



**Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd**  
**Faculté de Technologie**  
**Département d'Electronique**



**Thèse**

**Laboratoire d'Automatique Avancée et d'Analyse des Systèmes (LAAAS)**  
**Département d'électronique, université Batna-2**

**Présentée pour l'obtention du diplôme de :**

**DOCTORAT 3ème cycle LMD**

**Spécialité : Électronique**

**Option : Electronique médicale**

Sous le Thème :

**Etude comparative et contribution aux méthodes  
d'estimation et d'élimination de la ligne de base des  
signaux électrocardiogrammes ECGs**

Présentée par :

**TINOUNA Asma**

Devant le jury composé de :

M. AISSI Salim	MCA Université de Batna 2	Président
M. CHAFAA Kheirdine	Prof. Université de Batna 2	Rapporteur
M. BENZID Redha	Prof. Université de Batna 2	Co Rapporteur
M. MESSAOUDI Abdelhamid	MCA Université de Biskra	Examineur
M. TOUBA Mostefa Mohamed	MCA Université de Biskra	Examineur

**2022**

# *Résumé*

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse touchent essentiellement le débruitage des signaux physiologiques et spécialement les signaux électrocardiogrammes ECGs. L'ensemble des travaux peut être divisé en trois parties principales : 1/ Modélisation du signal ECG, où un modèle dynamique a été utilisé dans le but de générer un signal électrocardiogramme (ECG) synthétique. 2/ Une étude comparative est effectuée pour la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG en utilisant des signaux ECG synthétiques et réels, différentes méthodes ont été utilisées : le filtre FIR, le filtre IIR, le filtre moyennneur, le filtre médian, la transformation discrète en ondelettes (DWT) et la transformation discrète en cosinus (DCT) pour éliminer ce bruit, 3/ Débruitage des signaux ECGs où deux types de bruits ont été considérés: les bruits blancs gaussiens et les bruits physiologiques. Pour cette fin a été proposée une technique à base des outils conventionnels de traitement du signal numérique comme le filtre médian, le filtre moyennneur, la détection des pics R et l'estimation statistique.

**Mots clés :** Signaux ECG, Débruitage des signaux ECGs, Modélisation des signaux ECGs, filtre FIR, filtre IIR, filtre médian, filtre moyennneur, détection des pics R, estimation statistique, transformée en cosinus discrète (DCT), transformation discrète en ondelettes (DWT).

## Abstract

The research work presented in this thesis mainly concerns the denoising of physiological signals and especially electrocardiogram ECGs signals. The work can be divided into three main parts: 1/ ECG signal modeling, where the dynamic model was used to generate a synthetic electrocardiogram (ECG) signal. 2/ A comparative study is carried out to remove the baseline wander from the ECG signal using synthetic and real ECG signals, different methods were used: FIR filter, IIR filter, Median filter, Moving average filter, Discret wavelet transform(DWT) and Discrete Cosine Transform (DCT), to remove this noise. 3/ Denoising of ECG signals where two types of noise have been considered: white gaussian noises and physiological noises. For this purpose, a technique based on conventional digital signal processing tools such as the median filter, moving average filter, R-peaks detection, and statistical estimation, has been proposed.

## ملخص

يتعلق العمل البحثي المقدم في هذه الأطروحة بشكل أساسي بترشيح الإشارات الفسيولوجية وخاصة إشارات تخطيط القلب الكهربائي. ويمكن تقسيم العمل إلى ثلاثة أجزاء رئيسية :  
1- نمذجة إشارة تخطيط القلب، حيث تم استخدام النموذج الديناميكي لتوليد إشارة تخطيط القلب الكهربائي الاصطناعي. 2- يتم إجراء دراسة مقارنة لإزالة تشوه خط أساس من إشارة تخطيط كهربية القلب باستخدام إشارات تخطيط كهربية القلب الاصطناعية والحقيقية، وقد تم استخدام طرق مختلفة: مرشح IIR، مرشح FIR، متوسط المرشح، والمرشح المتوسط، وتحويل الموجة المنفصلة (DWT) وتحويل جيب التمام المنفصل (DCT) للقضاء على هذه الضوضاء. 3- ترشيح إشارات تخطيط القلب حيث تم النظر في نوعين من الضوضاء: الضوضاء الغاوسية البيضاء والضوضاء الفسيولوجية. لهذا الغرض، تم اقتراح تقنية تستند إلى أدوات معالجة الإشارات الرقمية التقليدية مثل المرشح المتوسط، ومتوسط المرشح، وكشف القمم R والتقدير الإحصائي .

# **Remerciements**

*Nous remercions ALLAH le Tout-puissant de nous avoir donnée le courage la volonté et la patience de mener à terme le présent travail.*

Les mots ne pourraient jamais exprimer suffisamment ma sincère reconnaissance, ma gratitude et mon profond respect envers mon directeur de thèse **Prof. Chafaa Kheireddine** Je tiens à le remercier du fond de mon cœur pour sa permanente disponibilité, pour sa générosité scientifique, sa clairvoyance, sa compétence, sa rigueur scientifique et pour le temps qu'il m'a dispensé pour mener à terme ma thèse. Je n'oublierai pas de souligner son côté humain qui m'a toujours reconforté et soutenu dans les moments les plus difficiles. Merci encore.

Je remercie **Prof. Benzid Redha** d'avoir co-encadré ce travail de thèse qui a consacré son temps précieux pour faciliter l'accomplissement de ce travail. Ses conseils et sa rigueur scientifique m'ont beaucoup guidé.

Je remercie **M. Aissi Salim** qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je remercie **M. Toubia Mostefa** et **M. Messaoudi Abdelhamid** pour avoir accepté de faire partie de ce jury.

Je voudrais aussi remercier ma chère collègue **Aya Boubraik** pour son aide précieuse. Elle a toujours fait tout son possible pour m'aider.

Enfin, je ne saurais terminer ce remerciement sans remercier toutes les personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de ce travail.

# ***Dédicace***

*Je dédie cette thèse*

*À mes très chers parents*, leur confiance, leur tendresse, leur amour, et leur soutien me portent et me guident tous les jours. Merci pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui,

*À mon adorable fils Amir.*

*À mon mari Azzedine* pour sa présence précieuse, sa grande patience et son soutien permanent tout au long de la réalisation de ma thèse.

*À mes sœurs et mes frères.*

*À toute ma famille sans exception.*

*À toutes mes amies.*

# Liste des Tableaux

1.1. Signaux ECG de la base de données MIT-BIH PhysioBank.....	21
2.1. Intervalles de fluctuation d'une distribution gaussienne.....	39
3.1. Paramètres du modèle ECG.....	57
4.1. Résultats de comparaison des méthodes de références.....	76
5.1. Influence de la taille des fenêtres MF et MA sur le débruitage des ondes du signal ECG.....	85
5.2. Performances de débruitage (SNR) de la méthode proposée et de la méthode basée sur les ondelettes pour plusieurs enregistrements extraits de la base de données MIT-BIH.....	95
5.3. Performances de débruitage (MSE) de la méthode proposée et de la méthode basée sur les ondelettes pour plusieurs enregistrements extraits de la base de données MIT-BIH.....	96

# Table des Figures

1.1. Emplacement de cœur.....	9
1.2. Anatomie du cœur et des vaisseaux associés. ....	10
1.3. Schéma du circuit sanguin. (La couleur bleue indique que le sang est pauvre en oxygène tandis que la couleur rouge correspond au sang chargé en oxygène). ....	11
1.4. La révolution cardiaque. ....	12
1.5. Les cinq phases du potentiel d'action et les transferts ioniques au niveau cellulaire. ....	13
1.6. Circuit nodal.....	14
1.7. Propagation et profils du potentiel d'action cardiaque. ....	15
1.8. Triangle d'Einthoven. ....	17
1.9. Dérivations unipolaires augmentées. ....	17
1.10. La position des électrodes précordiales ....	18
1.11. Signal ECG avec ses ondes et ses intervalles principaux.....	19
2.1. Visualisation du théorème de la probabilité totale.....	27
2.2. (a) Visualisation d'une variable aléatoire. (b) Exemple d'une variable aléatoire. ....	28
2.3. Fonction de répartition. ....	29
2.4. Densité de probabilité. ....	30
2.5. Représentation de la densité de probabilité d'une variable aléatoire uniforme.....	34
2.6. Variable aléatoire uniforme.....	34
2.7. Fonction de densité Gaussienne. ....	35
2.8. Courbe de densité d'une distribution gaussienne. ....	36
2.9. Variable aléatoire normale ....	37
2.10. (a) Déformation de la ligne de base (Bw), (b) Signal ECG avec la déformation de la ligne de base (Bw). ....	38
2.11. (a) Bruit de mouvement de l'électrode, (b) signal ECG avec bruit de mouvement de l'électrode. ....	39
2.12. (a) Bruit de ligne électrique (PLI), (b) Signal ECG avec le bruit de ligne électrique (PLI).....	40
2.13. (a) bruit musculaire (EMG), (b) Signal ECG contaminé par le bruit EMG. ....	41
2.14. (a) Bruit blanc gaussien (WGN), (b) Signal ECG contaminé par WGN.....	41
3.1. Comportement dynamique d'un système unidimensionnel. ....	49
3.2. Comportement dynamique d'un système bidimensionnel ....	49
3.3. Comportement dynamique en cycle limite d'un système bidimensionnel. ....	50
3.4. Quelques comportements en cycle limite.....	50

3.5. Réponse du système dans le plan de phase.....	52
3.6. Intervalle RR.....	53
3.7. Trajectoire typique produite par le modèle dynamique .....	53
3.8. Signal du modèle de l'ECG (ECG synthétique) sur une période .....	54
3.9. Signal du modèle de l'ECG synthétique sur un intervalle de temps de 5sec.....	54
3.10. Signal ECG synthétique avec sa ligne de base.....	55
3.11. Signal ECG synthétique bruité avec sa ligne de base+ un bruit blanc.....	56
4.1. Structure d'un filtre IIR.....	63
4.2. Structure du filtre FIR.....	64
4.3. Décomposition : Transformée en ondelette discrète.....	66
4.4. Reconstruction : Transformée en ondelette discrète inverse.....	67
4.5. (a) Signal ECG propre synthétique, (b) bruit BW synthétique, (c) Signal ECG bruité synthétique.....	69
4.6. Filtrage de signal ECG par le filtre FIR : (a) Signal ECG bruité, (b) Signal ECG filtré.....	70
4.7. Filtrage du signal ECG par le filtre IIR (a) Signal ECG bruité, (b) Signal ECG débruité.....	71
4.8. Filtrage de signal ECG par le filtre moyennneur : (a) Signal ECG bruité, (b) déviation de la ligne de base estimée (c) Signal ECG débruité.....	71
4.9. Filtrage de signal ECG par le filtre médian : (a) Signal ECG bruité, (b) déviation de la ligne de base estimée (c) Signal ECG débruité.....	72
4.10. Filtrage de signal ECG par le filtre DWT :(a) Signal ECG bruité (c) Signal ECG débruité.....	73
4.11. Filtrage du signal ECG par le filtre DCT : (a) Signal ECG bruité (c) Signal ECG débruité.....	73
4.12. (a) Signal ECG réel 115.dat (b) BW estimée par DCT (ligne rouge) (c) signal ECG 115.dat débruité par le filtre DCT .....	75
4.13. (a) Signal ECG réel 121.dat (b) BW estimée par DCT (ligne rouge) (c) signal ECG 121.dat débruité par le filtre DCT.....	75
5.1. Influence des filtres MAF et MF sur le signal ECG bruité.....	83
5.2. Schéma fonctionnel de la méthode proposée.....	84
5.3. Débruitage du signal ECG (changement de position des filtres MF et MAF) .....	84
5.4. Effet de troncature du MF.....	87
5.5. Effet du filtrage MF sur les pics R.....	87
5.6. Schéma interne du post-filtre.....	88
5.7. Estimation statistique du seuil (opération hors ligne).....	89
5.8. Déviation des pics R et son influence sur la sélection de TH.....	89
5.9. Déviation des pics R et son influence sur la sélection des TH.....	91
5.10. SNR de sortie moyen (dB) par rapport aux différents SNR d'entrée (dB) du signal ECG 103.dat pour les méthodes de filtrage discutées. ....	92

5.11. Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée= 5dB pour le signal ECG 103.dat .....	95
5.12. Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée=5dB pour le signal ECG 113.dat .....	97
5.13. Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée=10dB pour le signal ECG 122.dat .....	98
5.14. Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée=10dB pour le signal ECG 221.dat .....	100

# Table des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

Bibliographie de l'introduction générale.....	5
---	---

## Chapitre 1

### Physiologie du cœur humain et signal Electrocardiogramme

1.1	Introduction .....	9
1.2	Le cœur humain .....	9
1.2.1	Anatomie du cœur .....	9
1.2.2	Réseau vasculaire et circulation du sang .....	11
1.2.3	Fonctionnement cardiaque .....	12
1.2.4	Potentiel d'action .....	13
1.2.5	Propagation de l'influx électrique à l'intérieur du cœur .....	14
1.3	L'électrocardiographie .....	15
1.3.1	Système de dérivations de l'ECG.....	16
1.3.1.1	Dérivations bipolaires.....	16
1.3.1.2	Les dérivations unipolaires des membres .....	17
1.3.1.3	Les dérivations précordiales .....	17
1.4	Analyse de l'ECG (Ondes et intervalles).....	18
1.5	La base de données MIT-BIH PhysioBank .....	20
1.6	Conclusion.....	22
	Bibliographie du chapitre 1 .....	23

## Chapitre 2

### Signaux aléatoires et bruits contaminant l'ECG

2.1	Introduction.....	26
2.2	Rappel sur les probabilités .....	26
2.3	Variable aléatoire, Fonctions de répartition et de densité.....	28
2.3.1	Variable aléatoire .....	28
2.3.2	Fonction de répartition.....	28
2.3.3	Fonction de densité de probabilité (PDF) .....	29
2.4	Statistiques d'une variable aléatoire.....	30
2.4.1	L'espérance.....	30
2.4.2	La variance.....	30
2.4.3	L'écart type.....	31

2.5	Le théorème de la limite centrale .....	32
2.6	Loi de probabilité d'une variable aléatoire .....	33
2.6.1	Loi uniforme .....	33
2.6.2	Loi normale (Gaussienne).....	35
2.7	Bruit contaminant le signal ECG .....	37
2.7.1	Le bruit de contact de l'électrode (Baseline Wandre) .....	37
2.7.2	Le bruit de mouvement de l'électrode.....	38
2.7.3	Interférences de ligne électrique (PLI) .....	39
2.7.4	Bruit de l'électromyogramme (EMG) .....	40
2.7.5	Bruit blanc gaussien .....	41
2.8	Conclusion.....	42
	Bibliographie du chapitre 2 .....	43

### **Chapitre 3**

#### **Modélisation mathématique du signal ECG**

3.1	Introduction .....	46
3.2	La modélisation.....	46
3.2.1	Modèle à temps continu.....	46
3.2.2	Modèles à temps discontinu ou discret.....	47
3.2.3	Modèle linéaire .....	47
3.2.4	Modèle non linéaire.....	48
3.3	Cycles limites.....	48
3.4	Modélisation dynamique du signal électrocardiogramme .....	51
3.5	Conclusion.....	57
	Bibliographie du chapitre 3 .....	58

### **Chapitre 4**

#### **Suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG**

4.1	Introduction.....	61
4.2	Etat de l'art sur la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG.....	61
4.3	Méthodes utilisées.....	62
4.3.1	Filtres à réponse impulsionnelle infinie (IIR) .....	63
4.3.2	Filtres à réponse impulsionnelle finie (FIR) .....	64
4.3.3	Filtre moyenneur .....	64
4.3.4	Filtre médian .....	65
4.3.5	Transformée en Ondelettes .....	65
4.3.5.1	Transformée en ondelettes discrète DWT "Décomposition" .....	66

---

4.3.5.2 Transformée en ondelette discrète inverse "Reconstruction" .....	66
4.3.6 Transformée en Cosinus Discrète (DCT) .....	67
4.4 Résultats de la simulation .....	68
4.4.1 ECG synthétique.....	68
4.4.2 Signal ECG réel.....	74
4.5 Conclusion.....	76
Bibliographie du chapitre 4 .....	77

## **Chapitre 5**

### **Débruitage du signal ECG**

5.1 Introduction.....	82
5.2 Débruitage du signal ECG .....	82
5.3 Méthode Proposée .....	84
5.3.1 Disposition des filtres .....	84
5.3.2 Filtre moyennneur (MAF) .....	85
5.3.3 Filtre médian (MF).....	85
5.3.4 Restauration des pics R.....	86
5.3.4.1 Post-filtre .....	87
5.3.4.2 Estimation du seuil .....	90
5.3.5 Résultats de simulation.....	91
5.4 Conclusion.....	100
Bibliographie du chapitre 5 .....	101
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>102</b>

---

## *Liste des abréviations*

---

**ECG** : Electrocardiogramme

**PDF** : Fonction de Densité de Probabilité

**BW** : Baseline Wander

**PLI** : Power line interference

**EMG** : Electromyogramme

**WGN** : White Gaussian Noise

**FIR** : Filtres à réponse impulsionnelle finie

**IIR** : Filtres à réponse impulsionnelle infinie

**MAF** : filtre moyenneur.

**MF** : filtre médian.

**DWT** : la transformation discrète en ondelettes.

**DCT** : la transformation discrète en cosinus.

**MEM** : filtre médian moyen.

**EMD** : décomposition en modes empiriques.

**TH** : valeur de seuil

**EM** : Electrode Motion Artifact

**MA** : Muscle Artifact.

**SNR** : Signal to Noise Ration

**MSE** : Mean Square Error

**PRD** : Percent Root mean square Difference

# Introduction générale

Les maladies cardiaques sont restées la principale cause de décès au niveau mondial ces 20 dernières années. Cependant, elles représentent maintenant 16 % du total des décès, toutes causes confondues d'après l'Organisation Mondiale de la Santé (l'OMS). Pour cette raison, l'utilisation et le développement de techniques permettant d'améliorer le diagnostic et le traitement de ce type de maladies s'avèrent très importants.

L'électrocardiogramme (ECG) est la représentation graphique temporelle de l'activité électrique du cœur qui est recueillie par des électrodes disposées à la surface de la peau, cet examen cardiologique reste encore l'un des outils prédominants et le plus largement utilisé pour le diagnostic et l'analyse des arythmies cardiaques car il est rapide à mettre en place, peu coûteux et surtout non invasif. Chaque phase de l'activité électrique cardiaque produit une onde spécifique ou une onde complexe. Les ondes de base de l'ECG sont appelées alphabétiquement onde P, complexe QRS, segment ST et onde T [1]. Chaque déformation visible sur ces ondes peut être attribuée à un dysfonctionnement cardiaque ou arythmie.

Parmi les problèmes majeurs rencontrés lors du traitement et d'analyse des signaux ECG on trouve le problème du bruit (tout ce qui n'est pas l'activité musculaire du cœur) [2]. Ce dernier peut être classé fondamentalement en deux catégories :

- Les bruits de haute fréquence tels que le bruit de l'électromyogramme, le bruit d'interférence des lignes électriques (50-60) Hz, et le bruit blanc gaussien additif AWGN (c'est un bruit qui associe à tout signal ou processus aléatoire qui se produit dans la nature).
- Les bruits de basse fréquence qui sont la dérive de la ligne de base et l'artefact de mouvement.

Évidemment, tout bruit apparaissant sur le tracé de l'ECG peut compliquer l'analyse du diagnostic et de l'identification et entraîner des erreurs d'interprétation. Par exemple une trop forte variation de la ligne de base peut empêcher d'identifier une anomalie du type sur- ou sous-décalage du segment S-T. Il est donc nécessaire de comprendre et d'éliminer les effets du bruit d'un signal ECG afin d'obtenir un diagnostic pertinent de ce signal.

Pendant le développement des algorithmes de traitement (débruitage) du signal ECG, il est essentiel de les tester en utilisant des signaux de test appropriés. Pour cette raison, il y a deux approches :

- La première consiste à utiliser une grande base de données d'enregistrements ECG réels, telle que Physionet [3]. Cependant, comme ces enregistrements contiennent souvent beaucoup de bruit et d'artefacts, ils ne sont pas toujours adaptés pour tester et comparer la précision de certaines méthodes parce qu'il est difficile de mesurer comment une méthode particulière réagirait dans le cas de la même forme de signal de test mais différents niveaux ou types de bruit.
- La deuxième consiste donc à générer un signal ECG synthétique en utilisant un modèle de signal adéquat qui peut être ajusté précisément selon les besoins, y compris l'ajout éventuel de bruit, le modèle dynamique du signal ECG est le modèle le plus connu et largement utilisé [4].

Les travaux de recherche qui seront présentés dans cette thèse portent essentiellement sur deux axes :

## **1. Modélisation des signaux ECGs**

La modélisation est le processus par lequel un problème du monde réel est interprété et représenté en matière de mathématiques. Nous nous intéressons dans cette étude aux modèles mathématiques, ces derniers sont constitués d'un ensemble d'équations différentielles. Parmi les plus intéressants dans ce type de modèles on trouve le modèle dynamique du signal électrocardiogramme qui a été réalisé dans l'espace d'état [4] [5] [6] [7]. Ce modèle est basé sur la théorie des équations différentielles et plus précisément la théorie des équations différentielles chaotiques [8] [9]. Cette étape consiste donc à générer un signal ECG synthétique qui sera utilisé dans l'étape de débruitage suivante.

## **2. Débruitage des signaux ECGs**

L'opération qui nous permet d'améliorer le signal ECG s'appelle Débruitage, elle consiste à séparer l'ECG propre des artéfacts indésirables dans le but d'obtenir une très bonne visualisation de l'ECG et ainsi un diagnostic pertinent.

Au cours des dernières années, de nombreux chercheurs ont proposé des méthodes et des approches pour le débruitage de signal ECG [10, 11, 12, 13]. La transformée en ondelettes est généralement utilisée pour le débruitage du signal ECG en raison de sa capacité à caractériser les informations du domaine temps-fréquence d'un signal temporel. Yadav et al. [14] ont proposé une nouvelle méthode de la transformation en ondelettes non locales (NLWT) pour le débruitage des signaux ECG en exploitant la redondance locale et non locale présente dans le signal. Smital et al. [15] ont développé une méthode en utilisant la transformée en ondelettes stationnaire (SWT) dyadiques dans le filtre de Wiener et également dans l'estimation d'un signal sans bruit. Le nombre de niveaux de décomposition et les caractéristiques des impulsions sont les deux facteurs les plus importants considérés dans la SWT.

Une méthode basée sur les Dérivés Sparses (SD) a été présentée dans [16] où les artefacts sont réduits en modélisant le signal ECG propre comme une somme de deux signaux dont les dérivées de deuxième et troisième ordre sont respectivement séparées. Tracey and Miller [17] ont proposé d'utiliser une approche des moyennes non locales (NLM) pour débruiter les signaux ECG. Cette méthode peut fournir un débruitage efficace tout en minimisant la distorsion du signal. Lahmiri [18] dans son travail, a présenté une étude comparative de débruitage du signal ECG par seuillage d'ondelettes dans les domaines de la décomposition en mode empirique - transformée en ondelettes discrètes (EMD-DWT) et la décomposition en mode variationnel - transformée en ondelettes discrètes (VMD-DWT). Selon ses travaux, la VMD peut surpasser l'EMD dans le débruitage du signal ECG. En outre, la technique NLM a été adoptée comme modèle de référence, qui s'est récemment avérée efficace pour le débruitage des signaux ECG.

Une méthode de filtrage adaptatif a été récemment proposée pour le débruitage des signaux ECG. La méthode présentée dans [19] est basée sur deux algorithmes. Le premier est la DWT pour le débruitage, et le second est un filtre adaptatif à double seuil (ADTF). Wang et al. [20] ont présenté une méthode basée sur la décomposition de Fourier adaptative (AFD). Cette méthode repose sur l'hypothèse que l'énergie du signal ECG pur est supérieure à celle du bruit. Kumar et al. [21] ont proposé une méthode en utilisant l'EMD avec une moyenne non locale (NLM) pour l'élimination du bruit. Dans cette méthode, les bords du signal ECG sont préservés avec succès.

Notre travail a porté d'abord sur la suppression de la déformation de la ligne de base (les artefacts de mouvement et respiration du patient), en utilisant et comparant plusieurs méthodes qui sont largement utilisées pour résoudre ce problème. Les résultats obtenus nous ont permis de ramener le signal ECG sur une ligne horizontale correspondant au zéro pour permettre une comparaison des amplitudes des ondes des battements cardiaques.

Ensuite une méthode de débruitage sera proposée afin d'améliorer la qualité du signal ECG bruité en utilisant des outils statistiques et de traitement du signal numérique de base. Cette méthode se base sur la combinaison du filtre moyenneur avec le filtre médian et la détection des pics R, nous considérons à la fois les bruits blancs gaussiens et les bruits physiologiques réels.

En fait, pour décrire le travail réalisé, le manuscrit de cette thèse est divisé en Cinq chapitres:

Le premier chapitre introduira le fonctionnement général du système cardiovasculaire, puis, de manière plus détaillée, le principe de l'électrocardiogramme (ECG). Cette présentation se limite au strict nécessaire pour une bonne compréhension de cette thèse.

Le deuxième chapitre est dédié à la présentation des principes mathématiques des probabilités et ses principales propriétés en privilégiant les aspects liés au traitement du signal dans une première partie suivie d'une présentation des différentes sources de bruit qui contamine le signal ECG.

Le chapitre trois présentera le fondement théorique pour l'aboutissement à un modèle dynamique du signal électrocardiogramme. Parmi les points qui seront traités dans ce chapitre nous trouvons les modèles des processus, systèmes chaotiques et cycles limites, modélisation dynamique continue du signal ECG et enfin, sa discrétisation.

Le chapitre quatre sera réservé à l'étape de la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG qui est très importante pour l'étape future de débruitage du signal ECG.

Le cinquième chapitre abordera un nouvel algorithme pour le débruitage du signal ECG. Cet algorithme est basé sur des outils statistiques et des filtres de traitement du signal numérique de base comme le filtre médian (MF) et le filtre moyenneur (MAF).

Et en fin, on termine ce manuscrit avec une conclusion générale.

## Bibliographie

- [1] M. Lacombe, Le Lacombe - Précis d'anatomie et de Physiologie Humaines : Texte + Atlas - La Référence Incontournable En Anatomie, LAMARRE, EDITION, 2019.
- [2] G. D. Clifford, F. Azuaje, and P. Mesharry, ECG statistics, noise artifacts and missing data. In *Advanced Methods and Tools for ECG Data Analysis*; Artech. House Inc: London, UK, 2006.
- [3] <http://www.physionet.org/physiobank/database/nsrdb/>
- [4] P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko and L. A. Smith, A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals, *IEEE transactions on biomedical engineering*, Vol. 50, No. 3, pp. 289-294, 2003.
- [5] O. Sayadi, M. B. Chamsollahi, and G. D. Clifford, Synthetic ECG generation and Bayesian filtering using a Gaussian wave-based dynamical model, *Physiological measurements*, IOP publishing, Vol. 31, pp. 1309-1329, 2010.
- [6] R. Sameni, M. B. Shamsollahi, and C. Jutten, Mode-based Bayesian filtering of cardiac contaminant from biomedical recordings, *Physiological measurements*, IOP publishing, Vol. 29, pp. 595-613, 2008.
- [7] K. Chafaa, M. A. Wali, and M. Ghanai, ECG denoising using extended Kalman filter, *International conference on computer applications technology*, IEEE, ICCAT', 2013.
- [8] H. Nagashima and Y. Boba, *Introduction to chaos, physics and mathematics of chaotic phenomena*, Institute of physics publishing, 1999.
- [9] P. Cvitanovic & R. Artuso, *Classical and quantum chaos*, Springer, 2002.
- [10] A. K. Bhoi, K. S. Sherpa, B. Khandelwal, Comparative Analysis of Filters for Cancellation of Power-line-interference of ECG Signal, *Int J Bioautomation*, Vol. 23, No. 3, pp. 259-282, 2019.

- [11] I. Dotsinsky, T. Stoyanov, Continuously Tested and Used QRS Detection Algorithm: Free Access to the MATLAB Code, *Int J Bioautomation*, Vol. 23, No. 3, pp. 283-292, 2019.
- [12] S. R. Razavi, M. H. D. Mohammadi, R-peak Detection in Electrocardiogram Signals Using Continuous Wavelet Transform, *Int J Bioautomation*, Vol. 21, No. 2, pp. 165-178, 2017.
- [13] N. Tulyakova, Locally-adaptive Myriad Filters for Processing ECG Signals in Real Time, *Int J Bioautomation*, Vol 21, No. 1, pp. 5-18, 2017.
- [14] S. K. Yadav, R. Sinha, and P. K. Bora, Electrocardiogram Signal Denoising Using Nonlocal Wavelet Transform Domain Filtering, *IET Signal Processing*, Vol 9, No. 1, pp. 88-96, 2015.
- [15] L. Smital, M. Vitek, J. Kozumplik, and I. Provaznik, Adaptive Wavelet Wiener Filtering of ECG Signals. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 60, No. 2, pp. 437-445, 2013.
- [16] X. Ning, I. W. Selesnick, ECG Enhancement and QRS Detection Based on Sparse Derivatives, *Biomedical Signal Processing and Control*, Vol 8, No 6, pp. 713-723, 2013.
- [17] B. H. Tracey, E. L. Miller, Nonlocal Means Denoising of ECG Signals, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 59, No. 9, pp. 2383-2386, 2012.
- [18] S. Lahmiri, Comparative Study of ECG Signal Denoising by Wavelet Thresholding in Empirical and Variational Mode Decomposition Domains, *Healthcare Technology Letters*, Vol. 1, No. 3, pp. 104-109, 2014.
- [19] W. Jenkal, R. Latif, A. Toumanari, A. Dliou, O. El B'charri, and F. M. Maoulainine, An Efficient Algorithm of ECG Signal Denoising Using the Adaptive Dual Threshold Filter and the Discrete Wavelet Transform, *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, Vol. 36 No. 3, pp. 499-508, 2016.

- [20] Wang Z., F. Wan, C. M. Wong, and L. Zhang, Adaptive Fourier Decomposition Based ECG Denoising, *Computers in Biology and Medicine*, Vol 77, pp. 195-205, 2016.
- [21] S. Kumar, D. Panigrahy, P. K. Sahu, Denoising of Electrocardiogram (ECG) Signal by Using Empirical Mode Decomposition (EMD) with Non-local Mean (NLM) Technique, *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, Vol. 38, No. 2, pp. 297-312, 2018.

# **Chapitre 1**

Physiologie du cœur humain  
et signal Electrocardiogramme

## 1.1 Introduction

Le système cardio-vasculaire assure la circulation du sang qui permet les échanges respiratoires et nutritifs indispensables à la vie. La circulation proprement dite est assurée par le cœur qui a le rôle de pomper et distribuer le sang [1].

Cette première partie de la thèse présente des notions générales d'anatomie et d'électrophysiologie du cœur. Elle décrit le fonctionnement du cœur et du système vasculaire, ses principales fonctions et ses composantes principales. Les caractéristiques du cycle cardiaque ainsi que le processus de propagation cardiaque. L'accent sera mis ensuite sur l'électrocardiogramme (ECG) : sa genèse, le principe d'enregistrements.

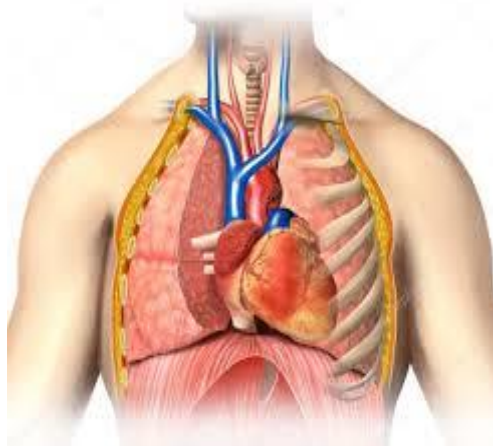
Enfin, nous présenterons brièvement quelques notions de physiologie qui nous seront utiles pour la compréhension du travail présenté dans cette thèse.

## 1.2 Le cœur humain

### 1.2.1 Anatomie du cœur

Le cœur est un muscle strié creux, qui par sa contraction rythmique, assure la circulation du sang à l'intérieur des vaisseaux. Dans le corps humain, le cœur se situe dans le thorax, entre les deux poumons, au-dessus du diaphragme sur lequel il repose ; il occupe la une loge cellulaire appelée médiastin antérieur [1].

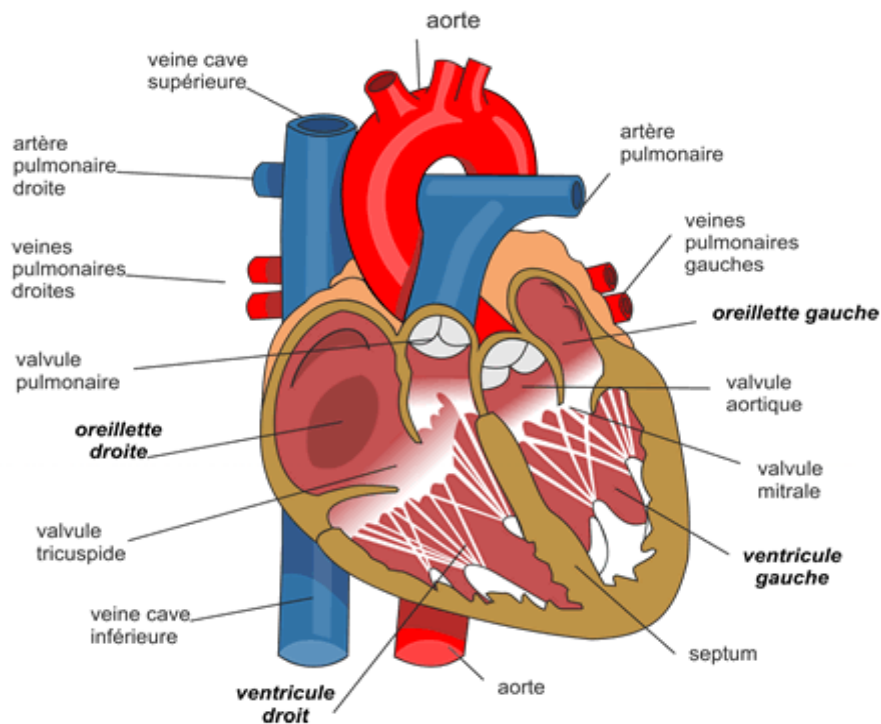
Il a la forme d'une pyramide triangulaire dont le grand axe presque horizontal est dirigé obliquement en avant à gauche et en bas, dont la base est en arrière et à droite, la pointe libre est tournée en avant et à gauche (comme l'illustre la Figure 1.1). Il pèse environ 270 g chez l'adulte [1][2].



