

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ *Hadj Lakhdar* DE BATNA
Institut de Génie civil, d'Hydraulique et d'Architecture
Département de Génie Civil

Thèse d'Etat en Génie Civil
Option: Structures

Présentée par:

BOULAOUAD ABDERRACHID

Pour obtenir le Diplôme de Docteur d'Etat en Génie civil

Thème:

**DYNAMIQUE NON LINÉAIRE
DES SYSTÈMES
À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ**

Thèse soutenue le: 05 Avril 2012

Sous la Direction de Mr Bencheikh Mohamed

Devant le Jury composé de Messieurs:

Pr Abbeche Khelifa,	Prof. de l'Enseignement Sup., Université de Batna	Président
Pr Bencheikh Mohamed,	Prof. de l'Enseignement Sup., Université de M'sila	Rapporteur
Dr Kadid Abdelkarim,	Maître de Conf., Université de Batna	Examineur
Dr Belounar Lamine,	Maître de Conf., Université de Biskra	Examineur
Dr Boudaoud Zinedine,	Maître de Conf., Université D'Dum El Bouaghi	Examineur

ملخص

تمتلك الجزائر، على غرار الدول المعرضة لخطر الزلازل، قانونا خاصا مضادا لها ينبغي أن يطور بمراجعة دائمة. وفي هذا الإطار، فإن أول ما يمكن ملاحظته هو تغليب الجانب الأمني على الإقتصادي مما يؤدي إلى إهمال الأثر الإيجابي للدونة المنشآت وقدرتها على امتصاص الطاقة، كما أن العلاقة بين هاتين الخاصيتين وحساب الأضرار غير محددة بدقة، بالإضافة إلى قلة الإهتمام بالدراسة غير المحددة الواجب اتباعها في حالة القوى الزلزالية باعتبار أنها ذات طابع احتمالي. وأخيرا وخاصة، فإن طريقة الإنتقالات لا تحظى هي الأخرى بالعناية اللازمة كبديل محتمل لطريقة القوى التقليدية.

هذه النقاط، مع أخرى مثل معالجة خلل في طيف الحساب الزلزالي الجزائري، تمثل مجمل ما تناولته الأطروحة.

RÉSUMÉ

A l'instar des pays à grand risque sismique, l'Algérie s'est dotée d'un code parasismique propre qui doit être constamment révisé pour être plus performant. Dans ce cadre, le premier constat qu'on peut faire est le privilège accordé à l'approche sécuritaire aux dépens de l'économie, amenant à négliger l'effet favorable de la ductilité et de la capacité de dissipation d'énergie pour les structures. En outre, le lien entre ces deux caractéristiques et la mesure des dommages, n'est pas encore établi de façon bien précise. Le calcul non déterministe, souffre lui aussi de négligence, malgré la nature aléatoire du mouvement sismique.

Enfin et surtout, la méthode des déplacements ne suscite pas pour l'instant l'intérêt qu'elle mérite comme alternative potentielle à la méthode classique des forces.

Ces points, avec le traitement d'une anomalie du spectre de calcul sismique Algérien entre autres, font l'objet de cette thèse.

ABSTRACT

As well as the other countries often subjected to earthquakes, Algeria has a seismic design code which must be continuously revised and performed. In this context and first of all, one can note the favour given to the safety approach at the expense of the economical one, leading to neglect the beneficial effect of both ductility and energy dissipation on structures. Furthermore, the relation between these two characteristics and damage measurement is not clearly established.

Non deterministic analysis is also neglected despite the stochastic character of the seismic action.

At last and especially, the Displacement-Based method is not yet considered as a possible and good alternative to the classic Force-Based method.

These points, with others as the treatment of an anomaly in the Algerian seismic design spectrum, are widely discussed in this thesis.

الإهداء

بمناسبة إحياء الذكرى السابعة والخمسين لاندلاع ثورة التحرير المجيدة،
يشرفني أن أهدي هذه الأطروحة - ثمرة سنوات من الجهود المضنية - إلى روح:
أسد الأوراس وبطل الجزائر المجاهد الشهيد:

مصطفى بن بولعيد رحمه الله

مع خشية ألا تكون في مستوى هذه الشخصية الفذة في تاريخنا المعاصر



**En ces jours de commémoration du 57^{ème} anniversaire
du déclenchement de la guerre de libération,
Je me permets de dédier cette thèse -fruit d'années de
dur labeur- à la mémoire du lion des Aurès et héros de
l'Algérie, le grand Moudjahid et Chahid**

MUSTAFA BENBOULAÏD *Rahimahoullah*

**En ayant peur qu'elle ne soit pas à la hauteur de cette
noble figure de notre histoire contemporaine.**

Remerciements

Dans un Hadith authentique, rapporté par l'imam Ettermidhi et l'imam Aboudaoud, notre cher Prophète « sallallahou alaihi oua sallam, dit bien: "*Il n'a pas remercié Dieu, celui qui ne remercie pas les gens*".

Partant de là, je me vois dans l'obligation d'exprimer mes vifs remerciements à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à accomplir ce travail.

Je citerais en premier lieu, mon encadreur Monsieur Bencheikh Mohamed Professeur à l'Université de M'sila, dont la disponibilité, les encouragements et les précieux conseils m'ont été d'un grand soutien tant moral que scientifique. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je tiens particulièrement à exprimer ma vive reconnaissance à Monsieur Abbeche Khelifa, Professeur à l'Université de Batna, pour avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Je suis également reconnaissant aux honorables membres du jury : Messieurs Kadid Abdelkarim, Belounar Lamine et Boudaoud Zineddine, Maîtres de conférences respectivement à Batna, Biskra et Oum El Bouaghi. Je les remercie vivement pour l'intérêt qu'ils ont accordé à cette thèse.

Je voudrais par la même occasion remercier tout le personnel des Universités de M'sila et de Batna pour leur serviabilité et leur compréhension.

بِسْمِ اللَّهِ

وَالْحَمْدُ لِلَّهِ

وَالصَّلَاةِ وَالسَّلَامِ عَلَى رَسُولِ اللَّهِ

رَبِّ افْتَحْ بِخَيْرٍ وَاخْتَمْ بِخَيْرٍ

يَا كَرِيمُ، أَنْتَ الْمُسْتَعَانُ

TABLE DES MATIERES

	Pages
Introduction	1
Première Partie: Généralités	
Chapitre I: Notions de Dynamique	
I-1) Introduction.....	3
I-2) Notions élémentaires de Dynamique	
2-1) Types d'analyse dynamique	3
2-2) Discrétisation et nombre de degrés de liberté.....	4
2-3) Modèle dynamique élémentaire.....	4
2-4) Formulation de l'équation du mouvement d'un oscillateur simple.....	5
2-5) Système soumis à une excitation d'appui.....	5
I-3) Notion de calcul non déterministe (probabilistique ou stochastique)	
I-3-1) Introduction.....	6
I-3-2) Nécessité des accélérogrammes artificiels.....	6
I-3-3) Notion de simulation numérique	
3-1) Introduction.....	7
3-2) Bref exposé de la méthode ARMA.....	8
I-3-4) Réponse à un chargement aléatoire.....	8
Deuxième Partie: Systèmes à un seul degré de liberté	
Chapitre II: Systèmes linéaires	
II-1) Définition	10
II-2) Calcul dynamique en domaine élastique.....	11
II-3) Spectre de réponse linéaire	
3-1) Préambule	13
3-2) Spectre de Fourier.....	14
3-3) Spectre de réponse.....	15
3-4) Interprétation des valeurs spectrales.....	17
3-5) Présentation du spectre de réponse.....	18
3-6) Caractéristiques du spectre de réponse	
6-1) Coefficient sismique.....	19
6-2) Effet de l'amortissement.....	20
6-3) Asymptotes du spectre de réponse.....	20
3-7) Spectre élastique de calcul normalisé	21
3-8) Application du spectre de réponse élastique.....	22

Chapitre III: Analyse des Dommages

III-1) Introduction	23
III-2) Concept d'énergie.....	23
2-1) Introduction	23
2-2) Equilibre énergétique.....	23
2-3) Déformation et énergie.....	24
2-4) Dissipation d'énergie par hystérésis.....	26
III-3) Mesure des dommages	
3-1) Paramètres de mesure.....	26
3-2) Indices de dommage	27

Chapitre IV: Systèmes non linéaires

IV-1) Introduction	28
IV-2) Définition	28
IV-3) Modèles de rigidité.....	29
3-1) Introduction	29
3-2) Modèle élasto-plastique.....	30
3-3) Modèle à dégradation de rigidité.....	31
3-4) Modèle choisi.....	33
IV-4) Calcul de la réponse	
4-1) Généralités.....	34
4-2) Equation dynamique incrémentale.....	35
4-3) Exposé de la méthode pas à pas.....	35
4-4) Remarques concernant cette méthode.....	38
4-5) Résumé du procédé numérique.....	39
4-6) Longueur de pas.....	39
IV-5) Spectre de réponse non linéaire	
5-1) Introduction	40
5-2) Ductilité	
2-1) Rôle de la ductilité.....	40
2-2) Définition de la ductilité en chargement statique.....	40
2-3) Ductilité en chargement dynamique alterné.....	42
2-4) Ductilité des matériaux.....	42
2-5) Ductilité en section.....	43
2-6) Ductilité des éléments de la structure.....	47
5-3) Nécessité du spectre de réponse non linéaire.....	54

5-4) Définition du spectre de réponse non linéaire.....	54
5-5) Application du spectre de réponse non linéaire.....	58
5-6) Spectre de dimensionnement.....	59
5-7) Déduction approchée du spectre élasto-plastique à partir du spectre élastique.....	60
8-1) Critère de l'égalité des déplacements.....	60
8-2) Critère de l'égalité des énergies.....	61
8-3) Commentaires.....	62
8-4) Construction approchée du spectre élasto-plastique.....	63
IV-6) Effet du second ordre (P- Δ)	
6-1) Nature de l'effet du second ordre	64
6-2) Force latérale équivalente.....	65
6-3) Prise en compte de l'effet du second ordre.....	65
IV-7) Effet de l'interaction sol-structure	
7-1) Introduction	66
7-2) Méthodes de prise en compte de cet effet	66
7-3) Prise en compte dans les codes	67
Troisième Partie: Systèmes à plusieurs degrés de liberté	
Chapitre V: Systèmes à plusieurs degrés de liberté	
V-1) Introduction	68
V-2) Calcul en domaine linéaire.....	68
2-1) Modélisation.....	69
2-2) Equations du mouvement.....	70
2-3) Combinaison des réponses.....	74
V-3) Calcul en domaine non linéaire.....	75
3-1) Introduction	75
3-2) Equations dynamiques incrémentales.....	75
3-3) Méthode Wilson- θ	75
V-4) Effet du second ordre (P- Δ)	76
4-1) Introduction:	76
4-2) Forces latérales équivalentes:	77
4-3) Prise en compte de l'effet du second ordre:	77

