathématique.

Chapitre III : Méthode Numérique.

Chapitre IV : Résultats et Discussions.

CHAPITRE I

Revue Bibliographique

Revue Bibliographique

I.1. Introduction

Avec l'avancement technologique et informatique, les chercheurs développent de nouvelles méthodes numériques et des techniques expérimentales afin de mieux comprendre les nombreux phénomènes qui interagissent dans les écoulements internes soumis à des flux de chaleur sur les parois des conduites.

Dans ce chapitre, nous allons dresser une revue de la littérature concernant les travaux les plus pertinents dans le domaine de la convection dans les conduites. Cependant, on doit cerner nos champs d'intérêt, car le domaine est très vaste. Il existe de nombreuses configurations possibles, telles que les différentes formes des conduites, leurs orientations, ainsi que les différentes conditions thermiques et hydrodynamiques. Nous avons limité notre recherche bibliographique sur les travaux théoriques, numériques et expérimentaux des écoulements de la convection thermique dans les tubes cylindriques inclinés en tenant compte du transfert de chaleur par conduction dans la paroi.

I.2. La Convection dans les Conduites Inclinées

En ce qui concerne la convection dans un tube chauffé, plusieurs travaux de recherche ont été menés. Ces études traitent principalement des tuyaux horizontaux et verticaux. Pour le cas des tubes inclinés, on trouve peu de résultats, le plus souvent, les études concernées n'arrivent pas aux mêmes conclusions, comme nous le verrons, la situation est plus complexe lorsqu'il s'agit de tenir compte des effets de la gravité et de l'inclinaison.

Sabbagh et al. (1976) [6] ont été parmi les premiers à étudier expérimentalement l'influence de l'inclinaison sur un écoulement développé de l'air en convection mixte dans un tube en cuivre chauffé par de l'huile. Ils ont noté que le nombre de Nusselt est maximal vers 0° et sa valeur diminue constamment lorsque l'inclinaison du tuyau augmente.

Dans une investigation analytique, **Iqbal and Stachiewicz (1966) [4]** ont utilisé la méthode « de petites perturbations » afin d'étudier un écoulement laminaire développé en convection mixte à l'intérieur d'un tube incliné. Ils ont considéré des propriétés constantes du fluide excepté la masse volumique. Leurs résultats montrent que pour une inclinaison du tube égale à 60° , le coefficient de frottement pariétal augmente de 5 à 10 % par rapport à sa valeur pour une masse volumique constante. Ils ont suggéré un angle optimum d'inclinaison entre 20° et 60° , pour lequel le nombre de Nusselt asymptotique Nu , devient maximum.

L'étude expérimentale de **Mori et al. (1966) [10]** a pour but de montrer l'effet de la poussée d'Archimède sur l'écoulement développé de l'air à l'intérieur d'un tube uniformément chauffé. Les distributions de vitesse et de température sont mesurées pour de grandes valeurs du produit $Re.Ra$. Ils ont trouvé que les nombres de Nusselt sont environ deux fois plus grands que ceux calculés en négligeant l'effet de l'écoulement secondaire provoqué par la poussée d'Archimède pour $Re. Ra = 4. 10^5$. En écoulement turbulent, la poussée d'Archimède a un faible effet sur les champs de vitesse et de température. Ils ont constaté aussi que le nombre de Reynolds critique est affecté par l'écoulement secondaire.

Cheng and Hong (1972) [11] ont exploité une approche de vorticité combinée à une méthode itérative pour modéliser la convection laminaire libre et forcée dans un tube incl n  soumis à un flux de chaleur uniforme. Leurs résultats montrent que pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, l'inclinaison du tube a une influence considérable sur les résultats de calcul au voisinage de la direction horizontale.

Abou-Ellail and Marcos (1980)[12] ont étudié numériquement l'effet des forces d'Archimède sur la convection forcée laminaire dans un canal rectangulaire avec un rapport d'aspect égal à 2. Ils ont montré qu'à un certain emplacement axial, qui dépend

du nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt s'écarte de la solution de convection forcée pure et s'approche d'une valeur constante qui correspond à la condition entièrement développée. Ils ont constaté également que les angles d'inclinaison optimums étaient entre 30° et 45° pour $Re = 50$ et 100 , mais pour $Re = 500$, les coefficients de transfert de chaleur diminuent de façon monotone avec les valeurs des angles d'inclinaison croissantes.

barozzi et al. (1985) [5] ont effectué une étude expérimentale sur la convection libre d'un écoulement ascendant laminaire de l'eau à travers un tube circulaire ayant une température circumférentielle uniforme de la paroi. L'effet des nombres de Reynolds et de Rayleigh sur le transfert de chaleur a été analysé pour des tubes horizontal et incliné, pour des nombres de Reynolds de 200 à 2300 et de Rayleigh de 6000 à 70000, des valeurs d'angle d'inclinaison $10^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$. Leurs résultats affirment que le taux de transfert de chaleur tend à diminuer lorsqu'on augmente l'angle d'inclinaison du tube.

Des expériences ont été réalisées par **Maughan and Incropera (1987) [13]** pour étudier la convection mixte dans un canal chauffé uniformément par le bas. L'effet du flux thermique et l'orientation du canal sur le nombre de Nusselt local est étudié pour $Pr = 0,7$, un nombre de Reynolds $125 < Re < 500$, un nombre de Grashof modifié $7 \times 10^3 < Gr^* < 10^6$ et un angle d'inclinaison $0^\circ < \theta < 30^\circ$. Ils ont constaté que le transfert thermique est initialement dominé par la convection forcée et il montre une décroissance rapide du nombre de Nusselt. A la suite de l'apparition de l'instabilité thermique, un développement d'un écoulement secondaire cause une forte augmentation du nombre de Nusselt suivie d'un maximum et des oscillations. Ces dernières diminuent progressivement jusqu'à une valeur pleinement établie qui dépend du nombre de Grashof. Ils ont noté que l'apparition de l'instabilité est retardée par la diminution du nombre de Grashof et/ou par l'augmentation du nombre de Reynolds et de l'angle d'inclinaison. Pour le canal incliné, un accroissement significatif du transfert thermique se produit avant l'apparition de l'écoulement secondaire.

Lavine et al. (1989) [14] ont mené des investigations expérimentales, d'un écoulement d'eau dans un tube incliné en convection mixte, opposé à la gravité. Ils ont visualisé des renversements de l'écoulement, grâce à l'injection d'un colorant fluorescent; la conduite test étant en polycarbonate est chauffée par l'eau chaude sur sa paroi externe.

Ils ont noté que la longueur de la région du renversement d'écoulement croît en fonction de Gr et décroît en fonction de Re. Leurs résultats montrent aussi qu'une transition vers la turbulence peut se produire avec un faible nombre de Reynolds et un nombre de Grashof élevé.