**Figure 1.1.** Emplacement de cœur.

On peut le décomposer en quatre chambres (Figure 1.2) : les oreillettes (ou atria) en haut, et les ventricules en bas. Une cloison musculaire épaisse, le septum divise le cœur en deux parties droite et gauche. Chaque partie, est composée de deux cavités : l'oreillette et le ventricule, reliés entre eux par une valve qui assure, à l'état normal, un passage unidirectionnel du sang. Pour la cavité de droite, cette valve d'admission est la valve tricuspide ; pour la cavité de gauche c'est la valve mitrale. Il existe aussi des valves d'échappement qui assurent la communication entre le ventricule droit et l'artère pulmonaire (valve pulmonaire), ainsi qu'entre le ventricule gauche et l'artère aortique (valve aortique). À l'état normal, ces valves d'admission et d'échappement empêchent le sang de refluer et ne peuvent être ouvertes en même temps [2].

La paroi cardiaque est constituée par un tissu musculaire, appelé le myocarde, qui est composé de cellules musculaires cardiaques spécialisées, les cardiomyocytes, qui ne ressemblent à aucune cellule musculaire du corps humain. Leur particularité est qu'elles sont intétanisables, ce qui signifie qu'elles sont incapables de contraction prolongée. De plus ces cellules sont excitables, automatiques et indépendantes, conductrices et contractiles. Les tissus annexes du myocarde sont l'endocarde, qui le tapisse à l'intérieur, et le péricarde, qui l'entoure à l'extérieur [3].



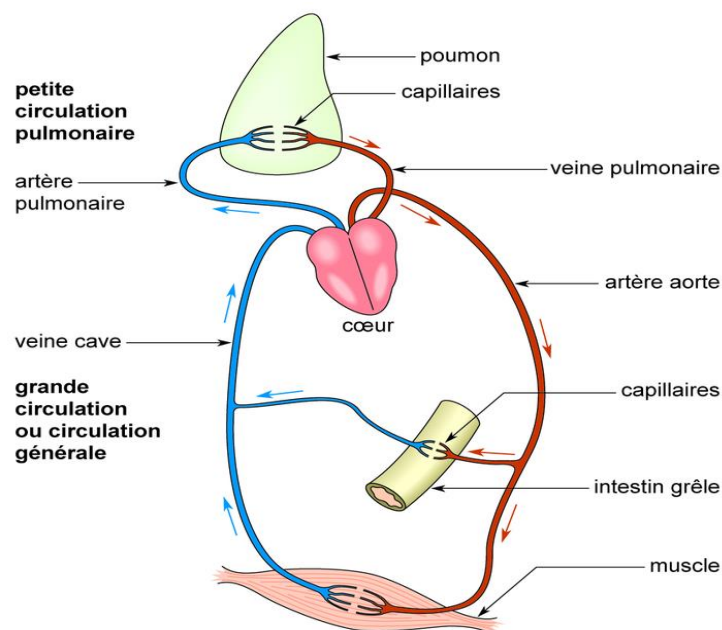
**Figure 1.2.** Anatomie du cœur et des vaisseaux associés.

## 1.2.2 Réseau vasculaire et circulation du sang

Le circuit sanguin est décrit sur la Figure (1.3). Les veines acheminent le sang au cœur et les artères le conduisent hors du cœur [4]. Le cœur propulse le sang grâce aux contractions de son tissu musculaire appelé myocarde. A chaque battement, le myocarde suit la même séquence de mouvement, l'oreillette droite reçoit le sang périphérique par les deux veines caves, l'oreillette gauche celui des poumons par les quatre veines pulmonaires. Le ventricule gauche propulse le sang riche O<sub>2</sub> (hématosé) dans l'aorte. Le ventricule droit propulse le sang veineux (riche en CO<sub>2</sub>) dans l'artère pulmonaire [5] [6].

On peut diviser la circulation sanguine en deux parties :

- **Grande circulation** : (ou circulation systémique) permet depuis le ventricule gauche, la circulation du sang hématosé par l'aorte et ses multiples arborisations jusqu'au tissus. Le circuit se poursuit par les capillaires. Le réseau veineux ramène ensuite le sang appauvri en O<sub>2</sub> au niveau des veines caves qui débouchent dans l'oreillette droite [7].
- **Petite circulation** : (ou circulation pulmonaire) au départ du ventricule droit, l'artère pulmonaire et ses branches se divisent en capillaires pulmonaires (ramification) par lesquels arrive le sang veineux au niveau des alvéoles. Le sang se débarrasse alors du CO<sub>2</sub>, le sang revient ensuite au cœur dans l'oreillette gauche par les quatre veines pulmonaires et chassé dans l'aorte [7].



**Figure 1.3.** Schéma du circuit sanguin. (La couleur bleue indique que le sang est pauvre en oxygène tandis que la couleur rouge correspond au sang chargé en oxygène).

### 1.2.3 Fonctionnement cardiaque

Le fonctionnement cardiaque consiste en des alternances de contraction et de relâchement du myocarde. La fréquence des contractions cardiaques est environ 70 à 80 battements par minute [4]. L'ensemble des phénomènes dont le myocarde est le siège du début d'une contraction au début de la suivante constitue une révolution cardiaque. La révolution cardiaque comprend schématiquement trois temps successifs (Figure 1.4).

- 1<sup>er</sup> temps (**la systole auriculaire**) : C'est la contraction des oreillettes dont lequel le sang qui les remplissait est chassé dans les deux ventricules.
- 2<sup>ème</sup> temps (**la systole ventriculaire**) : C'est la contraction des ventricules. Pendant que les oreillettes se relâchent, les ventricules remplis du sang se contractent. La poussée du sang ferme les orifices auriculo-ventriculaires mitral et tricuspideen (premier bruit du cœur), empêchant le reflux du sang dans les oreillettes, et celui-ci pénètre dans l'aorte et l'artère pulmonaire [7].
- 3<sup>ème</sup> temps (**la diastole générale**) : C'est la pause des oreillettes et des ventricules, la période de repos du cœur. Pendant ce temps, le sang veineux achève la réplétion des oreillettes relâchées depuis le temps précédent, et ce remplissage prépare la révolution cardiaque suivante. Le sang qui a été propulsé dans les artères ne peut refluer dans le ventricule, car il vient buter sur les valvules sigmoïdes qui se ferment (deuxième bruit du cœur) [4] [7].

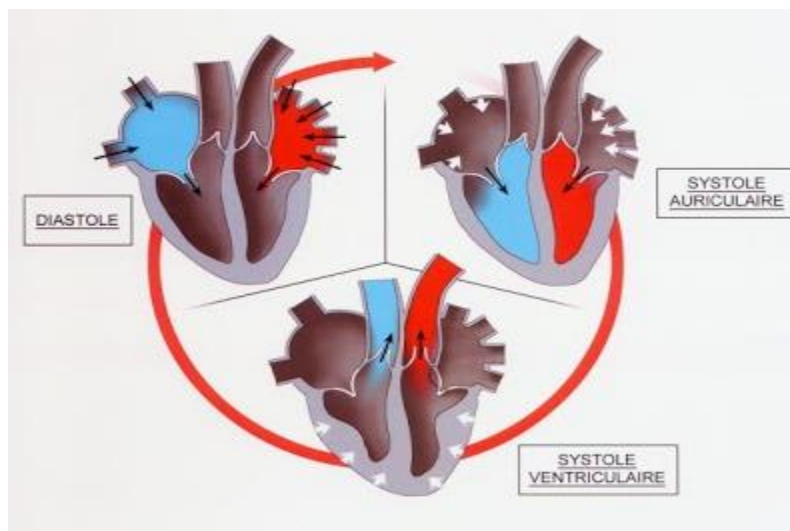
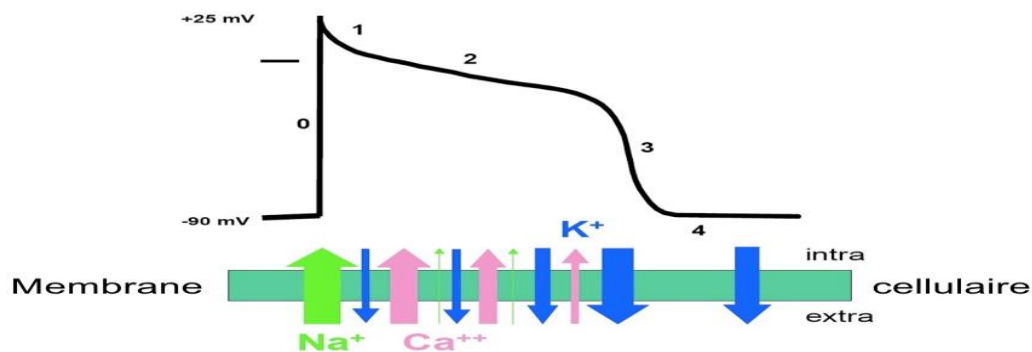


Figure 1.4. La révolution cardiaque.

### 1.2.4 Potentiel d'action

Un autre élément fondamental de la compréhension de l'électrophysiologie cardiaque est la représentation d'un potentiel d'action d'une cellule myocardique. Il s'agit du courant électrique enregistré au niveau d'une cellule cardiaque [6], qui est généré par la dépolarisation et la repolarisation, il existe cinq phases dans le potentiel d'action d'une cellule cardiaque (Figure 1.5).

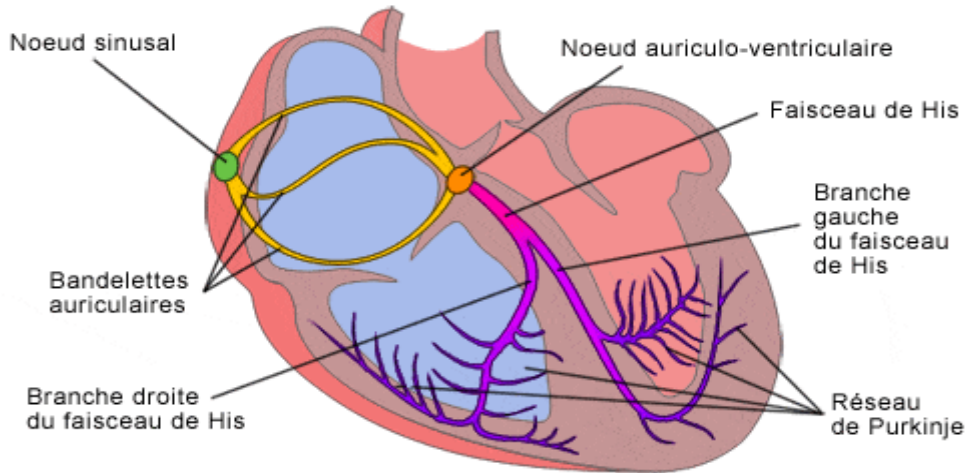
- **Phase 0 ou dépolarisation rapide** : de laquelle la pente du potentiel est maximale, après une excitation électrique au-dessus du seuil d'activation de la cellule au repos, les potentiels mesurés présentent une inversion rapide de polarité suite à l'ouverture de canaux transmembranaires permettant l'entrée d'ions  $Na^+$  à l'intérieur de la cellule [7].
- **Phase 1 ou début de la repolarisation** : qui est caractérisée par une repolarisation rapide et de courte durée, due à l'inactivation des canaux  $Na^+$  et au flux d'ions  $K^+$  de l'intérieur vers l'extérieur de la cellule.
- **Phase 2 ou plateau** : qui correspond à la phase de repolarisation lente. Le plateau est dû principalement à l'ouverture des canaux calciques, qui permettent une diffusion lente et passive d'ions  $Ca^{++}$  vers l'intérieur de la cellule, en atténuant l'influence des canaux  $K^+$ , et en diminuant ainsi la vitesse de repolarisation [7][8].
- **Phase 3 ou repolarisation rapide** : elle correspond à la phase de repolarisation finale et qui se caractérise par la fermeture des canaux ioniques spécifiques, ce qui ramène la cellule au potentiel de repos original. Durant cette phase, les ions  $K^+$  sont toujours sortants tandis que le potentiel de la cellule tend vers son seuil de repos [8].
- **Phase 4** : qui correspond au potentiel de repos, où la cellule devient plus facilement excitable [3][7][8].



**Figure 1.5.** Les cinq phases du potentiel d'action et les transferts ioniques au niveau cellulaire.

### 1.2.5 Propagation de l'influx électrique à l'intérieur du cœur

La propagation de l'activité électrique au sein du cœur est assurée par le réseau de conduction électrique présenté schématiquement sur la Figure (1.6).



**Figure 1.6.** Circuit nodal.

L'influx électrique cardiaque naît au niveau du nœud sinusal, qui se trouve à la jonction entre l'oreillette droite et l'abouchement de la veine cave supérieure. Cet influx va ensuite se propager dans les deux oreillettes, de l'oreillette droite vers l'oreillette gauche avant de se diriger vers le nœud auriculo-ventriculaire, qui se trouve dans la partie basse de la cloison interauriculaire.

A ce niveau l'influx électrique transite sans dépolariser de structure cardiaque et arrive au niveau du faisceau de His qui se trouve dans la partie haute de septum inter ventriculaire. Le faisceau de His se divise en deux branches : La Branche Droite destinée au ventricule droit et la Branche Gauche destinée au ventricule gauche. La branche gauche va se diviser en deux héli branches : l'Héli branche Antérieure Gauche et l'Héli branche Postérieur Gauche. La branche droite et les deux héli branches gauches vont se diviser dans chacun des ventricules en de nombreux petits filets nerveux pour réseau de Purkinje [2][9].

La somme des activités électriques élémentaires représentées par chacun des potentiels d'action cellulaires constitue l'activité électrique cardiaque globale. Elle est représentée, à l'échelle de l'organe entier (le cœur), par un tracé appelé électrocardiogramme ou ECG.

Le tracé de l'ECG peut renseigner sur la position du cœur, la fréquence cardiaque, la genèse et le rythme des excitations, ainsi que sur les perturbations éventuelles, mais il n'apporte aucune information directe sur la contraction, ni sur la fonction "pompe" du cœur [7] [2] [10].

L'ECG est interprété en termes d'amplitude et d'intervalles de temps reliés à des états cliniquement identifiés. Une période d'ECG est, ainsi, divisée en plusieurs intervalles et comporte des déflexions appelées ondes [10]. On distingue (voir Figure 1.7).

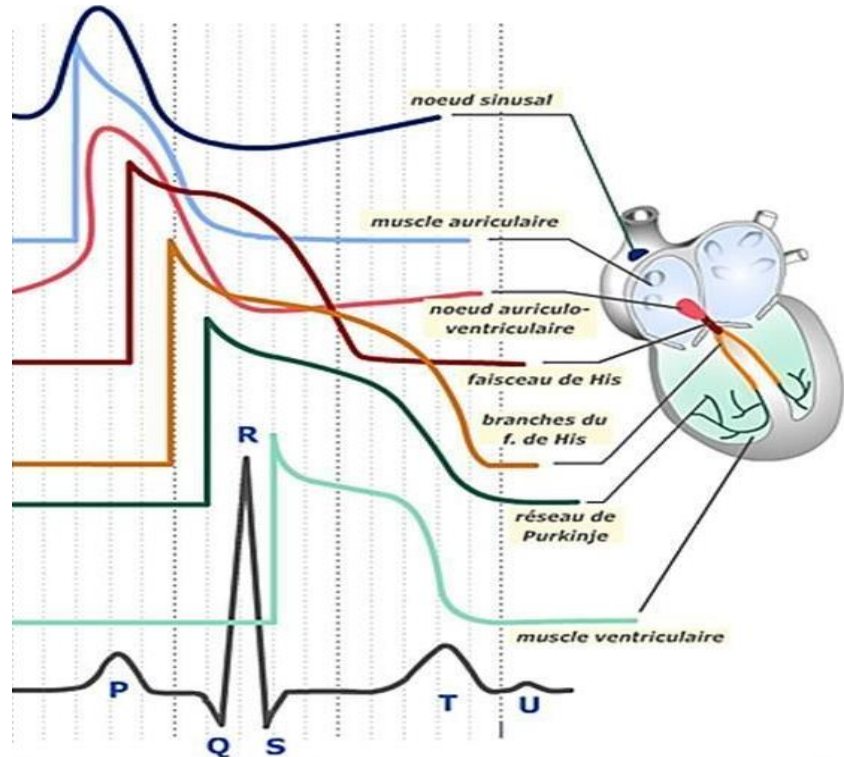


Figure 1.7. Propagation et profils du potentiel d'action cardiaque.

### 1.3 L'électrocardiographie

L'électrocardiographie est une technique relativement peu coûteuse permettant, à l'aide d'un simple examen et sans danger, de surveiller le bon fonctionnement de l'appareil cardiovasculaire.

Le corps humain est considéré comme électriquement conducteur. Par conséquent, les potentiels d'actions générés au niveau des fibres cardiaques lors de l'activité mécanique cardiaque peuvent être recueillis par des électrodes métalliques placées sur la surface de la peau. L'enregistrement graphique de cette activité électrique du cœur est appelé signal électrocardiogramme ECG [7].

Un tracé électrocardiographique correspond à la somme de tous potentiels électriques parcourant le cœur. La propagation de ces potentiels d'action au sein du cœur correspond en fait à la diffusion d'une zone de dépolarisation (positive) dans un myocarde repolarisé (négatif).

C'est l'intensité, la vitesse, et la direction moyenne du front de propagation qui sont enregistrées au cours de l'ECG. Ceci revient à enregistrer un vecteur représentant la différence de potentiel entre les deux fronts : positif et négatif.

Les positions des électrodes utilisées pour le recueil du signal ECG sont connues par dérivations électrocardiographiques [11]. L'ECG standard est enregistré sur 12 dérivations (six dérivations périphériques et six précordiales).

### 1.3.1 Système de dérivations de l'ECG

La dérivation en électrocardiographie se définit par deux points d'observation de l'activité électrique du cœur à partir desquels on mesure une différence de potentiel électrique. Généralement les appareils électrocardiographiques peuvent enregistrer plusieurs différences de potentiels en même temps selon l'emplacement et le nombre d'électrodes réparties sur le corps. Chaque mesure de ces potentiels correspond alors à une dérivation de l'ECG. L'emplacement de ces électrodes est choisi de manière à explorer la quasi-totalité du champ électrique cardiaque résultant de la contraction du myocarde [11][10].

L'ECG à 12 dérivations comprend six dérivations frontales et six précordiales. Les différentes orientations des dérivations standards permettent d'avoir une idée dans les trois plans de l'espace de l'activité électrique du cœur :

- 3 dérivations bipolaires des membres : DI, DII et DIII,
- 3 dérivations unipolaires augmentées des membres : aVR, aVL et aVF,
- 6 dérivations unipolaires précordiales : V1, V2, V3, V4, V5 et V6.

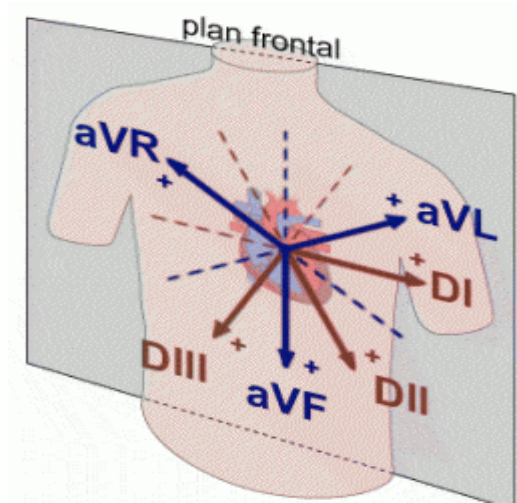
Dans les paragraphes suivants, nous présenterons les positions des électrodes correspondantes à chaque type de dérivations.

#### 1.3.1.1 Dérivations bipolaires

Les dérivations bipolaires des membres permettent d'étudier l'activité électrique du cœur sur le plan frontal. Elles ont été déterminées par Einthoven (Einthoven, 1906) au début du vingtième siècle et restent encore utilisées aujourd'hui. Ces trois dérivations sont déduites des trois électrodes posées sur les membres. Soit VL le potentiel sur le bras gauche, VR le potentiel sur le bras droit et VF le potentiel sur la jambe gauche, les trois dérivations sont :

- DI (dérivation I) dont la différence de potentiel respecte l'équation  $DI = V_L - V_R$ ,
- DII (dérivation II) avec  $DII = V_F - V_R$ ,
- DIII (dérivation III) avec  $DIII = V_F - V_L$ .

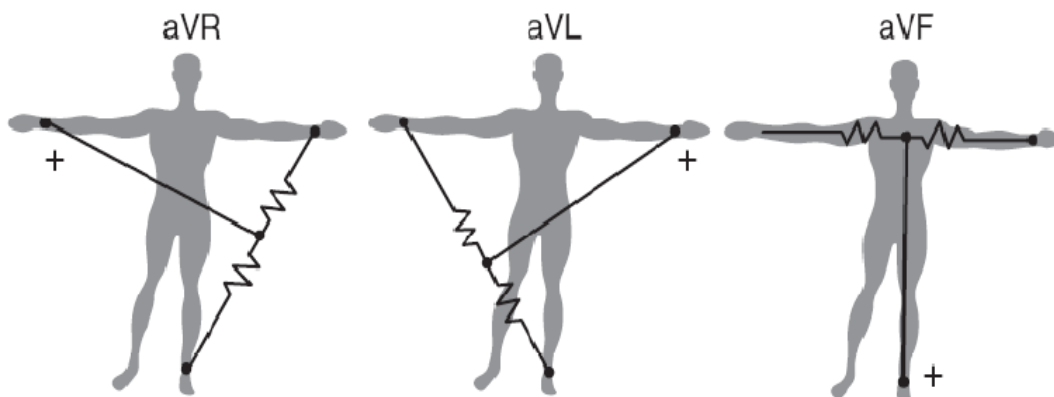
Ces trois dérivations constituent le triangle d'Einthoven et chaque dérivation est une arête du triangle [11] (voir Figure 1.8).



**Figure 1.8.** Triangle d'Einthoven.

### 1.3.1.2 Les dérivations unipolaires des membres

Les dérivations unipolaires ont été introduites initialement par Wilson en mesurant les potentiels de chaque membre du triangle d'Einthoven par rapport à une référence, appelée borne centrale de Wilson, construite en appliquant une résistance de  $5\text{ K}\Omega$  [7] aux trois électrodes des membres. Golberger a introduit plus tard le concept de dérivations unipolaires augmentées. Les dérivations unipolaires des membres sont acquises en plaçant l'électrode positive sur : le bras droit (aVR), le bras gauche (aVL) et la jambe gauche (aVF) (Figure 1.9).

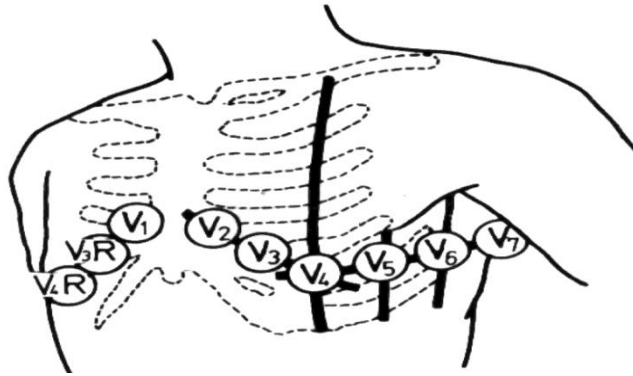


**Figure 1.9.** Dérivations unipolaires augmentées.

### 1.3.1.3 Les dérivations précordiales

Pour mesurer les potentiels proches du cœur, Wilson a introduit les dérivations du plan horizontal V1, V2, V3, V4, V5, et V6. Ces six dérivations sont localisées du côté gauche du thorax (comme illustré dans la Figure 1.10).

Les potentiels sont enregistrés à partir d'une électrode exploratrice (pôle positif) placée sur le thorax et l'électrode de référence (pôle négatif) connectée à la borne centrale de Wilson. Ce sont des dérivations rapprochées car l'électrode exploratrice est placée à faible distance des parois du ventricule droit et gauche [15].



**Figure 1.10.** La position des électrodes précordiales

Ces douze dérivations donnent naissance à douze tracés d'allures différentes. Ils se composent cependant des mêmes ondes (onde P, complexe QRS et onde T) qui représentent les séquences de dépolarisation des cellules cardiaques, responsables de la contraction mécanique des oreillettes et ventricules, et de repolarisation de ces cellules [13][15].

## 1.4 Analyse de l'ECG (Ondes et intervalles)

Le processus de dépolarisation et de repolarisation des structures myocardiques se présente dans l'ECG comme une séquence de déflexions ou ondes superposées à une ligne de potentiel zéro, appelée ligne isoélectrique ou ligne de base. Ces déflexions sont dites positives si elles sont situées au-dessus de la ligne isoélectrique, et négative si elles sont situées au-dessous de la ligne isoélectrique [13].

Pour chaque battement cardiaque l'ECG enregistre principalement trois ondes successives (voir Figure 1.11) :

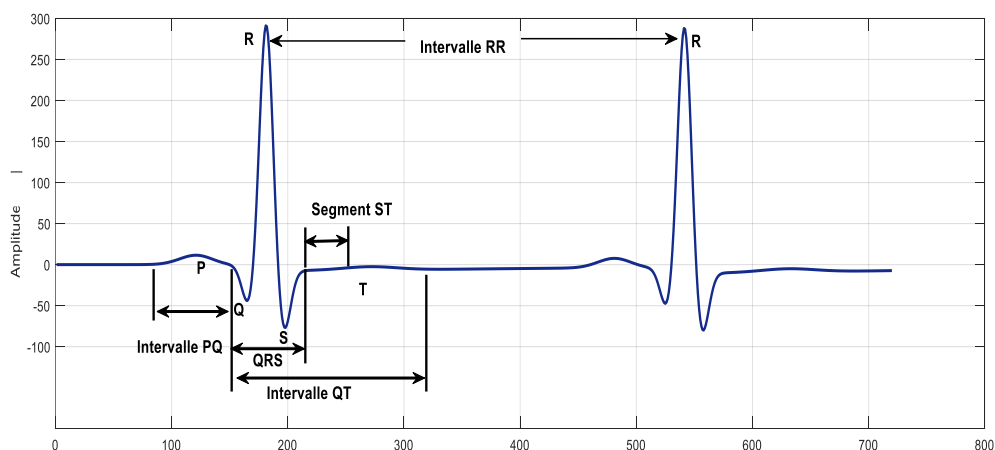
- **L'onde P**, qui représente la dépolarisation auriculaire. Cette onde peut être positive ou négative avec une durée de l'ordre de 90 [ms]. Généralement son observation est difficile, spécialement dans des conditions bruitées. Il faut noter que la repolarisation auriculaire n'est pas visible sur l'ECG car elle coïncide avec le complexe QRS d'amplitude plus importante.
- **Le complexe QRS**, qui correspond à la dépolarisation ventriculaire précédant l'effet mécanique de contraction, et qui possède la plus grande amplitude de l'ECG. Il est constitué de trois ondes consécutives : l'onde Q qui est négative, l'onde R qui est positive

dans un ECG normal, et l'onde S qui est négative. Sa durée normale est comprise entre 85 et 95 [ms].

- **L'onde T**, correspondant à la repolarisation des ventricules, qui peut être négative, positive ou bi-phasique, et qui a normalement une amplitude plus faible que le complexe QRS. Bien que la dépolarisation et la repolarisation des ventricules soient des événements opposés, l'onde T est normalement du même signe que l'onde R [14], ce qui indique que la dépolarisation et la repolarisation ne sont pas symétriques.

L'ECG est aussi caractérisé par plusieurs intervalles [12][13] (voir Figure 1.11) :

- **L'intervalle RR**, qui est délimité par les sommets de deux ondes R consécutives et d'où est évaluée la fréquence cardiaque instantanée. Cet intervalle est utilisé pour la détection des arythmies ainsi que pour l'étude de la variabilité de la fréquence cardiaque.
- **Le segment ST**, qui représente l'intervalle durant lequel les ventricules restent dans un état de dépolarisation actif. Il est défini comme la durée entre la fin de l'onde S et le début de l'onde T.
- **L'intervalle PQ**, qui représente l'intervalle de temps entre le début de la dépolarisation des oreillettes et le début de la dépolarisation ventriculaire [15]. Il représente le temps nécessaire à l'impulsion électrique pour se propager du nœud sinusal jusqu'aux ventricules, et il est mesuré entre le début de l'onde P et le début du complexe QRS.
- **L'intervalle QT**, qui représente la durée entre le début du complexe QRS et la fin de l'onde T. Cet intervalle reflète la durée de la dépolarisation et repolarisation ventriculaire.



**Figure 1.11.**Signal ECG avec ses ondes et ses intervalles principaux.

## 1.5 La base de données MIT-BIH PhysioBank

PhysioBank est une archive importante et croissante d'enregistrements numériques bien caractérisés de signaux physiologiques, de séries chronologiques et de données connexes destinés à être utilisés par la communauté de la recherche biomédicale.

Les signaux électrocardiogrammes utilisés dans notre travail ont été sélectionnés à partir de la base de données MIB-BIH PhysioBank [16] qui est une base de données des signaux ECG annotées. Cette base de données contient 48 enregistrements, chacun contenant des signaux ECG à deux canaux pour une durée de 30 minutes sélectionnés parmi des enregistrements de 24 heures de 47 personnes. Les sujets ont été prélevés parmi 25 hommes âgés de 32 à 89 ans et 22 femmes âgées de 23 à 89 ans et les enregistrements 201 et 202 provenaient du même sujet masculin. Chaque enregistrement comprend deux canaux (MLII, V5). Chaque enregistrement est échantillonné à une fréquence de 360 Hz avec une résolution de 11 bits sur une plage de 10 mV. Vingt-trois des enregistrements (numérotés dans la plage de 100 à 124) sont destinés à servir d'échantillon représentatif des enregistrements cliniques de routine et 25 enregistrements (numérotés dans la plage de 200 à 234) contiennent une variété de cas pathologiques.

La base de données contient des annotations pour les informations de chronométrage et les informations de classe de battement, il existe trois fichiers différents avec les extensions suivantes :

- Fichier (*.dat*) comprend les données digitalisées du signal ECG, deux différents signaux correspondant aux deux dérivations (MLII et V5)
- fichier (*.hea*) comporte les paramètres d'interprétation du fichier de données correspondant tels que : la fréquence d'échantillonnage, gain d'amplification, dérivations utilisées, nombre d'échantillons, pathologie,..., etc
- fichier (*.atr*) contient les emplacements des pics R du signal ECG qui ont été marqués manuellement par de nombreux cardiologues.

Les différents signaux ECG de la base de données MIT-BIH PhysioBank que nous avons utilisés dans notre travail et leurs descriptions (des notes et des statistiques décrivent le contenu de chaque enregistrement) sont présentés dans le tableau (1.1) :

**Tableau 1.1** Signaux ECG de la base de données MIT-BIH PhysioBank.

Signal	Description			
	dérivations	sexe	âge	Points d'intérêts
103.dat	MLII, V2	Homme	non enregistré	<a href="#">1:09</a> Rythme sinusal normal <a href="#">17:21</a> Rythme sinusal normal <a href="#">22:13</a> , <a href="#">23:33</a> et <a href="#">28:58</a> Bruit dans le signal inférieur
113.dat	MLII, V1	Femme	24 ans	<a href="#">4:20</a> Dérive modérée de la ligne de base <a href="#">11:48</a> Arythmie sinusale avec variation de la morphologie de l'onde P <a href="#">12:27</a> Arythmie sinusale <a href="#">29:01</a> Arythmie sinusale
115.dat	MLII, V1	Femme	39 ans	<a href="#">0:55</a> Rythme sinusal normal <a href="#">3:22</a> Arythmie sinusale <a href="#">15:52</a> bruit de la ligne de base dans le signal inférieur <a href="#">21:28</a> Bruit dans le signal inférieur <a href="#">27:05</a> Artefacts dans le signal inférieur <a href="#">28:42</a> Rythme sinusal norma
121.dat	MLII, V1	Femme	83 ans	<a href="#">1:06</a> Rythme sinusal normal <a href="#">3:33</a> Bruit dans le signal inférieur <a href="#">24:32</a> Bruit <a href="#">26:01</a> Brui
122.dat	MLII, V1	homme	51 ans	<a href="#">1:09</a> Bruit dans le signal inférieur <a href="#">13:47</a> Rythme sinusal normal
222.dat	MLII, V1	Femme	84 ans	<a href="#">6:45</a> Rythme sinusal normal <a href="#">24:43</a> Bruit

## 1.6 Conclusion

Le cœur est l'élément central du système cardiovasculaire qui permet l'alimentation en oxygène et en nutriments des organes. Il est principalement composé de quatre cavités : deux oreillettes et deux ventricules. À chaque battement, leurs contractions successives peuvent être suivies depuis l'extérieur du corps par des électrodes, collées à la surface de la peau, qui mesurent l'activité électrique des fibres musculaires cardiaques. Cet examen non invasif et rapide s'appelle l'électrocardiogramme (ECG).

L'analyse de ces enregistrements permet, à elle seule, de diagnostiquer un grand nombre de pathologies et les localiser. En effet, chaque couple de cavités (les oreillettes et les ventricules) possède sa propre signature électrique : onde P : dépolarisation auriculaire, ondes Q, R et S : dépolarisation ventriculaire, onde T : repolarisation ventriculaire. Enfin a été présentée la base de données MIT-BIH PhysioBank d'où nous avons pris les signaux sur lesquels nous avons testé nos expérimentations.