Quatrième Partie: Nouvelle tendance de calcul sismique

Chapitre VI: Méthode des déplacements.....	78
VI-1) Introduction.....	78
VI-2) Historique.....	80
VI-3) Bref aperçu sur la Conception Basée sur les Forces (C.B.F.).....	81
VI-4) Fondements de la Conception Basée sur les Déplacements (C.B.D.).....	82
VI-5) Problèmes inhérents à la C.B.D.	83
VI-6) Procédure de calcul de la C.B.D.	83
6-1) Oscillateur simple.....	83
6-2) Oscillateur multiple.....	85
VI-7) Applications numériques.....	86
7-1) A propos des R.P.A.	86
7-2) Modèles physique et dynamique appliqués.....	89
7-3) Données numériques.....	89
7-4) Méthode des Forces.....	90
7-5) Méthode des déplacements.....	91

Cinquième Partie: Applications et Résultats

Chapitre VII: Applications et Résultats

VII-1) Applications et Résultats de la Deuxième Partie.....	94
VII-2) Applications et Résultats de la Troisième Partie.....	97
VII-3) Applications et Résultats de la Quatrième Partie.....	98
3-1) Données numériques.....	98
3-2) Analyse des résultats, comparaison et commentaires.....	98

Conclusion générale..... 99**Annexes**

Annexe 1 : Traitement d'une anomalie dans le spectre de calcul des R.P.A.....	A1
Annexe 2 : Programmes informatiques	A7
Annexe 3 : Tableau et figures concernant les résultats des deuxième et troisième parties	A19
Table des notations.....	N1
Liste des Tableaux et Figures.....	L1
Références, Bibliographie.....	R1

I
N
T
R
O
D
U
C
T
I
O
N

INTRODUCTION

L'Algérie compte parmi les régions les plus touchées par le phénomène sismique à travers le monde. D'après les Règles Parasismiques Algériennes (R.P.A 88.), le Centre de Recherche en Astronomie, Astrophysique et Géophysique (C.R.A.A.G.) a recensé 85 séismes de plus ou moins grande intensité entre 1716 et 1989, avec 26 séismes entre 1980 et 1989 (c'est-à-dire environ un séisme tous les quatre mois!). Le début de cette décade a été particulièrement marquant pour l'histoire de la sismicité en Algérie après le tragique séisme de Chlef survenu le 10/10/1980 (de magnitude 7,2 à l'échelle Richter qui en compte 9) causant un grand désastre tant humain que matériel (environ 3500 morts et d'énormes dégâts matériels). Cet événement fut la clé de voûte dans le développement d'une réglementation sismique Algérienne puisque, juste une année après, on assista à la naissance du premier code Algérien en matière de construction parasismique, officiellement approuvé en 1983, d'où le nom de "R.P.A. 81 version 83". Plus récemment encore, le séisme de Boumerdes (2003) fut tout aussi violent (de magnitude 6,8) provoquant la mort de plus de deux milles personnes et des pertes estimées à plus de deux milliards de dinars, poussant à des révisions sérieuses du code, après celles de 1988 et 1999 de type plutôt formel. Ce qui fait qu'à l'heure actuelle, on parle de "R.P.A.2003". Ce code est un joyau de la réglementation Algérienne malgré certaines insuffisances qui restent à pallier. Dans ce cadre, le premier constat qu'on peut faire est le privilège accordé à l'approche sécuritaire aux dépens de l'économie. Ce penchant du côté de la sécurité, qu'on retrouve d'ailleurs dans la plupart des règlements, n'est pas sans soulever de polémique. Sécurité et économie doivent pourtant aller de pair dans toute étude scientifique et tout l'art de concevoir est d'associer harmonieusement ces deux critères ("joindre l'agréable à l'utile").

Un des aspects de cette attitude sécuritaire est la négligence de deux caractéristiques structurales fondamentales étroitement liées l'une à l'autre: la ductilité et la capacité de dissipation d'énergie qui peuvent, moyennant le respect de certaines recommandations, conférer aux structures, particulièrement celles en acier, des capacités de déformations plastiques appréciables sans dégât important. D'ailleurs, l'observation à posteriori des dommages, a montré que les structures résistaient convenablement à des séismes plus sévères que celui pour lequel elles étaient dimensionnées.

Plusieurs chercheurs ont mis en évidence l'effet avantageux des déformations plastiques dans le comportement des structures ductiles face aux séismes. Housner (1959), Berg et Thomaidis (1960) ainsi que Penzien (1960) se placent parmi les premiers à avoir étudié le mécanisme d'absorption d'énergie sismique dans les systèmes élasto-plastiques à un degré de liberté. La première notion de spectre de réponse à un séisme a été introduite par Hudson (1956) puis Housner, Martel et Alford (1959).

Veletsos et Newmark (1960) ont proposé des règles approximatives pour construire les spectres de réponse élasto-plastiques à partir d'un spectre de réponse élastique. L'effet du facteur de ductilité ainsi introduit dans les spectres de réponse a été étudié par Veletsos (1969) pour des systèmes non linéaires simples.

La conclusion générale pouvant être tirée de ces études est que la possibilité d'avoir des déformations plastiques importantes dans certaines structures ductiles constitue une voie de recherche du plus grand intérêt devant permettre de prendre en compte une meilleure capacité de résistance de ces structures.

Une autre lacune, commune aux différents règlements, réside dans l'analyse déterministe de l'action sismique qui est pourtant de nature aléatoire et nécessite donc une approche plutôt non déterministe

La notion de "spectre réglementaire" développée par ces règlements, mérite elle aussi une grande attention. Ce spectre qui est à la base des calculs, doit être raffiné pour être plus représentatif des conditions de site. D'ailleurs, une anomalie propre au spectre des R.P.A. a été signalée et traitée en annexe de cette étude.

Concernant les méthodes de calcul, on assiste à une refonte totale après l'avènement de nouvelles méthodes dites de "performance" parmi lesquelles la méthode des déplacements dont l'exposition constitue, en fait, le principal apport de cette thèse. Enfin, si la sécurité reste une priorité pour ces règlements, on n'y trouve pas d'étude détaillée concernant un aspect qui lui est pourtant rattaché: l'aspect "dommages".

Toutes ces questions ont guidé notre démarche dans cette thèse présentée en cinq parties et sept chapitres. Après le rappel de généralités dans la première partie, la deuxième traite l'étude des systèmes à un degré de liberté, la troisième celle des systèmes à plusieurs degrés de liberté et la quatrième celle des nouvelles tendances, la méthode des déplacements en l'occurrence, la cinquième étant réservée à la conclusion.

Il nous a paru utile, après l'introduction, de rappeler au chapitre I certaines notions élémentaires de dynamique nécessaires à toute étude sismique en mettant l'accent sur le calcul non déterministe comme conséquence de l'aspect aléatoire de l'action sismique nécessitant la simulation de séismes artificiels.

Le chapitre II expose le calcul de la réponse par l'intégrale de Duhamel et le tracé du spectre correspondant pour les systèmes linéaires alors que le chapitre III met en relief l'importance de l'analyse des dommages avec introduction du concept d'énergie comme paramètre essentiel de mesure. Le chapitre IV, qui traite les systèmes non linéaires, regroupe les modèles de rigidité utilisés, la méthode de calcul "pas à pas", le tracé du spectre correspondant, le concept de ductilité ainsi que l'effet $P-\Delta$ et l'interaction sol-structure. La généralisation aux systèmes à plusieurs degrés de liberté fait l'objet du chapitre V alors que le chapitre VI est consacré à la méthode des déplacements sus citée. Enfin, le septième et dernier chapitre regroupe les principaux résultats des différentes applications, le tout étant couronné par une conclusion.

Notons, pour terminer, qu'en annexes, figurent le traitement de l'anomalie signalée, les programmes informatiques utilisés et les figures et tableau concernant les résultats des deuxième et troisième parties.

PREMIERE
PARTIE:

GENERALITES

CHAPITRE-I: Notions de Dynamique

I-1) Introduction:

Le calcul dynamique des structures a connu ses premiers pas dans des domaines où les forces d'excitation sont bien connues et où les modèles de calcul peuvent être validés par l'expérimentation (machines tournantes par exemple). Depuis les années 70, l'apparition d'ouvrages spéciaux nécessitant des règles de sécurité particulièrement strictes (centrales nucléaires par exemple) et le développement remarquable de l'informatique, ont incité à une application du calcul dynamique dans le domaine sismique. Cette application a pendant longtemps souffert d'entraves et difficultés, dont:

- Le faible nombre d'enregistrements pour les mouvements forts et le doute concernant leur représentativité pour des sites dont les conditions géologiques et sismiques diffèrent de celles du lieu d'enregistrement.
- L'allure quasi-aléatoire (très irrégulière) des mouvements sismiques.
- L'importance des effets non linéaires dans les structures soumises à de fortes excitations sismiques (plastification, effets cycliques avec boucles d'hystérésis, fissuration,...) qui complique les études de comportement de ces structures.
- La difficulté de respect des conditions de similitude dans les études expérimentales sur table vibrante.

Certaines des difficultés et entraves sus-citées ont été surmontées:

- Grâce à l'emploi étendu des sismographes, on dispose aujourd'hui de plusieurs milliers d'enregistrements sismiques significatifs, en plus des accélérogrammes fictifs (ou artificiels) simulés sur ordinateur à partir d'accélérogrammes réels et correspondant aux caractéristiques du site considéré.
- Actuellement, des méthodes et codes de calcul sont disponibles pour l'analyse sismique de la plupart des structures à savoir celles pour lesquelles les effets non linéaires sont soit négligeables soit bien connus. Cependant, le comportement non linéaire des structures sujettes aux forts séismes reste un domaine actif de recherche, complexe et difficile à explorer, surtout en ce qui concerne:
 - les modèles de comportement non linéaire suggérés
 - certains facteurs (ductilité, dissipation d'énergie,...) et leur effet sur les structures (Betbeder-Matibet, 1985).