Également, **Orfi (1991) [15]** a étudié l'effet de la convection naturelle sur un écoulement laminaire développé dans un tuyau incliné soumis à un flux de chaleur uniforme sur sa paroi. Il a constaté que l'influence de l'écoulement secondaire sur les champs des vitesses axiales et de températures est importante pour des faibles inclinaisons du tube. Il a remarqué aussi que le transfert de chaleur pour l'eau et l'air est maximum pour une inclinaison d'environ 30° et l'accroissement du nombre de Grashof augmente sensiblement l'intensité de l'écoulement secondaire et la stratification de la température du fluide ainsi que, le nombre de Nusselt moyen. Les corrélations suivantes ont été proposées:

$$Nu_{\infty} = 4.36 \left[1 + \frac{Gr.Pr^{1.175}}{5209.6} \right]^{0.125} \quad \text{pour } \alpha=0^{\circ} \quad (\text{I.1})$$

$$Nu_{\infty} = 4.36 \left[1 + \frac{Gr.Pr^{0.792}}{12065.5} \right]^{0.125} \quad \text{pour } \alpha=30^{\circ} \quad (\text{I.2})$$

$$Nu_{\infty} = 4.36 \left[1 + \frac{Gr.Pr^{0.804}}{16608} \right]^{0.219} \quad \text{pour } \alpha=60^{\circ} \quad (\text{I.3})$$

Bilodeau (1994) [16] a mené des expériences sur un écoulement d'air en convection mixte dans un tube incliné uniformément chauffé le long de sa paroi, dans le cas du régime laminaire et aussi dans la transition vers la turbulence. En premier lieu il a étudié l'effet du nombre de Grashof sur les écoulements laminaires et forcés pour des valeurs de Gr élevées. A l'instar de plusieurs auteurs, tels **Bergles and Simond (1971) [17]** ou **Hong and Bergles (1974) [18]**, Bilodeau a constaté que le coefficient de transfert thermique asymptotique peut être de 2 à 4 fois plus élevé que la valeur de Nu_{∞} prédite par les solutions classiques. Ses résultats montrent aussi une diminution rapide de la longueur de développement lorsque la valeur du nombre de Richardson Gr/Re^2 augmente. Il a proposé la corrélation (I.4) de l'évolution du nombre de Nusselt asymptotique en fonction du nombre de Grashof pour des écoulements à faibles turbulences.

$$Nu_{\infty} = 4.36. [\ln(Gr) - 10.1]. \frac{2}{3}. Pr^{\left(\frac{1}{3}\right)} \quad (I.4)$$

Pour $10^5 < Gr < 10^8$

En second lieu, Bilodeau a quantifié l'effet de l'inclinaison sur le transfert de chaleur. Il a proposé l'angle 15° comme une inclinaison optimale pour lequel, le nombre de Nusselt asymptotique et la longueur de développement atteignent des valeurs maximales (voir figure I.1). Il a constaté également que l'influence de l'inclinaison diminue avec l'augmentation du nombre de Grashof. L'auteur a suggéré une valeur maximale du nombre de Reynolds Re au-delà de laquelle les effets de la convection naturelle sont négligeables.

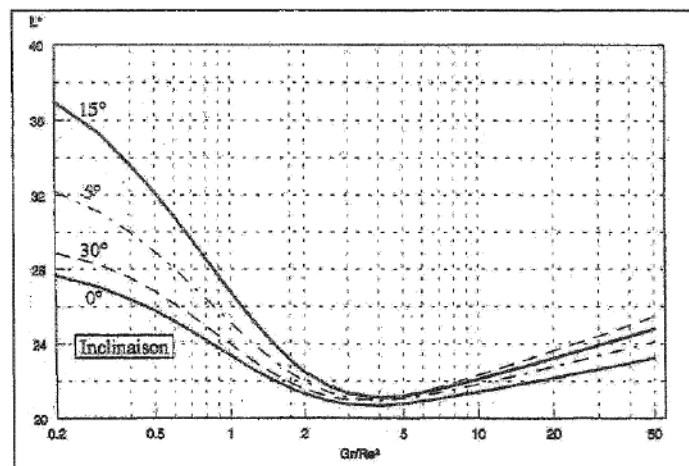


Figure I.1 : Effet de l'angle d'inclinaison sur la longueur de développement sans dimensions en fonction du nombre de Richardson[16].

Orfi et al. (1997) [19] ont présenté une étude numérique sur le comportement d'un écoulement laminaire de l'eau en convection mixte à l'intérieur d'un tube soumis à un flux de chaleur uniforme et constant sur sa circonférence et sa longueur. Le tube est incliné par rapport à l'horizontal d'un angle de 0° , 30° , 60° et 90° . La méthode des volumes finis est utilisée, pour résoudre numériquement les équations adimensionnelles de la convection mixte. Les résultats obtenus pour différentes combinaisons du nombre de Grashof et de l'inclinaison du tuyau, montrent une amélioration du transfert de chaleur moyen et une augmentation de la contrainte de cisaillement pariétale par rapport à un écoulement forcé pur. Les auteurs ont cerné un angle optimum d'environ 30° qui maximise le nombre de

Nusselt moyen. Ils ont dressé le tableau I.1 qui montre les effets de l'inclinaison du tube et du nombre de Grashof sur la longueur de développement L_d .

Tableau I.1 : Longueur de développement L_d pour différentes inclinaisons et différents nombres de Grashof [19].

L_d	$\alpha=0^\circ$	$\alpha=30^\circ$	$\alpha=60^\circ$	$\alpha=90^\circ$
$Gr=10^4$	0.05	0.054	0.062	0.06
$Gr=10^5$	0.015	0.033	0.042	0.052
$Gr=10^6$	0.042	0.029	0.024	0.013

Ces mêmes auteurs (1999) [20] ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans un tube incliné soumis à un flux thermique uniforme axial et circonferentiel (voir figure I.2).

Des solutions doubles, avec une structure d'écoulement secondaire, à deux et à quatre vortex dans une section perpendiculaire à l'axe du tube ont été trouvées, pour différentes combinaisons de Gr et d'inclinaison du tube, et pour des nombres de Prandtl compris entre 0,7 et 7.

Les résultats montrent que les profils de la vitesse et de température axiaux sont fortement influencés par la structure de l'écoulement secondaire. D'autre part, des quantités globales telles que le nombre de Nusselt moyenné circonferentiellement et la contrainte de cisaillement de la paroi sont essentiellement insensibles à l'effet de la structure de l'écoulement secondaire.

Ils ont noté aussi que les solutions doubles se produisent pour des nombres de Grashof relativement faibles inférieurs à une valeur critique Gr_c et pour des angles d'inclinaison au-dessus d'une valeur critique α_c . Pour les tubes horizontaux Gr_c est égal à $5,5 \times 10^5$, $1,7 \times 10^5$ et $1,7 \times 10^4$ respectivement pour $Pr = 0,7$, 7 et 70 . Pour des tubes à forte inclinaison, la valeur critique α_c est égale à $62,5^\circ$ et $83,5^\circ$ respectivement pour $Pr = 0,7$ et 7 , pour un nombre de Grashof égale à 10^6 . Les expériences numériques réalisées pour le développement des écoulements indiquent que la solution à deux vitesses est la seule structure de l'écoulement stable.