## Bibliographie

- [1] M. Lacombe, Le Lacombe - Précis d'anatomie et de Physiologie Humaines : Texte + Atlas - La Référence Incontournable En Anatomie, LAMARRE EDITION, 2019.
- [2] C. Cabrol, R. Vialle & H. Guérin, Anatomie du cœur humain, Université Paris-VI, Faculté Médecine, 2002.
- [3] A. Cabasson, Estimation et analyse des intervalles cardiaques, Thèse de doctorat en sciences, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2008.
- [4] I. M. Alfredo, Segmentation de l'Electrocardiogramme pour la Modélisation de la Dynamique du QT lors de l'exercice du handgrip, Thèse de doctorat électronique, Université de Rennes, 2008.
- [5] R. Dubois, Application des Nouvelles méthodes d'Apprentissage à la détection précoce D'anomalies en Electrocardiographie, Thèse de doctorat électronique, Université Paris 6, 2004.
- [6] P. François," Pilotage d'Algorithmes pour la Reconnaissance en ligne d'arythmies Cardiaque," Thèse de doctorat informatique, Université de Rennes 1, 2005.
- [7] S. Silbernagl, and A. Despopoulos, Atlas de poche de physiologie, 3<sup>e</sup> edition Flammarion Médecine-Sciences, 2001.
- [8] M. Ghanai, Développement d'outils de modélisation et de filtrage pour les signaux biomédicaux, thèse de doctorat en Electronique, Université de Batna, 2013
- [9] O. M. Assam, Modélisation, Débruitage, Extraction des caractéristiques et Classification des signaux électrocardiogrammes ECG, thèse de doctorat en Electronique, Université de Batna, 2018.
- [10] A. Materre, Histoire de l'électrocardiogramme : de la découverte de l'électrophysiologie à l'électrocardiographie moderne, Thèse de docteur en Médecine, Université de Limoges, 2016.

- [11] B. Khaddoumi, Analyse et modélisation d'électrocardiogramme dans le cas de pathologies ventriculaires, Thèse de doctorat en sciences, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2005.
- [12] E. Guerreschi, Contribution à l'Appréhension du Système Cardiovasculaire Modélisation et Traitement de Signaux issus de la Macrocirculation et de la Microcirculation sanguines, Thèse de doctorat en sciences, Université Nantes Angers Le Mans, 2013.
- [13] D. Tchiotsop, Modélisations polynomiales des signaux ECG Application à la compression. Thèse de doctorat en Automatique, Centre de Recherche en Automatique de Nancy 2007.
- [14] Franz M. R., Bargheer K., Rafflenbeul W., Haverich A. and Litchlen P. Monophasic action potential mapping in human subjects with normal electrocardiograms : direct evidence for the genesis of the T wave, The American Heart Association,. Vol. 75, No.2, pp. 379-386, 1987.
- [15] R. BENALI, Analyse du signal ECG par réseau adaptif d'ondelettes en vue de la reconnaissance de pathologies cardiaques, Université Abou BekrBelkaid, Tlemcen, 2013.
- [16] A. L. Goldberger, L. A. N. Amaral, L. Glass, J. M. Hausdorff, P. Ch. Ivanov, R. G. Mark, J. E. Mietus, G. B. Moody, C.-K. Peng, and H. E. Stanley. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet : Components of a new research resource for complex physiologic signals, Vol. 101, No. 23, pp. 215–220, 2000.

# **Chapitre 2**

Signaux aléatoires et bruits  
contaminant l'ECG

## 2.1 Introduction

La notion de signal aléatoire ou de processus stochastique est une notion fondamentale qui va servir à la définition de modèles pour les perturbations et les phénomènes de bruit. Ce dernier présent dans tous les environnements et peut être défini comme un signal indésirable qui interfère avec le signal souhaité et gêne la perception ou l'interprétation de ce signal.

Une variable aléatoire est un ensemble de valeurs caractérisées par une loi de probabilité. Alors pour décrire l'évolution des signaux aléatoires, on a recours à des modèles probabilistes qui s'appuient sur la théorie des probabilités et statistiques.

Le signal ECG est souvent contaminé par différents bruits pendant son acquisition et sa transmission, ce qui pourrait nuire à la fiabilité des diagnostics dans les applications cliniques et pratiques. Deux types de bruits sont principalement présents dans le signal ECG. Les bruits à haute fréquence comme le bruit de l'électromyogramme, le bruit blanc et les interférences des lignes électriques. Les bruits de basse fréquence comme par exemple le bruit de la ligne de base.

Ce chapitre sera constitué principalement de deux parties : (1) La modélisation statistique des signaux stochastiques (notion de probabilité et de variable aléatoire) (2) Une synthèse sur les bruits qui peuvent contaminer les signaux électrocardiogrammes.

## 2.2 Les probabilités

L'objectif de la théorie des probabilités est l'étude mathématique des phénomènes caractérisés par le hasard et l'incertitude. Ces phénomènes seront caractérisés par des objets mathématiques tels que les variables aléatoires, les processus stochastiques, événements ... [1] [2] [3].

La probabilité d'apparitions de l'évènement  $A$  sachant que l'évènement  $B$  a été déjà réalisé est appelée la probabilité conditionnelle, et elle est donnée par :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (2.1)$$

Deux événements  $A$  et  $B$  sont statistiquement indépendants si :

$$\begin{aligned} P(A/B) &= P(A) \\ P(B/A) &= P(B) \end{aligned} \quad (2.2)$$

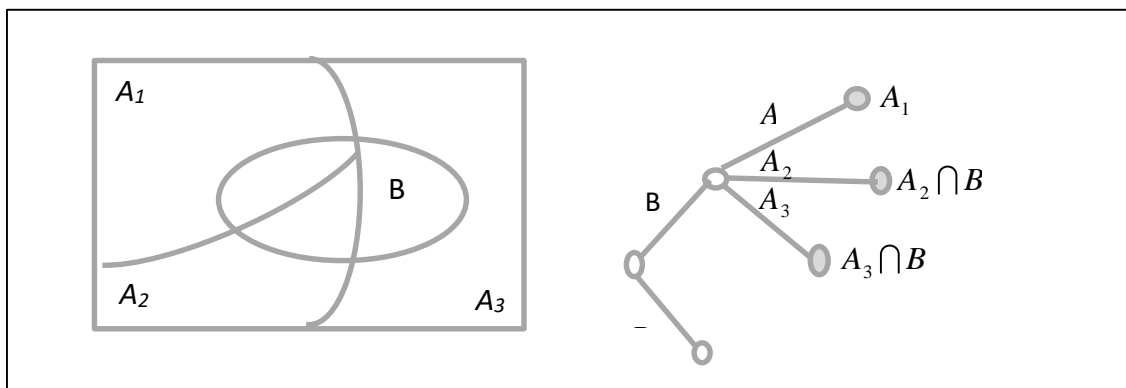
La probabilité conditionnelle nous mène à un théorème fondamental en probabilité appelé théorème de Bayes. Nous avons  $P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  et  $P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ , ce qui donne

$$P(A / B) = \frac{P(B / A)}{P(B)} P(A) \tag{2.3}$$

(2.3) est appelé théorème de Bayes qui peut être vu comme une règle de mise à jour d'une probabilité initiale  $P(A)$  (appelée probabilité a priori) ce qui nous donne une nouvelle probabilité  $P(A / B)$  (appelée probabilité a posteriori). Cette amélioration de probabilité prend en considération les nouvelles informations acquises (l'événement B dans notre cas).

Cette section sera terminée par le théorème de la probabilité totale basé sur le principe de "diviser pour conquérir" [9] (voir Figure 2.1). Soient  $A_1, A_2, \dots, A_n$  des événements disjoints qui forment une partition sur l'espace des événements (chaque réalisation possible doit être incluse dans un seul événement  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ) et supposant que  $P(A_i) > 0$ , pour tous les  $i = 1, \dots, n$ . Alors pour n'importe quel événement B, nous avons :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B) \\ &= P(A_1)P(B / A_1) + P(A_2)P(B / A_2) + \dots + P(A_n)P(B / A_n) \end{aligned} \tag{2.4}$$



**Figure 2.1.** Visualisation du théorème de la probabilité totale.

En fusionnant les lois (2.3) et (2.4), la loi du théorème de Bayes devient :

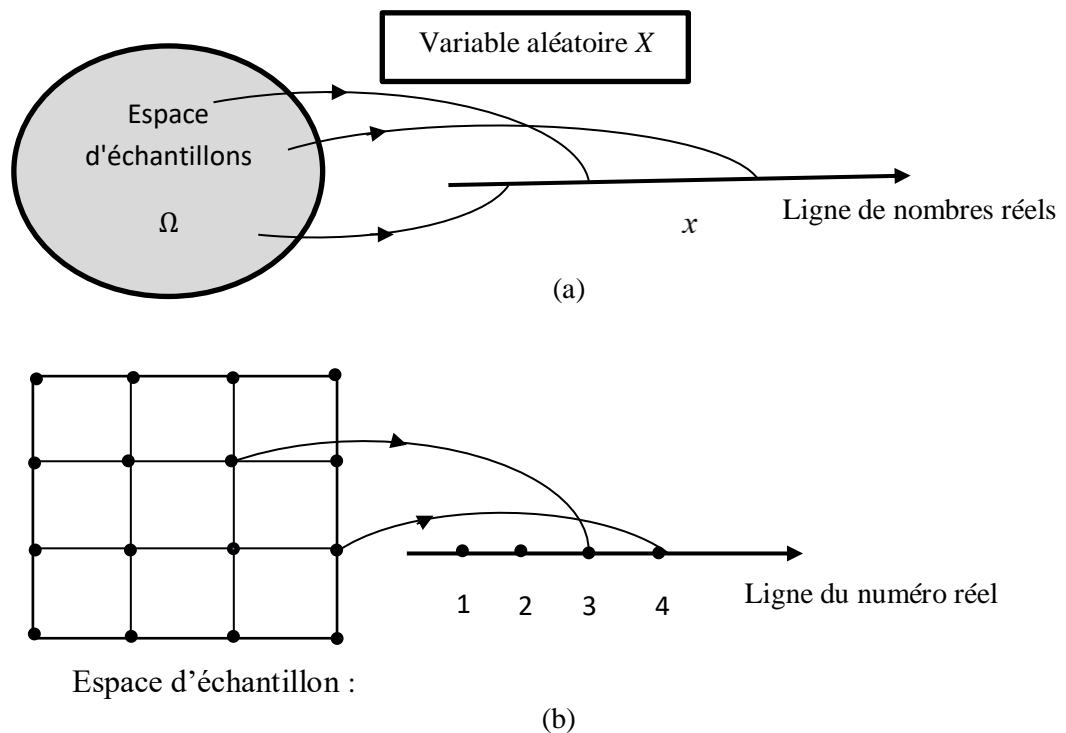
$$\underbrace{P(A / B)}_{\text{Nouvelle } P(A)} = \frac{P(B / A)}{\underbrace{P(A_1)P(B / A_1) + P(A_2)P(B / A_2) + \dots + P(A_n)P(B / A_n)}_{\text{Mise à jours apportée à } P(A)}} P(A) \tag{2.5}$$

*Ancienne  $P(A)$*

## 2.3 Variable aléatoire, Fonctions de répartition et de densité

### 2.3.1 Variable aléatoire

Compte tenu d'une expérience et l'ensemble correspondant de résultats possibles, une variable aléatoire associe un nombre particulier à chaque résultat (voir Figure (2.2)). On appelle ce nombre la valeur numérique de la variable aléatoire. Mathématiquement, une variable aléatoire  $X$  est une grandeur réelle dont la valeur dépend du hasard. Cette dépendance est exprimée par une loi de probabilité caractérisée par une fonction de densité de probabilité  $f_X(x)$  et une autre fonction de distribution de probabilité [9].



**Figure 2.2.** (a) Visualisation d'une variable aléatoire. (b) Exemple d'une variable aléatoire.

### 2.3.2 Fonction de répartition

La fonction de répartition de la variable aléatoire  $X$  sera définie par [10] :

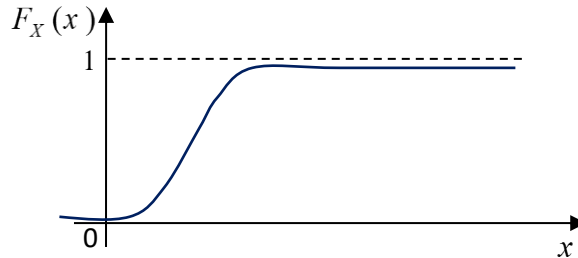
$$F_X(x) = \text{Prob}(X \leq x) \quad (2.6)$$

ou par :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\tau) d\tau \quad (2.7)$$

La fonction de répartition (Figure 2.3) a les propriétés suivantes :

- $F_X(-\infty) = 0$
- $F_X(+\infty) = 1$
- $F_X(x)$  est une fonction non décroissante.



**Figure 2.3.** Fonction de répartition.

### 2.3.3 Fonction de densité de probabilité (PDF)

La fonction de densité de probabilité est définie par la dérivée de la fonction de répartition comme suit :

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.8)$$

Pour  $\Delta x$  petit, la quantité  $f_X(x)\Delta x$  définit la probabilité d'avoir  $x \leq X \leq x + \Delta x$ , donc :

$$f_X(x)\Delta x \approx \text{Prob}(x \leq X \leq x + \Delta x) \quad (2.9)$$

Généralement, pour deux points éloignés,  $a$  et  $b$ , la probabilité  $\text{Prob}(a \leq X \leq b)$  sera définie par :

$$\text{Prob}(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (2.10)$$

La fonction de densité de probabilité (Figure 2.4) a les propriétés suivantes :

- $f_X(x) \geq 0$  pour tout  $x$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1$ .

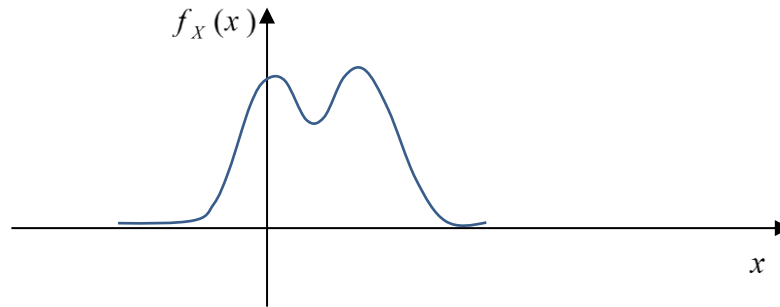


Figure 2.4. Densité de probabilité.

## 2.4 Statistiques d'une variable aléatoire

### 2.4.1 L'espérance

Soit une variable aléatoire discrète  $X$ , à  $n$  états et  $N$  réalisations. L'état  $x_1$  apparaît  $N_1$  fois, l'état  $x_2$  apparaît  $N_2$  fois, etc., avec  $N_1 + N_2 + \dots + N_n = N$  [7] [8] [9].

La valeur moyenne statistique de  $X$  est :

$$M_n = (x_1 N_1 + x_2 N_2 + \dots + x_n N_n) / N \quad (2.11)$$

L'espérance mathématique de  $X$  est la valeur moyenne statistique lorsque  $N$  tend vers l'infini. Celle-ci, notée  $\mu_X$ , est égale, en tenant compte de l'Équation (2.11), à :

$$\mu_X = E[X] = \lim_{N \rightarrow \infty} M_n = \sum_{i=1}^n x_i P_X(x_i) \quad (2.12)$$

Par analogie avec le cas discret, l'espérance mathématique continue est donnée par :

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.13)$$

### 2.4.2 La variance

Les Équations (2.11) et (2.12) peuvent être appliquées à des fonctions aléatoires de variables  $X$  comme suit :

$$E(g(X)) = \sum_{i=1}^n g(x_i) p(g(x_i)) \quad (2.14)$$

et :

$$E(g(X)) = \sum_{i=1}^n g(x_i) f_X(g(x_i)) dx \quad (2.15)$$

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire est aussi connue comme le premier moment statistique (moment d'ordre 1).

Pour les moments d'ordre supérieur, la fonction  $g(X)$  des Équations (2.13) et (2.14) sera remplacée par  $X^k$ , pour obtenir le  $k^{\text{ième}}$  moment statistique. Le  $k^{\text{ième}}$  moment statistique d'une variable aléatoire continue  $X$  est donné par :

$$E(X^k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f_X(x) dx \quad (2.16)$$

En particulier, le deuxième moment est défini pour  $k=2$ , par conséquent :

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx \quad (2.17)$$

La variance d'une variable aléatoire peut être calculée en considérant l'espérance mathématique de la variable aléatoire moins sa moyenne comme suit [10] :

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E[(X - E(X))^2] \\ &= E(X^2) - E(X)^2 = \sigma_X^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

La variance est une mesure statistique cruciale pour les signaux aléatoires, sa connaissance nous fournit une information sur la dispersion du signal aléatoire autour de sa valeur moyenne.

### 2.4.3 L'écart type

La racine carrée de la variance, connue sous le nom d'écart type, est également une unité de mesure statistique utile parce qu'elle nous donne une grandeur à la même unité que celle du signal. L'écart type est donné par [10] :

$$\text{écart type de } X = \sigma_X = \sqrt{\text{var}(X)} \quad (2.19)$$

## 2.5 Le théorème de la limite centrale

Nous considérons la séquence  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ . Soit la somme

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n = nM_n \quad (2.20)$$

Les théorèmes de limite concernent principalement les propriétés de  $S_n$  et des variables aléatoires connexes lorsque  $n$  devient très grand. En raison de l'indépendance, nous avons:

$$\text{var}(S_n) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \dots + \text{Var}(X_n) = \sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2 = n\sigma^2 \quad (2.21)$$

Ainsi, la distribution de  $S_n$  s'étale au fur et à mesure que  $n$  augmente, et ne peut avoir de limite significative. La situation est différente si l'on considère la moyenne de l'échantillon. Notons que:

$$M_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = \frac{S_n}{n} \quad (2.22)$$

Nous avons

$$\begin{aligned} E[M_n] &= E\left(\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{E[X_1] + E[X_2] + \dots + E[X_n]}{n} \\ &= \frac{\mu + \mu + \dots + \mu}{n} = \frac{n\mu}{n} = \mu \end{aligned} \quad (2.23)$$

et, en utilisant l'indépendance,

$$\begin{aligned} \text{var}(M_n) &= \text{Var}\left(\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{\text{Var}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n^2} \\ &= \frac{\text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \dots + \text{Var}(X_n)}{n^2} = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Nous allons également considérer une valeur qui est intermédiaire entre  $S_n$  et  $M_n$ . Nous soustrayons d'abord  $n\mu$  de  $S_n$ , pour obtenir la variable aléatoire de moyenne nulle  $S_n - n\mu$  puis nous la divisons par  $\sigma\sqrt{n}$ , pour obtenir

$$Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (2.25)$$

Ce qui donne

$$E[Z_n] = \frac{E[X_1 + \dots + X_n] - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = 0, \quad (2.26)$$

De plus, on a

$$\text{var}(Z_n) = \text{Var}\left(\frac{X_1 + \dots + X_n}{\sigma\sqrt{n}}\right) = \frac{\text{var}(X_1) + \dots + \text{var}(X_n)}{\sigma^2 n} = \frac{n\sigma^2}{n\sigma^2} = 1 \quad (2.27)$$

Puisque la moyenne et la variance de  $Z_n$  ne changent pas lorsque  $n$  augmente, sa distribution ne s'étend pas et ne se réduit pas à un point. Le théorème limite central s'intéresse à la forme asymptotique de la distribution de  $Z_n$  et affirme qu'elle devient la distribution normale standard [9].

Le théorème de la limite centrale est d'une importance énorme pour plusieurs raisons, à la fois conceptuelle et pratique. Sur le plan conceptuel, elle indique que la somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes est à peu près normale. Alors que le bruit dans de nombreux systèmes naturels ou artificiels possède cette propriété. Sur le plan pratique, le théorème de la limite centrale permet plutôt de calculer certaines probabilités en se référant simplement à la table normale des PDF. En outre, ces calculs ne nécessitent que la connaissance des moyennes et des variances [2].

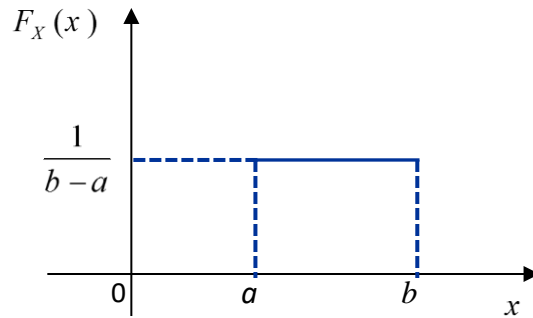
## 2.6 Loi de probabilité d'une variable aléatoire

La loi de probabilité d'une variable aléatoire permet de connaître les chances d'apparition des différentes valeurs de cette variable [6] [8] [11] [12]. Dans cette section nous allons présenter les deux lois les plus importantes: la loi uniforme et la loi normale.

### 2.6.1 Loi uniforme

La distribution uniforme est une loi de probabilité dans laquelle tous les points ont la même probabilité (équiprobable) (voir Figure 2.5). cette distribution est notée  $X \sim U(a, b)$ . On appelle loi uniforme sur  $[a, b]$  la loi de probabilité dont la densité  $f_X(x)$  est la fonction constante définie par [6] :

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{si } x < a \text{ ou } x > b \end{cases} \quad (2.28)$$



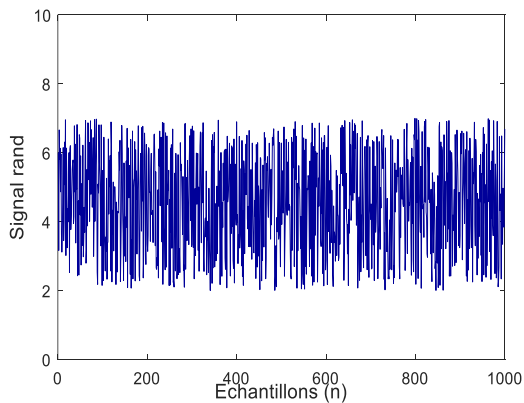
**Figure 2.5.** Représentation de la densité de probabilité d'une variable aléatoire uniforme.

Avec cette loi, l'espérance mathématique et la variance sont définies par :  $E(X) = \frac{a+b}{2}$  et

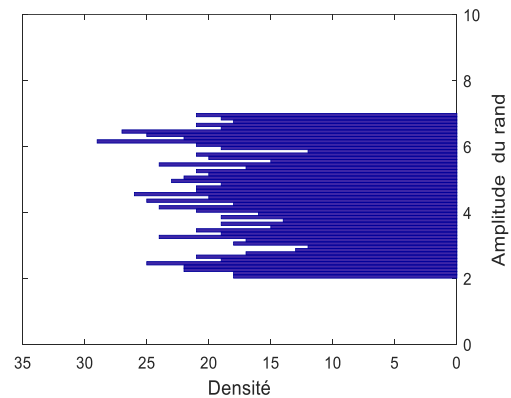
$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$ , respectivement.

Sous Matlab, cette loi est définie par la fonction *rand* qui génère des nombres aléatoires uniformes entre 0 et 1. La commande *unifrnd* peut générer un signal aléatoire à partir de la distribution uniforme continue avec les extrémités inférieures *a* et supérieures *b*.

Exemple: Soit un signal aléatoire uniforme avec  $n = 1000$  éléments,  $a = 2$ , et  $b = 7$  (voir Figure 2.6 (a)). La Figure 2.6 (b) permet de représenter l'histogramme qui permet de montrer la répartition des valeurs de ce signal.



(a) signal aléatoire uniforme



(b) histogramme

**Figure 2.6.** Variable aléatoire uniforme.

## 2.6.2 Loi normale (Gaussienne)

La distribution normale est la loi la plus importante des probabilités et des statistiques. Cette distribution est caractérisée par sa moyenne  $\mu$  et sa variance  $\sigma^2$ . Elle est notée par  $N \sim (\mu, \sigma^2)$  [5] [6]. Une variable aléatoire  $X$  suit une loi normale quand sa densité de probabilité est de la forme:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.29)$$

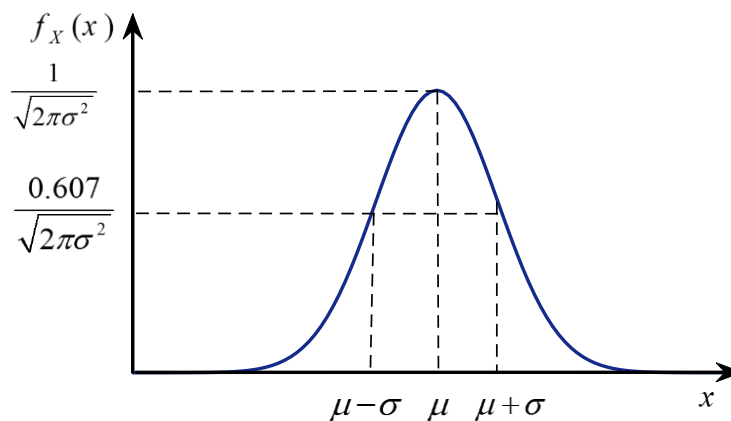
et sa fonction de répartition s'écrit :

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (2.30)$$

avec  $\mu$  la moyenne et  $\sigma^2$  la variance, on peut vérifier la propriété de normalisation suivante:

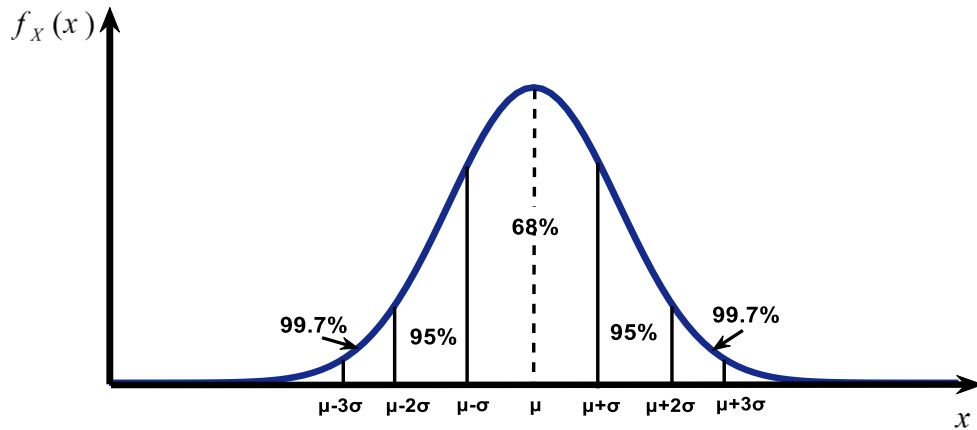
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (2.31)$$

La représentation de la densité de probabilité d'une loi normale est une courbe en cloche (courbe gaussienne (voir Figure 2.7)).



**Figure 2.7.** Fonction de densité Gaussienne.

On peut voir sur la Figure (2.8) que 68 % des échantillons se trouvent dans l'intervalle  $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ , 95 % des échantillons se trouvent dans l'intervalle  $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$  et dans le cas de l'intervalle  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$  nous garantissons que 99,7 % des échantillons existent (il y a donc très peu de chances qu'un échantillon s'écarte de la moyenne de plus de  $3\sigma$ ). Alors on peut définir 3 intervalles caractéristiques comme le montre dans le tableau (2.1).



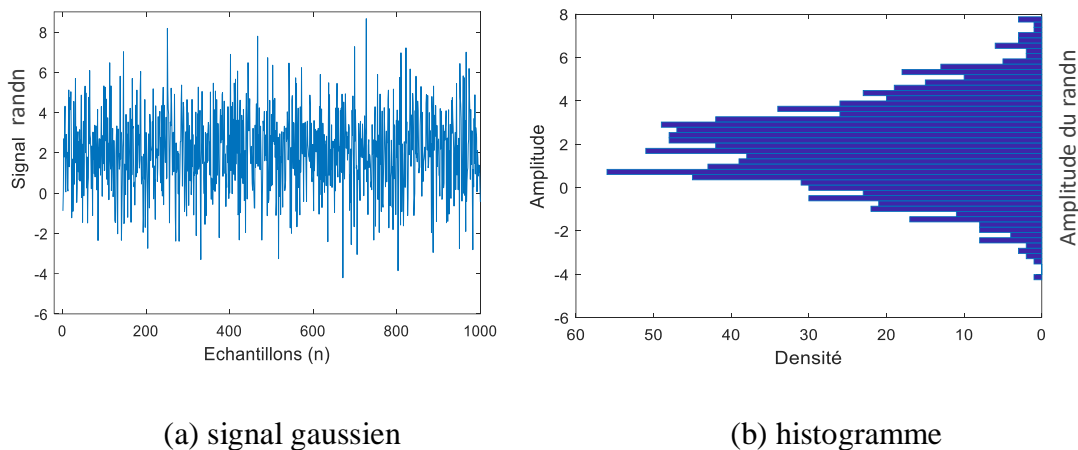
**Figure 2.8.** Courbe de densité d'une distribution gaussienne.

**Tableau 2.1** Intervalles de fluctuation d'une distribution gaussienne

Intervalle	Pourcentage de réalisation d'une distribution gaussienne
$\mu \pm \sigma$	68 %
$\mu \pm 2\sigma$	95 %
$\mu \pm 3\sigma$	99.7%

Sous matlab, cette loi est définie par La fonction *randn* qui génère des nombres aléatoires normaux. On peut générer un signal à partir d'une distribution normale avec une moyenne et une variance spécifiées par la commande  $y = \sigma \text{randn} + \mu$ .

Exemple: Soit un signal aléatoire gaussien avec  $n = 1000$  éléments,  $\mu = 2$ , et  $\sigma^2 = 4$  (voir Figure 2.9 (a)). La Figure (2.9) (b) permet de représenter l'historgramme qui permet de montrer la répartition des valeurs de ce signal.



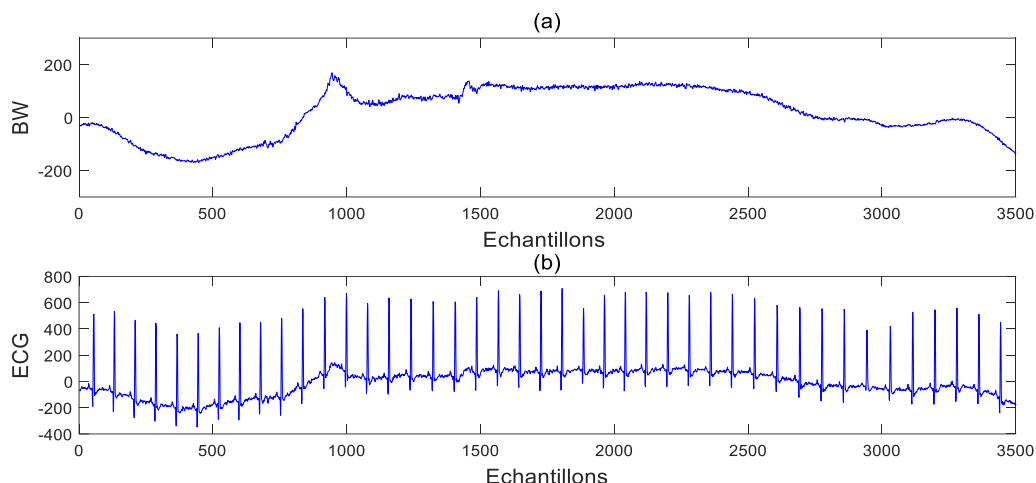
**Figure 2.9.** Variable aléatoire normale

## 2.7 Bruit contaminant le signal ECG

Le signal électrocardiogramme (ECG) est obtenu en utilisant des électrodes placées sur la peau au voisinage du cœur. Durant l'étape d'enregistrement, le signal ECG peut être contaminé par plusieurs sources de bruit [13][14][15][16]. Les interférences sur les lignes électriques, la déformation de la ligne de base, le bruit de contact des électrodes, les artefacts de mouvement, la contraction musculaire et le bruit blanc sont les principaux types de bruits qui contaminent le signal ECG. Dans cette section ces différents bruits seront présentés [17][18].

### 2.7.1 Le bruit de contact de l'électrode (Baseline Wandre)

Ce type de bruit est causé par des variations de la position du cœur par rapport aux électrodes et les changements dans le milieu de propagation entre le cœur et les électrodes [17] [18]. Cela provoque des changements soudains dans l'amplitude du signal ECG, ainsi que des décalages basse fréquence de la ligne de base. En outre, une faible conductivité entre les électrodes et la peau diminue l'amplitude du signal ECG et augmente la probabilité de perturbations. Les perturbations résultantes dans la ligne de base sont causées par la variation de l'impédance de l'électrode-peau. Plus l'impédance de l'électrode-peau est grande, plus le changement d'impédance relative est important, ce qui entraînera un changement majeur dans la ligne de base du signal ECG (voir la Figures 2.10). Si l'impédance de la peau est extraordinairement élevée, il est peut-être impossible de détecter les caractéristiques du signal de manière fiable en présence du mouvement du corps (des changements soudains dans l'impédance de l'électrode-peau) [15].



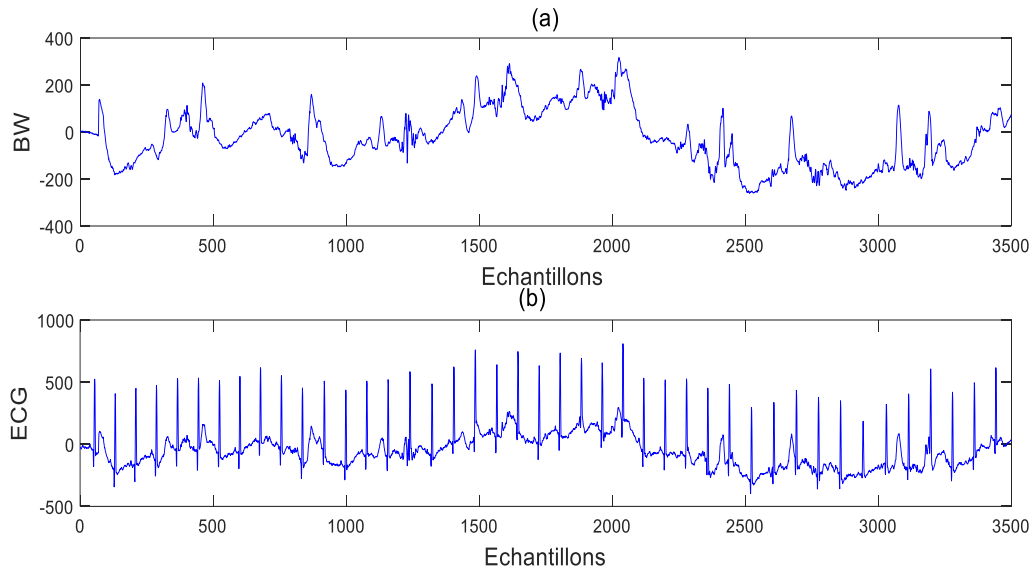
**Figure 2.10.** (a) Déformation de la ligne de base (Bw), (b) Signal ECG avec la déformation de la ligne de base (Bw).