I-2) Notions élémentaires de Dynamique

I-2-1) Types d'analyse dynamique:

Le mode d'analyse d'un système dépend du chargement appliqué. D'une façon générale, si le chargement est donné c'est à dire si son évolution dans le temps est parfaitement connue, l'étude est dite "déterministe", sinon le chargement est aléatoire et l'étude "non déterministe". L'exemple de chargement aléatoire le plus commun en génie civil est celui des secousses sismiques.

I-2-2) Discrétisation et nombre de degrés de liberté:

Les forces d'inertie induites dans la structure par des mouvements dynamiques, dépendent des masses et de leurs accélérations.

Le nombre de degrés de liberté d'un système peut être défini comme étant le nombre de composantes de déplacements à considérer pour ce système. Il en ressort qu'un système à un degré de liberté est un système pour lequel un déplacement unique est pris en compte. Le modèle dynamique élémentaire qui représente cette structure est appelé "oscillateur simple" (O.S.).

En réalité, la plupart des structures ne peuvent être représentées par des systèmes à un degré de liberté. Néanmoins, certains types de structures comme les châteaux d'eau surélevés ou les petits bâtiments à forme simple se comportent à peu près comme des oscillateurs simples.

I-2-3) Modèle dynamique élémentaire (oscillateur simple):

Les caractéristiques physiques essentielles de toute structure élastique linéaire soumise à un chargement dynamique $F(t)$ sont: sa masse, ses propriétés élastiques (rigidité ou bien souplesse) et son mécanisme de déperdition d'énergie (ou amortissement).

Pour le modèle simplifié à un seul degré de liberté (figure I-1), la masse M est localisée dans le bloc rigide, la résistance élastique au déplacement est représentée par le ressort sans masse, de rigidité K et le mécanisme de déperdition d'énergie, par l'amortissement C .

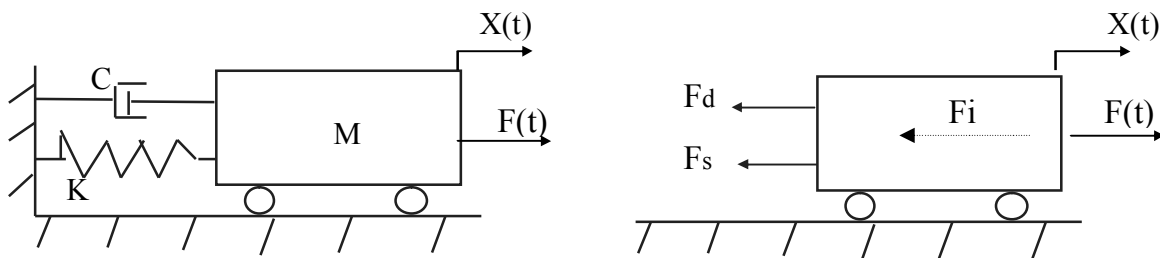


Fig. (I-1): Système dynamique élémentaire

Ce qui correspond pour un bâtiment à un seul étage, au schéma suivant:

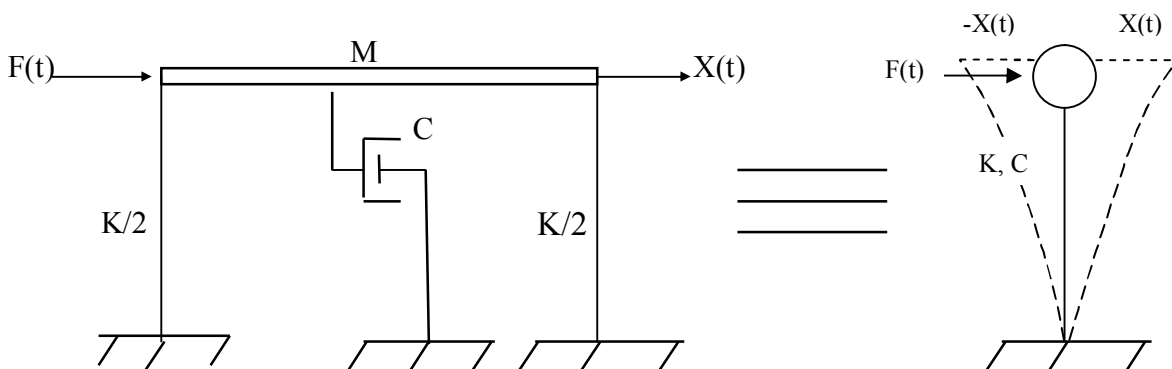


Fig. (I-2): Schéma idéalisé d'un bâtiment à un étage

I-2-4) Formulation de l'équation du mouvement d'un oscillateur simple:

L'expression mathématique définissant le déplacement dynamique est appelée équation du mouvement. Les forces agissant sur la masse M suivant la direction du déplacement X, sont : La force d'inertie $F_i = M \cdot \ddot{X}$, la force d'amortissement $F_d = C \cdot \dot{X}$ (amortissement visqueux), la force de rappel $F_s = K \cdot X$ et le chargement dynamique extérieur F(t). L'équilibre de ces forces donne l'équation du mouvement comme suit:

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = F(t) \tag{I-1}$$

I-2-5) Systèmes soumis à une excitation d'appui (séisme par exemple):

Considérons la figure (I-3) représentant un modèle simplifié de système excité par un séisme

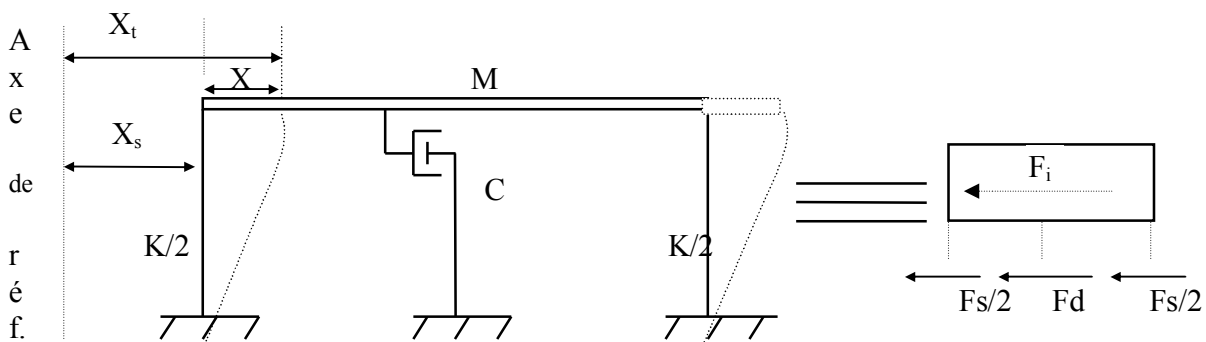


Fig. (I-3): Structure excitée par un séisme

En admettant par hypothèse, les suppositions suivantes:

1. La masse totale est concentrée au niveau du plancher infiniment rigide transversalement
2. Les poteaux solidaires du plancher sont rigides verticalement et souples transversalement.
3. La déformation de la structure est indépendante des forces axiales présentes dans les poteaux

On voit que la masse possède un seul degré de liberté X qui provient de la possibilité de déplacement par flexion des poteaux, auquel s'opposent les forces de rappel et d'amortissement. L'équilibre des forces appliquées au système s'écrit: $F_i + F_d + F_s = 0$ avec F_i , F_d et F_s comme précédemment définis. Donc:

$$M \cdot \ddot{X}_t + C \cdot \dot{X} + K X = 0 \tag{I-2}$$

où: X_t est le déplacement total de la masse par rapport à l'axe de référence, X le déplacement relatif de la masse (M) par rapport au pied de l'oscillateur et X_s le déplacement du sol par rapport à ce même axe.

Comme: $X_t = X_s + X$, alors l'équation précédente devient:

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = -M \cdot \ddot{X}_s \tag{I-3}$$

En divisant par M et en remarquant que : $K/M = \omega^2$ et $C/M = 2 \cdot \xi \cdot \omega$, on obtient :

$$\ddot{X} + 2 \cdot \omega \cdot \xi \cdot \dot{X} + \omega^2 \cdot X = -\ddot{X}_s(t) \tag{I-4}$$

relation dans laquelle: ω = pulsation propre du système non amorti et ξ = coefficient d'amortissement.

I-3) Notions de Calcul Non Déterministe

I-3-1) Introduction:

L'événement sismique étant aléatoire, l'analyse sismique devrait être menée de façon non déterministe. De plus, les méthodes généralement utilisées dans les calculs, bien que déterministes dans leur principe, comportent des éléments de nature probabiliste (combinaison des modes dans la méthode modale spectrale, prise en compte de plusieurs accélérogrammes dans les méthodes temporelles). Il est donc naturel, que des méthodes purement probabilistes aient été proposées. Il semble cependant, qu'à l'heure actuelle, ces méthodes aient du mal à pénétrer dans la pratique à cause de la philosophie des codes en vigueur qui reste déterministe, même dans ceux dits semi-probabilistes (B.A.E.L.) où les aspects probabilistes portent essentiellement sur la définition des coefficients de sécurité mais ne concernent pas le calcul proprement dit des réponses (Betbeder-Matibet, 1985).

I-3-2) Nécessité des accélérogrammes "artificiels"

Le mouvement d'un point du sol est connu au moyen d'accélérogrammes, c'est à dire d'enregistrements de l'accélération en fonction du temps pour chacune des composantes (V, N-S et E-O) respectivement, (Verticale, Nord-Sud et Est-Ouest), soit $\gamma(t)$.

La figure (I-4) représente la composante N-S de la réplique du 8-11-1980 au séisme de Chlef (10-10-80) et celle du séisme de "Imperial valley" (18-05-1940) enregistré au site d'El Centro en Californie.

Avant utilisation, les enregistrements bruts doivent subir certaines corrections de caractère technique (accélérogrammes dits "corrigés"). Les vitesses et déplacements s'en déduisent par intégration.