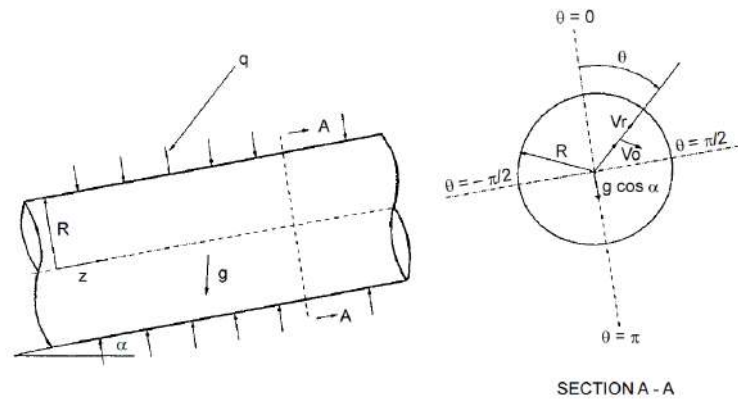


Figure I.2 : Schéma représentatif de la géométrie et du système de coordonnées [20].

Le transfert de chaleur par convection mixte dans un canal rectangulaire a été étudié expérimentalement par **A. Ozsunar et al. (2002) [21]**. La surface inférieure du canal est soumise à un flux thermique uniforme, les parois latérales sont adiabatiques et la surface supérieure est exposée au fluide environnant. Des expériences ont été menées pour $Pr=0,7$, des rapports d'aspect $AR=5$ et 10 , un nombre de Reynolds $50 \leq Re \leq 1000$, des nombres de Grashof modifiés $Gr^* = 7,0 \times 10^5$ à $4,0 \times 10^7$ et pour un angle d'inclinaison $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$. Leurs résultats expérimentaux indiquent que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de 0° à 30° . Ils ont constaté aussi l'apparition d'une instabilité thermique en augmentant le nombre de Grashof, le rapport d'aspect et en se déplaçant vers l'amont de la conduite. L'apparition de cette instabilité a été retardée en augmentant le nombre de Reynolds et l'angle d'inclinaison.

Maré et al. (2005) [22] ont résolu numériquement, en utilisant la méthode des volumes finis, les équations différentielles régissant de la convection mixte laminaire ascendante de l'air en régime stationnaire dans un tube isotherme incliné, pour déterminer l'évolution axiale des champs hydrodynamique et thermique et le renversement de l'écoulement. L'effet du nombre de Gr sur l'évolution axiale de la contrainte de cisaillement et du nombre de Nusselt s'est avéré très important dans la région de l'écoulement développé. Le renversement de l'écoulement se produit pour des nombres de Grashof $Gr \geq 9 \times 10^5$. Les résultats ont été trouvés pour un nombre de Reynolds $Re = 100$ et un angle d'inclinaison de tube égale à 45° .

Said et al. (2005) [23] ont étudié numériquement la convection naturelle en régime turbulent dans un canal formé de deux plaques planes isothermes et inclinées. Les calculs ont été effectués pour un rapport d'aspect $L/b = 24$, un nombre de Rayleigh modifié $10^4 \leq Ra' \leq 10^6$ et un angle d'inclinaison $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et l'angle d'inclinaison. Ces auteurs ont indiqué également que le nombre de Nusselt moyen pour différents angles d'inclinaison peut être présenté par une corrélation qui représente le produit du nombre de Rayleigh modifié Ra' et $(\cos \theta)^{0.5}$. Pour le cas du canal horizontal ($\theta = 90^\circ$), les résultats montrent que le Nusselt local le long de la paroi inférieure est beaucoup plus élevé que celui le long de la paroi supérieure.

Des expériences ont été menées par **Mohammed and Salman (2007) [24]** pour étudier le transfert thermique par convection mixte d'un écoulement d'air entièrement développé, dans un cylindre circulaire incliné. Les simulations numériques couvrent des nombres de Reynolds de 400 à 1600, un flux de la chaleur qui varie de 70 W/m^2 à 400 W/m^2 et un angle d'inclinaison du cylindre égale à 30° , 45° , et 60° .

Ils ont trouvé que la température de la surface du cylindre est réduite lorsque l'angle d'inclinaison passe de 60° (un cylindre incliné) à 0° (un cylindre horizontal) lorsque la convection libre est dominante. Cette température augmente quand le cylindre passe de l'orientation inclinée à l'orientation horizontale lorsque la convection forcée est dominante.

Leurs résultats montrent aussi une augmentation du flux thermique et du nombre de Nusselt lorsque l'angle d'inclinaison passe de 60° à 0° .

Kholai et al. (2007)[25] ont étudié numériquement la convection mixte dans un tube circulaire incliné par rapport à l'horizontale et chauffé par un flux de chaleur constant et uniforme sur toute sa surface circonférentielle. L'écoulement à l'intérieur du tube est supposé laminaire pour un fluide newtonien et incompressible (l'eau). Les équations différentielles régissant sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Les résultats sont obtenus pour un nombre de Reynolds égale à 500, un nombre de Grashof $Gr=10^4$, 10^5 et 10^6 et un angle d'inclinaison égale à 30° , 60° , 90° . Ils ont trouvé que le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre de Grashof et avec la diminution de l'angle d'inclinaison.

Guimarães and Menon(2008)[26] ont effectué une étude numérique sur le transfert de chaleur par convection mixte dans un canal rectangulaire incliné avec trois sources de chaleur sur la paroi inférieure. Ils ont utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre les équations régissant l'écoulement. La variation du nombre de Nusselt le long des sources de chaleur ainsi que les vecteurs de vitesse sont trouvés pour un angle d'inclinaison égale à 0° , 45° et 90° , un nombre de Reynolds $Re = 1, 10, 50, 100, 1000$ et un nombre de Grashof $Gr = 10^3, 10^4, 10^5$. Ils ont montré que l'angle d'inclinaison a une forte influence sur l'écoulement et le transfert thermique, surtout les valeurs des angles entre 0° et 45° . Des recirculations primaire et secondaire, et un écoulement renversé sont présents pour un nombre de Reynolds $Re = 10$, et un angle d'inclinaison égale à 45° et 90° .

Chong et al. (2008) [27] ont réalisé une étude expérimentale d'un écoulement laminaire et transitoire avec transfert de chaleur par convection mixte dans une conduite rectangulaire. La conduite est chauffée par un flux de chaleur axial et uniforme. L'expérience a été conçue pour déterminer l'effet de l'angle d'inclinaison sur le coefficient de transfert de chaleur et sur le coefficient de frottement pour sept angles d'inclinaison $\theta = -90^\circ, -60^\circ, -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ et six valeurs du nombre de Reynolds $Re = 420, 840, 1290, 1720, 2190, 2630$ et pour un nombre de Grashof qui varie entre $6,8 \times 10^3$ et $4,1 \times 10^4$.

Ils ont constaté que les angles d'inclinaison optimums qui donnent des coefficients de transfert de chaleur maximum ont diminué de 30° à -30° avec l'augmentation du nombre de Reynolds de 420 à 1720. Le coefficient de transfert de chaleur croît avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison jusqu'à une valeur maximale, puis diminue progressivement. Avec une augmentation supplémentaire du nombre de Reynolds, le coefficient de transfert de chaleur devient pratiquement indépendant de l'angle d'inclinaison.

Ces auteurs ont noté également que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de -90° à 90° lorsque, le nombre de Reynolds varie de 420 à 1290, et il est indépendant de l'angle d'inclinaison pour des nombres de Reynolds plus élevés.