**Effet du bruit:** Les bruits de la ligne de base déforment le segment ST et les autres composantes basse fréquences du signal ECG, ce qui entraîne un diagnostic erroné de l'infarctus du myocarde, du syndrome de Brugada et d'autres anomalies liées au segment ST [19].

### 2.7.2 Le bruit de mouvement de l'électrode

Les artefacts de mouvement sont des changements de ligne de base transitoires causés par le mouvement de l'électrode (Figure 2.11(a)). Les causes habituelles des artefacts de mouvement sont les vibrations, le mouvement ou la respiration du patient. L'amplitude et la durée du pic de l'artefact sont des variables aléatoires qui dépendent des propriétés des électrodes, les propriétés de l'électrolyte (si l'on utilise entre l'électrode et la peau) et l'impédance de la peau et le mouvement du patient [16]. La Figure (2.11 (b)) montre un signal ECG, où la dérive de la ligne de base est variée entre  $-200\text{ mV}$  à  $200\text{ mV}$ . Dans ce signal ECG, la dérive de la ligne de base se produit à une fréquence inhabituellement basse (environ  $0,014\text{ Hz}$ ) et très probablement, à partir de changements très lents dans l'impédance de l'électrode-peau.

**Effet du bruit :** Les artefacts de mouvement ressemblent aux caractéristiques du signal de la dérive de la ligne de base, mais sont plus difficiles à éliminer car leur contenu spectral chevauche considérablement celui du signal ECG. Ils se produisent principalement dans la gamme de  $1$  à  $10\text{ Hz}$  [17].



**Figure 2.11.** (a) Bruit de mouvement de l'électrode, (b) signal ECG avec bruit de mouvement de l'électrode.

### 2.7.3 Interférences de ligne électrique (PLI)

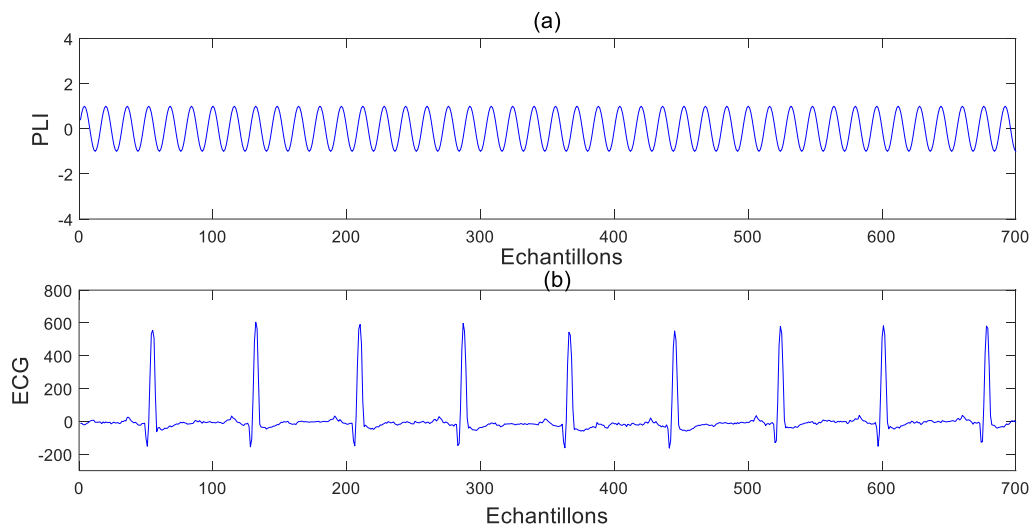
L'interférence de ligne électrique est une perturbation habituelle qui pourrait ruiner le potentiel de diagnostic visuel de l'ensemble du signal. Comme son nom l'indique, ce type de bruit provient du champ électromagnétique de la ligne électrique. En fonction de la fréquence du réseau électrique public utilisée. Lorsque le courant circule à travers les fils, il produit un flux magnétique, qui peut induire un courant dans les circuits adjacents. La géométrie des conducteurs ainsi que la séparation entre eux détermine le degré de couplage inductif. Ce dernier est le mécanisme dominant de l'interférence de ligne électrique dans l'électrocardiogramme [20][21]. Nous devons toujours s'assurer que les électrodes sont appliquées correctement, et que tous les composants ont un blindage adéquat ce qui devrait aider à limiter la quantité d'interférence de ligne électrique.

Ce type de bruit est caractérisé par une interférence sinusoïdale de 50 ou 60 Hz, et on peut le modéliser par l'équation :

$$B(t) = A \times \sin(2\pi \cdot 60t + \Omega) \quad (2.32)$$

Le bruit de ligne électrique et le signal ECG bruité par ce type de bruit sont représentés sur la Figure (2.12).

**Effet du bruit:** Ce type de bruit déforme la morphologie du signal ECG et entraîne des distorsions de l'onde P, ce qui conduit au diagnostic erroné des arythmies auriculaires comme l'hypertrophie auriculaire et la fibrillation [19].



**Figure 2.12.** (a) Bruit de ligne électrique (PLI), (b) Signal ECG avec le bruit de ligne électrique (PLI).

#### 2.7.4 Bruit de l'électromyogramme (EMG)

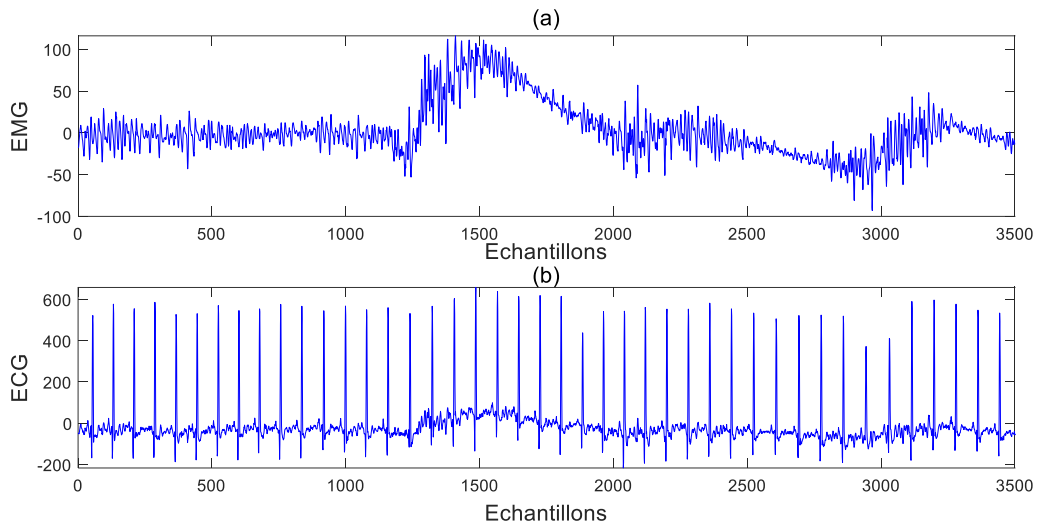
Le bruit de l'EMG est causé par la contraction d'autres muscles en dehors du cœur. Lorsque d'autres muscles à proximité des électrodes se contractent [22], ils génèrent des ondes de dépolarisation et de repolarisation qui peuvent également être récupérées par l'ECG.

L'étendue de la diaphonie dépend de la quantité de contraction musculaire (mouvement du patient) et de la qualité des sondes.

Il est bien établi que l'amplitude du signal EMG est stochastique (aléatoire) (Figure 2.13) et peut être raisonnablement modélisée par une fonction de distribution Gaussienne [16]. La moyenne du bruit peut être supposée nulle ; Cependant, la variance dépend des variables environnementales et changera en fonction des conditions. Certaines études ont montré que l'écart type du bruit est typiquement de 10% de l'amplitude crête du signal ECG [18]. Bien que le modèle statistique actuel soit inconnu, il convient de noter que l'activité électrique des muscles pendant les périodes de contraction peut générer des potentiels de surface comparables à ceux du cœur et peut complètement éliminer le signal désiré [18].

**Effet du bruit :** la Figure (2.13) montre les effets typiques du bruit EMG dans le signal ECG. Il entraîne une distorsion des ondes locales des signaux ECG en raison d'une correspondance

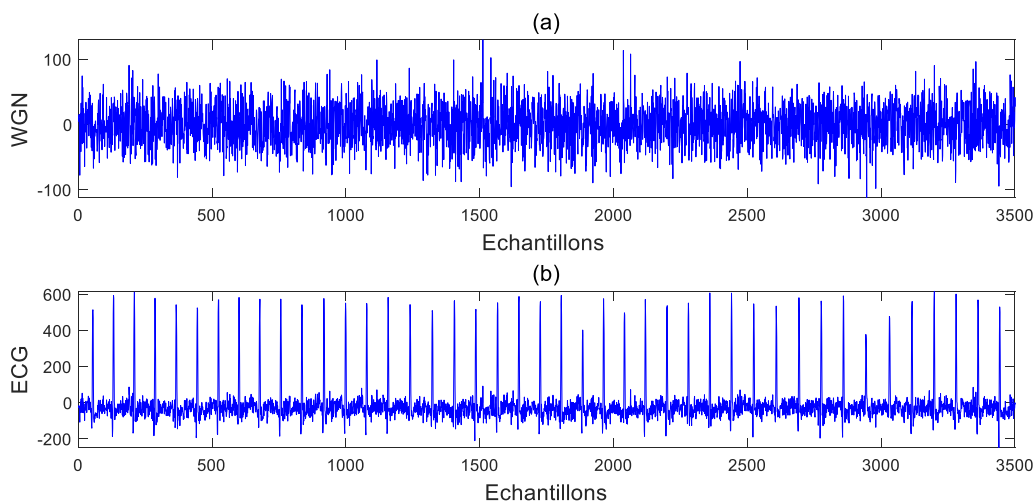
de fréquence dans la gamme 0,01-100 Hz. Il est donc difficile de débruiter les signaux pour reconnaître correctement les différentes arythmies de l'ECG [19].



**Figure 2.13.** (a) bruit musculaire (EMG), (b) Signal ECG contaminé par le bruit EMG.

### 2.7.5 Bruit blanc gaussien

Le bruit blanc est le modèle de bruit le plus courant dans le traitement du signal. Ce bruit est un processus stochastique de distribution gaussienne avec une certaine valeur moyenne et une certaine variance dont la densité spectrale de puissance est constante pour toute valeur de fréquence. Ce bruit est considéré comme la somme de tous les types de bruits qui peuvent influencer sur le signal ECG (voir Figure 2.14).



**Figure 2.14.** (a) Bruit blanc gaussien (WGN), (b) Signal ECG contaminé par WGN.

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentées dans un premier temps les notions principales de la théorie des probabilités, où nous avons présenté le théorème de la limite centrale, et on a même présenté des exemples des signaux aléatoires, ensuite on a exposé tous les types de bruit qui peuvent contaminer le signal ECG. Notons bien que les notions de probabilité et les différents types de bruit qui contaminent le signal ECG vont être utilisés dans les prochains chapitres dans le but de filtrer le signal électrocardiogramme (ECG).

## Bibliographies

- [1] P. Borne, G. dauphin, and J. P. Richard, Modélisation et Identification des Processus, tome 1, éditions technip, 1992.
- [2] M. R. Sheldon, Initiation aux probabilités, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007.
- [3] A. Fortin, Analyse Numérique, deuxième édition, Ecole Polytechnique de Montréal, 2001.
- [4] P. H. Hwei, Theory and Problems of Probability, Random Variables, and Random Processes, the McGraw-Hill Companies, 1997.
- [5] F. de coulon, Théorie et Traitement des Signaux, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, 1984.
- [6] H. Cramér, Random Variables and Probability Distributions, Cambridge at the University press, 1962.
- [7] Jean-Pierre Lecoutre, Statistique et probabilités, Dunod, 2003.
- [8] M. Barkat, Signal Detection and Estimation, Second Edition, 2005.
- [9] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, Introduction to Probability, Second Editions, Athena Scientific, 2008.
- [10] S. Morgenthaler, Introduction à la statistique, quatrième Editions, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes (PPUR), 2013.
- [11] E. Cantoni, P. Huber and E. Ronchetti, Maitriser l'aléatoire, Springer, 2010.
- [12] Z.Karu, Zohar Signals and Systems, Zizi press Cambridge, 2001.
- [13] N. Kannathal, U. R. Acharya, P. Joseph, L. C. Min and J. S. Suri, Analysis of electrocardiograms, Advances in cardiac signal processing, springer, Berlin, pp. 55–81, 2007.

- [14] J. A. Kors and G. V. Herpen, Computer analysis of the electrocardiogram, *Comprehensive electrocardiology*, Springer, London, pp.1723–1765, 2011.
- [15] P. Tikkanen. Characterization and application of analysis methods for ECG and time interval variability data, Oulun Yliopisto, 1999.
- [16] C. J. De Luca, *Surface electromyography : Detection and recording*, DelSys Incorporated, 2002.
- [17] G D. Clifford, ECG statistics, noise, artifacts, and missing data, *Adv. Meth. Tools ECG Anal*, Vol. 6, pp.55–99, 2006.
- [18] G. M. Friesen , T. C. Jannett, M. A. Jadallah, S. L. Yates, S. R. Quint and H. T. Nagle, A comparison of the noise sensitivity of nine QRS detection algorithms. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, Vol. 37, No. 1, pp. 85–98, 1990.
- [19] U. Satija, B. Ramkumar and M. S. Manikandan, A review of signal processing techniques for electrocardiogram signal quality assessment, *IEEE Rev. Biomed. Eng*, Vol. 11, pp. 36–52, 2018.
- [20] J. A. Van Alsté and T. S. Schilder, Removal of base-line wander and power-line interference from the ECG by an efficient FIR filter with a reduced number of taps, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. 32, No. 12, pp. 1052–1060, 1985.
- [21] C. Levkov, G. Mihov, R. Ivanov and al, Removal of power-line interference from the ECG : a review of the subtraction procedure, *Biomed. Eng. Online*, Vol. 50, No. 4, pp. 1–18, 2005.
- [22] L. Frølich and I. Dowding, Removal of muscular artifacts in EEG signals: a comparison of linear decomposition methods, *Brain. Inform*, Vol. 5, No. 1, pp. 13–22, 2018.

# **Chapitre 3**

Modélisation mathématique  
du signal ECG

### 3.1 Introduction

La modélisation mathématique des signaux biologiques constitue un défi et un domaine de recherche en pleine évolution. Elle permet de mieux comprendre les phénomènes physiques qui se traduisent par différents signaux physiologiques dans le corps humain. Le principe fondamental de la génération de toute forme d'onde biologique complexe est régi par un petit nombre d'équations différentielles non linéaires. Plusieurs approches théoriques des systèmes dynamiques ont été proposées pour modéliser mathématiquement la forme d'onde du signal ECG et les potentiels d'action générés dans les différents nœuds du cœur humain.

Dans ce chapitre nous allons exposer une représentation mathématique du signal ECG, aussi simple et compacte que possible. Cette représentation consiste à décrire le signal par son amplitude à chaque instant.

### 3.2 La modélisation

La modélisation est le processus par lequel un problème du monde réel est interprété et représenté en matière de symboles abstraits. Lorsque la description abstraite fait intervenir une formulation mathématique, on parle de modélisation mathématique. En général, l'un des objectifs de la modélisation, c'est avoir un modèle simple pour expliquer un phénomène complexe. Nous nous intéressons aux modèles mathématiques, qui représentent les relations entre les entrées et les sorties du processus par des équations [1]. Si ces équations sont algébriques, le modèle est dit statique. Si ces équations sont des équations différentielles ou des équations aux différences récurrentes, le modèle est dit dynamique, respectivement à temps continu ou à temps discret [2]. Un modèle peut être utilisé soit :

- pour simuler un processus : à des fins pédagogiques, de détection d'anomalies de fonctionnement, de diagnostic de pannes, de conception assistée par ordinateur, etc.
- pour effectuer la synthèse d'une loi de commande, ou pour être incorporé dans un dispositif de commande [3].

#### 3.2.1 Modèle à temps continu

Dans ce type de modèles, le temps est une variable qui évolue continûment sur un intervalle  $T \subset R$  prenant en compte toutes les valeurs situées dans cet intervalle. C'est le cas par exemple d'un modèle dans l'espace d'état de la forme [2][4]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t, w) \\ y &= h(x, u, t, v) \end{aligned} \tag{3.1}$$

où  $\dot{x}$  représente la dérivée totale  $dx/dt$  du vecteur d'état  $x \in R^n$  par rapport au temps,  $u \in R^l$  le vecteur d'entrée,  $t \in T$  le temps,  $w \in R^n$  un vecteur de perturbations pour les états,  $y \in R^m$  le vecteur des sorties et  $v \in R^m$  un vecteur de perturbations pour les mesures.

On a dans cette représentation :

$$\begin{aligned} f &: R^n \times R^l \times T \times R^n \rightarrow R^n \\ h &: R^n \times R^l \times T \times R^m \rightarrow R^m \\ T &= [t_0, t_0 + T_e], t_0 \in R, t_0 < \infty, T_e \in R^+ \end{aligned} \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Modèles à temps discontinu ou discret

On utilise ce type de modèle soit quand le processus à étudier a naturellement un mode d'évolution séquentiel, soit quand on a adopté une représentation du processus qui correspond à une observation des variables d'état ou de sortie à des instants discrets  $t_k$  du temps avec  $k \in Z$ . Dans ce cas nous avons une représentation dite échantillonnée [5].

Notons :

$$x_k = x(t_k) \quad (3.3)$$

Par conséquent, la description continue (3.1) devient :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, u_k, k, w_k) \\ y_k &= h(x_k, u_k, k, v_k) \end{aligned} \quad (3.4)$$

### 3.2.3 Modèle linéaire

Ce modèle est caractérisé par un processus susceptible d'être décrit par une équation différentielle ordinaire ou une équation récurrente à coefficients constants (stationnaire) ou non constants (non stationnaire) ou par un ensemble d'équations de ces types [1].

La propriété fondamentale des systèmes linéaires s'exprime par le principe de superposition : si  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$  représentent respectivement l'évolution des sorties du processus pour les entrées  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  sur un horizon et pour un état initial donné, alors, à l'entrée  $u(t)$  :

$$u(t) = \alpha_1 u_1(t) + \alpha_2 u_2(t) \quad (3.5)$$

avec  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des constantes réelles, correspond la sortie :

$$y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \quad (3.6)$$

sur le même horizon et pour les mêmes conditions initiales.

### 3.2.4 Modèle non linéaire

Pour ce modèle, le théorème de superposition n'est plus valable. Dans certains cas, lorsque le processus non linéaire est utilisé dans une plage de variation limitée de ses variables d'état, alors l'évolution sera effectuée autour d'une valeur  $x_0$  donnée, il est donc possible d'effectuer une linéarisation autour de ce point de fonctionnement en prenant comme nouvelle variable l'expression  $\Delta x = x - x_0$  [3].

Dans ce dernier cas, on néglige dans le développement limité de la non linéarité  $f(\cdot)$  les termes d'ordre supérieurs à 1.

Soit le système dynamique non linéaire suivant :

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (3.7)$$

Si la non linéarité  $f$  admet des dérivées partielles continues au premier ordre, alors, le modèle linéarisé (3.8) sera valable pour  $(x, u)$  évoluant dans un voisinage de  $(x_0, u_0)$  :

$$\begin{aligned} f(x, u) &= f(x_0, u_0) + (x - x_0)f'_x(x_0, u_0) + (u - u_0)f'_u(x_0, u_0) \\ &= f(x_0, u_0) + \Delta x F_x + \Delta u F_u \end{aligned} \quad (3.8)$$

avec :  $\Delta x = x - x_0, \Delta u = u - u_0$ , et :

$$F_x = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \right\}, F_u = \left\{ \frac{\partial f}{\partial u} \right\} \quad (3.9)$$

sont les matrices Jacobiennes de  $f$  par rapport à  $x$  et à  $u$ .

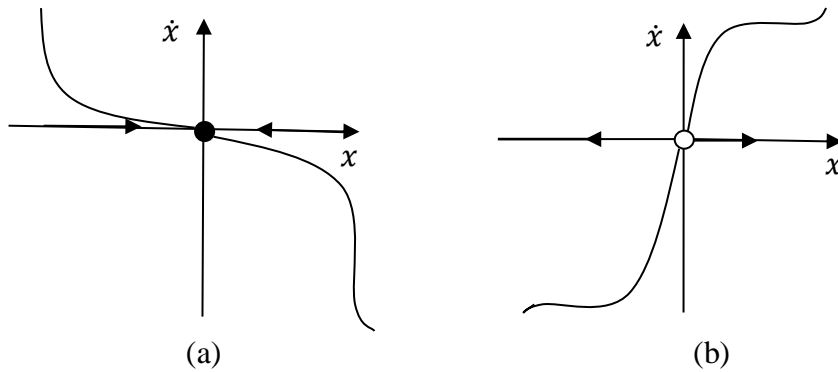
### 3.3 Cycles limites

Le comportement d'un système unidimensionnel est soit convergent vers un point d'équilibre, soit divergent vers l'infinie (Figure 3.1). Ces comportements sont présents dans les systèmes bidimensionnels (Figure 3.2) où la convergence ou la divergence se font d'une manière sous amortie (Figure 3.2(a)), sur amortie (Figure 3.2(b)) ou centre (sans amortissement) (Figure 3.3(c)) [6][7].

Dans ce chapitre, les variables d'états seront définies par :  $x_1 = x$  et  $x_2 = \dot{x}$ . Les réponses données dans la Figure (3.1) sont relatives à un système linéaire du deuxième ordre :

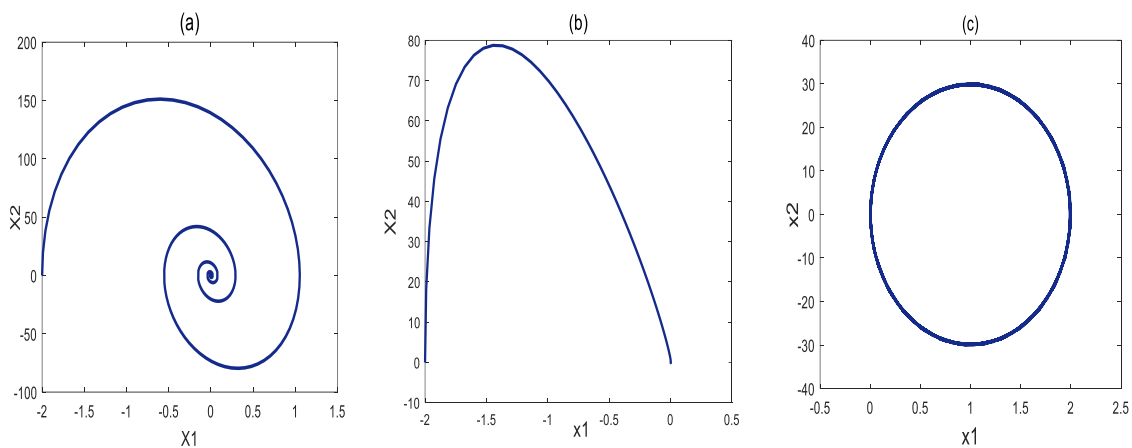
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\omega_n^2 x_1 - 2\xi\omega_n x_2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $\omega_n$  est la pulsation propre et  $\xi$  le coefficient d'amortissement qui est faible pour la Figure (3.2 (a)) fort pour la figure (b) et nul pour la figure (c).



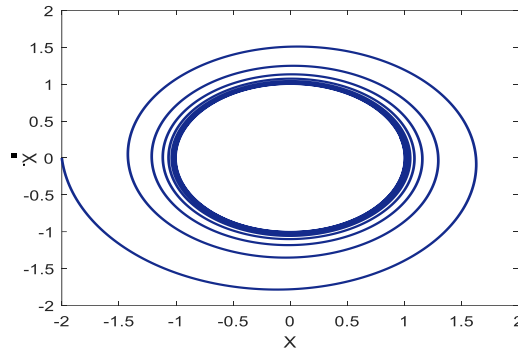
(a) : Point d'équilibre stable

(b) : Point d'équilibre instable

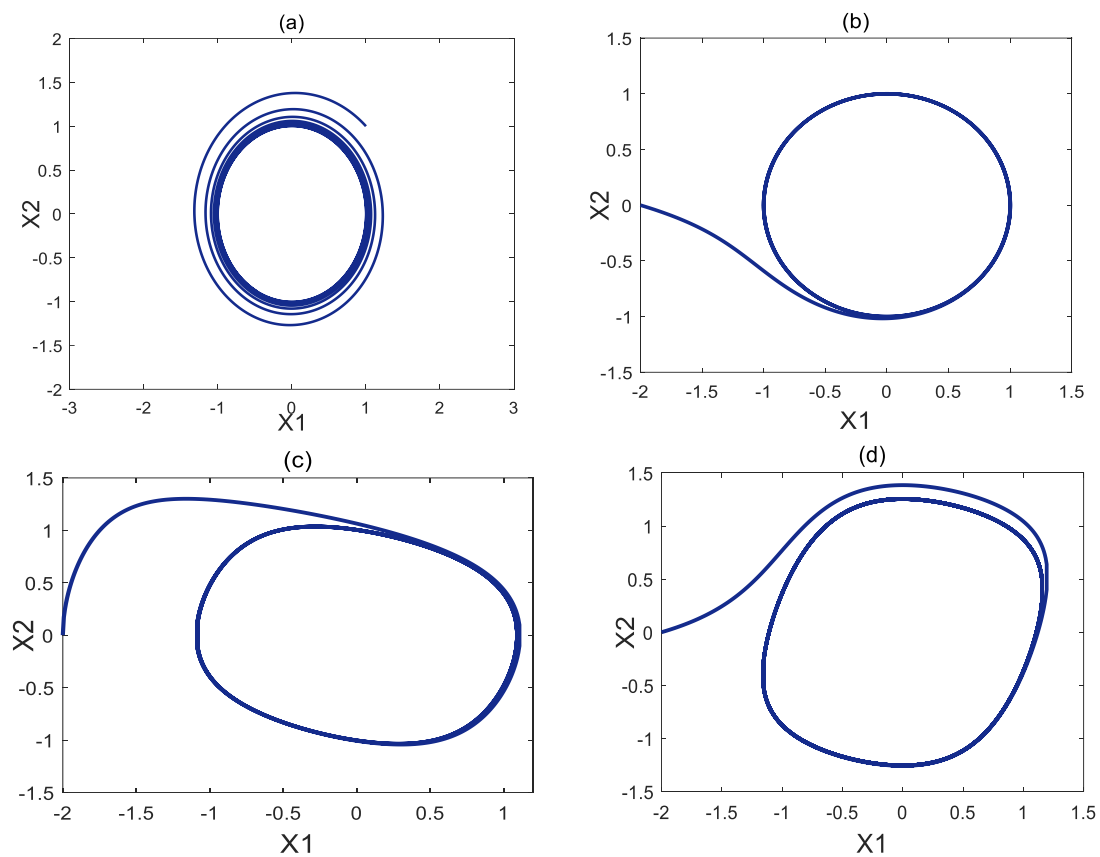
**Figure 3.1.** Comportement dynamique d'un système unidimensionnel.

**Figure 3.2.** Comportement dynamique d'un système bidimensionnel :

(a) faible amortissement (b) fort amortissement (c) Trajectoires centrées (sans amortissement)

Si un système dynamique démarre au voisinage, mais non d'un point d'équilibre stable  $x^*$ , alors sa réponse va converger orbitalement vers  $x^*$  [12][13][14]. Notons que la solution  $x(t)$  s'approchera de  $x^*$ , mais elle ne l'atteindra jamais ( $x(t) \rightarrow x^*$  mais  $x(t) \neq x^* \forall t$ ), comme nous le constatons de la Figure (3.2) Cette idée nous mène à un type de comportement périodique qu'on appelle "**cycle limite**". On peut dire : Il est possible qu'une trajectoire n'exhibe jamais un comportement périodique, mais elle va se rapprocher d'une orbite périodique comme dans la Figure (3.3).



**Figure 3.3.** Comportement dynamique en cycle limite d'un système bidimensionnel.



**Figure 3.4.** Quelques comportements en cycle limite.

Dans de tels systèmes, en démarrant d'un certain point initial, la trajectoire prendra la forme d'une spirale qui s'approchera, mais n'atteindra jamais le cercle unitaire. Avec le passage du temps, la trajectoire devient de plus en plus une orbite périodique.

Plusieurs modèles mathématiques peuvent représenter ces cycles limites [8][9], citons par exemple :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2})x_1 - \omega_n x_2 \\ \dot{x}_2 &= (1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2})x_2 - \omega_n x_1\end{aligned}\quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - x_2 - (x_1^2 + x_2^2)x_1 \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_2 - (x_1^2 + x_2^2)x_2\end{aligned}\quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 - \varepsilon x_2(x_2^2 - 1)\end{aligned}\quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + x_2 - x_1^3 \\ \dot{x}_2 &= -x_1\end{aligned}\quad (3.14)$$

Les trajectoires dans le plan de phase des Équations (3.11), (3.12), (3.13) et (3.14) sont représentées dans les Figures 3.4 (a), (b), (c) et (d), respectivement, avec  $\omega_n$  dans l'équation (3.11), un paramètre désignant la pulsation voulue du cycle limite et  $\varepsilon$  dans l'équation (3.13), un paramètre positif définissant la forme du cycle limite.

### 3.4 Modélisation dynamique du signal électrocardiogramme

Dans cette section nous allons présenter un modèle dynamique générant le signal ECG en utilisant les équations mathématique (dynamique) qu'est a été proposé par (McSharry, et al, 2003) pour générer un signal électrocardiogramme (ECG) synthétique [10][11]. Ce modèle produit une trajectoire dans un espace d'état tridimensionnel avec les coordonnées  $(x, y, z)$ . La quasi périodicité de l'ECG sera modélisée par le mouvement de la trajectoire autour d'un cycle limite de rayon unité dans le plan  $(x, y)$  [12][13]. Du fait que les coordonnées cartésiennes vont être utilisées, alors les variables d'état seront notées par  $x_1, x_2, x_3$ .

Posons  $\alpha = 1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$  dans le système d'équations différentielles générant un cycle limite donné dans l'Équation (3.11), alors

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \alpha x_1 - \omega_n x_2 \\ \dot{x}_2 &= \alpha x_2 + \omega_n x_1\end{aligned}\quad (3.15)$$

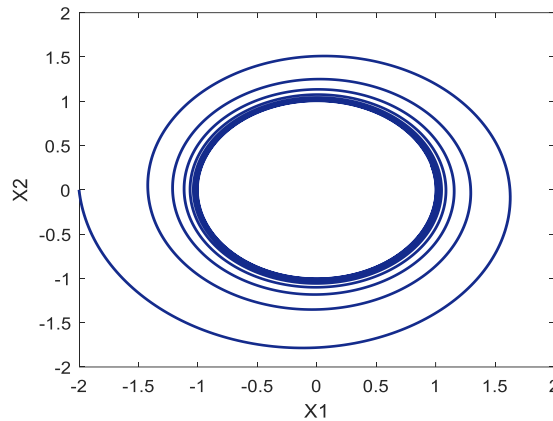
avec  $\omega_n$  une pulsation désignant le nombre de rotations du cycle limite par seconde.

L'idée adoptée sera d'assimiler une rotation d'un cycle limite à un battement du cœur. Alors, deux points doivent être assurés : périodicité et amplitude.

### ✓ Périodicité

Chaque révolution de la trajectoire quasi circulaire (Équation (3.15) et Figure (3.5)) va correspondre à un intervalle RR (un battement du cœur) du signal ECG (Figure 3.6) [14]. La fréquence du signal électrocardiogramme qui va être générée en utilisant (Équation 3.15) et peut être variée en changeant la vitesse angulaire  $\omega_n$  (pulsation naturelle) de la trajectoire par

$\omega_n = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$ , où  $T$  est la période correspondante à un intervalle RR (Pour un ECG normal,  $T \approx 1\text{sec}$ )

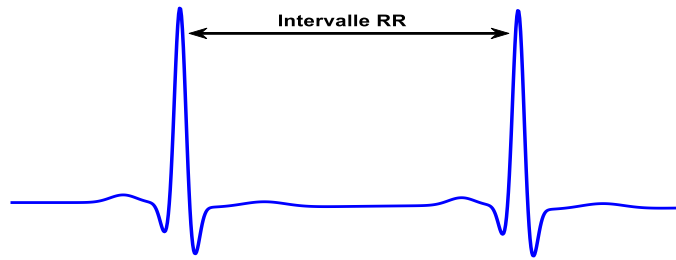


**Figure 3.5.** Réponse du système dans le plan de phase.

### ✓ Amplitude

L'amplitude du signal ECG va être considérée comme la variation suivant l'axe  $z$  de la trajectoire quasi circulaire de la Figure (3.5). Dans le plan  $x_1 - x_2$  nous avons l'évolution d'une trajectoire circulaire, et à des moments bien déterminés (les instants de réalisation des sommets P, Q, R S et T) on fait introduire des Gaussiennes dans la direction de l'axe  $z$  (noté  $x_3$ ) dans le but d'obtenir les amplitudes de l'ECG et ceci en utilisant une troisième équation différentielle comme suit [15] :

$$\dot{x}_3 = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (x_3 - z_0) \quad (3.16)$$



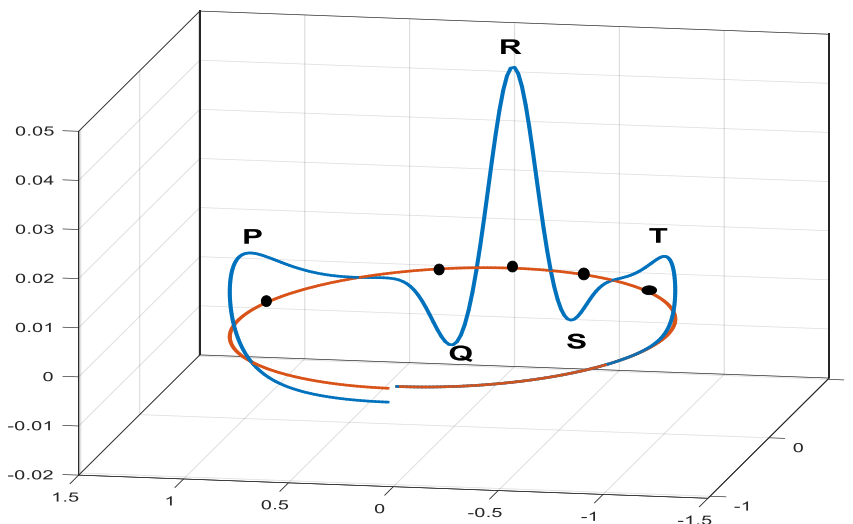
**Figure 3.6.** Intervalle RR.

avec  $\Delta\theta_i = (\theta - \theta_i)$ ,  $\theta = \arctan 2(x_2, x_1)$ ,  $a_i$  sont des paramètres représentant les amplitudes des Gaussiennes introduites, les  $b_i$  représentent les largeurs des Gaussiennes et enfin  $z_0$  représente la ligne de base du signal ECG.