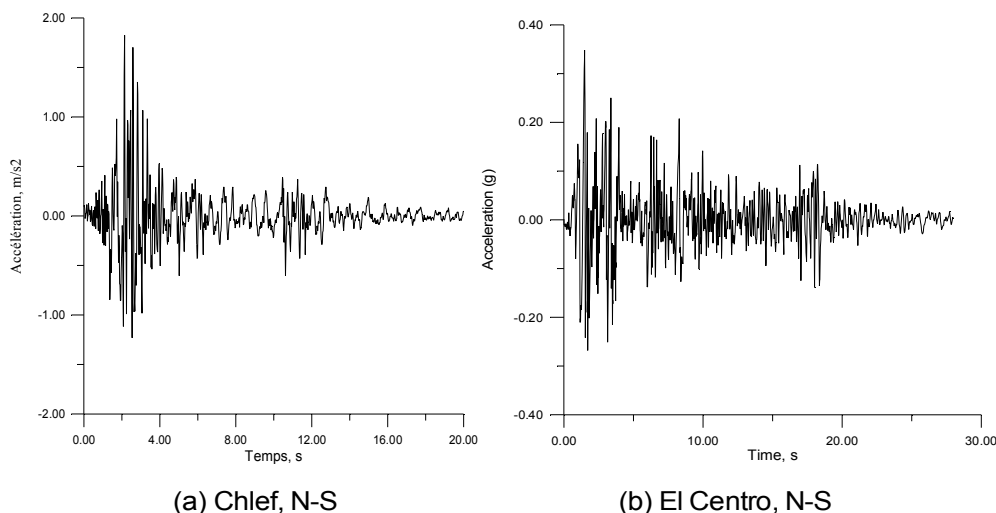


Fig. (I-4): Accélérogrammes de Chlef (Algérie) et d'El Centro (Californie)

La fonction $\gamma(t)$ est une fonction aléatoire du temps mais le processus qu'elle définit n'est pas stationnaire contrairement au vent qui est un processus stationnaire à l'échelle de la dizaine ou vingtaine de minutes.

Ceci signifie qu'on ne peut isoler, dans un enregistrement, aucun tronçon dans lequel la distribution de la variable aléatoire ait les mêmes propriétés que dans tout autre tronçon de même longueur et à fortiori dans l'enregistrement tout entier. Or, du point de vue des effets sur les ouvrages, l'enregistrement sismique doit être considéré dans son intégralité. En outre, les enregistrements d'un même séisme en deux sites distincts ou ceux de deux séismes différents sur le même site ne sont pas, non plus, interchangeables. Il en résulte que la détermination d'une action de calcul doit s'effectuer à partir d'une collection d'enregistrements suffisamment représentative des divers cas possibles (Despeyroux, 1985). Le manque d'enregistrements sismiques sur un site donné est souvent pallié par la simulation d'accélérogrammes artificiels.

Notons, d'ailleurs, que les Règles Parasismiques Algériennes (2003) ont bien vu cette nécessité puisqu'elles n'oublient pas de mentionner que: "Du fait qu'il est impossible de prédire exactement les mouvements sismiques attendus sur le site dans le futur, il pourrait être approprié d'utiliser des courbes artificielles".

I-3-3) Notions de "simulation numérique":

3-1) Introduction:

Les accélérations peuvent être simulées à l'aide de modèles aléatoires dans le domaine des fréquences ou celui des temps. Le modèle Gaussien non stationnaire filtré à bruit blanc est un modèle stochastique communément utilisé pour reproduire les accélérations de sol. Il consiste d'abord à créer un bruit blanc gaussien stationnaire, à le multiplier ensuite par une fonction déterministe du temps afin de le convertir en une configuration non stationnaire appropriée et finalement, à le faire passer à travers un filtre du second ordre qui atténue les composantes de fréquence plus élevée et amplifie les composantes voisines de la fréquence prédominante du sol à laquelle on s'attend. La première étape consiste à engendrer une famille d'accélérogrammes contenant chacun un spectre complet de fréquences de même amplitude mais avec des angles de phase à distribution uniformément aléatoire et c'est le caractère aléatoire de ces angles qui rend les accélérogrammes différents les uns des autres. Enfin, les paramètres de fréquence (définissant la fréquence prédominante) et d'amortissement (commandant le taux d'atténuation et d'amplification des fréquences) du filtre sont choisis de façon à traduire convenablement les conditions locales (Brahimi, 1981). Différents modèles de processus sismiques dans les domaines de temps et de fréquences ont été proposés par Kozin (1977) et Shinozuka (1985). Le concept de base de la simulation artificielle d'accélérogrammes sismiques a été proposé par Housner (1964) et Jennings et al (1968). Un nombre de publications a été fait sur les modèles ARMA (Deodatis et Shinozuka, 1987 et Shinozuka et Samaras, 1984, par exemple).

3-2) Bref exposé de la méthode "ARMA":

Un modèle ARMA (Auto Regressive Moving Average) ou (Auto Régressif à Moyenne Mobile), peut être représenté à un instant quelconque k comme suit :

$$Z_k - \phi_1 \cdot Z_{k-1} \dots - \phi_p \cdot Z_{k-p} = W_k - \theta_1 \cdot W_{k-1} \dots - \theta_q \cdot W_{k-q} \quad (I-5)$$

ϕ_i et θ_j sont des paramètres constants, Z_k la séquence de données et W_k la variable aléatoire de Gauss.

Le membre de gauche de l'équation (I-5) est appelé partie auto régressive (AR) d'ordre p et le membre de droite partie moyenne mobile (MA) d'ordre q. L'ordre (p, q) du processus ARMA et les coefficients ϕ_i et θ_j sont estimés sur la base de l'analyse du maximum probablement appliqué. La courbe enveloppe contrôle l'amplitude et la durée du mouvement, tandis que le contenu des fréquences est contrôlé par les coefficients et l'ordre du modèle. Ces trois paramètres (amplitude, contenu fréquentiel et durée du mouvement) représentent les propriétés importantes du mouvement de sol pour prédire la réponse.

Dans la procédure de simulation, la fonction enveloppe utilisée peut être de la forme: $S(t) = a \cdot t^b \cdot e^{-c \cdot t}$ où les paramètres a, b et c sont estimés par l'analyse de régression non linéaire (Brahimi, 1981).

I-3-4) Réponse à un chargement aléatoire

Pour déterminer la réponse d'un système à un chargement aléatoire, nous devons examiner le contenu fréquentiel de la fonction d'excitation et ce qui nous intéresse le plus c'est la fonction de densité spectrale de l'excitation. Il n'y a pas longtemps, la procédure d'estimation du spectre des séries de temps discrètes, consistait à déterminer la fonction d'autocorrélation (équation I-6) et de lui appliquer la transformée de Fourier pour obtenir le spectre requis (équation I-7 ou équation I-8). Aujourd'hui, il est plus commode et plus précis de déterminer les spectres directement à partir des séries de temps d'origine en utilisant la Transformée Rapide de Fourier (Fast Fourier Transform ou FFT). Si le spectre de la fonction d'excitation et la réponse fréquentielle sont connus, il est assez simple de calculer la valeur de la moyenne quadratique de la réponse à l'aide de l'équation (I-9). Connaissant cette valeur, on peut prédire la réponse en termes probabilistiques en utilisant une fonction standard de probabilité (loi de Gauss ou celle de Rayleigh).

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t + \tau) \cdot dt \quad (I-6)$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot \tau} \cdot d\tau \quad (I-7)$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cdot \cos \omega \cdot \tau \cdot d\tau \quad (I-8)$$

$$\overline{y^2} = \frac{1}{k^2} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} |H_n|^2 \cdot |C_n|^2 \quad (I-9)$$

Relations dans lesquelles :

$R(\tau)$ est la fonction d'autocorrélation

$S_x(\omega)$ est la fonction de densité spectrale (transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation)

$\overline{y^2}$ est la valeur de la moyenne quadratique

H_n est une quantité adimensionnelle donnée par :

$$H_n = \frac{1}{1 - r_n^2 + 2i r_n \xi_n} \quad (\text{I-10})$$

et les C_n sont les coefficients de la transformée de Fourier de la fonction discrète $F(t_j)$, donnés par:

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} F(t_j) \cdot e^{-2\pi i (n_j/N)} \quad (\text{I-11})$$

Avec :

T : durée de l'excitation, N : nombre d'intervalles égaux de l'excitation,

$$r_n = \frac{\omega_n}{\omega}, \quad \omega_n = n \bar{\omega} \text{ pour } n \leq N/2 \text{ et } \omega_n = (N - n) \bar{\omega} \text{ pour } n > N/2, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} \text{ et}$$

ξ_n le coefficient d'amortissement correspondant à la fréquence ω_n

N.B :

Le calcul non déterministe de la réponse à un chargement aléatoire est assez complexe et nécessite une analyse plus détaillée qui ne fait pas l'objet de cette thèse. Un bon développement de cette théorie est fourni par Clough (1975) et Paz (1985).

DEUXIEME
PARTIE:

SYSTEMES
A
UN DEGRE
DE
LIBERTE

CHAPITRE-II: Systèmes Linéaires

II-1) Définition:

En élasticité linéaire, le comportement de l'oscillateur est simplement traduit par la relation: $F = K.X$ où F est l'effort tranchant, X le déplacement horizontal de la masse et K la rigidité de la structure. K étant une constante, le graphe de F en fonction de X est une droite (figure II-1).