Des simulations numériques ont été effectuées par **Ichimiya and Matsushima (2009)[28]** pour étudier l'effet de l'angle d'inclinaison d'un canal carré avec des parois à

température uniforme ($T_w=30^\circ\text{C}$) et une température d'entrée ($T_0=10^\circ\text{C}$) sur les performances thermiques de l'écoulement (voir figure I.3). Les équations tridimensionnelles de l'écoulement ont été résolues numériquement pour un nombre de Reynolds $Re = 100$, un nombre de Prandtl $Pr = 0,72$ et pour un angle d'inclinaison qui varie entre -90° et 90° . Le comportement tridimensionnel du fluide dans ce canal a été examiné pour chaque angle. Ils ont constaté qu'un meilleur transfert de chaleur et une faible chute de pression sont obtenus pour un angle d'inclinaison de la conduite compris entre -15° et -60° .

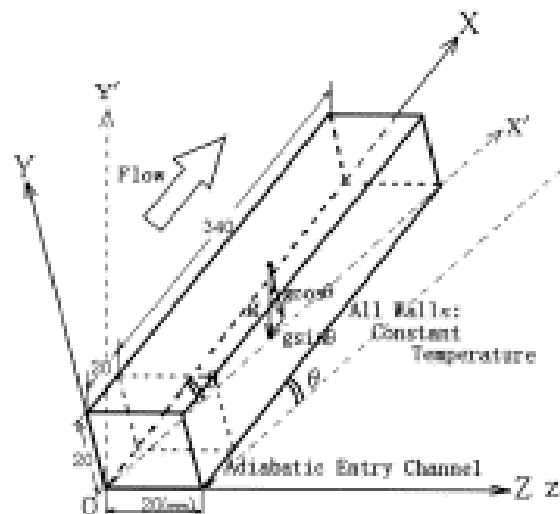


Figure I.3 : La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites [28].

En somme, l'influence de l'inclinaison sur l'écoulement semble être mal définie. Certains auteurs estiment que le nombre de Nusselt décroît lorsque l'angle d'inclinaison augmente, tandis que d'autres proposent une valeur optimale de l'inclinaison. La valeur de cette inclinaison optimale est mal définie à ce jour et mérite d'être précisée.

I.3. Le Problème Conjugué du Transfert de Chaleur

Les auteurs que nous venons de citer n'ont pas pris en compte le transfert de chaleur par conduction dans la paroi. Ils ont aussi supposé une conductivité thermique nulle du tube, simulant ainsi un tube de verre, ou considéré une conductivité thermique infinie, représentant un tube métallique parfaitement conducteur. Les problèmes conjugués de transfert de chaleur sont plus difficiles à résoudre, mais ils peuvent mieux modéliser le phénomène en cause, à savoir un écoulement confiné à l'intérieur d'un tube chauffé.

Peu d'études ont pris en considération la conduction dans la paroi et la convection à l'intérieur du fluide. En effet, cela est certainement dû à la grande complexité que présente la résolution des différentes équations gouvernantes, de plus, la difficulté augmente lorsqu'on tient compte aussi de la convection naturelle et l'inclinaison du tube.

Les études numériques du phénomène conjugué ont fait leur apparition vers le début des années 80. D'ailleurs, **Faghri and Sparrow (1980) [29]** ont étudié numériquement un écoulement laminaire en présence de la convection forcée pure dans un tube dont la partie amont de sa paroi est isolée à l'extérieur tandis que la partie aval est chauffée avec un flux uniforme. Ce problème de transfert de chaleur conjugué est régi par deux paramètres : la conductance de la paroi et le nombre de Peclet, ce dernier prend des valeurs de 5 à 50. Leurs résultats montrent que la conduction axiale dans le solide peut s'étendre jusqu'à 10 fois le diamètre interne à l'amont de la section chauffée. Il en résulte un préchauffage considérable de la paroi et du fluide.

Une technique expérimentale a été développée par **Bernier and Baliga (1992) [30]** pour visualiser un écoulement en convection mixte de l'eau dans une conduite soumise à un flux thermique uniforme. Les résultats numériques sont présentés pour un nombre de Reynolds $Re = 90$, un nombre de Grashof $Gr_q = 0,33 \times 10^6$, $Gr_q / Re^2 = 40,7$ et $Pr = 5,6$. Ils ont montré que la diffusion axiale de la chaleur dans la paroi de la conduite est négligeable pour des faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques solide-fluide et pour une faible épaisseur de la paroi. Ils ont montré aussi que les caractéristiques du fluide et de l'écoulement représentées respectivement par les nombres de Prandtl et de Reynolds influent également sur la diffusion axiale de la chaleur dans la paroi de la conduite.

Laouadi et al.(1994) [7] ont présenté une étude numérique détaillée sur le transfert de chaleur conjugué d'un écoulement ascendant laminaire de la convection mixte dans un tube circulaire incliné uniformément chauffé sur sa surface extérieure. Les équations gouvernantes fortement couplées ont été discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis et résolues à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Ils ont utilisé différents types de fluides : air, eau et un fluide très visqueux avec un angle d'inclinaison du tube $\alpha = 0^\circ, 30^\circ$

et 60° et différentes combinaisons des paramètres du tuyau tels que le rapport des conductivités thermiques k_p et le rapport des rayons A .

Ces auteurs ont constaté que lorsque la conductivité thermique du tube est faible comparativement à celle du fluide (c'est le cas d'un écoulement de l'eau circulant dans un tube de verre), le nombre de Nusselt diminue en augmentant l'inclinaison. Par contre, lorsque la conductivité thermique du tube est grande par rapport à celle du fluide (écoulement de l'air circulant dans un tube de cuivre), ils ont suggéré une valeur optimum de l'angle d'inclinaison du tube près de 30° .

Ouzzane and Galanis (1999)[31] ont étudié l'effet de la conduction pariétale et la répartition du flux thermique sur le développement thermique et hydrodynamique de l'écoulement laminaire d'un fluide incompressible newtonien, à l'intérieur d'une conduite inclinée ($\alpha = 40^\circ$) de quatre configurations différentes :

- Cas 1 : un flux de chaleur uniforme est appliqué sur la paroi extérieure de la conduite.
- Cas 2 : un flux thermique uniforme est appliqué à l'interface fluide -solide.
- Cas 3 : le problème conjugué est traité avec un flux thermique non uniforme.
- Cas 4 : mêmes conditions qu'au cas 3 appliquées à l'intérieur de l'interface fluide-solide.

Leur objectif est de montrer l'existence des limites de la possibilité de négliger la conduction thermique dans la paroi de la conduite, notamment quand une condition de flux non uniforme est appliquée.

La comparaison des résultats de ces quatre cas, montre que, le fait de négliger la conduction peut conduire à des résultats erronés notamment quand le nombre de Grashof est élevé. L'écart de la valeur de Nu est de 38.8 % entre le cas 1 et 2.

Aussi, en comparant les cas 1 et 3 ainsi que les cas 2 et 4, les auteurs ont montré qu'il est également important de tenir compte correctement de tout manque d'uniformité circumférentielle du flux thermique fourni à la conduite. L'écart de la valeur de Nu est de 44.4 % entre le cas 1 et 3.

Ouzzane (2000) [32] a aussi publié une autre étude qui se rapporte au transfert thermique dans un écoulement développé à l'intérieur d'une conduite avec et sans ailettes.