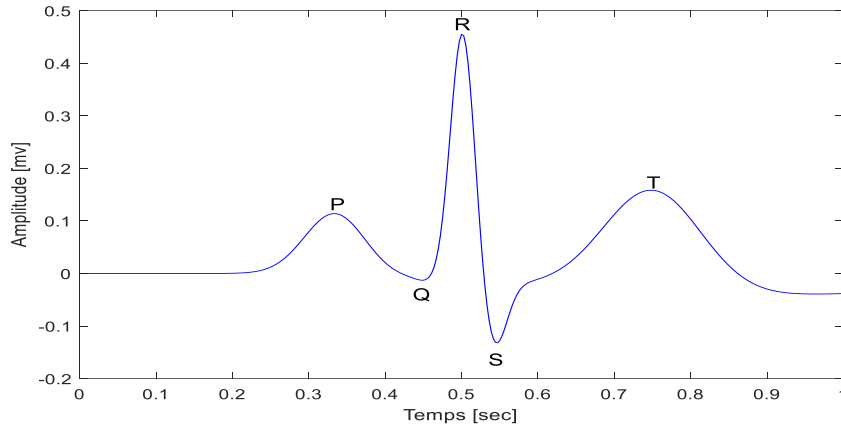
Les points P, Q, R, S et T de l'ECG sont décrits par des événements correspondant à des attracteurs négatifs ou positifs dans la direction des  $z$ . Ces événements sont placés à des angles fixes le long du cercle unitaire et sont donnés par  $\theta_P, \theta_Q, \theta_R, \theta_S$ , et  $\theta_T$  (Figure 3.7).

Quand la trajectoire s'approche de l'un de ces événements, elle est poussée soit vers le haut soit vers le bas loin du cycle limite, et ensuite après un certain moment elle revient (sera retirée) vers le cycle limite [16].

La Figure (3.7) représente une trajectoire typique produite par le modèle dynamique (3.15 et 3.16) dans l'espace 3-D donné par  $(x_1, x_2, x_3)$ . La ligne rouge reflète le cycle limite de rayon unitaire, et la ligne bleue montre les positions des événements P, Q, R, S et T.



**Figure 3.7.** Trajectoire typique produite par le modèle dynamique

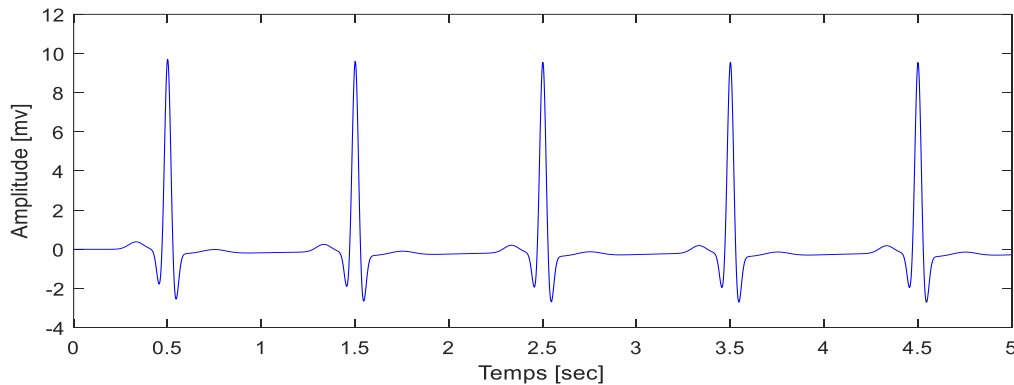


**Figure 3.8.** Signal du modèle de l'ECG (ECG synthétique) sur une période.

Donc, le modèle dynamique de l'ECG peut être donné par l'ensemble des trois équations différentielles suivantes [10][11][12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - \omega_n x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha x_2 + \omega_n x_1 \\ \dot{x}_3 = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - x_3 \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Des extraits du modèle du signal électrocardiogramme dit ECG synthétique sont présentés dans les Figures (3.8) et (3.9) avec une fréquence proche de la fréquence de battement normal d'un cœur ( $T = 1\text{sec}$ ). Sur la Figure (3.8), nous présentons le signal ECG obtenu sur une seule période, et on remarque bien la précision de ce modèle. Le même signal, mais sur un intervalle de temps de 5sec est présenté sur la Figure (3.9). Les paramètres de ces extraits de signaux ECG sont données dans le Tableau (3.1).



**Figure 3.9.** Signal du modèle de l'ECG synthétique sur un intervalle de temps de 5sec.

**Tableau 3.1.** Paramètres du modèle ECG

Indice (i)	P	Q	R	S	T
Temps (secs)	-0.2	-0.05	0	0.05	0.3
$\theta_i$	$-\pi/3$	$-\pi/12$	0	$\pi/12$	$\pi/2$
$a_i$	1.2	-0.5	30.0	-7.5	0.75
$b_i$	0.25	0.1	0.1	0.1	0.4

Pour donner plus de réalisme au modèle ECG, deux caractéristiques doivent être introduites :

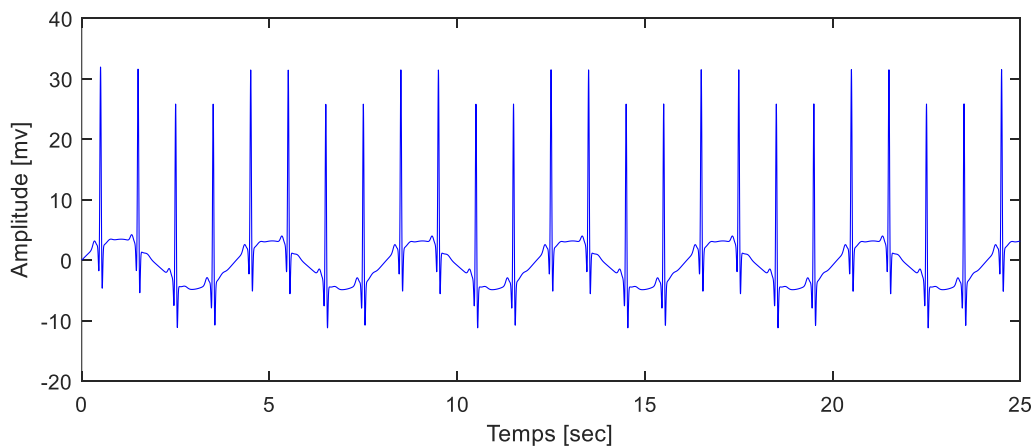
- La déviation de la ligne de base [17][18][19].
- Le bruit additif.

D'abord, la déviation de la ligne de base a été introduite en injectant la valeur de la ligne de base (de fréquence égale à la fréquence respiratoire  $f_r$ ) notée  $z_0$  dans la troisième équation du modèle (3.17) comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - \omega_n x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha x_2 + \omega_n x_1 \\ \dot{x}_3 = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (x_3 - z_0) \end{cases} \quad (3.18)$$

avec :  $z_0(t) = A \sin(2\pi f_r t)$ ,  $A = 0.02mV$ ,  $f_r = 0.25Hz$ .

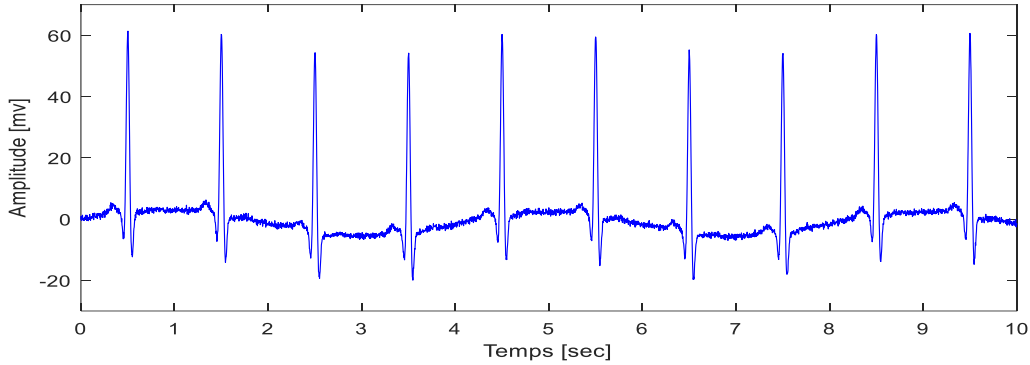
Sur la Figure (3.10) nous présentons le modèle ECG avec sa ligne de base (Modèle 3.18).


**Figure 3.10.** Signal ECG synthétique avec sa ligne de base.

Ensuite, un bruit blanc additif  $v$  est ajouté au signal ECG synthétique (Équation 3.19) dans le but d'avoir un signal plus proche du signal réel, (voir Figure 3.11).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \alpha x_1 - \omega_n x_2 \\ \dot{x}_2 = \alpha x_2 + \omega_n x_1 \\ \dot{x}_3 = \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (x_3 - z_0) + v \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Avec  $v$  est un bruit Gaussien blanc d' $SNR=5$  dB



**Figure 3.11.** Signal ECG synthétique bruité avec sa ligne de base + un bruit blanc.

Enfin, le modèle dynamique général de l'ECG peut être donné par la forme compacte

$\dot{x} = f(x)$  comme suite :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{cases} \alpha x_1 - \omega_n x_2 \\ \alpha x_2 + \omega_n x_1 \\ \underbrace{\sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (x_3 - z_0) + v}_{f(x)} \end{cases} \quad (3.20)$$

avec  $x = [x_1, x_2, x_3]$  le vecteur d'état et  $f$  la dynamique non linéaire de l'ECG.

D'une manière générale, le modèle mathématique idéal de l'ECG (Équation 3.17), peut être rapproché à n'importe quel signal ECG réel et cela en contrôlant les grandeurs suivantes :

- Les paramètres du Tableau (3.1)
- La période du signal (en la variant si elle est variable dans le signal réel)
- La ligne de base (Baseline)
- Le bruit ajouté au modèle.

### 3.5 Conclusion

Ce chapitre a été dédié à la représentation du modèle mathématique du signal ECG. Ce modèle du signal ECG unifie la morphologie et la répartition des ondes du signal ECG dans un seul modèle dynamique non-linéaire. Ce modèle produit une trajectoire dans un espace d'état tridimensionnel avec les coordonnées  $(x ; y; z)$ . La quasi périodicité de signal ECG a été modélisée par le mouvement de la trajectoire autour d'un cycle limite de rayon unité dans le plan  $(x; y)$ , et l'amplitude a été considérée comme la variation suivant l'axe  $z$  de la trajectoire circulaire.

Enfin, Le modèle trouvé nous a donné un signal ECG idéal, et dans le but d'aboutir à un signal ECG quasi réel, des modifications ont été introduites sur ce modèle (telles que l'ajout de la ligne de base et du bruit aléatoire).

## Bibliographie

- [1] E. D. Scheinerman, Invitation to dynamical systems, Library of congress cataloging, Springer, 2000.
- [2] T. Soderstrom and P. Stoica, System Identification, Prentice Hall, 1989.
- [3] E. Layer and K. Tomczyk, Measurement, Modelling and Simulation of Dynamic Systems, Springer, 2010.
- [4] R. Isermann and R. Munchlof, Identification of dynamic systems, Springer, 2010.
- [5] J. R. Raol, G. Girija and J. Singh, Modelling and parameter estimation of dynamic systems, The Institution of Electrical Engineering (IEE), 2004.
- [6] H. Nagashima and Y. Boba, Introduction to chaos, physics and mathematics of chaotic phenomena, Institute of physics publishing, 1999.
- [7] P. Cvitanovic and R. Artuso, Classical and quantum chaos, Springer, 2002.
- [8] H. J. Korsch and H. J. Jodl, Chaos, Springer, 1998.
- [9] T. Moullin, The nature of chaos, Clarendon press oxford, 1994.
- [10] P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko and L. A. Smith, A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals, IEEE transactions on biomedical engineering, Vol. 50, No. 3, pp. 289-294, 2003.
- [11] O. Sayadi, M. B. Chamsollahi and G. D. Clifford, Synthetic ECG generation and Bayesian filtering using a Gaussian wave-based dynamical model, Physiological measurements, IOP publishing, Vol. 31, pp. 1309-1329, 2010.
- [12] R. Sameni, M. B. Shamsollahi and C. Jutten, Mode-based Bayesian filtering of cardiac contaminant from biomedical recordings, Physiological measurements, IOP publishing, Vol. 29, pp. 595-613, 2008.

- [13] K. Chafaa, M. A. Ouali, and M. Ghanai, ECG denoising using extended Kalman filter, International conference on computer applications technology, IEEE, ICCAT, 2013.
- [14] G. D. Clifford, A. Shoeb, P. E. McSharry and B. A. Janz, Model-based filtering, compression and classification, IJBEM, Vol. 7, No. 1, pp. 158-161, 2005.
- [15] O. Sayadi, M. B. Chamsollahi and G. D. Clifford, Mode-based Fiducial points extraction for baseline wandered electrocardiograms, Physiological measurements, IEEE transactions on biomedical engineering, Vol. 55, No. 1, pp. 347-351, 2008.
- [16] M. Gidea, C. Gidea and W. Byrd, Deterministic models for simulating electrocardiographic signals, Commun nonlinear sci numer simulat, Vol. 16, pp. 3871-3880, 2011.
- [17] J. M. Leski and N. Henzel, ECG baseline wander and powerline interference reduction using nonlinear filter bank, Signal processing , Vol. 35, No. 4, pp. 781-793, 2004.
- [18] T. Y. Ji, Z. Lu, H. Q. Wu and Z. Ji, Baseline normalization of ECG signals using empirical mode decomposition and mathematical morphology, Electronics letters, Vol. 44, No. 2, pp. 82-83, 2008.
- [19] M. Blanco-Velasco, B. Weng and K. Barner, ECG signal denoising and baseline correction based on the empirical mode decomposition, Computers in biology and medicine, Vol. 38, pp. 1-13, 2008.

# **Chapitre 4**

Suppression de la déformation  
de la ligne de base du signal  
ECG

## 4.1 Introduction

La ligne de base normale est la ligne isoélectrique du cœur, elle correspond au tracé qui serait observé sur un signal ECG si le cœur n'avait aucune activité. Le bruit de la dérive de ligne de base (BW) peut masquer certaines caractéristiques importantes du signal ECG, il est donc souhaitable d'éliminer ce bruit pour une analyse correcte du signal ECG. Diverses méthodes ont été proposées au fil des dernières années pour la suppression de ce type de bruit. Toutes ces méthodes sont basées sur l'application des techniques avancées de traitement du signal numérique.

Dans ce chapitre nous présentons dans un premier temps l'état de l'art sur les méthodes de suppression de la déformation de ligne de base du signal ECG. Ensuite nous utilisons plusieurs méthodes pour accomplir une étude comparative de suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG synthétique à savoir : le filtre FIR, le filtre IIR, le filtre moyenneur, le filtre médian, la transformation discrète en ondelettes (DWT) et la transformation discrète en cosinus (DCT), et enfin nous choisissons une méthode pour l'appliquer au suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG réel.

## 4.2 Etat de l'art sur la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG

Au cours des dernières années, de nombreux chercheurs ont proposé différentes approches pour réduire la déformation de la ligne de base des signaux électrocardiogrammes. Des filtres numériques ont été, généralement, utilisés pour éliminer ce genre de bruit.

L'utilisation de filtres à phase linéaire permet d'éviter le problème de la distorsion de phase et de l'estimation de la dérive de la ligne de base [2]. La fréquence de coupure et la réponse en phase sont les deux facteurs les plus importants pris en compte dans la conception des filtres numériques [1].

Zhang [3] a utilisé la transformation en ondelettes discrètes (DWT) pour le débruitage du signal ECG, dans lequel la dérive de la ligne de base a été supprimée en sélectionnant correctement les ondelettes mères et les niveaux de décomposition.

De même, Chouhan et Mehta [4] ont développé un algorithme pour la suppression totale de la dérive de la ligne de base du signal ECG en utilisant la correction d'erreur des moindres carrés et la correction basée sur la médiane. Blanco et al [5] ont proposé une méthode basée sur la décomposition en modes empiriques (EMD) pour une élimination précise de la déformation de la ligne de base.

Dans [6], la dérive de la ligne de base a été supprimée en utilisant un filtre moyenneur modifié. Comparée au filtre moyenneur traditionnel pour la suppression de la dérive de la ligne de base de l'ECG, la méthode améliorée réduit les pertes et les distorsions dans le signal ECG utile.

Additionnellement, Weituo et al [7] ont proposé une nouvelle méthode basée sur le filtre médian moyen (MEM) et la transformée en ondelettes discrète (DWT) pour le débruitage. La méthode proposée permet de supprimer efficacement la dérive de la ligne de base tout en préservant les informations utiles de la forme d'onde de l'ECG.

Dans ce contexte Gandham et Bhuma [8] ont présenté une comparaison entre les filtres FIR et IIR. Ils ont constaté que le filtre IIR nécessite moins de calculs et peut être facilement mis en œuvre par rapport au filtre FIR. Ils ont constaté aussi que le filtre IIR était le meilleur choix pour supprimer la dérive de la ligne de base. Manoj et Hemant [9] ont mis en œuvre un filtre numérique FIR et IIR avec ondelettes pour la suppression du bruit de la ligne de base. Des filtres numériques ont été appliqués aux données ECG bruitées présentant un bruit de ligne de base, puis l'approche par ondelettes a été utilisée pour le débruitage global de signal ECG.

Egalement, Ara et al [10] ont présenté une approche pour la correction et la réduction du bruit de la ligne de base basée sur la transformation en ondelettes discrètes (DWT). Ouali et al [11] ont présenté une nouvelle méthode d'élimination de la dérive de la ligne de base en utilisant la forme dérivée des pics R par interpolation par spline cubique (enveloppe supérieure) pour éliminer ce bruit d'un signal ECG. Cette technique a été comparée à la méthode de décomposition des vibrations de Hilbert et à la méthode de décomposition en mode empirique. Elle s'est avérée très efficace dans les situations où il existe une distorsion considérable dans la déformation de la ligne de base.

Dans une autre étude, Hongzu et Pierre [12] ont proposé une nouvelle méthode pour supprimer la dérive de la ligne de base dans les signaux ECG, basée sur l'EMD et le filtre adaptatif. L'interférence de la ligne de base a été facilement éliminée du signal ECG sans distorsion du signal ECG.

### 4.3 Méthodes utilisées

Un filtre numérique est un élément qui effectue un filtrage à l'aide d'une succession d'opérations mathématiques sur un signal [13], c'est-à-dire, il modifie le contenu spectral du signal d'entrée en atténuant ou éliminant certaines composantes spectrales indésirables [14].

Parmi les techniques largement utilisées pour la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG on trouve le filtre FIR, le filtre IIR, le filtre moyeneur, le filtre médian, la transformation discrète en ondelettes (DWT) et la transformation discrète en cosinus (DCT). Ces six techniques seront utilisées pour l'étude comparative qui sera présentée dans la section suivante.

### 4.3.1 Filtres à réponse impulsionnelle infinie (IIR)

Le filtre IIR est un filtre récursif. Dans sa structure, la sortie courante n'est pas seulement liée aux entrées précédentes, mais aussi aux sorties précédentes. Sa fonction de transfert est exprimée comme un rapport de deux polynômes comme suit :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b(k)z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a(k)z^{-k}} \quad (4.1)$$

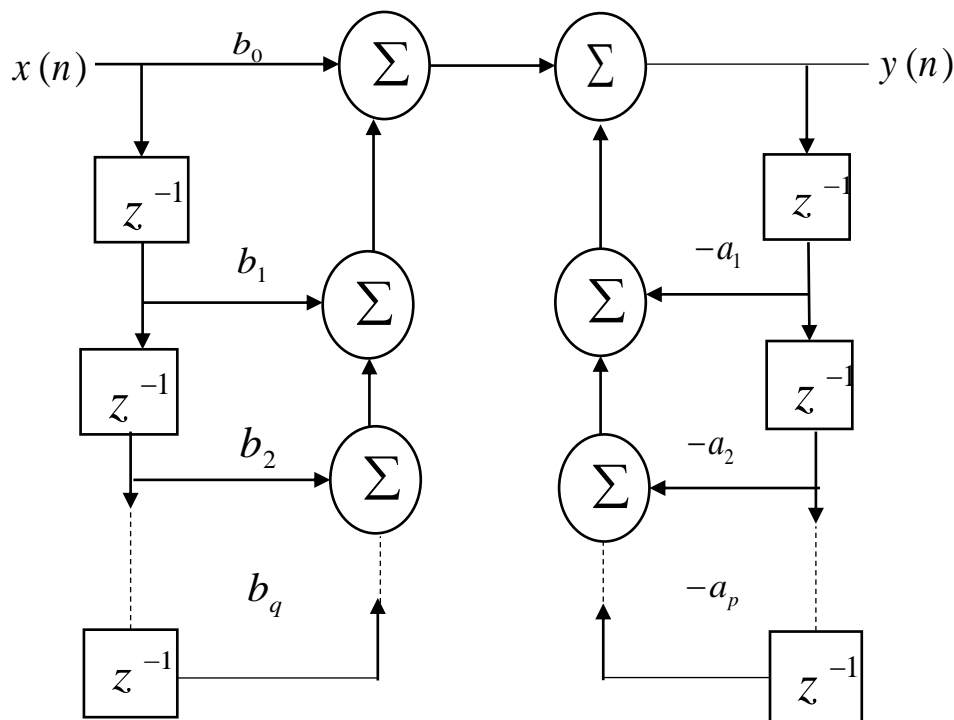


Figure 4.1. Structure d'un filtre IIR.

La Figure (4.1) présente la structure récursive d'un filtre IIR. Elle correspond au cas où la sortie dépend de l'entrée et des sorties précédentes. L'équation aux différences est donnée par :

$$y(n) = \sum_{k=0}^q b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^p a_k y(n-k) \quad (4.2)$$

avec  $x(n)$  la valeur du signal d'entrée à l'instant  $n$ ,  $y(n)$  la valeur du signal de sortie à l'instant  $n$ ,  $p$  nombre de pôles,  $q$  de zéros, et  $a_k$  et  $b_k$  sont les coefficients polynomiaux constants du dénominateur et du numérateur du filtre [15].

### 4.3.2 Filtres à réponse impulsionnelle finie (FIR)

Lorsque les coefficients  $a_k$  sont tous nuls dans l'équation (4.2), un filtre FIR est donné par l'équation de différence suivante :

$$y(n) = \sum_{k=0}^q b_k x(n-k) \quad (4.3)$$

Où  $b_k$  sont les coefficients de filtre, et  $q$  est le nombre de coefficients [15]. Dans ce cas, la fonction de transfert est définie par :

$$H(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-q}}{1} \quad (4.4)$$

La Figure (4.2) présente la structure de forme directe de ce filtre

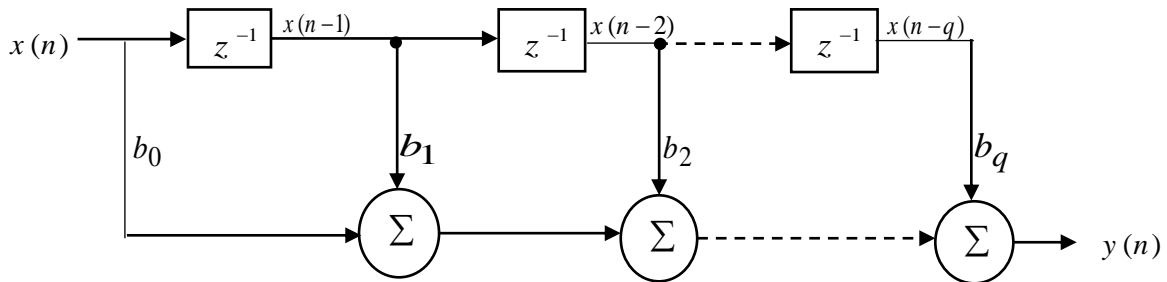


Figure 4.2. Structure du filtre FIR.

### 4.3.3 Filtre moyennneur

Un filtre moyennneur est un type particulier du filtre FIR. Son implémentation consiste à calculer la moyenne sur une certaine fenêtre qui définit un voisinage [16][17][18]. Chaque valeur de la sortie du filtre est la moyenne de tous les points définis par la fenêtre comme suit:

$$y(n) = \frac{1}{W} \sum_{i=0}^{W-1} x(n+i) \quad (4.5)$$

Où  $x$  est le signal d'entrée bruité du filtre,  $y$  est le signal de sortie obtenu par ce filtre et  $W$  la largeur de la fenêtre.

### 4.3.4 Filtre médian

Le filtre médian est une technique de filtrage numérique non linéaire, souvent utilisée pour éliminer le bruit [19][20][21][22][23][24]. Son implémentation consiste d'abord à définir une fenêtre temporelle, puis à trier les éléments au milieu de la fenêtre d'une manière ascendante, la sortie du filtre sera alors la valeur du milieu, ce qui peut être exprimé mathématiquement par :

$$y(n) = \text{median}[x(n - W/2), \dots, x(n), \dots, x(n + W/2)] \quad (4.6)$$

où  $x$  est le signal appliqué au filtre,  $y$  est le signal de sortie obtenu par ce filtre et  $W + 1$  la largeur de la fenêtre.

### 4.3.5 Transformée en Ondelettes

La transformée en ondelettes est une technique temps-fréquence qui a été introduite pour surmonter les limites de la résolution temporelle et fréquentielle [25][26][27]. L'ondelette décompose un signal en différentes composantes de fréquence et étudie chaque composante avec une résolution adaptée à son échelle. Cette propriété peut être utilisée efficacement à des fins de débruitage [28][23][30][31].

La transformée en ondelettes continue (CWT) permet de transformer un signal continu en un signal hautement redondant de deux variables continues : la translation et l'échelle.

La transformée en ondelettes continue (CWT) a été définie par Daubechies en 1992 [32][33] par :

$$W_x(a,b) = X(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi_{a,b}(t)dt \quad (4.7)$$

avec  $a$  et  $b$  sont les facteurs d'échelle et de translation, respectivement.

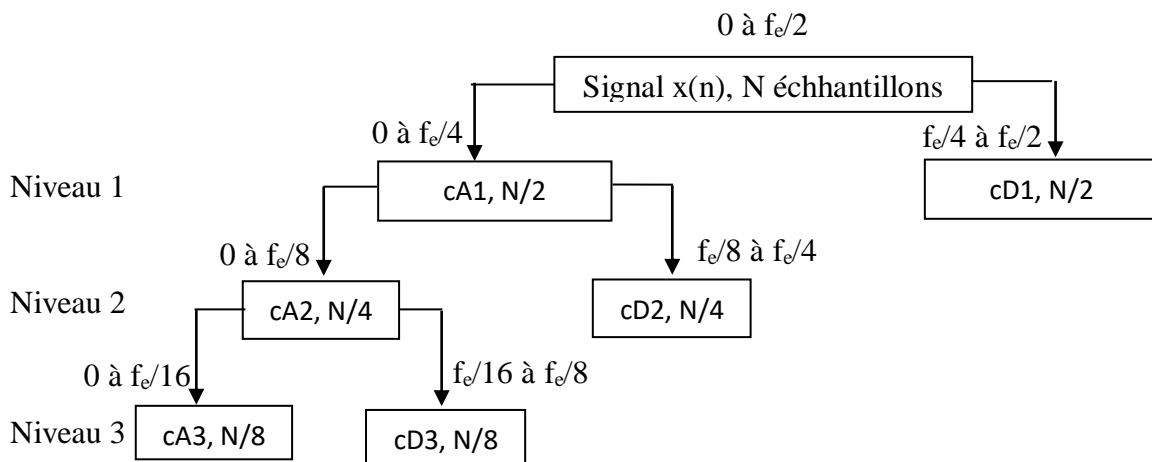
Plusieurs versions de fonctions ondelettes  $\psi_{a,b}(t)$  peuvent être obtenues à partir de la fonction onde mère  $\psi(t)$  :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4.8)$$

avec  $a$  et  $b$  des réels  $a \neq 0$ . Les grandes valeurs du facteur  $a$  élargissent l'onde mère ce qui permet l'analyse des composantes basses fréquences du signal, tandis que les faibles valeurs de  $a$  contractent l'onde mère ce qui permet l'analyse des composantes hautes fréquences du signal [34].

#### 4.3.5.1 Transformée en ondelettes discrète DWT "Décomposition"

La transformée en ondelettes discrètes est réalisée en faisant passer le signal par une série de filtres passe-bas et passe-haut. L'approximation représente les composantes de basses fréquences du signal tandis que les détails représentent les composantes de hautes fréquences [35][36]. Selon cette transformée, un signal  $x(n)$  peut-être décomposé en plusieurs composantes de faibles et de hautes résolutions [37][38][39] (composantes d'approximations et composantes de détails) comme le montre la Figures (4.3) pour une décomposition à trois niveaux où  $f_e$  représente la fréquence d'échantillonnage,  $cA$  les coefficients d'approximation et  $cD$  les coefficients de détails.

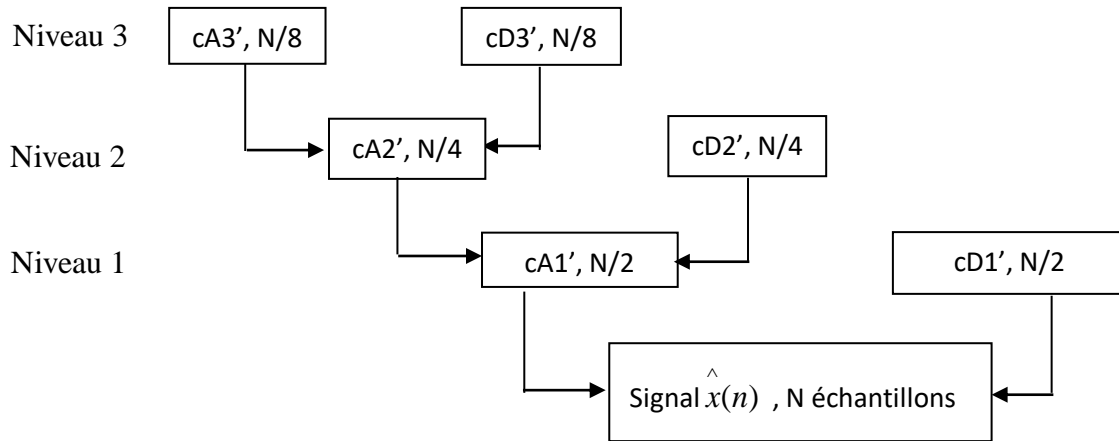


**Figure 4.3.** Décomposition : Transformée en ondelette discrète.

Le nombre de décompositions est appelé nombre de niveaux, son choix dépend de la nature du signal considéré et du problème à résoudre.

#### 4.3.5.2 Transformée en ondelette discrète inverse "Reconstruction"

Après avoir effectué certains traitements sur les composantes d'ondelettes (approximations ou détails ou tous les deux) obtenu par la DWT, le signal résultant  $\hat{x}(n)$  sera obtenu par la transformée en ondelettes discrète inverse représentée dans la Figure (4.4), cette opération s'appelle "Reconstruction"



**Figure 4.4.** Reconstruction : Transformée en ondelette discrète inverse.

### 4.3.6 Transformée en Cosinus Discrète (DCT)

La transformée en cosinus discrète DCT (discrete cosine transform) est une technique de conversion d'un signal usuellement temporel en composantes de fréquence élémentaires. Elle exprime une séquence de points de données finement nombreux en matière de somme de fonctions cosinus [40] [41] [42]. L'équation (4.9) montre l'équation générale de la DCT qui transforme le signal du domaine temporel en signal du domaine fréquentiel sur la base de la somme des fonctions cosinus oscillants de différentes fréquences [40] [41] :

$$X(k) = DCT(x_n) = w[k] \sum_{n=1}^N x[n] \cos \frac{\pi(2n-1)(k-1)}{2N} \quad (4.9)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{Avec : } w[k] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & k = 1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & 2 \leq k \leq N \end{cases}$$

$N$  est la longueur des données du domaine temporel  $x$ , les données du domaine fréquentiel  $y$  ont la même longueur de  $x$ .

L'équation (4.10) montre l'équation de conversion de la fréquence en indice  $k$  :

$$k = \frac{N \times f}{F_s / 2} \quad (4.10)$$

où  $N$  est la longueur des données temporelles,  $F_s$  est la fréquence d'échantillonnage des données temporelles, et  $f$  est la fréquence correspondante à l'indice  $k$  [41].