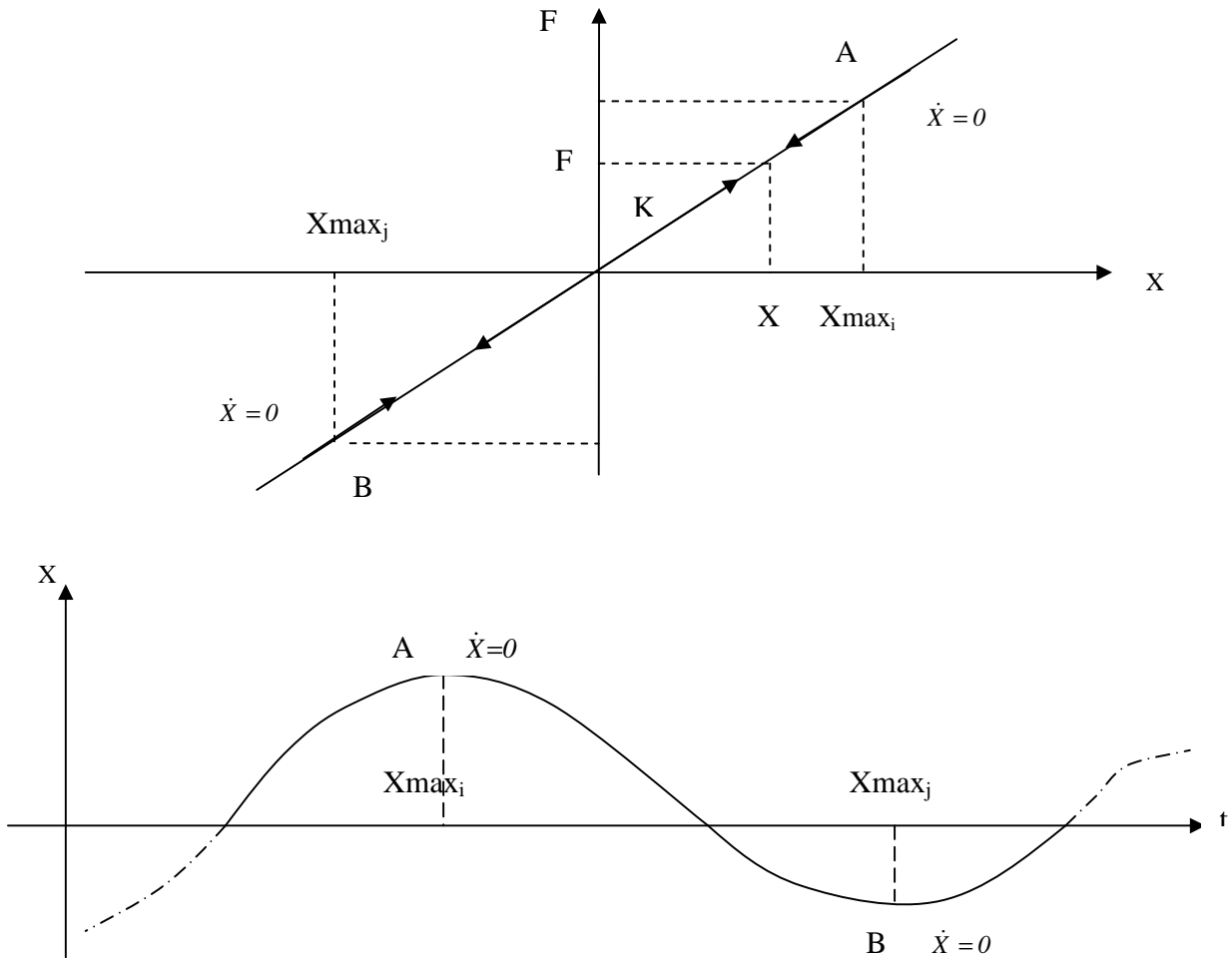


Fig. (II-1): Comportement linéaire de l'oscillateur

En régime dynamique, aux instants où la vitesse relative de la masse devient nulle, le déplacement horizontal X prend une valeur maximale ou minimale et change de direction; mais le point représentatif dans le diagramme effort tranchant-déplacement reste toujours sur la droite de pente K (points A et B sur la figure II-1).

II-2) Calcul dynamique en domaine élastique

Nous avons vu que pour un système amorti à un degré de liberté soumis à une excitation sismique du sol, l'équation du mouvement s'écrivait:

$$\ddot{X} + 2\xi\omega\dot{X} + \omega^2 X = -\ddot{X}_s(t), \quad (\text{I-4}) \text{ ou } (\text{II-1})$$

La solution de cette équation est donnée par l'expression intégrale de Duhamel:

$$X(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\omega_d(t-\tau)] \cdot d\tau \quad (\text{II-2})$$

dans laquelle: $\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2}$ est la pulsation propre du système amorti.

Vu qu'en pratique $\xi < 10\%$, alors $\omega_d = \omega$; d'où:

$$X(t) = -\frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\omega(t-\tau)] \cdot d\tau \quad (\text{II-3})$$

Cependant, le caractère complexe de l'accélérogramme ne permet pas d'effectuer une intégration analytique de l'expression de Duhamel. C'est pourquoi, il est recommandé d'utiliser un procédé numérique. La relation trigonométrique $\sin[\omega_d(t-\tau)] = \sin\omega_d t \cdot \cos\omega_d \tau - \cos\omega_d t \cdot \sin\omega_d \tau$ permet de transformer l'intégrale de Duhamel sous la forme: $X(t) = A(t) \cdot \sin\omega_d t - B(t) \cdot \cos\omega_d t$, dans laquelle:

$$A(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \cos\omega_d \tau \cdot d\tau \text{ et } B(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega_d \tau \cdot d\tau \quad (\text{II-4})$$

Le problème est ainsi ramené au calcul numérique des deux intégrales A(t) et B(t).

Considérons par exemple, la première expression qui peut être écrite:

$$A(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t y(\tau) \cdot d\tau, \text{ où: } y(\tau) = \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \cos\omega_d \tau \cdot d\tau. \quad (\text{II-5})$$

La fonction $y(\tau)$ peut être décrite graphiquement comme suit:

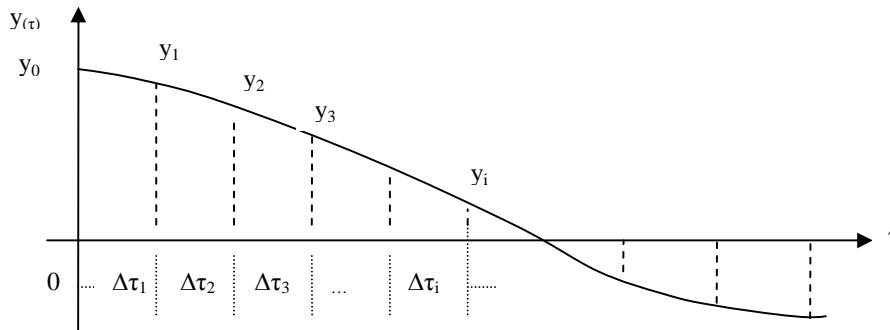


Fig (II-2): "Pas d'intégration"

y_0, y_1, \dots, y_i sont les ordonnées de la fonction $y(\tau)$ pour les valeurs de $\tau = 0, \tau_1, \dots, \tau_i$ avec $\tau_i - \tau_{i-1} = \Delta\tau_i$

Pour simplifier, prenons l'incrément de temps constant: $\Delta\tau_i = \Delta\tau, \forall i$. La valeur de l'intégrale peut alors être obtenue de manière approchée par un processus de sommation connue (simple sommation, méthode des trapèzes, ou méthode de Simpson). Mathématiquement, ce processus s'écrit:

$$A(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t y(\tau) \cdot d\tau = -\frac{1}{\omega_d} \cdot \frac{\Delta\tau}{\zeta} \cdot \sum_{\zeta}^A(t) \quad (\text{II-6})$$

où: $\frac{1}{\zeta} \cdot \sum_{\zeta}^A(t)$ représente le processus de sommation numérique. Dans le cas de la méthode de Simpson qui

est la plus utilisée pour sa précision relative, en dépit de sa complexité, $\zeta = 3$ et $N = \frac{t}{\Delta\tau}$ (N doit être un nombre pair), alors l'intégrale précédente peut s'écrire:

$$A(t) = -\frac{1}{\omega_d} \frac{\Delta\tau}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$

Cette expression avec celle analogue obtenue pour l'intégrale B(t) conduisent, moyennant un incrément de temps assez court $\Delta\tau \leq T/10$, à de bons résultats concernant le déplacement X au temps précis t. Cependant, ce qui nous intéresse c'est la réponse sismique complète de la structure en fonction du temps, c'est à dire aux instants: $t = 0, 2.\Delta t, 4.\Delta t, \dots, N.\Delta t$ car la méthode de Simpson est basée sur une approximation parabolique de la courbe $y(\tau)$ pour un intervalle de temps de longueur $2.\Delta t$ (interprétation sur trois points successifs: y_i, y_{i+1}, y_{i+2}),

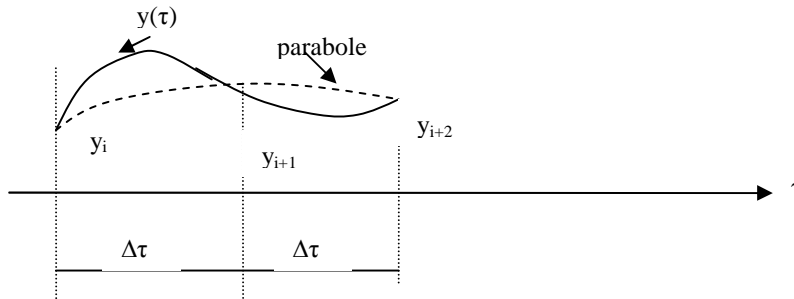


Fig (II-3): Interpolation sur 3 points de la méthode de Simpson

Pour obtenir l'histoire complète de la réponse, il est plus commode d'exprimer les sommations sous la forme incrémentale:

$$A(t) = -\frac{\Delta\tau}{3\omega_d} \cdot \sum_3^A(t) \quad (\text{II-7})$$

avec maintenant : $\sum_3^A(t) = \sum_3^A(t-2\Delta\tau) + y(t-2\Delta\tau) + 4y(t-\Delta\tau) + y(t)$, où: $\sum_3^A(t-2\Delta\tau)$ représente la valeur de

la somme effectuée à la fin de l'incrément précédent, c'est à dire au temps $(t-2\Delta\tau)$

En remplaçant $y(\tau)$ par sa valeur, l'équation incrémentale prend la forme finale:

$$\sum^A(t) = \left[\sum^A(t-2\Delta\tau) + \ddot{X}_s(t-2\Delta\tau) \cdot \cos \omega_d(t-2\Delta\tau) + y(t) \right] \cdot e^{-\xi\omega 2\Delta\tau} + 4\ddot{X}_s(t-\Delta\tau) \cdot \cos \omega_d(t-\Delta\tau) \cdot e^{-\xi\omega\Delta\tau} + \ddot{X}_s(t) \cdot \cos \omega_d t \quad (\text{II-8})$$

De même pour l'intégrale B(t):

$$\sum^B(t) = \left[\sum^B(t-2\Delta\tau) + \ddot{X}_s(t-2\Delta\tau) \cdot \sin \omega_d(t-2\Delta\tau) + y(t) \right] \cdot e^{-\xi\omega 2\Delta\tau} + 4\ddot{X}_s(t-\Delta\tau) \cdot \sin \omega_d(t-\Delta\tau) \cdot e^{-\xi\omega\Delta\tau} + \ddot{X}_s(t) \cdot \sin \omega_d t \quad (\text{II-9})$$

Finalement, la réponse complète, en fonction du temps est :

$$X(t) = -\frac{\Delta\tau}{3\omega_d} \cdot \left[\sum^A(t) \cdot \sin \omega_d t - \sum^B(t) \cdot \cos \omega_d t \right] \quad (\text{II-10})$$

Connaissant les conditions initiales à $t = 0$, la réponse de la structure peut être évaluée à $t=2\Delta\tau, 4\Delta\tau, \dots, N\Delta\tau$

II-3) Spectres de réponse linéaire:

II- 3-1) Préambule:

L'information la plus complète dont on peut disposer lors d'un tremblement de terre est l'accélérogramme du séisme qui donne les variations de l'accélération du sol en fonction du temps. En génie civil, lorsqu'on envisage d'analyser de manière approfondie l'effet d'un séisme sur divers types de structures, il est nécessaire de connaître la courbe exacte de l'accélérogramme du séisme; en effet, des séismes ayant libéré la même quantité d'énergie, mais avec des accélérogrammes de configurations non identiques, peuvent avoir des effets très différents sur les structures.