L'auteur a étudié l'effet de la conduction pariétale sur l'évolution des champs thermique et hydrodynamique. Il ressort de cette étude, que dans le cas des matériaux qui présentent une bonne conductivité thermique, la température de l'interface solide-fluide a tendance à s'uniformiser. Cependant, un écart de température relativement important a été observé entre les deux positions extrêmes (le haut et le bas), dans le cas d'un matériau à faible conductivité thermique. Dans le cas d'un conduit horizontal ou incliné, pour améliorer le transfert thermique, l'auteur recommande de placer plus d'ailettes sur la partie supérieure de la section dans le cas de refroidissement et sur la partie inférieure dans le cas du chauffage.

I.4. Conclusion

Nous avons constaté au cours de notre recherche bibliographique, que l'écoulement avec transfert de chaleur dans les tubes inclinés a reçu un intérêt considérable, contrairement au transfert de chaleur conjugué par convection mixte, car la plupart des études négligent la conduction de la chaleur dans la paroi et supposent la condition d'une température constante ou un flux imposé prévale à l'interface solide-fluide, par contre certaines investigations prouvent que la conduction thermique dans la paroi affecte de façon significative l'écoulement interne .

Les études précédentes ont montré également que la géométrie et l'orientation du tube jouent un rôle important dans le transfert de chaleur. En effet, certains auteurs ont noté que le taux de transfert de chaleur tend à diminuer en augmentant l'inclinaison. D'autres, ont cerné une inclinaison optimale pour laquelle le nombre de Nusselt maximum peut être trouvé entre 15° et 60°.

Dans cette étude, nous essayerons d'apporter plus d'éclaircissement et de lumière à ce domaine, et de mettre en évidence l'effet de l'inclinaison du tube et du nombre de Grashof sur le transfert de chaleur et les champs hydrodynamiques et thermiques d'un écoulement laminaire d'air avec transfert de chaleur par convection naturelle et mixte conjugué à l'intérieur d'un tube circulaire incliné soumis à un flux de chaleur constant sur sa paroi.

CHAPITRE II

Formulation Mathématique

Chapitre II

Formulation Mathématique

II.1. Introduction

La résolution complète du problème de la convection dans la géométrie étudiée revient à déterminer en tous points les grandeurs caractéristiques du fluide, soit la vitesse définie par ces deux composantes spatiales dans un système approprié de coordonnées, la pression P et la température T .

Dans ce chapitre, nous présentons les équations modélisant le problème traité, elles expriment les lois de conservation de la masse (de continuité), de la quantité de mouvement et de l'énergie.

II.2. Description de la Géométrie Etudiée :

La configuration étudiée ainsi que les conditions aux limites sont schématisées sur la figure II.1. Il s'agit d'un écoulement de convection naturelle et mixte laminaire dans un tube cylindrique de longueur L , de diamètre d ($d=2R_0$) et de rapport d'aspect $L/2R=3$, avec une épaisseur de la paroi δ . Il est incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal.

Le tube est uniformément chauffé par un flux de chaleur constant q_p , donnant naissance à un écoulement convectif ascendant de l'air à travers cette conduite.

En considérant la géométrie du lieu d'écoulement, le choix adéquat est celui d'un système de coordonnées cylindriques.

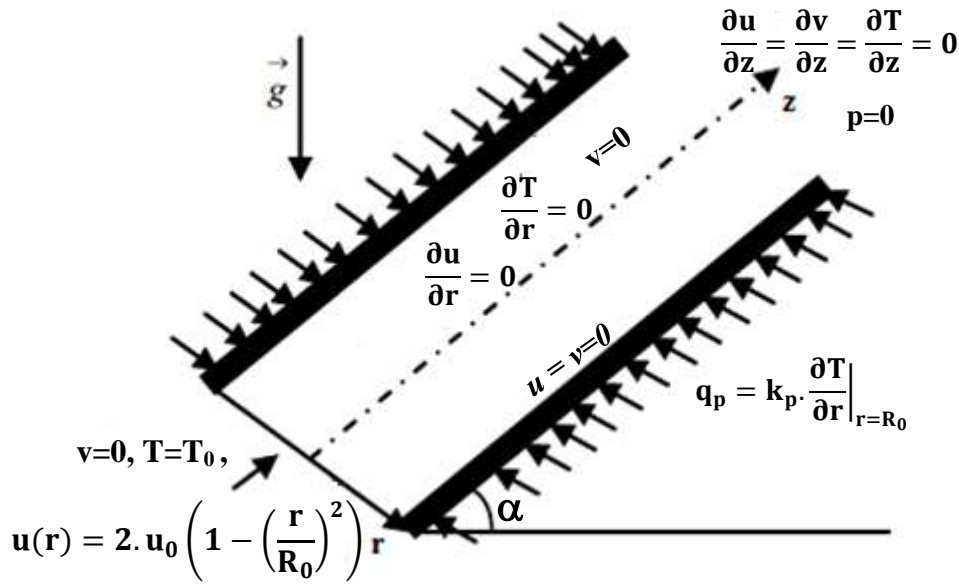


Figure II.1 : La géométrie étudiée et les conditions aux limites.

II.3. Equations Générales de Transport :

Avant de présenter la méthode de résolution et les résultats obtenus , il est nécessaire de présenter les équations de conservation ainsi que, les hypothèses simplificatrices utilisées pour résoudre numériquement ce problème.

La convection est le mécanisme le plus important du transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide en mouvement. La caractéristique essentielle du transfert de chaleur par convection est le transport de l'énergie par mouvement moléculaire appelé « diffusion ». Ce phénomène est formulé mathématiquement par des équations aux dérivées partielles régissant l'écoulement et le transfert de chaleur dans la configuration étudiée, qui sont présentées comme suit :

II.3.1. Equation de continuité

Elle est déduite du principe de conservation de la masse et s'exprime sous forme tensorielle comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \tag{II.1}$$

(j=1, 2, 3 : indice de sommation)

Pour un fluide Newtonien incompressible ($\rho = \text{cte}$), l'équation (II.1) se réduit à :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{II.2}$$

II.3.2. Equations de quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes)

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, les forces appliquées à un système sont les sources de quantité de mouvement. On distingue deux catégories de forces:

- Les forces volumiques qui proviennent des forces extérieures, comme les forces électromagnétiques, les forces de pesanteur et les forces d'Archimède.
- Les forces surfaciques qui sont définies par le tenseur des contraintes.

Le taux temporaire de changement de quantité de mouvement d'une particule fluide est égal à la somme des forces extérieures sur cette particule. L'équation de la dynamique sous forme tensorielle s'écrit alors comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial (\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \tag{II.3}$$

Où :

$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i)$: représente le taux de variation de la quantité de mouvement.

$\frac{\partial (\rho u_j u_i)}{\partial x_j}$: représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction i, par mouvement du fluide.

$\frac{\partial P}{\partial x_i}$: représente les forces dues à la pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$: représente les forces nettes de viscosité.

F_i : Représente les forces volumiques suivant la direction i.

L'exemple le plus courant des forces volumiques est celui de la pesanteur, pour laquelle $\vec{F} = \rho \cdot \vec{g}$.