Nous pourrions obtenir un signal reconstruit dans le domaine temporel en utilisant une transformation DCT inverse générale qui transforme le signal dans le domaine fréquentiel en un signal dans le domaine temporel. Ainsi La transformation inverse (IDCT) est définie comme :

$$x(n) = IDCT(X_k) = \sum_{k=1}^N w[k]X_k \cos \frac{\pi(2n-1)(k-1)}{2N} \quad (4.11)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{Avec : } w[k] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & k = 1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & 2 \leq k \leq N \end{cases}$$

où  $N$  est la longueur des données et  $n$  est l'indice de signal discret dans le domaine temporel.

On notera que  $\sqrt{\frac{2}{N}}$  est le facteur de normalisation et  $w[k]$  est un facteur d'échelle [41].

## 4.4 Résultats de la simulation

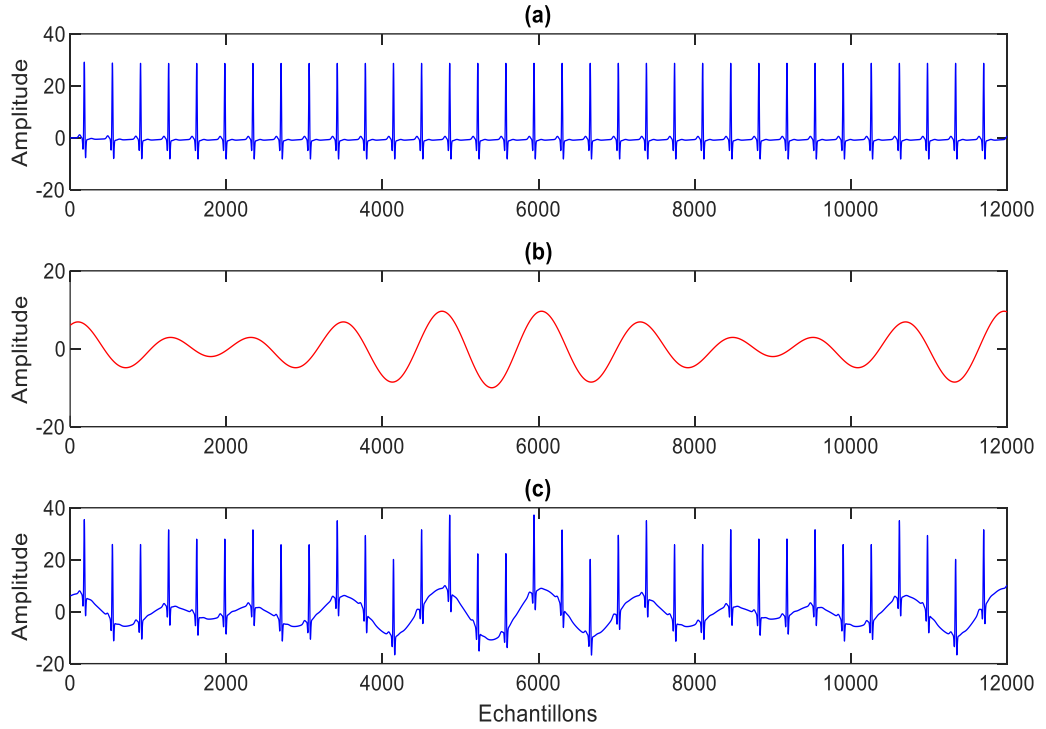
### 4.4.1 ECG synthétique

Nous présentons dans cette section les résultats de la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG synthétique en utilisant les méthodes mentionnées dans la section précédente. Le signal ECG synthétique et le bruit généré pour la modélisation de la ligne de base sont présentés sur la Figure (4.5), et les critères d'évaluation employés sont spécifiés dans cette section.

Le signal ECG synthétique présenté sur la Figure 4.5(a) a été généré par le modèle dynamique discuté précédemment (voir chapitre 3). La Figure 4.5(b) montre le signal  $BW$  basse fréquence qui représente un exemple de description mathématique de la déformation de la ligne de base et qui est constitué par deux faibles fréquences  $f_1 = 0.25 \text{ Hz}$  et  $f_2 = 0.3 \text{ Hz}$  comme le montre L'équation (4.12) suivante :

$$BW = 4 \sin(2\pi 0.25t) + 6 \cos(2\pi 0.3t) \quad (4.12)$$

La somme du signal ECG synthétique avec la déformation  $BW$  constitue le signal ECG bruité avec ligne de base déformée présenté sur la Figure 4.5 (c).



**Figure 4.5.** (a) Signal ECG propre synthétique, (b) bruit BW synthétique, (c) Signal ECG bruité synthétique.

Les différentes méthodes sont évaluées quantitativement à l'aide des critères SNR, MSE, et PRD des expressions :

$$SNR = 10 \text{Log} \left( \frac{\sigma^2_{ecg_c}}{\sigma^2_{(ecg_c - ecg_f)}} \right) \quad (4.13)$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_1^N (ecg_c - ecg_f)^2 \quad (4.14)$$

$$PRD = 100 \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_1^N (ecg_c - ecg_f)^2}{\frac{1}{N} \sum_1^N (ecg_c)^2}} \quad (4.15)$$

Avec  $N$  est le nombre des échantillons,  $ecg_c$  est le signal électrocardiogramme synthétique propre,  $ecg_f$  est le signal électrocardiogramme filtré et  $\sigma^2$  dénote la variance.

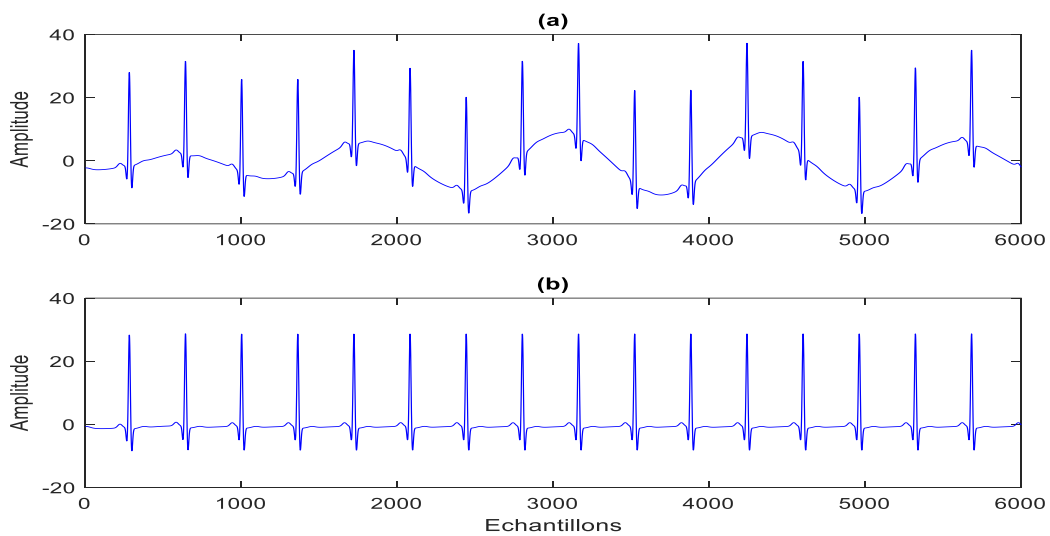
Dans ce qui suit, les résultats de l'application des différentes méthodes de filtrage de la déformation de ligne de base du signal électrocardiogramme sont représentés, plus précisément les signaux filtrés par les diverses méthodes sont illustrées sur les figures (4.6),

(4.7), (4.8), (4.9), (4.10) et (4.11) et les différents critères tels que SNR, MSE et PRD sont calculés pour la sortie de chaque filtre.

Dans le cas du filtre FIR passe- haut en utilisant la fenêtre de Hamming pour la conception de ce filtre, en choisissant la fréquence de coupure  $f_c = 0,5$  Hz avec une fréquence d'échantillonnage  $f_s = 360$  Hz. L'ordre du filtre est estimé par  $q = 1500$  [29] et la

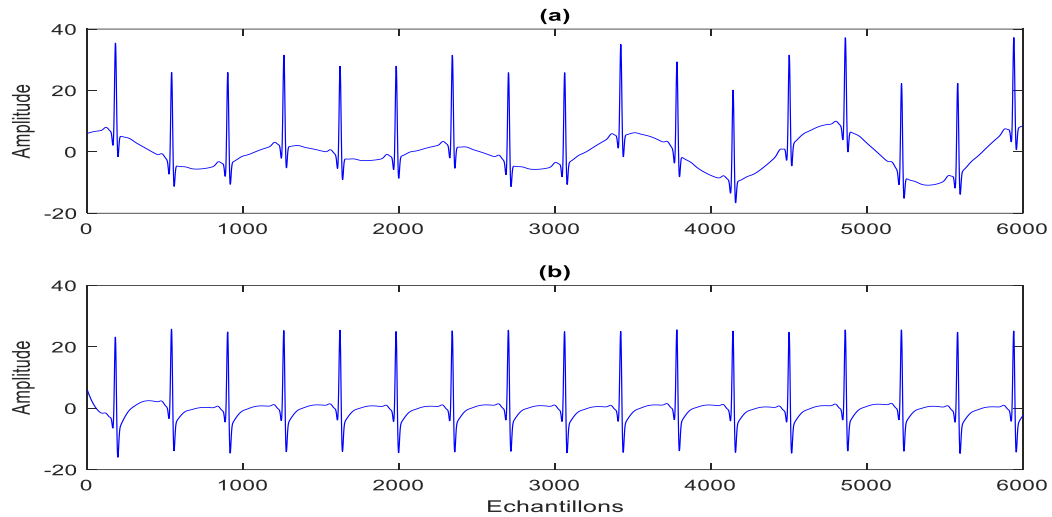
fréquence réduite est :  $f_{reduite} = \frac{f_c}{f_s} = 0.002$  Hz .On peut voir sur La figure (4.6) que le bruit

de la déformation de ligne de base est supprimé sans distorsion du signal.



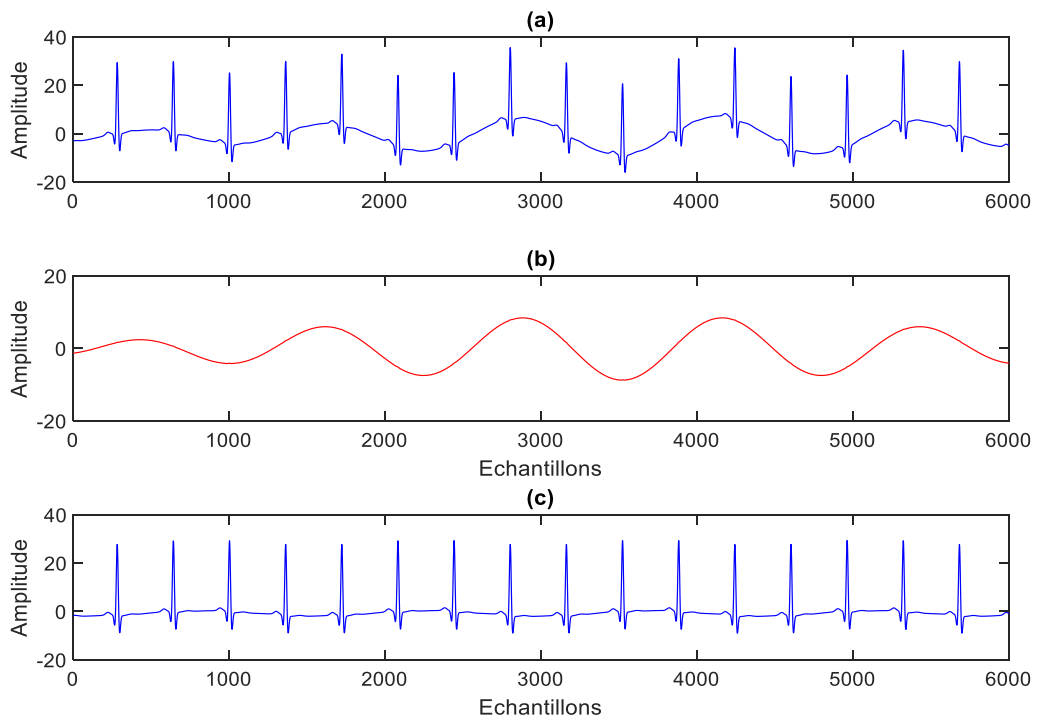
**Figure 4.6.** Filtrage de signal ECG par le filtre FIR : (a) Signal ECG bruité, (b) Signal ECG filtré.

Pour le filtre IIR en utilisant le filtre passe- haut de Butterworth du deuxième ordre [30], avec une fréquence de coupure de 0.5 Hz. Le résultat sur la Figure (4.7) montre que la ligne de base est éliminée du signal ECG. Cependant la sortie de ce filtre présente une distorsion du signal ECG causée par sa réponse de phase non linéaire.

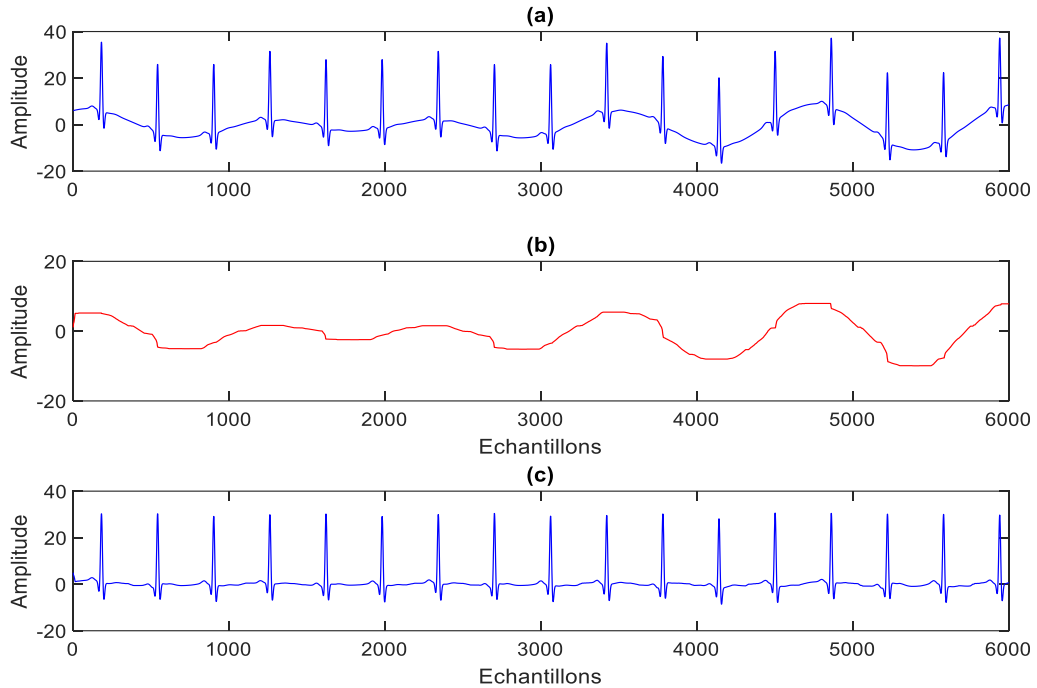


**Figure 4.7.** Filtrage du signal ECG par le filtre IIR (a) Signal ECG bruité, (b) Signal ECG débruité.

Dans le cas du filtre moyenneur et filtre médian la longueur de la fenêtre a été choisie pour être de  $W=361$ . Ces deux filtres sont considérés comme des filtres passe bas alors le signal de la sortie de chaque filtre représente la dérive de ligne de base estimée. On observe sur les Figures (4.8) et (4.9) que le bruit de la déformation de la ligne de base est diminué par ces deux filtres, mais qu'il provoque des distorsions du signal ECG.

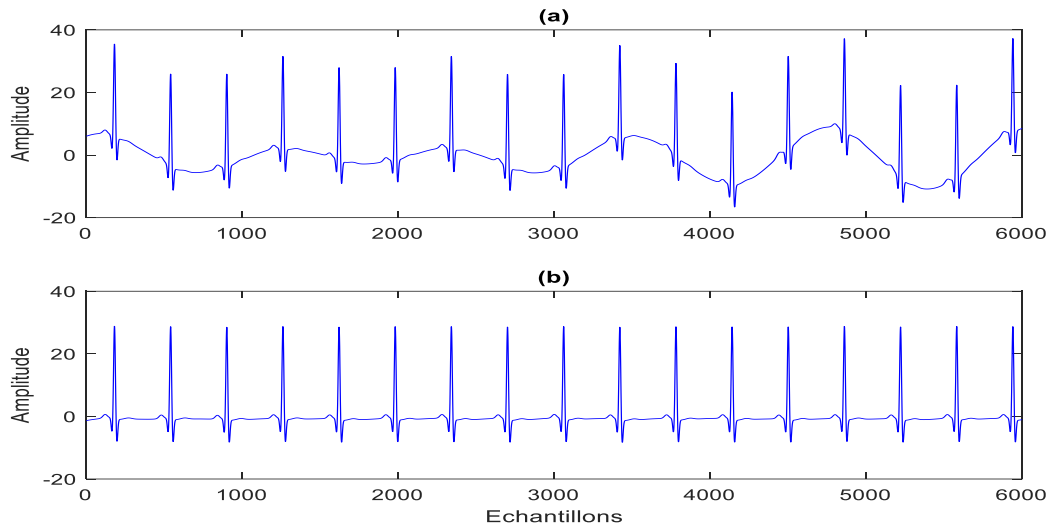


**Figure 4.8.** Filtrage de signal ECG par le filtre moyenneur : (a) Signal ECG bruité, (b) déviation de la ligne de base estimée (c) Signal ECG débruité.



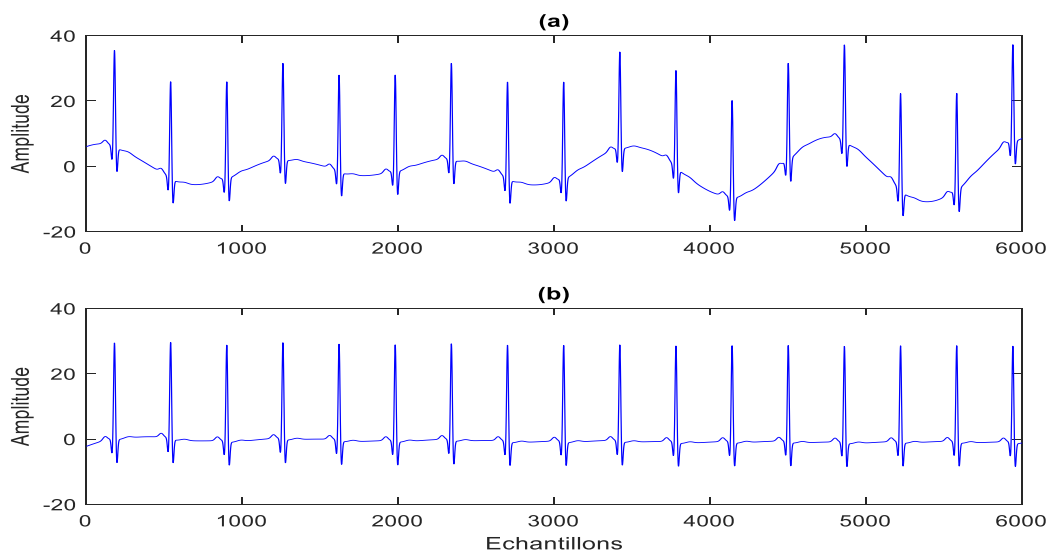
**Figure 4.9.** Filtrage de signal ECG par le filtre médian : (a) Signal ECG bruité, (b) déviation de la ligne de base estimée (c) Signal ECG débruité.

Dans le cas de la DWT, en utilisant l'ondelette db8 pour décomposer le signal ECG bruité en 8 niveaux. La raison du choix de la décomposition à 8 niveaux est que lorsque la fréquence d'échantillonnage du signal est de 360 Hz. La plage de fréquences du huitième coefficient d'approximation est d'environ 0-0,7 Hz ( $f_c = \frac{360}{2^{8+1}} = 0.7031$ ), ce qui correspond à la plage de fréquences du BW. Après la décomposition, nous avons mis la bande d'approximation CA8 à zéro et reconstruit le signal ECG avec tous les coefficients de détail pour obtenir le signal ECG débruité. Le signal obtenu sera donc sans déformation de ligne de base et sans distorsion de signal ECG comme illustré à la figure (4.10).



**Figure 4.10.** Filtrage de signal ECG par le filtre DWT : (a) Signal ECG bruité (c) Signal ECG débruité.

Dans le cas de filtrage par le filtre DCT, nous calculons la DCT du signal ECG bruité, et nous mettons à zéro les coefficients ayant des composantes de fréquences dans la plage de 0-0,6 Hz qui correspondent à  $K = 9000 \times [0.5 / (360/2)] = 25$  (le nombre effectif d'harmoniques supprimées), et en reconstruisant le signal ECG à partir du reste des coefficients en utilisant la DCT inverse (IDCT). La figure (4.11) montre que le signal obtenu de la sortie de cette méthode sera sans déformation de ligne de base et sans distorsion de signal ECG. Alors, on peut voir clairement que ce filtre donne un résultat excellent et très proche du filtre DWT.



**Figure 4.11.** Filtrage du signal ECG par le filtre DCT : (a) Signal ECG bruité (c) Signal ECG débruité.

**Tableau 4.1.** Résultats de comparaison des méthodes de références.

Méthodes	<i>SNR</i>	<i>MSE</i>	<i>PRD</i>
FIR	11.5905	28.9810	75.0934
IIR	9.6572	36.0318	87.0977
Médian	9.4029	34.6157	85.4559
Moyenueur	10.8231	28.3994	77.3247
DCT	<b>13.0686</b>	<b>24.1140</b>	<b>71.2522</b>
DWT	<b>13.2363</b>	<b>24.1340</b>	<b>71.2817</b>

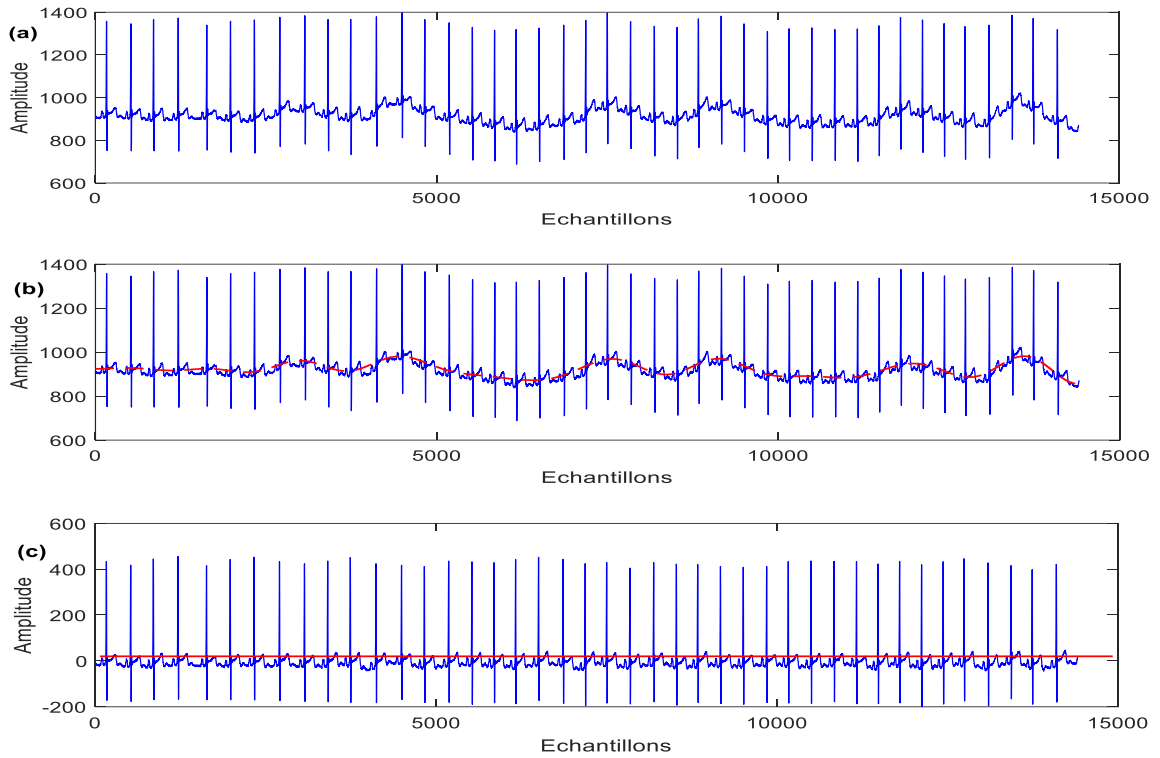
Le signal ECG considéré est généré par le modèle (3.17) avec une période  $2\pi/\omega=1\text{sec}$  et les paramètres donnés dans le tableau (3.1).

Les résultats de la comparaison sont présentés sur le tableau (4.1), dont on peut remarquer que les différentes techniques donnent de bons paramètres de performance pour la suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG. Nous pouvons noter aussi que les techniques basées sur la DWT et la DCT obtiennent des résultats mieux que les autres. Ces résultats sont intéressants pour le débruitage du signal ECG réel.

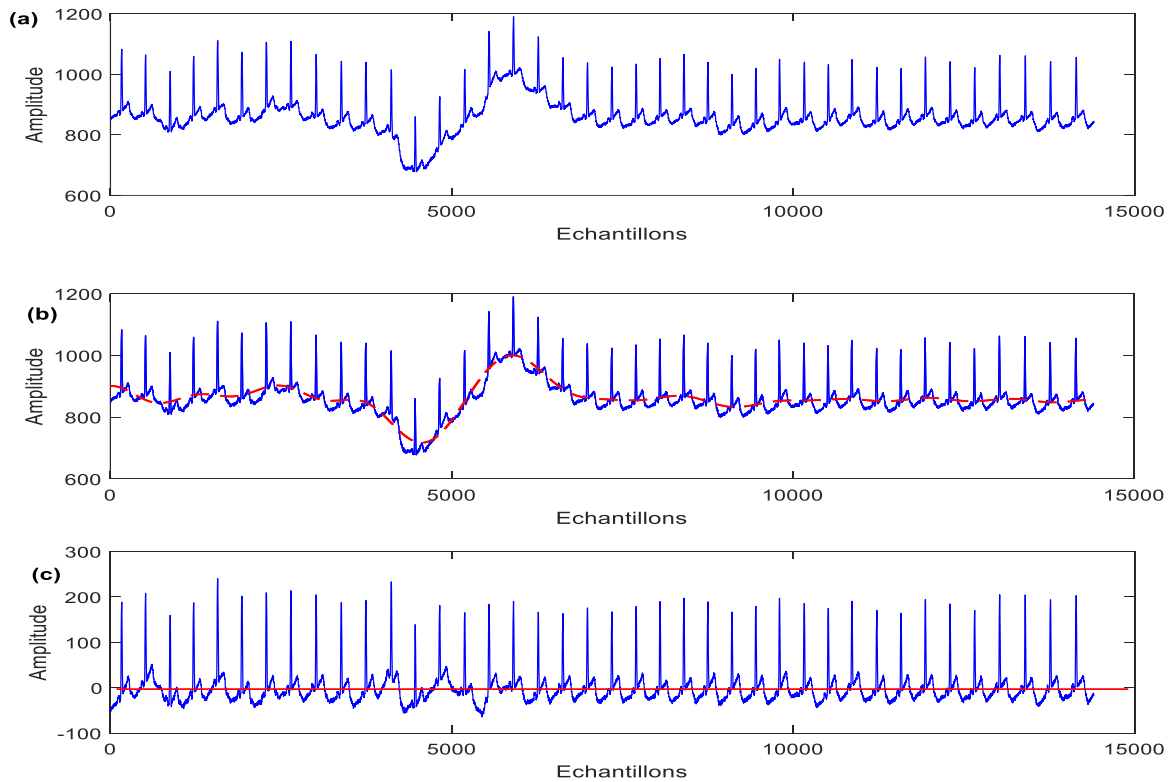
#### 4.4.2 Signal ECG réel

Nous avons observé dans la section précédente l'efficacité de la suppression de la déformation de la ligne de base d'un signal ECG par la méthode DCT sur les données ECG synthétiques. Pour cette raison, nous allons appliquer ce filtre aux données ECG réelles.

Les signaux ECG réels (115.dat) et (121.dat) de la base de données MIT-BIH PhysioBank [32] ont été utilisés pour évaluer les performances de la technique choisie dans le cas d'une distorsion de la ligne de base. Les Figures (4.12) et (4.13) montrent l'efficacité de cette méthode et son succès à éliminer la distorsion de la ligne de base du signal ECG réel.



**Figure 4.12.** (a) Signal ECG réel 115.dat (b) BW estimée par DCT (ligne rouge)(c) signal ECG 115.dat débruité par le filtre DCT .



**Figure 4.13.** (a) Signal ECG réel 121.dat (b) BW estimée par DCT (ligne rouge)(c) signal ECG 121.dat débruité par le filtre DCT .

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, dans un premier lieu nous avons présenté une comparaison quantitative et qualitative des performances de différentes méthodes utilisées pour l'élimination de la déformation de la ligne de base, en utilisant des signaux ECG synthétiques, et trois critères d'évaluations basées sur SNR, MSE et PRD. En second lieu la méthode basée sur la DCT a été appliquée aux signaux ECG réels de la base de données MIT-BIH PhysioBank.

## Bibliographie

- [1] J.P.M De Sa, Digital FIR Filtering For Removal of ECG Baseline Wander, Journal of Clinical Engineering, Vol. 7, No. 3, pp. 235-240, 1982.
- [2] . J. A. Van Alsté, W. Van Eck, and O. E. Herrmann, ECG baseline wander reduction using linear phase filters. Computers and Biomedical Research, Vol. 19, pp. 417-427, 1986
- [3] L. Xu, D. Zhang, And K. Wang, Wavelet- Based Cascaded Adaptive Filter For Removing Baseline Drift In Pulse Waveforms, IEEE Transactions On Biomedical Engineering, Vol. 52, No. 11, pp. 1973-75, 2005.
- [4] V. S. Chouhan and S. S. Mehta, Total Removal of Baseline Drift from ECG Signal, International Conference on Computing: Theory and Applications-IC CTA '07, 2007.
- [5] M. Blanco-Velasco, B. Weng, and K. E. Barner, ECG signal denoising and baseline wander correction based on the empirical mode decomposition. Computers in Biology and Medicine, Vol. 38, No. 1, pp. 1-13, 2008.
- [6] M. Dai, and S. L. Lian, Removal of Baseline Wander from Dynamic Electrocardiogram 2<sup>nd</sup> International Congress on Image and Signal Processing, 2009.
- [7] Weituo Hao, Yu Chen, and Yi Xin ECG Baseline Wander Correction by Mean-Median Filter and Discrete Wavelet Transform, 33rd Annual International Conference of the IEEE EMBS Boston, Massachusetts USA, 2011.
- [8] S. Rani, A. Kaur, and J. S. Ubhi. Comparative study of FIR and IIR filters for the removal of Baseline noises from ECG signal, (IJCSIT) International Journal of Computer Science and Information Technologies, Vol. 2, No 3, 2011.
- [9] S. Manoj, D. Hemant, Noise Removal from ECG Signal and Performance Analysis Using Different Filter, International Journal of Innovative Research in Electronics and Communication (IJIREC), Vol. 1, No. 2, PP. 32-39, 2014.

- [10] I. Ara, M. Najmul Hossain, and M. S. Yahea Mahbub, Baseline Drift Removal and De-Noising of the ECG Signal using Wavelet Transform, *International Journal of Computer Applications*, Vol. 95, No. 16, pp. 15-17, 2014.
- [11] M. A. Ouali, M. Ghanai, and K. Chafaa, Upper envelope detection of ECG signals for baseline wander correction : a pilot study. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, Vol. 26, No. 2, pp. 803-816, 2018.
- [12] H. Li, and P. Boulanger, An Automatic Method to Reduce Baseline Wander and Motion Artifacts on Ambulatory Electrocardiogram Signals. *Sensors*, Vol. 21, No. 24, 2021.
- [13] J. G. Proakis, and D. K. Manolaki, *Digital Signal Processing*, 4th Edition Pearson Education. 2006.
- [14] Sheno, B. A. *Introduction to Digital Signal Processing and Filter Design*, 4th Edition, Wiley-Interscience, 2005.
- [15] L. Litwin, FIR and IIR digital filters. *IEEE Potentials*, Vol. 19, No. 4, pp. 28-31, 2000.
- [16] J. Astola and P. Kuosmanene, *Fundamental of nonlinear filtering*, CRC press, 1997.
- [17] H. Sadabadi, M. Ghassemi and A. Ghaffari, A mathematical algorithm for ECG signal denoising using window analysis, *Biomed pap Med Fac Univ*, Vol. 151, No. 1, pp. 73-78, 2007.
- [18] P. Nachandra, A. Krishna and C. Deepika, A recursive trim-mean filter for denoising biological signals, *Proceedings of the 6th WSEAS international conference on Multimedia systems & signal processing*, pp. 142-145, 2006.
- [19] M. Stork, Median filters, theory and applications, 3rd international conf. on electronics engineering, pp. 3-7, 2003.
- [20] D. S. Richards, VLSI median filters, *IEEE transactions on acoustic, speech and signal processing*, Vol. 38, pp. 145-153, 1990.

- [21] J. P. Fitch, J. E. Coyle, and N. C. Gallagher, Median filtering by threshold decomposition, IEEE transactions on acoustic, speech and signal processing, Vol. 32, No. 6, pp. 1183-1188.1984, 1984.
- [22] D. Maheswari and V. Radha, Noise removal in compound image using median filter, International journal on computer science and engineering, Vol. 2, No. 2, pp. 1359-1362, 2010.
- [23] P. E. Tikkanen, Nonlinear wavelet and wavelet packet denoising of electrocardiogram, Biol. Cybern, Vol. 80, pp. 259-267, 1999.
- [24] S. Kayhan and E. Erçelebi, ECG denoising on bivariate shrinkage function exploiting interscale dependency of wavelet coefficients, Turk. J. Elec. Eng. & Comp. Sci., Vol. 19, No. 3, pp. 495-512, 2011.
- [25] R. Gençay, F. Selçuk, and B. Whitcher, An introduction to wavelets and other filtering methods in finance and economics, Academic press, 2007.
- [26] D. K. Ruch, and P. J. Van Fleet, Wavelet theory, an elementary approach with applications, Wiley and sons, 2009.
- [27] E. Aboufadhel, and S. Schlicker, Discovering wavelets, Wiley and sons, 1999.
- [28] R. T. Ogden, Essential wavelets for statistical application and data analysis, Library of congress cataloging in publication data, 1965.
- [29] M. J. Mohlenkanp, and M. C. Pereyra, Wavelets, their friends and what they can dor for you, European mathematical society, 2000.
- [30] Y. Y. Tang, Wavelet theory approach to pattern recognition, World scientific, 2009.
- [31] A. Damlaman, and S. Jaffard, Wavelet methods in mathematical analysis and engineering, World scientific, 2010.
- [32] K. P. Soman, K. I. ramachandran and N. G. Resmi, Insight into wavelets, from theory to practice, Prentice Hall, 2007.