En particulier, la fréquence la plus représentative de l'accélérogramme peut être un paramètre de configuration important. On conçoit, par exemple, qu'un séisme d'intensité moyenne puisse entraîner des dommages importants sur une structure ayant une fréquence propre de vibration proche de la fréquence de vibration du système (phénomène de résonance). Par contre, un séisme plus intense mais de fréquence de vibration éloignée de celle de la structure, peut n'avoir que des effets destructifs limités (Edjtemai, 1981).

Cela explique donc le besoin de définir, en génie civil, des modèles mathématiques qui interprètent les séismes sous l'angle à la fois de l'action sismique (accélérogramme) et de la réaction de la structure à cette action. On peut répondre à cette double exigence en utilisant la notion de spectre. Deux types de spectre sont envisageables: les "spectres de Fourier" et les "spectres de réponse" qui se réfèrent respectivement à l'énergie totale et à l'énergie maximale absorbées par des oscillateurs simples, soumis à un séisme donné.

II-3-2) Spectre de Fourier:

Ce spectre n'étant pas utilisé dans notre thèse, nous n'en donnons ici qu'une définition simple avec quelques remarques:

L'analyse par "spectre de Fourier", est une méthode classique permettant de mettre en évidence le rôle de la fréquence dans les accélérogrammes sismiques. Ce spectre est obtenu en représentant graphiquement le "module énergétique" en fonction de ω (ou T ou f).

Le module énergétique n'est autre que la racine carrée du double de l'énergie emmagasinée par unité de masse au temps t_s :

$$\sqrt{\frac{2E(t_s, \omega)}{m}} = \left[\left(\int_0^{t_s} \ddot{X}_s(\tau) \cdot \sin \omega \tau \cdot d\tau \right)^2 + \left(\int_0^{t_s} \ddot{X}_s(\tau) \cdot \cos \omega \tau \cdot d\tau \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II-11})$$

Cette relation est obtenue en exprimant l'énergie totale emmagasinée à un instant quelconque dans un oscillateur simple, en fonction de l'intégrale de Duhamel. En effet, en négligeant tout amortissement, la solution du mouvement de l'oscillateur est donnée par l'intégrale bien connue de Duhamel:

$$X(t, \omega) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot \sin[\omega(t-\tau)] \cdot d\tau \quad (\text{II-12})$$

L'énergie totale emmagasinée à un instant quelconque dans l'oscillateur vaut:

$$E = E_c + E_d = \frac{1}{2} M \cdot \dot{X}^2 + \frac{1}{2} K \cdot X^2 \quad (\text{II-13})$$

avec: E_c = Energie cinétique

E_d = Energie de déformation élastique

En substituant l'expression (II-12) et sa dérivée dans l'équation (II-13) et en supposant que l'excitation s'étend de $t = 0$ à $t = t_s$, on retrouve l'expression du "module énergétique" précédemment défini.

Si \ddot{X}_s représente l'accélération du sol sous l'effet du tremblement de terre, le spectre de Fourier constitue un moyen de caractériser le séisme. On définit ainsi le séisme, non pas par son déplacement, sa vitesse ou son accélération, mais par l'absorption d'énergie sur un oscillateur simple.

On ne caractérise pas les mouvements du sol lui même, mais plutôt la réponse énergétique d'une structure ou, plus exactement, d'un type de structure en fonction de sa fréquence propre qui dépend directement de sa rigidité (figure II-4).

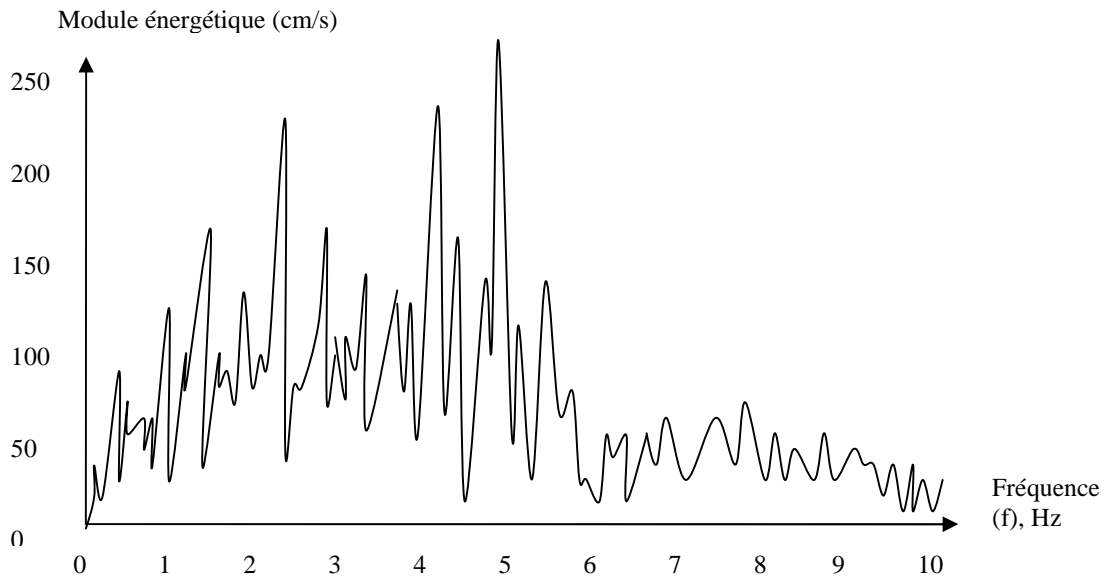


Fig (II-4): Spectre d'amplitude de Fourier (El Centro, N-S, 1940)

Les sommets du spectre représentent les fréquences pour lesquelles une quantité relativement grande d'énergie doit être absorbée par la structure.

Un défaut de la représentation de Fourier est que le module énergétique est calculé à la fin de l'excitation, c'est à dire à la fin de l'enregistrement du séisme, au temps $t = t_s$. Le spectre de Fourier traduit ainsi un état énergétique $E(t_s, \omega)$ à la fin de l'excitation. Or, la valeur maximale de l'énergie emmagasinée apparaîtra probablement à un temps $t < t_s$. Du point de vue de l'ingénieur, l'énergie maximale a plus d'importance que l'énergie finale, parcequ'elle correspond à des valeurs maximales de certains déplacements et par conséquent à des valeurs maximales de certains efforts internes de la structure. Aussi, est-il préférable d'utiliser un autre type de représentation, plus significatif du point de vue résistance d'une structure: le "spectre de réponse" (Edjtemai, 1981).

II-3-3) Spectre de réponse:

Par définition, le "spectre de réponse" est une interprétation graphique de la réponse maximale (en déplacements, vitesses ou accélérations) d'un oscillateur simple lorsqu'il est soumis à un séisme donné, en fonction de la pulsation ω ou de la période T , ou de la fréquence propre de l'oscillateur (Edjtemai, 1981).

Nous avons vu que l'équation dynamique d'un oscillateur simple amorti soumis à un déplacement \ddot{X}_s du sol était de la forme:

$$\ddot{X} + 2\xi\omega\dot{X} + \omega^2 X = -\ddot{X}_s(t) \quad (\text{I-4}) \text{ ou } (\text{II-1})$$

et que la solution de cette équation, pour un système élastique, était donnée par l'intégrale de Duhamel:

$$X(t) = -\frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\omega(t-\tau)] \cdot d\tau \quad (\text{II-3})$$

Cette relation nous donne la valeur maximale du déplacement relatif $X(t)$:

$$|X_{max}| = \frac{1}{\omega} S_v(\xi, \omega) \quad (\text{II-14})$$

en posant:

$$S_v(\xi, \omega) = \left| \max_t \frac{1}{\omega_d} \left[\int_0^t \ddot{X}_s(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\omega_d(t-\tau)] \cdot d\tau \right] \right| \quad (\text{II-15})$$

On désigne S_v par le terme: "vitesse spectrale" ou "pseudo-vitesse" (de dimension LT^{-1}); on constate que S_v est fonction de ω , de ζ et de $\ddot{X}_s(t)$. Pour un accélérogramme donné et pour différentes valeurs de ζ , on peut représenter les courbes de variation de S_v en fonction de ω , de T ou de f , qui sont des spectres de réponse (en pseudo-vitesse) pour un séisme donné (figure II-5).