II.3.3. Equation d'énergie

D'après le premier principe de la thermodynamique, les sources d'énergie appliquées aux systèmes sont dues :

- A la puissance des forces extérieures au domaine,
- Au flux de chaleur fourni par le milieu extérieur à travers la surface,
- A la puissance calorifique créée à l'intérieur du domaine (sources volumiques).

La distribution de la température dans le système et le mouvement d'un fluide Newtonien incompressible sont reliés par l'équation suivante :

$$\rho \cdot C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + q + \mu \Phi \quad (\text{II.4})$$

Où :

k : la conductivité thermique

C_p : la chaleur spécifique à pression constante.

ρ : la masse volumique.

q : la génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumique)

μ : viscosité dynamique du fluide.

Φ : la dissipation visqueuse.

II.4. Hypothèses Simplificatrices Fondamentales

La modélisation du système étudié est basée sur les hypothèses suivantes :

1. L'écoulement du fluide est stationnaire, axisymétrique et bidimensionnel.
2. Le fluide considéré (l'air) est Newtonien et incompressible.
3. L'hypothèse de Boussinesq est adoptée pour cette étude ; les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes, excepté la densité qui est variable dans le terme de gravité. Cette hypothèse est très utilisée dans les études de la convection naturelle. Celle-ci reste possible tant que les écarts entre la température maximale du fluide et celle de référence ne sont pas très élevés.

- 4. La fonction de dissipation visqueuse, reliée à la dégradation de l'énergie cinétique en chaleur, du fait du frottement visqueux au sein du fluide caloporteur, est négligeable.
- 5. Pas de source interne de génération d'énergie dans le fluide caloporteur.

II.5. Approximation de Boussinesq

Dans notre étude, pour les forces de volume, on ne tient compte que de la résultante des forces externes qui est limitée aux forces gravitationnelles de sorte que l'influence de la convection naturelle provoquée par des gradients de la température soit évidente. De plus, les écarts de température sont souvent faibles devant une température absolue de référence. De ce fait, il est encore possible de simplifier les équations de quantités de mouvement, ce qui conduit à l'approximation de *Boussinesq* :

La variation de la masse volumique en fonction de la température est linéaire,

$$\rho = \rho_0 - \rho_0 \cdot \beta \cdot (T - T_0)$$

Dons, on peut écrire :

$$P = p + \rho_0 \cdot g \cdot z$$

Sachant que : $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P$ est le coefficient de dilatation à pression constante.

T_0 : la température de référence.

ρ_0 : la masse volumique à T_0 .

L'équation (II.3) s'écrit alors ;

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u}_i) + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} \right) = \rho \cdot \vec{g} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \tag{II.5}$$

$$\rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \left(\frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u}_i) + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} \right) = -\rho_0 \beta (T - T_0) \vec{g} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \tag{II.6}$$

Dans la décomposition $\rho = \rho_0 - \rho_0 \cdot \beta \cdot (T - T_0)$; le premier terme ρ_0 ne contribue pas au mouvement il est simplement pris en compte dans le terme de pression motrice par $P = p + \rho_0 \cdot g \cdot z$. Le deuxième terme est le moteur du mouvement et doit bien sûr être gardé dans les équations de Navier-Stokes.

Par contre, la décomposition de ρ ne fait que modifier légèrement le terme d'inertie par rapport à $\rho_0 \cdot \frac{d\vec{u}}{dt}$ et on peut faire l'approximation :

Si : $\beta \cdot (T - T_0) \ll 1$, $\rho \cdot \frac{d\vec{u}}{dt} \approx \rho_0 \cdot \frac{d\vec{u}}{dt}$, le terme $\beta \cdot (T - T_0) \cdot \rho_0 \cdot \frac{d\vec{u}}{dt}$ étant d'un ordre de grandeur inférieur.

Finalement, on retiendra l'équation suivante :

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{\text{grad} p} - \beta \cdot (T - T_0) \cdot \vec{g} + \nu \cdot \Delta \vec{u} \quad (\text{II.7})$$

Avec : $P = p + \rho_0 \cdot g \cdot z$ la pression motrice

II.6. Equations Représentatives du Problème Etudié :

En se plaçant dans le cadre de ces hypothèses, les équations en coordonnées cylindriques s'écrivent comme suit:

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (\text{II.8})$$

- **Equations de quantité de mouvement**

Suivant (oz) :

$$u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right] + g \beta (T - T_0) \cdot \sin \alpha \quad (\text{II.9})$$

Suivant (or) :

$$u \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left[\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right] - \frac{2.v.v}{r^2} + g\beta(T - T_0). \cos\alpha \quad (\text{II.10})$$

• **Equation d'énergie pour le fluide**

$$u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial r} = a_f \left[\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] \quad (\text{II.11})$$

$a_f = \frac{k_f}{\rho C_p}$ représente la diffusivité thermique du fluide

• **Equation d'énergie dans la paroi de la conduite**

$$a_p \left[\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right] = 0 \quad (\text{II.12})$$

$a_p = \frac{k_p}{\rho C_p}$ représente la diffusivité thermique de la paroi

II.7. Conditions aux Limites

Puisque l'écoulement est axisymétrique, nous pouvons adopter les conditions aux limites suivantes :

-Pour $z = 0$, et $0 < r < (R_o - \delta)$ (l'entrée) :

$$u(r) = 2. u_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \right), T = T_o, v = 0,$$

- Pour $z = L$, et $0 < r < (R_o - \delta)$ (la sortie) :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0, p = 0$$

- Pour $r = 0$, et $0 < z < L$ (l'axe de symétrie) :

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0, v = 0$$

- Pour $r = R_o - \delta$ et $0 < z < L$ (la paroi interne du tube) :

$$u = 0, v = 0,$$

-Pour $r = R_0$ et $0 < z < L$ (la paroi externe du tube) :

$$q_p = k_p \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_0}$$

II.8. Les Equations Adimensionnelles:

Introduisons les grandeurs adimensionnelles qui permettent d'une part, d'écrire les équations avec un minimum de paramètres et d'autre part, de conférer une certaine généralité aux résultats numériques.

Donc, les variables adimensionnelles introduites dans les équations différentielles sont :

$$U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad Z = \frac{z}{d}, \quad R = \frac{r}{d}, \quad \Theta = \frac{(T - T_0)}{q_p \left(\frac{d}{k_f} \right)}, \quad P = \frac{p}{\rho_0 \cdot u_0^2}.$$

En introduisant ces variables adimensionnelles dans les équations de conservation, les équations gouvernantes adimensionnelles deviennent comme suit :

•Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} = 0 \tag{II.13}$$

•Equations de quantité de mouvement

✓ Suivant (OZ) :

$$\left[U \frac{\partial U}{\partial Z} + V \frac{\partial U}{\partial R} \right] = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right] + \frac{Gr_{qp}}{Re^2} \cdot \theta \cdot \sin \alpha \tag{II.14}$$

✓ Suivant (OR) :

$$\left[U \frac{\partial V}{\partial Z} + V \frac{\partial V}{\partial R} \right] = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} \right] - \frac{V}{(Re \cdot R^2)} + \frac{Gr_{qp}}{Re^2} \cdot \theta \cdot \cos \alpha \tag{II.15}$$

Sachant que : $Re = \frac{u_0 d}{\nu}$ est le nombre de Reynolds.