- [33] M. Unser and T. Blu, Wavelet theory Demystified, IEEE Transactions on signal processing, Vol. 51, No. 2, pp.470-483, 2003.
- [34] I. Houamed, L. Saidi, and F. Srairi, ECG signal denoising by fractional wavelet transform thresholding. Research on Biomedical Engineering, 2020.
- [35] H. Olkkonou, Discrete wavelet transforms : Algorithms and applications, INTECH, 2011.
- [36] H. G. Stark, Wavelets and signal processing, Springer, 2005.
- [37] C. S. Burrus, R. A. Gopinath, and H. Guao, Introduction to wavelets and wavelet transforms, a primer, Prentice Hall, 1998.
- [38] S. G. Mallat, A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation, IEEE trans. On pattern analysis and machine intelligence, Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, 1989.
- [39] G. Starng and T. Nguyen, Wavelets and filter banks, Wellesley-Cambridge press, 2001.
- [40] M. Bahaz, and R. Benzid, Efficient algorithm for baseline wander and powerline noise removal from ECG signals based on discrete Fourier series. Australasian Physical & Engineering Sciences in Medicine, Vol. 41, No. 1, pp. 143–160, 2018.
- [41] H. O. Dominguez, and K. R. Rao, Discrete Cosine Transform, Second Edition, CRC Press. 2019.
- [42] H. S. Shin, C. Lee, and M. Lee, Ideal filtering approach on DCT domain for biomedical signals: index blocked DCT filtering method (IB-DCTFM), J Med Syst, Vol. 34, No. 4, pp. 741–753, 2010.
- [43] P. kannan, S. maheswari, A. pon bharathi, and A. J. wilson, Spectral and performance measures analysis of ECG signal using various transforms and different types of IIR and fir filters with different orders. International Journal of Electrical Engineering and Technology, Vol. 12. No. 5, pp. 96-108, 2021.

# **Chapitre 5**

Débruitage du signal ECG

## 5.1 Introduction

L'électrocardiogramme (ECG) est l'enregistrement de l'activité électrique du cœur, qui fournit des informations utiles pour la détection, le diagnostic et le traitement des maladies cardiaques. Comme il a été annoncé au chapitre 2, plusieurs sources de bruit peuvent contaminer le signal ECG. Pour cette raison, le filtrage de ce signal est une tâche fondamentale dans le processus de diagnostic des maladies cardiovasculaires. Dans ce contexte, plusieurs méthodes de filtrages ont été proposées dans la littérature dans le but d'améliorer la qualité du signal ECG.

Dans ce chapitre, nous proposons une technique simple et efficace de filtrage du signal ECG pour éliminer les bruits blancs gaussiens et les bruits physiologiques des signaux d'électrocardiogramme (ECG). Elle est basée sur des outils simples habituellement utilisés dans le traitement des signaux numériques, comme le filtre moyenneur, le filtre médian, la suppression de la dérive de la ligne de base et la détection des pics.

## 5.2 Débruitage du signal ECG

La méthode proposée consiste à l'amélioration du signal ECG en se basant sur des outils statistiques et des filtres de traitement du signal numérique de base comme le filtre médian (MF) et le filtre moyenneur (MAF).

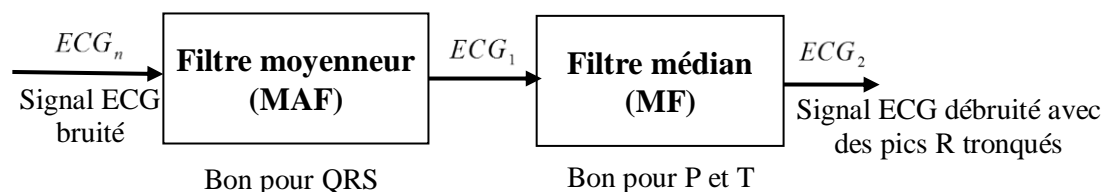
Le filtre médian et le filtre moyenneur sont l'une des méthodes les plus couramment utilisées pour éliminer le bruit. Notre principale contribution au débruitage du signal ECG provient de l'idée que la taille des fenêtres de ces deux filtres joue un rôle important dans leurs performances. Des fenêtres plus larges ou plus étroites entraînent des distorsions importantes.

Pour les deux filtres, nous remarquons que si la taille de la fenêtre est petite, nous obtenons de mauvaises performances de filtrage pour les signaux possédant de lentes variations et de bonnes performances pour les signaux possédant des valeurs extrêmes et des variations rapides. Contrairement aux fenêtres larges, le filtrage est bon pour les signaux possédant de lentes variations et mauvais pour les signaux possédant des valeurs extrêmes et des variations rapides (voir le Tableau 5.1).

**Tableau 5.1.** Influence de la taille des fenêtres MF et MA sur le débruitage des ondes du signal ECG.

Fenêtre	filtre moyeneur		filtre médian	
	<b>Etroite</b>	Ondes QRS	<b>Bon</b>	Ondes QRS
	Ondes P, T	<b>Mauvais</b>	Ondes P, T	Mauvais
<b>Large</b>	Ondes QRS	Mauvais	Ondes QRS	<b>Mauvais</b>
	Ondes P, T	Bon	Ondes P, T	<b>Bon</b>

Puisque les signaux ECG contiennent les deux types de variations, des variations lentes (ondes P et T) et les variations rapides (ondes QRS), la simple utilisation du filtre MAF ou du filtre MF ne peut pas être efficace pour le débruitage de ces signaux (avec des fenêtres glissantes larges, le filtrage est bon pour les ondes P et T mais les pics R sont fortement atténués, mais avec des fenêtres glissantes étroites, le filtrage est mauvais pour les ondes P et T mais les pics R sont conservés (voir Figure 5.1).

**Figure 5.1.** Influence des filtres MAF et MF sur le signal ECG bruité.

Pour résoudre ce problème, nous proposons dans cette étude une méthode dans laquelle nous combinons ces deux filtres (filtre MAF à fenêtre de petite taille et filtre MF à fenêtre de grande taille) avec un post-filtre contenant une opération de seuillage ayant pour tâche la restauration des pics R atténués par le filtre MF. Pour montrer l'efficacité de la méthode de débruitage introduite, plusieurs expérimentations vont être effectuées sur des signaux ECG pris de la base de données MIT-BIH PhysioBank.

### 5.3 Méthode proposée

Le schéma principal de la méthode proposée est présenté sur la Figure (5.2). Dans cette méthode, trois idées clés jouent un rôle crucial dans l'extraction des signaux cardiaques à haute résolution à partir d'un signal ECG bruité qui sont : (1) choix de la disposition des filtres MAF et MF, (2) choix de la taille des fenêtres glissantes des filtres MAF et MF, (3) Restauration des pics R.

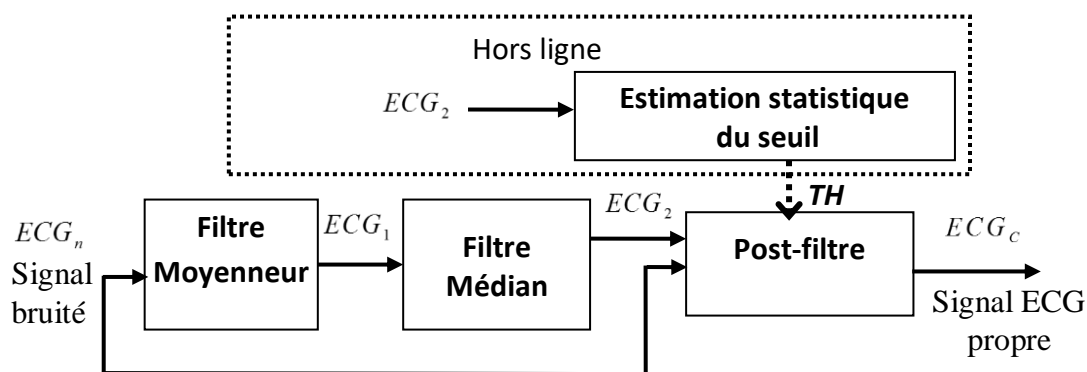


Figure 5.2. Schéma fonctionnel de la méthode proposée.

#### 5.3.1 Disposition des filtres

Dans ce travail, nous avons mis les filtres MAF et MF en série, en plaçant le filtre MAF dans la première position. Il n'y a pas de règle pour faire ce choix, mais selon des simulations et des tests approfondis basés sur le changement de leurs positions (dans certaines simulations, le filtre MA a été mis en première position et dans d'autres simulations le filtre MA a été mis en deuxième position). Il a été constaté que lorsque le filtre MAF occupe la première position les performances sont meilleures.

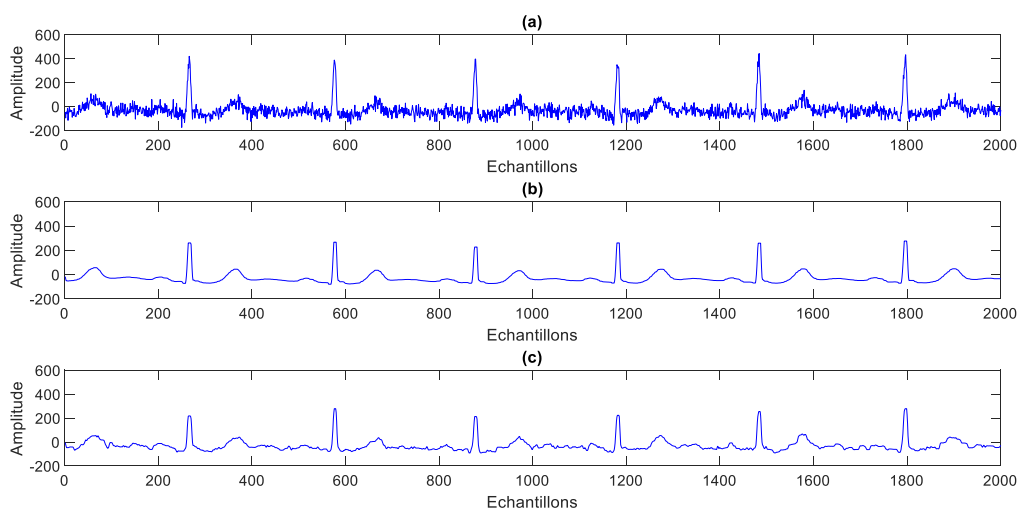


Figure 5.3. Débruitage du signal ECG (changement de position des filtres MF et MAF)

La Figure (5.3) représente un exemple de changement de position des filtres MF et MAF, la figure 5.3(b) montre le résultat de débruitage du signal ECG bruité présenté sur la figure 5.3(a) qui doit d'abord passer par le filtre MAF puis passer par le filtre MF (nous remarquons qu'avec la disposition opposé dans le cas de la figure 5.3(c) les performances se dégradants)

### 5.3.2 Filtre moyennneur (MAF)

Le filtre moyennneur est une technique courante pour améliorer le rapport signal / bruit du signal évoluant dans le temps. Pour ce filtre, la  $k^{ième}$  valeur est remplacée par la moyenne arithmétique de toutes les valeurs dans la plage  $(k - r)$  à  $(k + r)$  d'une fenêtre mobile de rang  $r$  et de largeur  $(2r + 1)$ .

Nos résultats expérimentaux montrent que le filtre MAF a de bonnes performances pour le débruitage des segments QRS lors de l'utilisation d'une fenêtre à petite taille (voir le tableau 5.1), ce qui confirme le fait que le filtre MAF avec ce cas peut être très efficace pour le débruitage de ces segments. Par conséquent, cette configuration est très efficace pour le débruitage des segments à fortes variations dans le signal ECG telles que les segments QRS.

Dans cette première étape, comme le montre la Figure (5.2), le filtrage moyennneur est effectué avec une fenêtre de taille 3 ( $r = 1$ ) (petite taille) afin d'obtenir de bonnes performances pour le débruitage des segments QRS. Mathématiquement, ce filtre est donné par :

$$ECG_1(k) = \frac{1}{3} \sum_{i=-1}^1 ECG_n(k+i) \quad (5.1)$$

où  $ECG_n$  est le signal ECG d'entré bruité,  $ECG_1$  est le signal ECG de sortie obtenu en faisant passer le signal  $ECG_n$  à travers le filtre MAF.

Notez que cette étape ne débruite pas efficacement les segments P et T, et c'est la raison de considérer la deuxième étape (voir Figure 5.2) qui sera discutée dans la sous-section suivante.

### 5.3.3 Filtre médian (MF)

Le filtre médian est une technique de filtrage numérique non linéaire, souvent utilisée pour éliminer le bruit des signaux. Il s'agit d'un filtre local non linéaire dont la valeur de sortie est l'élément milieu de l'ensemble (il remplace la valeur du signal par la médiane de ces valeurs). Ce filtre est considéré comme pour être une deuxième étape de la méthode proposée afin de surmonter l'inconvénient de la première étape qui est la faible qualité de débruitage

des segments P et T. Notez que sur la base de nos expérimentations simulées sur des signaux ECG réels, on constate que pour le choix d'une fenêtre de grande taille pour ce filtre, les performances de débruitage sont très satisfaisantes pour le débruitage des segments P et T. Ce constat confirme que cette construction est très efficace pour le débruitage des segments à faibles variations dans le signal ECG.

Dans cette deuxième étape, le signal  $ECG_1$  passe à travers un filtre médian avec une fenêtre de taille 11 (grande taille). Cette opération est mise en place en faisant glisser la fenêtre de taille 11 sur le signal  $ECG_1$  d'un échantillon à la fois.

La procédure du filtre MF est donnée par :

$$ECG_2(k) = \text{median}[ECG_1(k-5), ECG_1(k-4), \dots, ECG_1(k), \dots, ECG_1(k+4), ECG_1(k+5)] \quad (2.5)$$

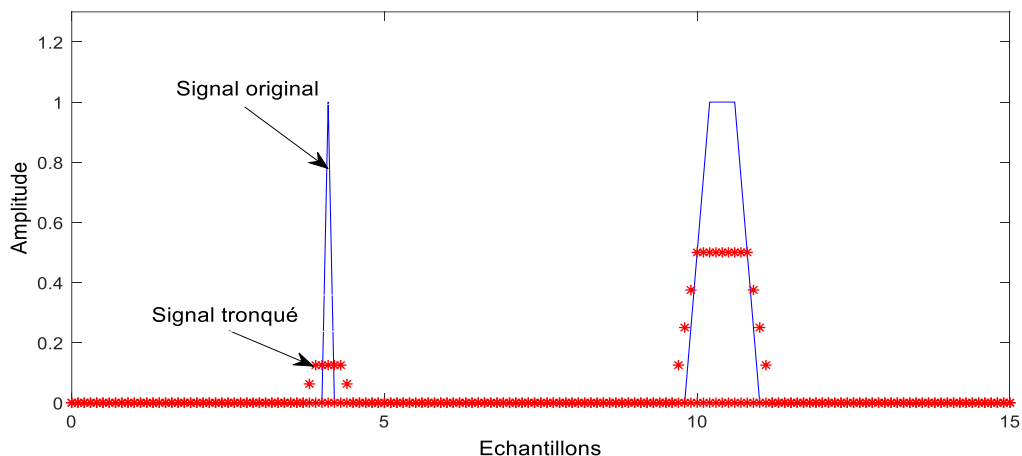
où  $ECG_2$  est le signal ECG de sortie obtenu en faisant passer le signal  $ECG_1$  à travers le filtre MF.

Il est connu que le filtre MF réduit l'amplitude des pics élevés du signal (voir Figure 5.4 [1]), par conséquent, il détruira les pics R en raison de leurs variations rapides, en conséquence, les pics R sont atténués de manière sévère (la raison en est qu'ils sont considérés comme des valeurs outliers par le filtre MF), ce qui entraînera la perte de certains détails du signal. Pour résoudre ce problème, un traitement de post-filtrage est nécessaire, ce qui est le but de la sous-section suivante.

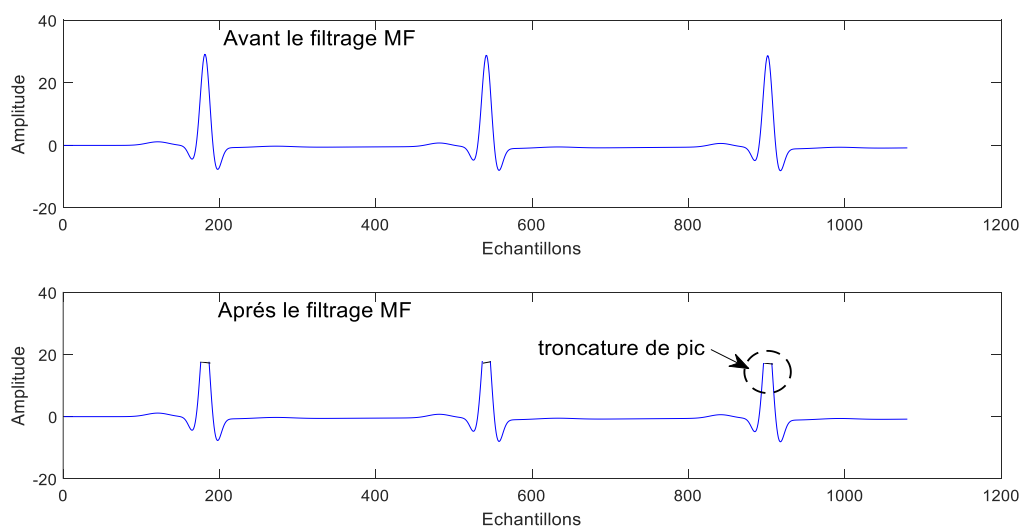
Les étapes MAF et MA sont résumées dans le Tableau (5.1) dans lequel nous montrons leurs avantages et leurs inconvénients.

### 5.3.4 Restauration des pics R

Notez que le signal  $ECG_2$  est bien débruité sauf qu'il a des ondes R tronquées, ce qui donne un signal ECG déformé (voir Figure 5.5). Ainsi, l'objectif principal de la troisième étape est de permettre la restauration des pics R perdus par le filtre médian. La troisième étape est constituée de deux blocs, un bloc post-filtre (Figure 5.6) et un bloc d'estimation statistique de seuil (Figure 5.7).



**Figure 5.4.** Effet de troncature du MF



**Figure 5.5.** Effet du filtrage MF sur les pics R.

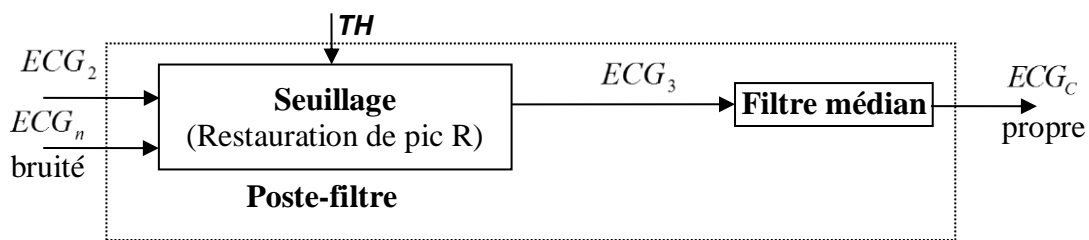
#### 5.3.4.1 Post-filtre

Le bloc post-filtre est composé d'un processus de seuillage et d'un autre filtre MF avec une fenêtre à petite taille. Le sous-bloc de seuillage à trois entrées : le signal  $ECG_2$  propre mais déformé, le signal  $ECG_n$  bruité et une valeur de seuil TH (délivrée à partir du bloc d'estimation statistique de seuil) et une sortie désignée par  $ECG_3$  (Figure 5.6). Pendant le processus de seuillage, les pics R perdus sont restaurés par un module de seuillage en utilisant une valeur de seuil TH qui représente physiquement une amplitude du signal ECG mesurée en [mV] ou au niveau binaire.

La restauration est réalisée par le processus de seuillage sur les deux signaux  $ECG_2$  et  $ECG_n$  comme suit :

$$ECG_3(k) = \begin{cases} ECG_2(k) & \text{if } ECG_2(k) < TH \\ ECG_n(k) & \text{if } ECG_2(k) > TH \end{cases} \quad (5.3)$$

L'équation (5.3) fonctionne comme suit : comme les pics R sont fortement atténués dans le signal  $ECG_2$ , nous pouvons fixer un certain seuil TH situé sur l'amplitude de l'onde R du signal  $ECG_2$  débruité avec lequel nous pouvons faire la correction suivante :



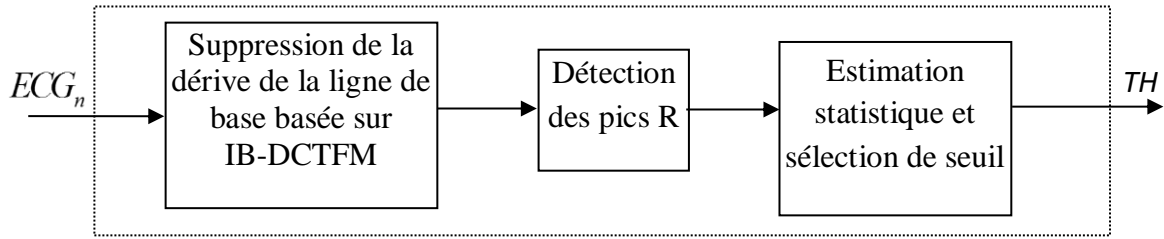
**Figure 5.6.** Schéma interne du post-filtre.

- ✓  $ECG_2(k)$  inférieur à TH signifie que nous pouvons conserver les amplitudes  $ECG_2(k)$  pour toutes les ondes du signal ECG ( $ECG_3(k) = ECG_2(k)$ ).
- ✓  $ECG_2(k)$  supérieur à TH signifie que les pics R du signal  $ECG_2(k)$  sont atténués, par conséquent, nous devons les restaurer en remplaçant les pics R du signal  $ECG_2(k)$  par ceux du signal  $ECG_n(k)$  ( $ECG_3(k) = ECG_n(k)$ ).

L'équation (5.3) peut introduire des discontinuités ou des pics lors de la restauration des pics R. Pour surmonter ce problème, un autre filtre MF d'une fenêtre à petite taille est ajouté après le bloc de traitement de seuillage afin de lisser ces discontinuités.

- **Estimation du seuil**

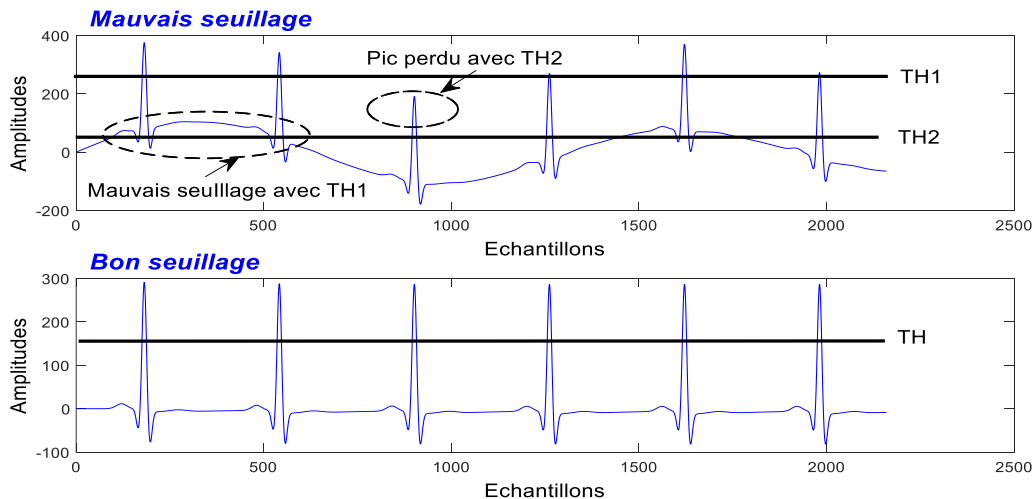
Le seuil TH est utilisé pour restaurer les pics R perdus comme indiqué dans l'équation (5.3). Il est déterminé automatiquement d'une manière hors ligne par le bloc d'estimation statistique du seuil montré sur la Figure (5.6) en utilisant le signal  $ECG_n$  bruité comme entrée.



**Figure 5.7.** Estimation statistique du seuil (opération hors ligne).

Si on considère le seuil TH comme fonction des amplitudes des pics R dans le signal  $ECG_n$ , alors une détection des pics R est nécessaire et sera effectuée par le deuxième sous-bloc de la Figure (5.7).

Parmi les difficultés inévitables que l'on peut rencontrer dans la détection des pics R est la présence de composante basse fréquence dans le signal ECG (de 0,05 Hz à 0,5 Hz), provoquant la déviation de la ligne isoélectrique (ligne de base). Cette déviation de la ligne de base est causée par la respiration ou le mouvement du patient, le déplacement du câble pendant l'enregistrement, etc. Ce phénomène provoquera également la déviation des pics R comme le montre la Figure (5.8). Ce qui rendra la tâche de détection des pics R plus difficile.



**Figure 5.8.** Déviation des pics R et son influence sur la sélection de TH.

- **Suppression de la dérive de la ligne de base**

La dérive de la ligne de base (BW) est un bruit de basse fréquence commune dans les signaux d'électrocardiogramme. Pour faciliter la détection des pics R, BW doit être réduit ou supprimé. Cette action de suppression sera assurée par le sous-bloc (1) de la Figure (5.7). Généralement, les méthodes utilisées pour réduire ce type

de perturbation peuvent être divisées en deux groupes : les méthodes basées sur l'estimation de BW et les méthodes basées sur le filtrage passe-haut. La deuxième approche sera adoptée dans notre méthode où nous considérons la méthode de filtrage DCT à indice bloqué (IB-DCTFM) [2] dans laquelle l'indice de fréquence  $K$  est choisi comme :

$$k = 2 \times N \times f_0 / f_s \quad (5.4)$$

où  $N$  est la longueur des données du domaine temporel,  $f_0$  la fréquence de l'indice  $k$  et  $f_s$  la fréquence d'échantillonnage. En choisissant  $f_0 = 0,5$  Hz, qui est le maximum des composants basse fréquence dans le signal ECG, nous pouvons éliminer la plage de fréquences du signal ECG dans laquelle se trouve la dérive de la ligne de base simplement en changeant tous les indices DCT inférieurs à  $k$  par zéro. En utilisant la transformation DCT inverse, un signal  $ECG_2$  sans déformation de la ligne de base est obtenu (filtré par DCT).

- **Détection des pics R**

Le signal  $ECG_3$  bruité et filtré par la DCT sera passé au sous-bloc de la détection des pics R (deuxième sous-bloc de la Figure 5.7), ce qui nous donnera un vecteur  $R_p$  des pics R du signal  $ECG_3$  de longueur  $N$ . Pour plus de détails sur la détection des pics R utilisée, voir notre méthode récemment publiée dans [3].

### 5.3.4.2 Estimation du seuil

En supposant que les composants de  $R_p$  sont normalement distribués (ce qui est vérifié en traçant des histogrammes de  $R_p$  pour les signaux ECG les plus considérés dans la base de données d'arythmie MIT-BIH), alors la valeur de l'espérance et la variance de  $R_p$  seront respectivement  $\mu = E(R_p)$  and  $\sigma^2 = E[(R_p - \mu)^2]$ .

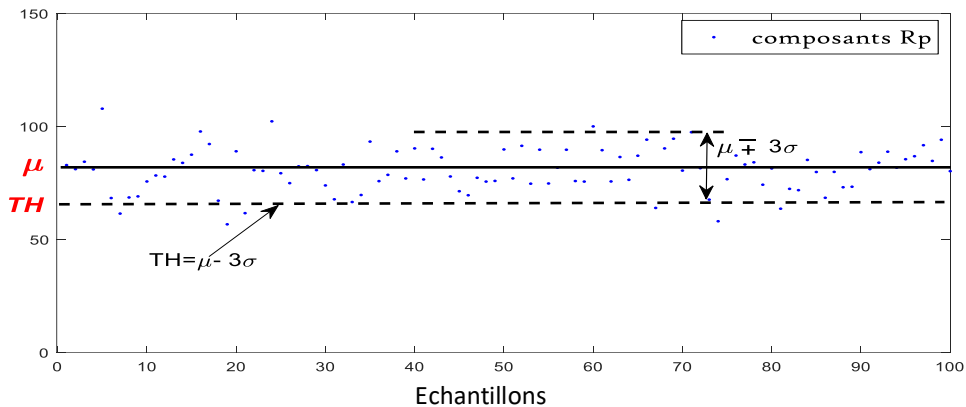
La valeur de l'espérance est estimée en utilisant la formule moyenne suivante :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N R_p^i}{N} \quad (5.5)$$

Il est connu en statistiques que 99,74% des composants  $R_p$  se situent dans  $\mu \pm 3\sigma$ , donc le seuil TH suivant est proposé :

$$TH = \mu - 3\sigma$$

L'intuition derrière le choix de ce seuil est illustrée sur la Figure (5.9). Ce choix garantira que TH sera inférieur à 99,74% des pics.



**Figure 5.9.** Déviation des pics R et son influence sur la sélection des TH.

L'estimation de la valeur moyenne et la sélection du seuil sont effectuées dans le troisième sous-bloc d'estimation statistique du seuil (Figure 5.7). L'équation (5.7) garantira que 99,74% des pics R atténués seront restaurés.

### 5.3.5 Résultats de simulation

Les signaux ECG utilisés ont été sélectionnés à partir de la base de données d'arythmie MIT-BIH qui sont enregistrés à une fréquence d'échantillonnage de 360 Hz et une résolution de 11 bits / échantillon [4].

Afin de vérifier les performances de débruitage, nous comparons nos résultats avec les résultats obtenus par le filtre MAF, le filtre MF et la méthode de l'ondelette.

Nous utilisons d'abord le signal ECG 103.dat comme un signal ECG propre, puis nous y ajoutons un bruit blanc et deux enregistrements de bruit réel sélectionnés à partir de la base de données MIT-BIH PhysioBank (MIT-BIH stress) [5] pour générer un signal ECG bruité avec différents SNR d'entrée (rapport signal sur bruit). Les bruits utilisés sont les artefacts de mouvement d'électrodes (EM : Electrode Motion Artifact) et les artefacts des muscles (MA : Muscle Artifact).

À des fins d'évaluation, les critères du rapport signal / bruit (SNR) et de l'erreur quadratique moyenne (MSE) seront utilisés. Ces évaluateurs sont définis comme suit :

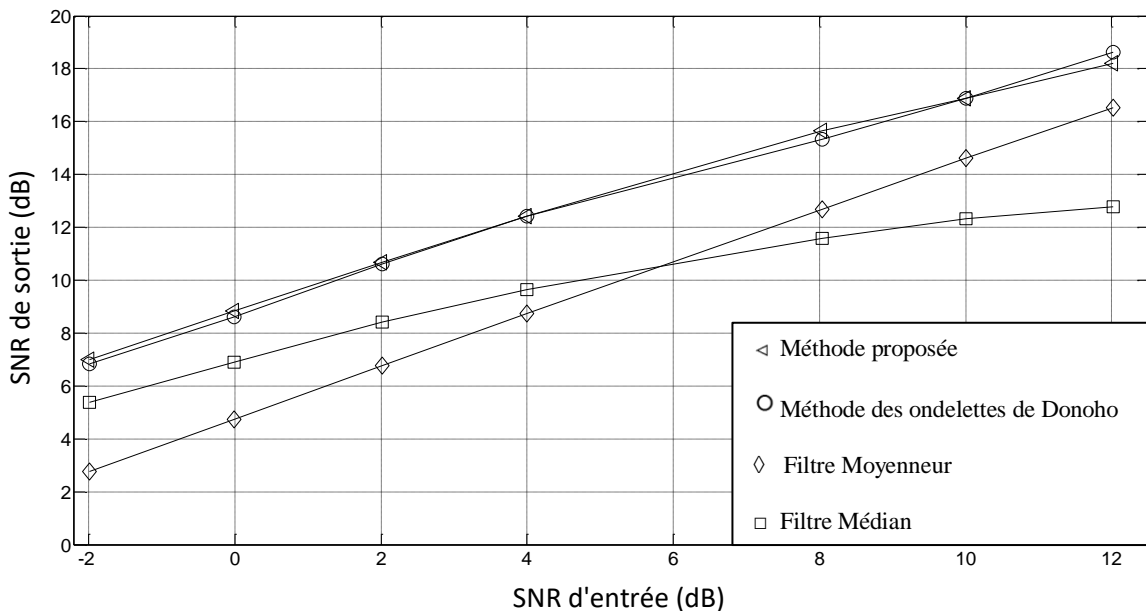
$$SNR_{in} = 10 \times \log \left( \frac{\sum_i |x_c(i)|^2}{\sum_{i=1} |n(i)|^2} \right) \quad (5.7)$$

$$SNR_{out} = 10 \times \log \left( \frac{\sum_i |x_c(i)|^2}{\sum_{i=1} |x_c(i) - \hat{x}(i)|^2} \right) \quad (5.8)$$

$$MSE = \sum_{i=1} \frac{(x_c(i) - \hat{x}(i))^2}{N} \quad (5.9)$$

où  $x_c$  est le signal ECG propre,  $\hat{x}$  est le signal ECG débruité,  $n$  le bruit et  $N$  le nombre d'échantillons.

Les résultats expérimentaux pour le signal ECG 103.dat sont montrés sur la Figure (5.10), où pour chaque SNR d'entrée, 100 exécutions de Monte Carlo sont effectuées pour obtenir une valeur de SNR de sortie moyenne pour chaque filtre.