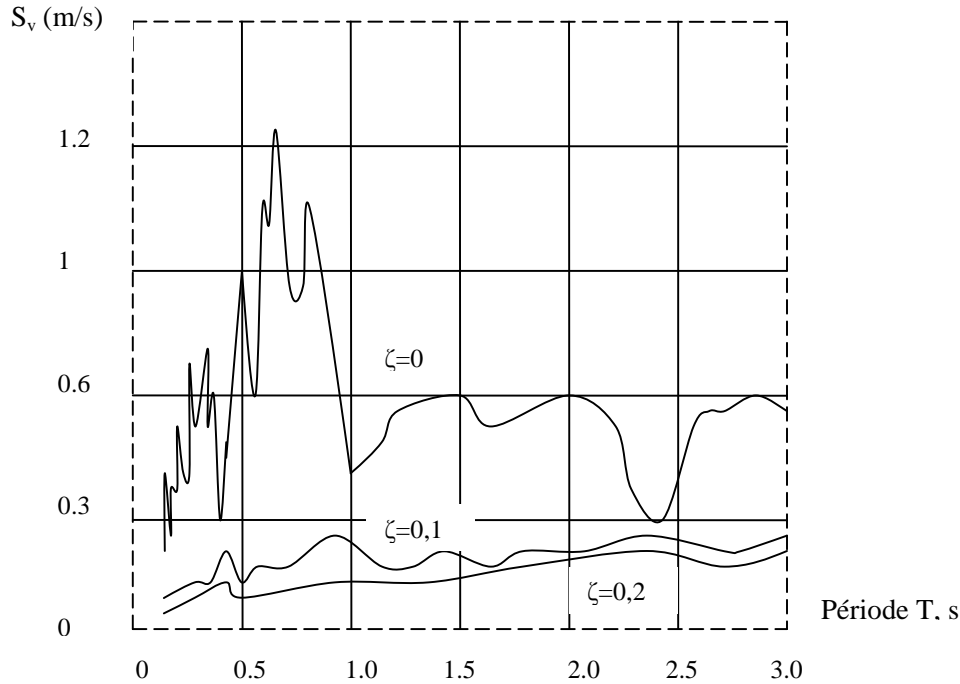


Fig (II-5): Spectre de "pseudo-vitesse" (Taft, N21E, 1952)

Pour chaque valeur de ω , on peut calculer la valeur maximale du déplacement X qu'on notera S_d , puisque:

$$S_v(\zeta, \omega) = \omega \cdot S_d(\zeta, \omega) \quad (\text{II-16})$$

S_d est appelé le "déplacement spectral" (de dimension L), $S_d = \max |X_i|$

On peut également définir une "accélération spectrale" ou "pseudo-accélération" (de dimension LT^{-2}) qui sera notée: $S_a(\zeta, \omega)$ et qui est liée, par définition, à S_v ou à S_d par les relations:

$$S_a(\zeta, \omega) = \omega \cdot S_v(\zeta, \omega) = \omega^2 \cdot S_d(\zeta, \omega) \quad (\text{II-17})$$

II-3-4) Interprétation des valeurs spectrales:

Il faut noter que, parmi les trois paramètres S_d , S_v et S_a , seul S_d est égal au déplacement maximal réel de l'oscillateur (directement en rapport avec l'effort tranchant maximal appliqué à celui-ci), tandis que S_v et S_a ne sont pas rigoureusement égaux respectivement à la vitesse et l'accélération maximales de l'oscillateur. C'est pourquoi, on les désigne comme "pseudo-vitesse" et "pseudo-accélération".

3-4-1) Interprétation de S_a :

Dans l'équation $\ddot{X}_i(t) + 2\xi\omega\dot{X}_i(t) + \omega^2 X_i(t) = 0$, $\ddot{X}_i(t)$ représente l'accélération absolue de l'oscillateur.

Au moment t où le déplacement a sa valeur maximale, nous avons:

$$|X(t_E)| = |X_{max}| = S_d \text{ et } \dot{X}(t_E) = 0$$

donc:

$$\ddot{X}(t_E) = -\omega^2 X(t_E) \tag{II-18}$$

ou:

$$|\ddot{X}(t_E)| = \omega^2 S_d \tag{II-19}$$

La comparaison des relations (II-17) et (II-19) conduit à :

$$S_a = |\ddot{X}(t_E)| \tag{II-20}$$

Cela veut dire que l'accélération spectrale S_a est égale à l'accélération absolue liée au déplacement maximal de l'oscillateur, et non pas à l'accélération maximale du système. Néanmoins, on peut estimer que souvent il n'y a pas de grande différence entre S_a et la valeur maximale de l'accélération. Ainsi, dans un système non-amorti, le deuxième terme de l'équation dynamique n'intervenant pas, on a: $\ddot{X}(t) = -\omega^2 X(t)$.

Les deux valeurs absolues maximales du déplacement et de l'accélération se produisent au même temps t_E ; par conséquent :

$$\xi = 0. \rightarrow |\ddot{X}_t \max| = \omega^2 |X \max| = \omega^2 S_d = S_a \tag{II-21}$$

Autrement dit, dans les systèmes non-amortis, l'accélération absolue maximale et l'accélération absolue liée au déplacement maximal sont égales.

Dans les structures amorties, la relation (II-21) n'est plus valable en toute rigueur à cause du terme d'amortissement; mais, dans la plupart des cas, la différence est négligeable (Edjtemai, 1981)

$$\xi = 0. \rightarrow S_a = |\ddot{X}_t \max| \tag{II-22}$$

$$\xi \neq 0. \rightarrow S_a \approx |\ddot{X}_t \max| \tag{II-23}$$

3-4-2) Interprétation de S_v :

La signification de la pseudo-vitesse S_v peut être donnée de deux manières différentes:

- soit comme étant la vitesse fictive maximale que donnerait l'énergie cinétique équivalente à l'énergie de déformation maximale. En effet, l'énergie totale emmagasinée dans l'oscillateur simple à un instant t étant

$$E = E_c + E_d = \frac{1}{2} \cdot M \cdot [\dot{X}(t)]^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot [X(t)]^2 \quad (\text{II-24})$$

le déplacement maximal de l'oscillateur au temps t correspond à une valeur nulle de l'énergie cinétique (car $\dot{X}(t_E) = 0$), et par conséquent à une valeur maximale de l'énergie de déformation élastique:

$$E_d \max = \frac{1}{2} \cdot K \cdot S_d^2 \quad (\text{II-25}).$$

Si cette énergie était transformée intégralement en énergie cinétique, c'est à dire:

$$E_d \max = \frac{1}{2} \cdot K \cdot S_d^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot [\dot{X} \max]^2 \quad (\text{II-26})$$

elle conduirait à une vitesse fictive maximale:

$$[\dot{X} \max]_* = \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot S_d = \omega \cdot S_d \quad (\text{II-27})$$

donc égale à S_v .

- Soit comme étant un moyen de mesure directe, de l'énergie par unité de masse:

$$\frac{E_d \max}{M} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{M} \cdot S_d^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot S_d^2 = \frac{1}{2} \cdot S_v^2 \quad (\text{II-28})$$

Comme les méthodes d'énergie présentent un intérêt dans le calcul dynamique des structures, S_v apparaît comme un paramètre utile. D'autre part, il est prouvé que pour les structures de moyennes ou de hautes fréquences, S_v ne diffère pas beaucoup de la valeur maximale de la vitesse relative qui est donnée par la dérivée de l'intégrale de Duhamel (Edjtemai, 1981).

II-3-5) Présentation du spectre de réponse:

Il découle immédiatement des relations: $S_v(\zeta, \omega) = \omega \cdot S_d(\zeta, \omega)$ et $S_a(\zeta, \omega) = \omega \cdot S_v(\zeta, \omega)$

que chacun des trois paramètres S_d , S_v et S_a permet de déterminer le déplacement maximal de la structure. Puisque la valeur de S_v est toujours comprise entre celles de S_d et S_a (ces dernières étant obtenues par division et multiplication de S_v par ω), on constate que, sur une échelle de ω , les valeurs S_d et S_a tendent rapidement, l'une ou l'autre, vers zéro quand ω devient grande ou petite. Par conséquent, une représentation graphique détaillée de S_a et de S_d ne serait pas très claire pour ces cas limites. Par contre, S_v donne approximativement une courbe d'allure horizontale - quels que soient les enregistrements- qui est donc plus aisée à représenter. C'est pourquoi, on a toujours tendance à tracer le spectre de réponse en

"pseudo-vitesses". Cependant, les relations simples qui existent entre les trois valeurs spectrales, permettent de les faire figurer sur un seul spectre de réponse dessiné sur un repère comportant quatre axes avec des échelles logarithmiques: l'axe des abscisses représentant le log de ω (ou T ou f), l'axe des ordonnées celui de S_v , tandis que $\log S_a$ et $\log S_d$ sont déterminés sur des axes à 45° par rapport aux premiers. Cette représentation, qui est souvent dite "diagramme tripartite" (figure II-6), repose sur les relations suivantes : $\log S_d = \log S_v - \log \omega$ et $\log S_a = \log S_v + \log \omega$

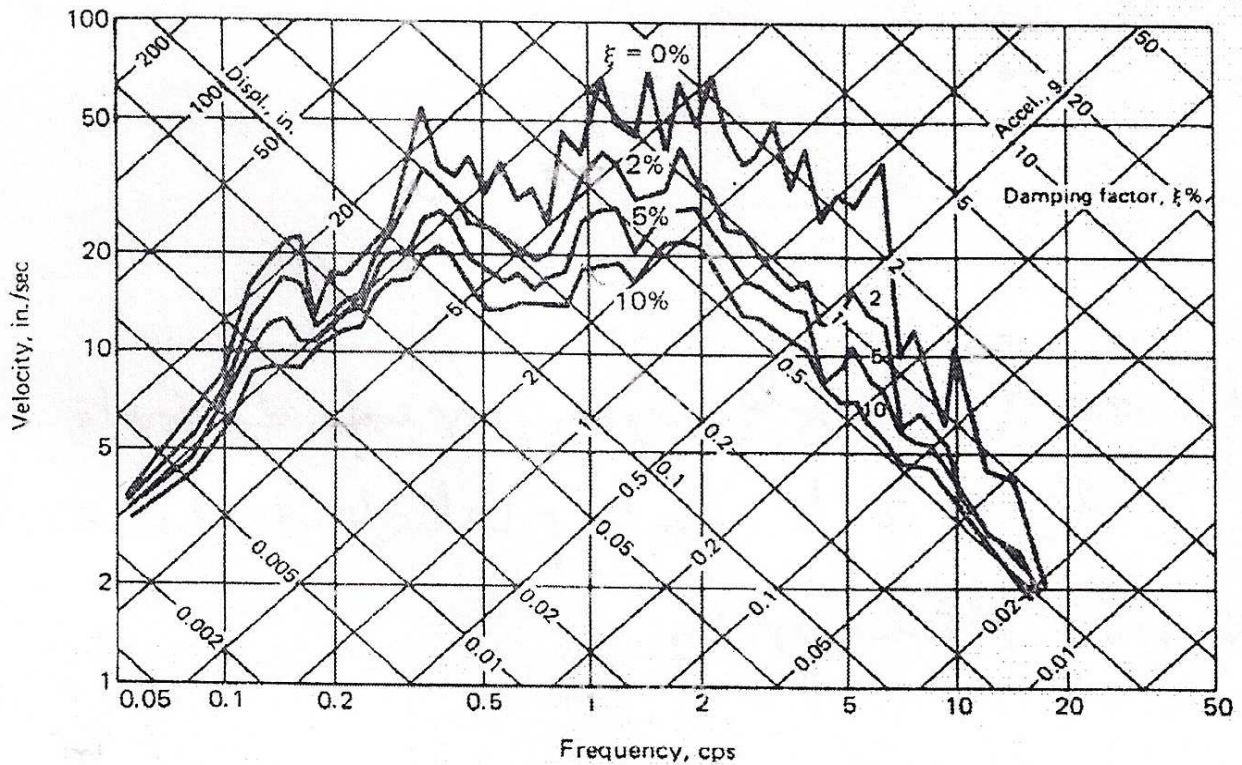


Fig (II-6): Diagramme tripartite (El -Centro, NS)

II-3-6) Caractéristiques du spectre de réponse:

3-6-1) Coefficient sismique:

Du point de vue calcul sismique de structures, l'intérêt le plus important du spectre de réponse est de pouvoir donner simplement (sans intégration dans le temps de l'équation dynamique) le déplacement maximal et la force maximale développée dans une structure à l'aide des valeurs spectrales S_d , S_v et S_a . Pour une structure à un seul degré de liberté, cette force élastique maximale, produite par le déplacement max S_d , est égale à:

$$F_{\max} = K \cdot |X_{\max}| = K \cdot S_d = \omega^2 M \cdot S_d = \omega \cdot M \cdot S_v = M \cdot S_a \quad (\text{II-29})$$

S_a représente l'accélération de la masse M sous l'action de F_{\max} .