$Gr_{qp} = \frac{g \cdot \beta \cdot q_p d^4}{\nu^2 k_f}$ est le nombre de Grashof,

g : l'accélération de la pesanteur.

β : le coefficient d'expansion .

ν : la viscosité cinématique.

Notons que dans les équations II.14 et II.15, il apparaît un terme adimensionnel Gr_{qp}/Re^2 qui est le nombre de Richardson Ri. Ce nombre mesure l'importance de la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

•Equation d'énergie dans le fluide

$$\left[U \frac{\partial \theta}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta}{\partial R} \right] = \frac{1}{Pe} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} \right] \quad (II.16)$$

•Equation d'énergie dans la paroi de la conduite

$$\frac{A}{Pe} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} \right] = 0 \quad (II.17)$$

$Pe = Re \cdot Pr = \frac{\rho \cdot C_p \cdot u_0 \cdot d}{k_p}$ le nombre de pecllet

$Pr = \frac{\nu}{a_f}$ le nombre de Prandtl.

$A = \frac{a_p}{a_f}$ représente le rapport des diffusivités paroi/fluide.

II.9. La Forme Adimensionnelle des Conditions aux Limites

- A l'entrée de tube ($Z=0, 0 \leq R \leq 0.4$) :

$$U(R) = 2 \cdot (1 - (2 \cdot R)^2), V = 0, \theta = 0$$
- Sur l'axe de symétrie ($R=0, Z$) :

$$\frac{\partial U}{\partial R} = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0,$$
- A la sortie de tube ($Z=L/d=3, 0 \leq R \leq 0.4$) :

$$\frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\partial V}{\partial Z} = \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0, P = 0$$
- Sur la paroi interne du tube ($R=0.4, Z$) :

$$U = V = 0$$
- Sur la paroi externe du tube ($R=0.5, Z$) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{K} \quad \text{tel que} \quad K = \frac{k_p}{k_f}$$

II.10. La Forme Générale des Equations de Conservation :

Le système adimensionnel des équations de (II.13) à (II.17) peut s'écrire sous la forme conservative suivante :

$$\frac{\partial}{\partial R} (R \cdot U \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial Z} (R \cdot V \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial R} \left(R \cdot \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(R \cdot \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) + R \cdot S_\phi \quad (\text{II.18})$$

Il faut noter que les mêmes équations sont utilisées dans la région occupée par le fluide et dans la paroi solide. Afin de s'assurer que les vitesses dans le solide soient nulles, les coefficients de diffusion de la quantité du mouvement Γ dans le solide doivent tendre à l'infini [Patankar(1980)]. Les différents paramètres ϕ, Γ_ϕ et S_ϕ , de l'équation (II.18) pour le cas du fluide et du solide sont présentés dans le Tableau (II.1).

Tableau II.1 : Les expressions de la variable ϕ , les coefficients de diffusion Γ_ϕ et la source S_ϕ , utilisés dans les équations de conservation.

Système d'équation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Equation de continuité	1	0	0
Equation de quantité de mouvement suivant (OZ)	U	$\frac{1}{Re}$ (pour le fluide) 10^{30} (pour le solide)	$-\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{Gr_{q_p}}{Re^2} \cdot \theta \cdot \sin \alpha$
Equation de quantité de mouvement suivant (OR)	V	$\frac{1}{Re}$ (pour le fluide) 10^{30} (pour le solide)	$-\frac{\partial P}{\partial R} - \frac{V}{(R^2 \cdot Re)} + \frac{Gr_{q_p}}{Re^2} \cdot \theta \cdot \cos \alpha$
Equation d'énergie pour le fluide	θ	$\frac{1}{Pe}$	0
Equation d'énergie dans la paroi	θ	$\frac{A}{Pe}$	0

II.11. Calcul du Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est un paramètre adimensionnel qui exprime physiquement le rapport entre le flux de chaleur échangé par convection entre l'interface paroi-fluide et le fluide considéré, au flux de chaleur transmis par conduction au niveau de cette interface. L'expression du nombre de Nusselt est donnée par la relation suivante :

$$Nu(Z) = \frac{\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{0.4}}{\theta_P - \theta_m} \tag{II.19}$$

Sachant que :

θ_P : La température adimensionnelle de la paroi

θ_f : La température adimensionnelle du fluide

θ_m : La température adimensionnelle du mélange

$$\theta_m = \frac{\int_0^{0.4} U \cdot \theta \cdot R \cdot dR}{\int_0^{0.4} U \cdot R \cdot dR} \tag{II.20}$$

Nous avons utilisé la méthode des trapèzes pour calculer les deux intégrales :

$$\int_0^{0.4} U \cdot \theta \cdot R \cdot dR \quad \text{et} \quad \int_0^{0.4} U \cdot R \cdot dR.$$

II.12. Calcul des Contraintes Pariétales

L'expression de la contrainte pariétale à la paroi sous la forme adimensionnelle est donnée par la relation suivante :

$$\tau = \frac{\tau_p}{\mu \cdot \frac{u_0}{d}} = \left. \frac{\partial U}{\partial R} \right)_{R=0.4} \quad (\text{II.21})$$

$$\text{Avec : } \tau_p = \mu \cdot \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=R_0-\delta}$$

II.13. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle physique considéré ainsi que les équations qui régissent le phénomène de la convection naturelle et mixte en régime laminaire et stationnaire dans une conduite inclinée et épaisse avec des conditions aux limites thermiques et dynamiques adaptées à notre problème.

Nous avons développé les équations dynamiques et thermiques qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides, ainsi que les conditions aux limites associées à notre configuration pour modéliser numériquement le problème. La méthode des volumes finis a été choisie pour la discrétisation des équations gouvernantes. Les questions relatives à la technique de résolution, ainsi que le choix du maillage seront abordés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

Méthode Numérique

III.1. Introduction

Depuis des années, le développement des ordinateurs a encouragé les scientifiques à résoudre des problèmes de plus en plus complexes pour lesquels des solutions analytiques ne peuvent être trouvées. Ce type de problème est généralement modélisé par des équations aux dérivées partielles non linéaires. Pour obtenir une solution numérique, ces problèmes doivent être discrétisés en transformant les équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéarisées par une méthode de discrétisation avant de les résoudre par des méthodes directes ou itératives. Les trois grandes méthodes de discrétisation utilisées dans les codes de calcul sont : les volumes finis, les différences finies et les éléments finis.

La méthode des volumes finis, choisie pour notre étude, a été développée par **Patankar [9]**. Sa grande simplicité de mise en œuvre a fait qu'elle a connu un essor rapide depuis les années 1970-1980, elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs (Fluent, CFD,...). L'avantage déterminant des volumes finis par rapport aux autres méthodes est qu'ils sont conservatifs ; tout ce qui sort d'un volume de contrôle entre dans un autre.

III.2. Principe de la Méthode des Volumes Finis

Le principe de cette méthode est de subdiviser le domaine de calcul en un nombre fini de sous-domaines élémentaires jointifs, appelés volumes de contrôle puis, intégrer les équations aux dérivées partielles décrites au chapitre précédent sur chaque volume de contrôle. Ce dernier englobe un nœud dit "nœud principal", comme indiqué dans la figure III.1. Ceci nous conduit à l'obtention d'une équation algébrique simple appelée « équation discrétisée » qui est propre à chaque nœud du domaine. Donc, si celui-ci est constitué de n -nœuds, on aurait n -équations algébriques à résoudre, il y a donc, autant de nœuds que de volumes de contrôle d'où la performance de la méthode des volumes finis comparativement aux autres méthodes. La dernière étape de cette méthode est la résolution

du système d'équations obtenu par l'une des méthodes de résolution des équations algébriques linéaires.