**Figure 5.10.** SNR de sortie moyen (dB) par rapport aux différents SNR d'entrée (dB) du signal ECG 103.dat pour les méthodes de filtrage discutées.

La Figure (5.10) montre clairement la supériorité de la méthode proposée par rapport aux filtres MAF et MF, et son équivalence à la méthode des ondelettes discrètes (DWT) à 4 niveaux, en utilisant l'ondelette bior4.4 (CDF 9/7) et un seuillage universel dur.

Le Tableau (5.2) répertorie les SNR de l'algorithme proposé et de la méthode basée sur les ondelettes pour les signaux ECG réels 103.dat, 113.dat, 122.dat et 221.dat. Nous pouvons voir que la méthode proposée atteint des performances meilleures ou similaires à la méthode basée sur les ondelettes.

Par exemple Pour le signal 113.dat on voit que la méthode proposée et la méthode basée sur les ondelettes possèdent des performances similaires et pour le signal 122.dat on voit que la méthode proposée possède des meilleures performances que la méthode basée sur les ondelettes

**Tableau 5.2.** Performances de débruitage (SNR) de la méthode proposée et de la méthode basée sur les ondelettes pour plusieurs enregistrements extraits de la base de données MIT-BIH.

ECG		SNR d'entrée -2Db		SNR d'entrée 5dB		SNR d'entrée 10dB	
		Proposée	DWT	Proposée	DWT	Proposée	DWT
103.dat	SNR de sortie	7.0461	5.3553	13.2733	12.1109	16.8924	16.1826
113.dat		5.1634	5.8560	12.1568	12.5063	16.6713	16.4477
122.dat		7.0983	5.9144	13.3726	12.2962	17.3730	15.7040
221.dat		7.0713	6.3926	13.5739	11.8226	17.8490	16.6016

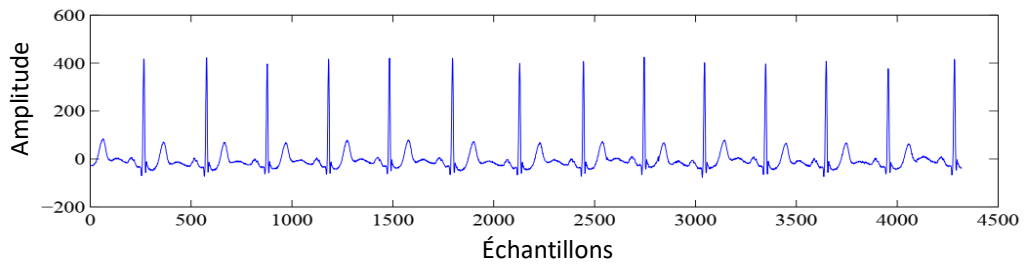
La même constatation est également confirmée par le Tableau (5.3) où nous utilisons un autre type de mesure de performance qui est le MSE. Pour le signal 122.dat on peut voir que la méthode proposée possède des meilleurs performances que la méthode basée sur les ondelettes.

**Tableau 5.3.** Performances de débruitage (MSE) de la méthode proposée et de la méthode basée sur les ondelettes pour plusieurs enregistrements extraits de la base de données MIT-BIH.

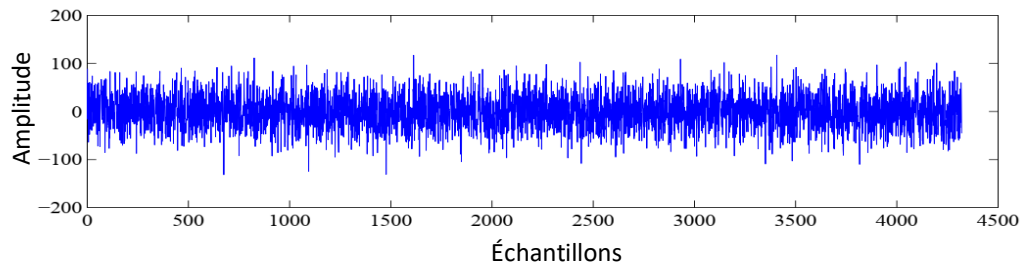
ECG	SNR d'entrée -2dB		SNR d'entrée 5dB		SNR d'entrée 10dB	
	Proposée	DWT	Proposée	DWT	Proposée	DWT
103.dat	1870.5	2086.8	260.2584	382.0813	120.6819	162.1919
113.dat	3827.2	3504.8	589.2843	639.3415	142.3947	197.1289
122.dat	2209.3	2398.5	480.9522	550.4340	98.2579	192.1519
221.dat	1395.4	1461.1	195.0584	302.1061	86.5746	114.945

Pour une inspection visuelle, nous montrons sur les Figures (5.11) – (5.14) l'efficacité de débruitage par la méthode proposée sur les signaux ECG 103.dat, 113.dat, 122.dat et 221.dat, respectivement. La figure (5.11)(a) présente Le signal ECG 103.dat et le bruit généré avec SNR = 5 dB, alors que la figure (5.11)(b) présente le résultat de débruitage du signal ECG 103.dat par la méthode proposée. On peut voir clairement que le bruit est supprimé sans distorsion du signal. On le confirme par la comparaison visuelle donnée sur la Figure (5.11)(c). La même remarque pour les signaux ECG 113.dat, 122.dat et 221.dat,

Signal ECG propre 103.dat

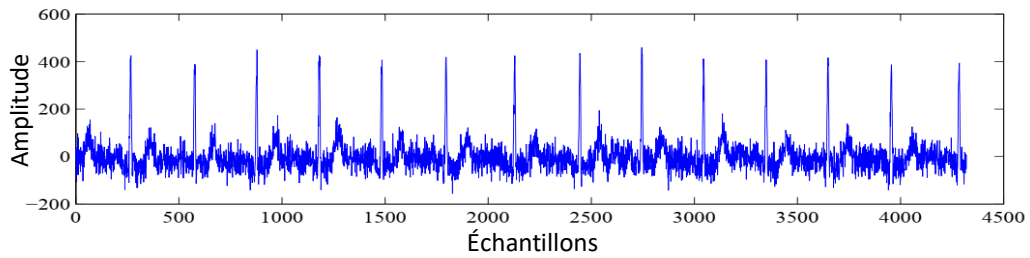


Bruit de corruption avec SNR = 5 dB

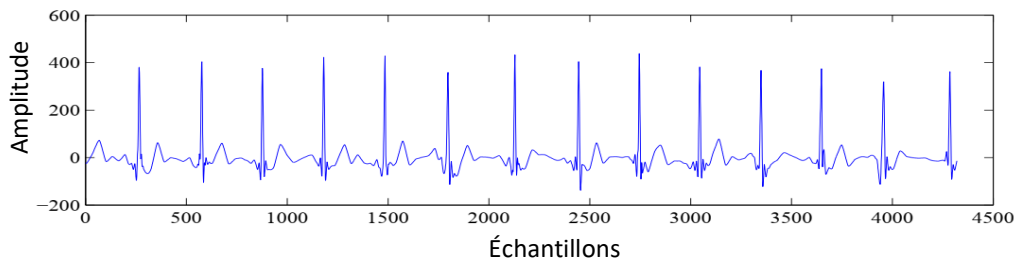


(a)

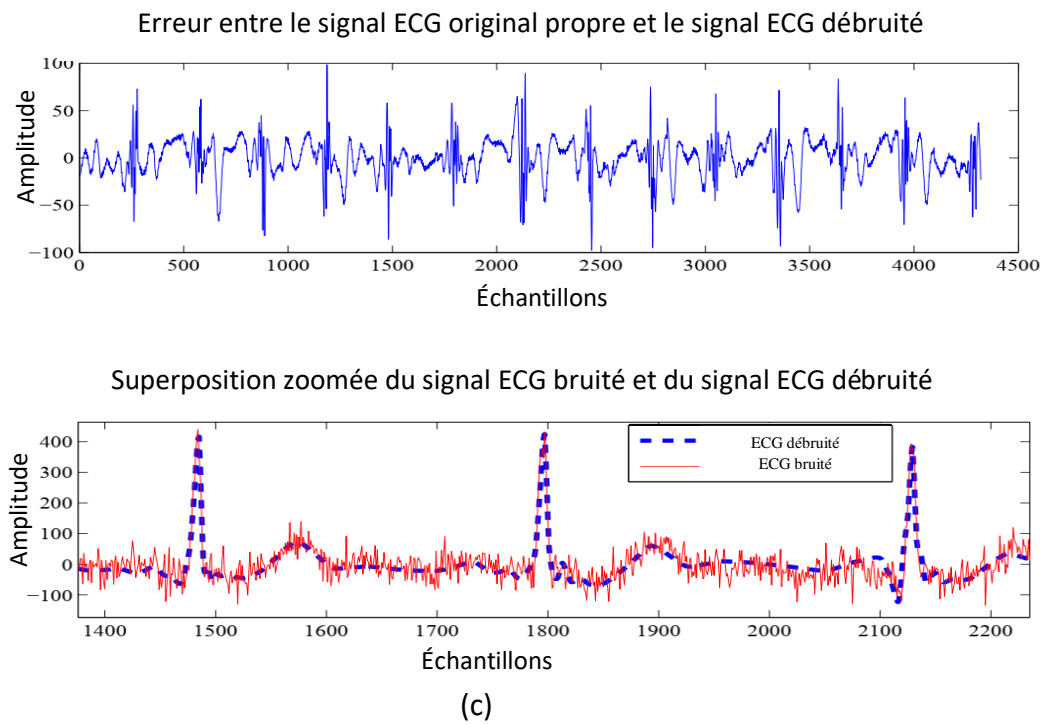
Signal ECG bruité 103.dat



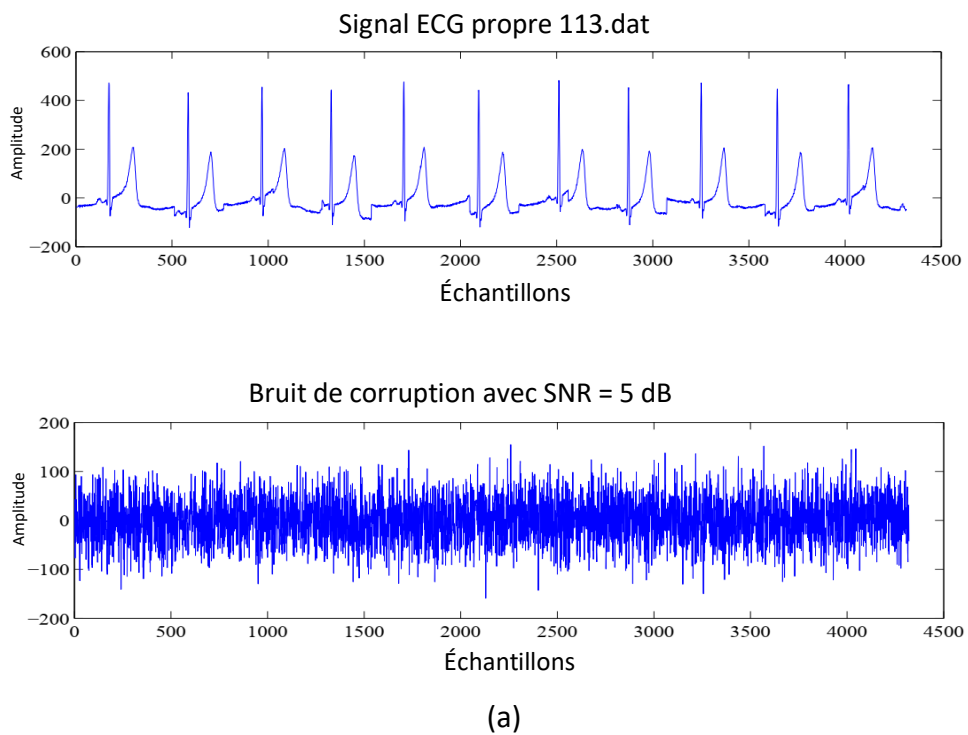
Signal ECG débruité 103.dat

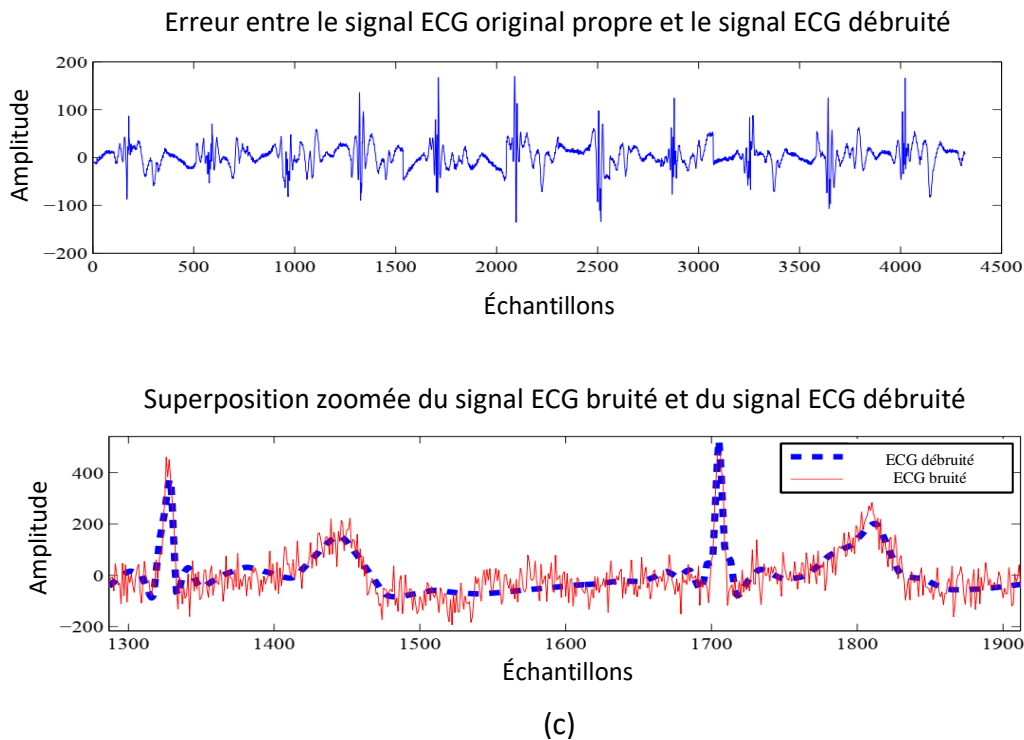
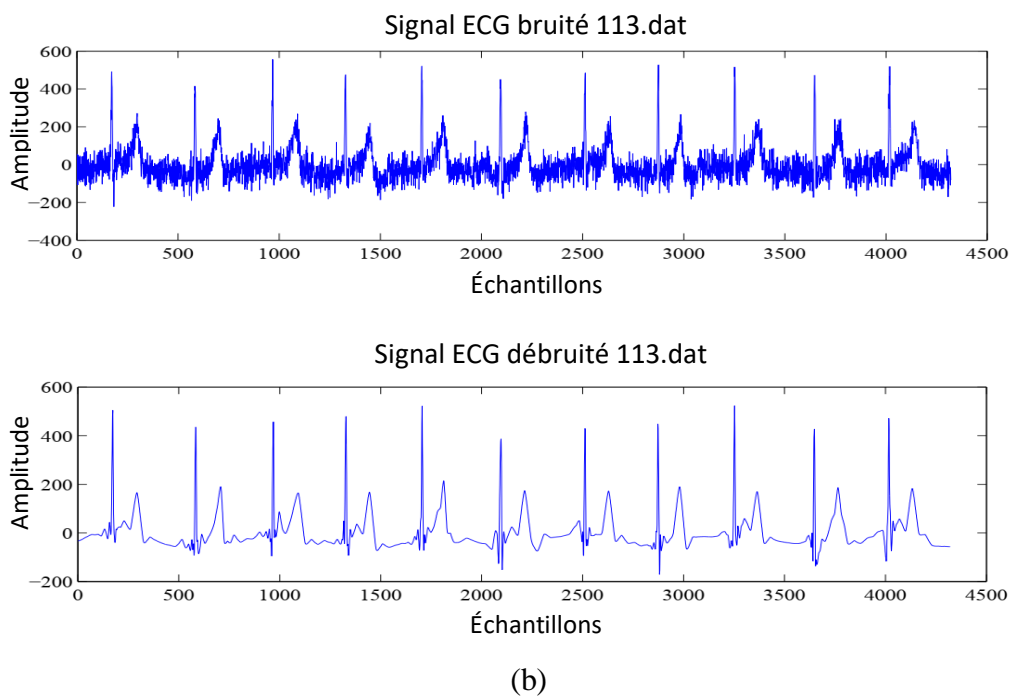


(b)

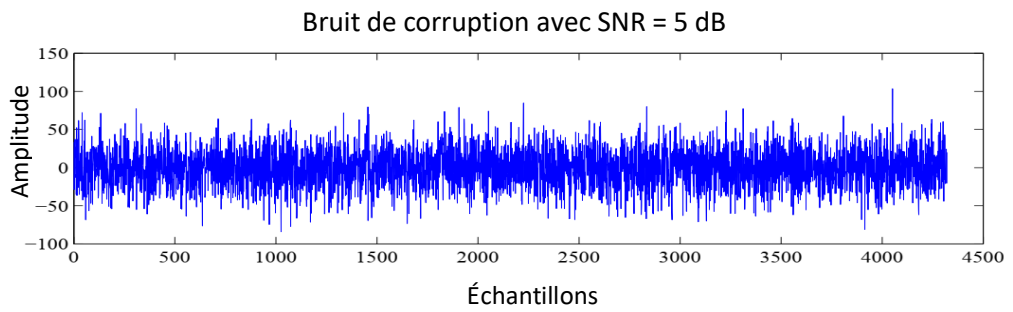
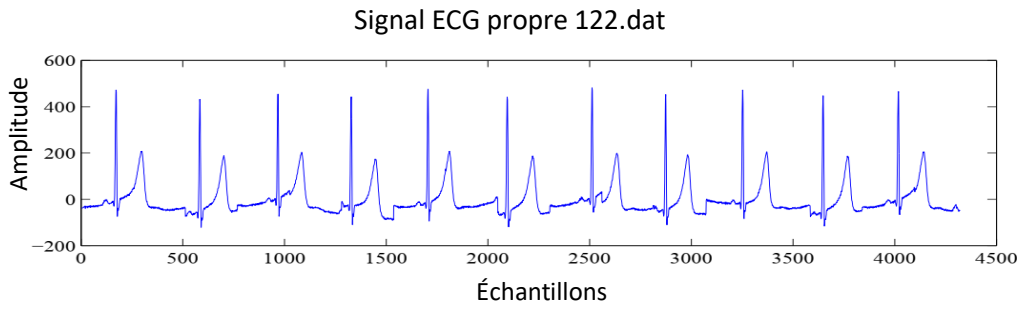


**Figure 5.11.** Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée = 5 dB pour le signal ECG 103.dat

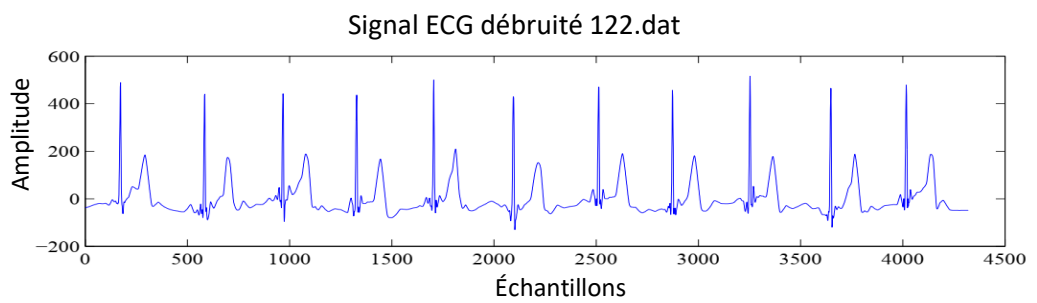
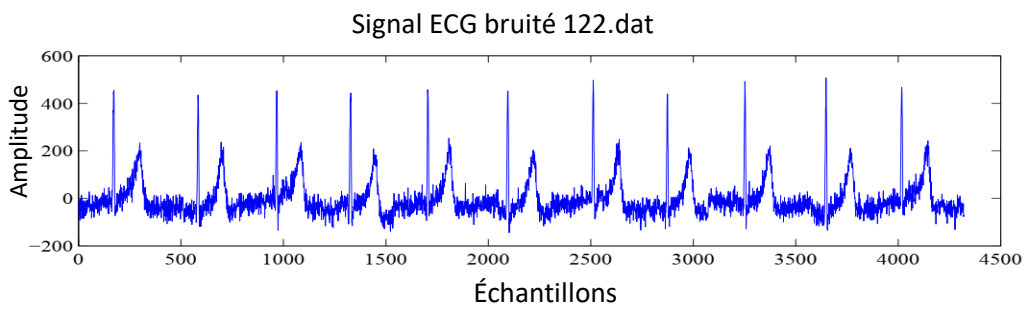




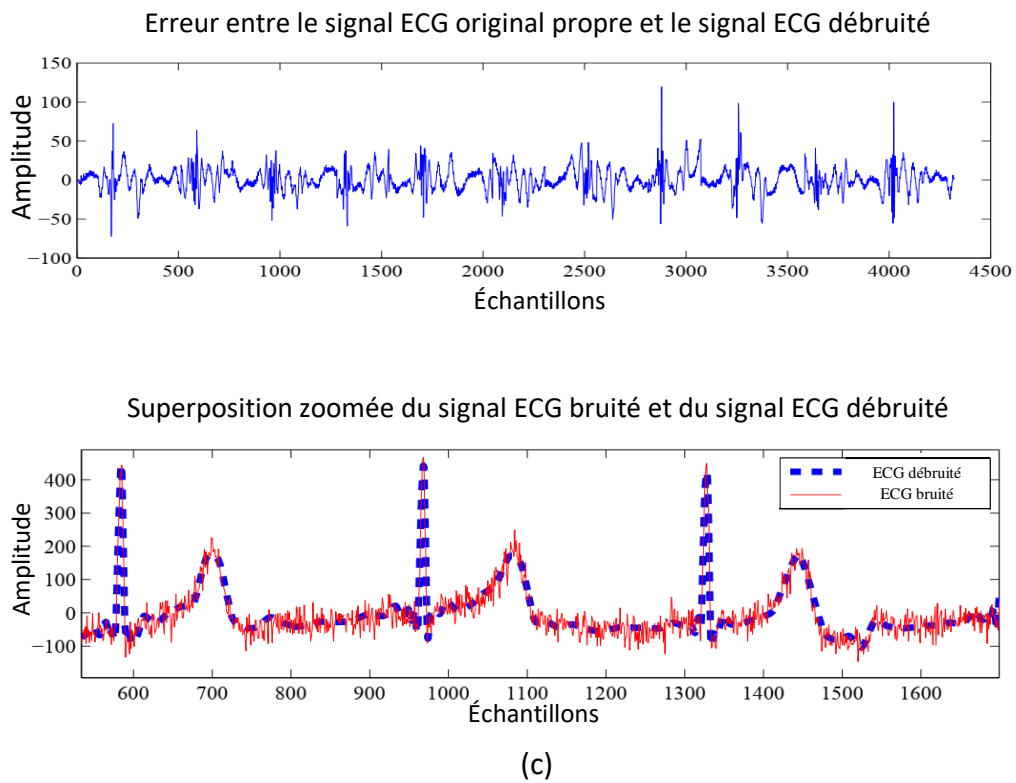
**Figure 5.12.** Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée = 5 dB pour le signal ECG 113.dat.



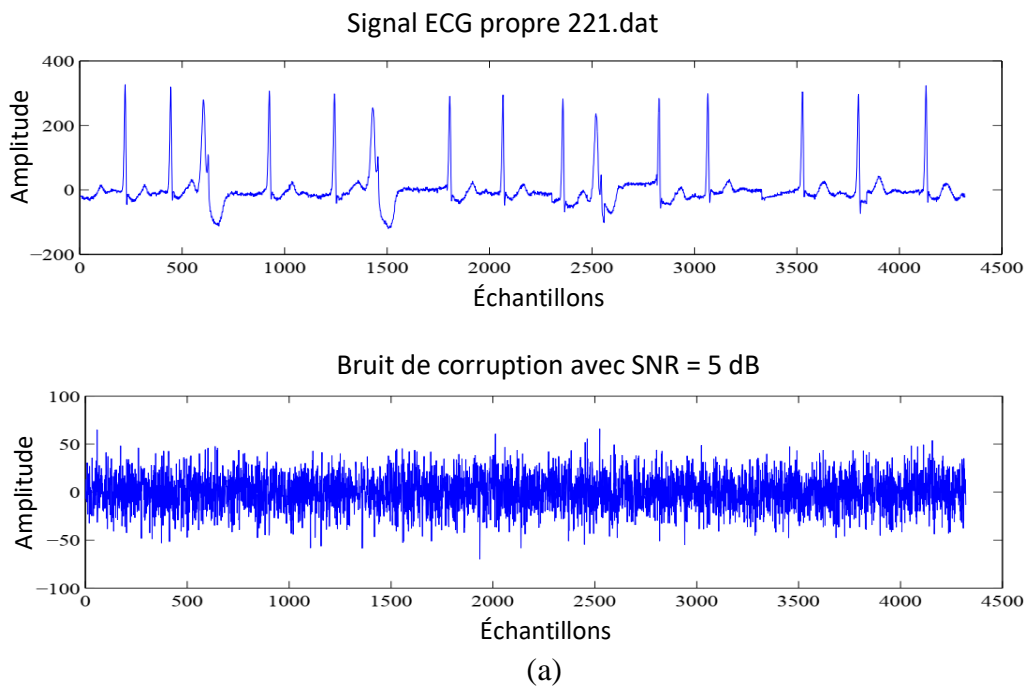
(a)

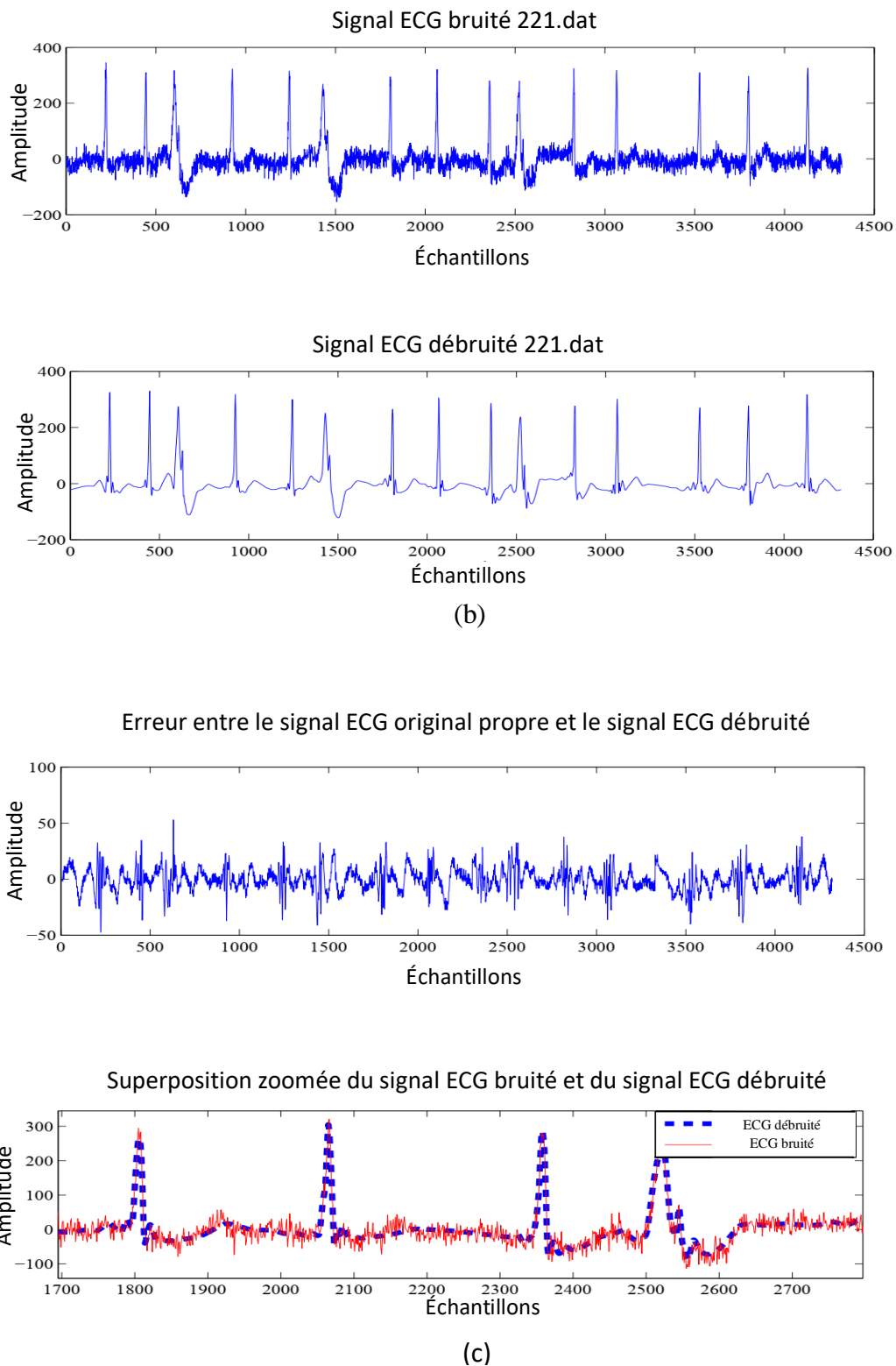


(b)



**Figure 5.13.** Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée = 10 dB pour le signal ECG 122.dat





**Figure 5.14.** Débruitage du signal ECG en utilisant la méthode proposée avec SNR d'entrée = 10 dB pour le signal ECG 221.dat.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré qu'avec la bonne combinaison d'outils conventionnels de traitement du signal numérique, tels que le filtre médian, le filtre moyenneur, la détection des pics R et l'estimation statistique, des résultats de débruitage du signal ECG satisfaisants ont été obtenus. Ces résultats surpassent les résultats obtenus avec le filtre moyenneur ou le filtre médian pris seul et peuvent être un concurrent important de la méthode standard basée sur les ondelettes.

## Bibliographie

- [1] D. C. Stone, Application of Median Filtering to Noisy Data, *Canadian Journal of Chemistry*, Vol. 73, No. 10, pp. 1573-1581, 1995.
- [2] H. S. Shin, C. Lee, and M. Lee, Ideal Filtering Approach on DCT Domain for Biomedical Signals: Index Blocked DCT Filtering Method (IB-DCTFM), *Journal of Medical Systems*, Vol. 34, No. 4, pp. 741-753, 2010.
- [3] M. A. Ouali, M. Ghanai, K. Chafaa, Upper Envelope Detection of ECG Signals for Baseline Wander Correction: a Pilot Study, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, Vol. 26, No. 2, pp. 803-816, 2018.
- [4] MIT-BIH database1 available at: <http://www.physionet.org/physiobank/database/mitdb/>.
- [5] MIT-BIH database2 available at: <http://www.physionet.org/physiobank/database/nstdb/>.

## Conclusion générale

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse, avaient pour but principal de donner :

- Représentation mathématique du signal ECG dont le but est la modélisation de ce signal.
- Etude comparative des techniques de suppression de la déformation de la ligne de base des signaux électrocardiogrammes ECGs.
- Utilisation des outils de base de traitement de signal pour le développement d'un nouvel algorithme de débruitage pour les signaux électrocardiogrammes ECGs.

Par nos contributions, nous avons voulu appliquer quelques techniques existantes dans le domaine du traitement du signal au débruitage des signaux électrocardiogrammes. Dans ce cadre, une méthode de la modélisation mathématique des signaux ECGs a été exposée pour générer des signaux ECGs synthétiques, qui ont été ensuite utilisés dans l'étape de débruitage des signaux ECGs.

Nous avons aussi réalisé une étude comparative des méthodes d'élimination de la déformation de la ligne de base, où nous avons utilisé le filtre FIR, le filtre IIR, le filtre moyennneur, le filtre médian, le filtre à DCT et le filtre à ondelettes.

Notre contribution dans le débruitage du signal ECG a été la proposition d'une nouvelle méthode basée sur des filtres conventionnels du traitement de signal et des outils statistiques. Plusieurs types de bruit ont été utilisés pour tester la méthode proposée à savoir les bruits blancs gaussiens et les bruits physiologiques. Les résultats de simulation ont montré la capacité de cette méthode à supprimer tous ces types de bruits. Enfin, une étude comparative a été effectuée avec quelques autres méthodes telles que le filtre moyennneur, le filtre médian et le filtre à ondelettes pour la validation de cette méthode.

Dans le premier chapitre nous avons décrit l'anatomie cardiaque ainsi que les propriétés électrophysiologiques des cellules cardiaques qui ont permis de mieux comprendre la nature et l'origine du signal ECG.

Dans le deuxième chapitre nous avons présenté les notions principales de la théorie des probabilités dans un premier temps, où nous avons présenté le théorème de la limite centrale, et on a même présenté des signaux aléatoires, Dans un second temps, nous avons exposé tous les types de bruit qui peuvent contaminer le signal ECG.

Dans le troisième chapitre les aspects théoriques et fondamentaux de la modélisation ont été abordés. Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode de modélisation mathématique des signaux ECGs basée principalement sur la théorie des cycles limites, et qui a été ensuite utilisée dans le chapitre quatre pour le débruitage des signaux ECGs.

Dans le quatrième chapitre nous avons présenté et étudié les différentes techniques de suppression de la déformation de la ligne de base du signal ECG. Ces techniques nous ont permis de faire une étude comparative qui montre que la méthode DCT est plus performante que les autres méthodes telles que le filtre FIR, le filtre IIR, le filtre moyenneur, le filtre médian, et le filtre à ondelettes.

Le chapitre Cinq a été entièrement dédié au débruitage du signal ECG. Deux types de bruits ont été considérés : bruit blanc et bruit réel. Plusieurs techniques du traitement des signaux ont été utilisées dans ce chapitre. Pour la validation de la méthode proposée, une étude comparative a été effectuée.