III.3. Maillage

Le domaine physique est divisé dans les deux directions R et Z en un nombre fini de volumes de contrôle, et au milieu de chaque volume, on considère un nœud principal P (voir figure III.1). Les points E, W, N, S sont les centres des volumes de contrôle adjacents respectivement à l'est, ouest, nord et sud de celui contenant P. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points e et w dans la direction R, n et s dans la direction Z.

Les quantités scalaires : pression, température sont stockées au centre du volume de contrôle. Par contre, les composantes radiale V et axiale U de la vitesse sont localisées respectivement aux faces e et n du volume de contrôle.

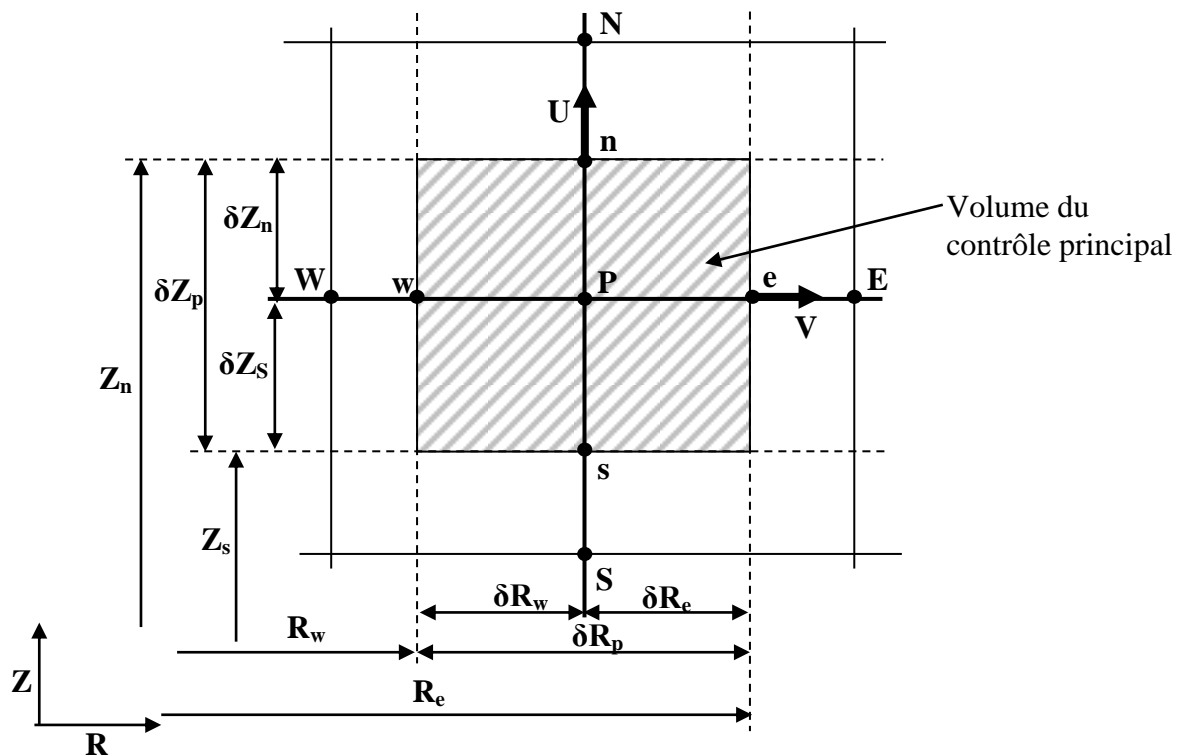
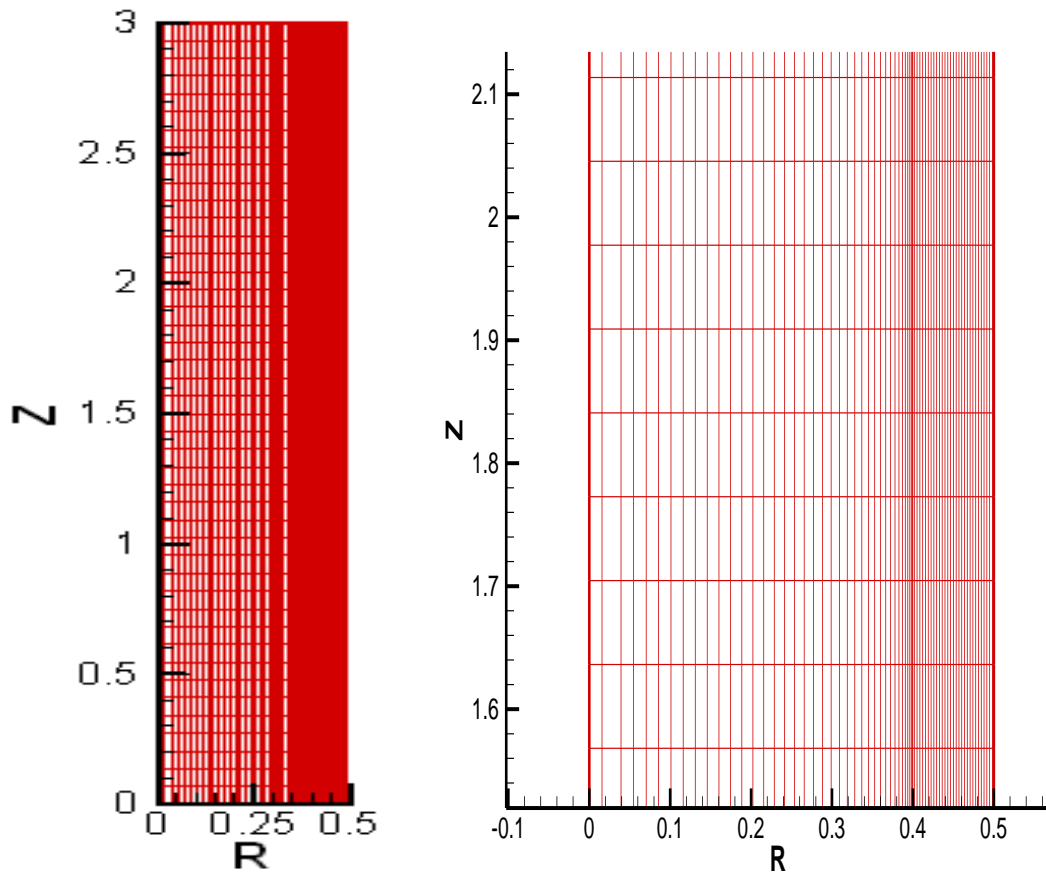


Figure III.1 : Volume de contrôle principal bidimensionnel

Nous avons opté pour un maillage uniforme dans la paroi du tube (la zone solide) suivant la direction radiale avec un nombre de nœuds $NIM=30$ ($41 \leq I \leq 70$) comme, il est indiqué dans la figure III.3.



Agrandissement du maillage

Figure III.3 : Le maillage du domaine de calcul.