Dans les règlements, la force maximale F_{\max} est souvent calculée en introduisant la notion de "coefficient sismique" ou "coefficient de force latérale" α_s :

$$F_{\max} = \alpha_s \cdot W \quad (\text{II-30})$$

où W est le poids propre de la masse M .

Compte tenu des relations (II-29) et (II-30), et en faisant intervenir l'accélération de gravité $g = W/M$

$$F_{\max} = \alpha_s W = M \cdot S_a, \text{ donc: } \alpha_s = S_a/g \quad (\text{II-31})$$

C'est pourquoi, dans les abaques logarithmiques du spectre de réponse, on porte souvent la valeur de $\alpha_s = S_a/g$ sur l'axe des accélérations spectrales; ceci permet d'évaluer directement le coefficient sismique correspondant à un séisme particulier.

3-6-2) Effet de l'amortissement:

Un autre avantage du spectre de réponse est de traduire directement l'effet compliqué d'amortissement qui tend à limiter la réponse dynamique des structures soumises aux séismes.

Etant donné que les trois paramètres spectraux sont des fonctions de ζ ; à chaque valeur de ζ , il correspond un spectre de réponse précis pour un séisme donné. L'effet de l'amortissement -même faible- qui existe dans toutes les structures, se traduit par l'élimination des pics irréguliers que l'on rencontre dans le spectre de réponse des systèmes non-amortis et qui font penser à un comportement moins favorable pour certaines fréquences de la structure. En fait il n'en est rien puisque des études statistiques de spectres de réponse amortis pour un grand nombre de séismes possibles ont abouti à la conclusion qu'il n'y a pas de fréquence dominante sur une large bande de fréquences, l'énergie emmagasinée dans l'oscillateur amorti restant pratiquement constante sur cette bande. En réalité, les pics inhérents au séisme donné correspondent à des résonances locales peu significatives et changeant de position d'un séisme à l'autre. C'est pour cette raison que dans certains règlements, on ne présente les spectres de réponse que sous une forme simple, après avoir lissé plusieurs spectres possibles (Edjtemai, 1981).

3-6-3) Asymptotes du spectre de réponse:

L'allure générale du spectre de réponse montre qu'il y a toujours deux asymptotes pour les grandes et les petites valeurs de ω ; autrement dit, le spectre de réponse tend vers une accélération spectrale S_a constante quand la pulsation propre ω augmente et il tend vers un déplacement spectral S_d constant quand ω diminue. Ces deux caractéristiques limites des spectres de réponse ne dépendent ni de la forme du séisme donné, ni de l'amortissement de la structure et restent valables dans toutes les circonstances.

II-3-7) Spectre élastique de calcul normalisé:

Les séismes sont des mouvements de sol essentiellement aléatoires. Comme il n'existe pas de méthode exacte valable pour prédire le mouvement particulier sur un site donné, il paraît raisonnable d'utiliser un spectre de réponse de calcul ayant une portée statistique résultant du lissage de plusieurs spectres correspondant à divers séismes d'une ou de plusieurs régions données (figure II-7b). Ce spectre, tel qu'il est proposé par les codes parasismiques, est de configuration simple (composé de segments rectilignes). Ceci est dû au fait que les maxima locaux des spectres de réponse n'ont pas de signification déterminante (cf. § II-3-6-2). Les détails de construction du spectre de base pour les calculs, sont donnés par Newmark et Hall (1973), dans "Procedures and criteria for earthquake resistant design". Les auteurs sus-cités ont montré que le spectre de réponse lissé d'un mouvement de sol idéalisé, pouvait être obtenu en amplifiant le mouvement du sol par des facteurs dépendant de l'amortissement du système (tableau II-1).

Si le nombre de spectres est suffisant, on calcule pour chaque période T une ordonnée moyenne; ce qui donne, après lissage, le spectre moyen ou spectre caractéristique ou standard au sens de la théorie probabiliste qui est basée sur la considération d'états limites dont les probabilités d'occurrence doivent être maintenues au cours d'une certaine durée de référence (généralement 50 ans ou la durée de vie si elle dépasse 50 ans). Pour les calculs, on retient la valeur correspondant à la moyenne plus un écart-type, ce qui donne, dans le cas d'une distribution gaussienne, une probabilité de non dépassement d'environ 84 %. Les lignes représentant les maxima des accélérations, des vitesses et des déplacements sont dessinées sur un diagramme logarithmique tripartite (cf. § II-3-5). Le spectre est "normalisé" à une accélération de 1.0 g, une vitesse de 48 in/s (121.92 cm/s) et un déplacement de 36 in (91.44 cm), valeurs correspondant à des mouvements qui sont plus intenses que ceux généralement prévus dans les calculs sismiques. Les valeurs lues sur le spectre de base normalisé sont corrigées pour l'accélération de sol maximale correspondante (par exemple: 0.32 g pour le séisme d'El Centro) en les multipliant par cette dernière.

Tableau (II-1) Quelques valeurs du facteur d'amplification recommandées par Newmark et Hall

Pourcentage d'amortissement	Facteur d'amplification					
	Déplacement		Vitesse		Accélération	
	in	cm	in/s	cm/s	in/s ²	cm/s ²
0	2.5	6.35	4.0	10.16	6.4	16.26
5	1.4	3.56	1.9	4.83	2.6	6.60
10	1.1	2.79	1.3	3.30	1.5	3.81

II-3-8) Application du spectre de réponse élastique:

Le spectre de réponse ayant été défini pour un oscillateur simple, il peut être utilisé directement pour évaluer, de manière exacte, la réponse maximale d'une structure à un seul degré de liberté

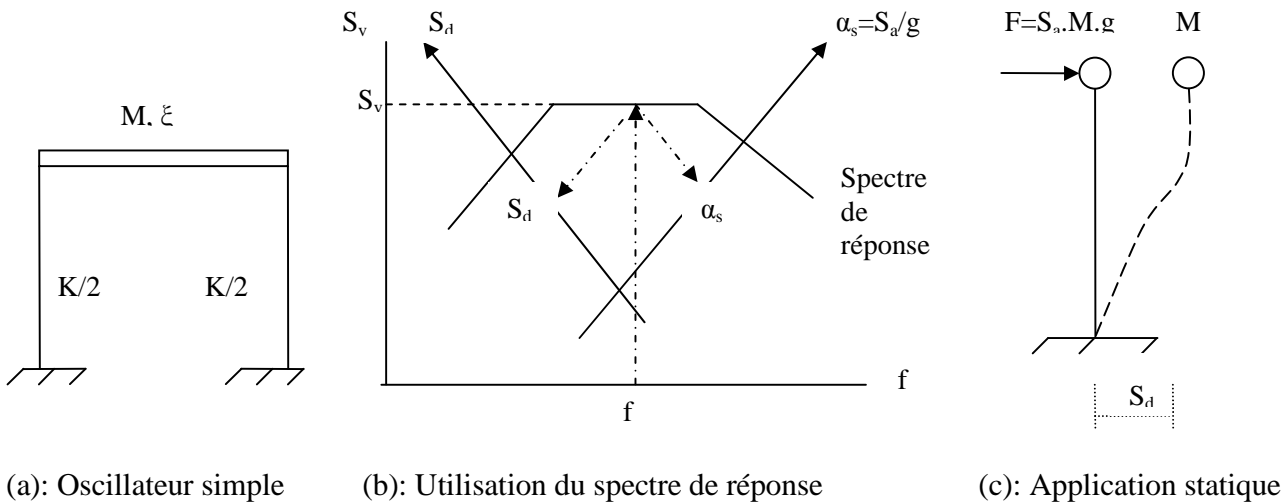


Fig.(II-7): Application du spectre de réponse à l'oscillateur simple

Considérons une telle structure, de masse M , de rigidité K et de taux d'amortissement critique ξ . La

fréquence propre de la structure est, rappelons-le: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}}$

Si la structure est soumise à un séisme dont nous connaissons le spectre de réponse relatif à l'amortissement ξ , sa réponse maximale peut être lue directement sur le spectre pour la valeur d'abscisse f et présentée soit sous forme de déplacement maximal S_d , soit sous forme de force horizontale maximale:

$$|F_{max}| = \alpha_s \cdot M \cdot g = K \cdot S_d$$

A partir de (S_d) ou (F_{max}) comme données du problème, les sollicitations maximales du système sont déterminées par un calcul classique de statique (figure II-7c).

CHAPITRE-III: Analyse des dommages

III-1) Introduction:

De toutes les caractéristiques qui définissent un séisme donné, ce qui nous intéresse en fin de compte, c'est bien le dommage que pourrait causer ce séisme.

Plusieurs formules de mesure du dommage ont été proposées par nombre de chercheurs. Ces formules sont établies en fonction des paramètres de la réponse pour résumer l'effet des séismes sur les structures linéaires et non-linéaires. Quelques unes de ces formules, liées à l'absorption d'énergie dans les structures à un degré de liberté, ont été étudiées par Zarah et Hall (1984). Une étude des effets du comportement inélastique sur les structures résistant aux séismes est due à Lin et Mahin (1985). Une comparaison entre les différentes alternatives a été faite par Grigoriu (1987). Des applications de ces formules ont été faites par Banon et Veneziano (1982), Chung, Meyer et Shinozuka (1987) ainsi que Brahim (1989).

Pour résumer les résultats des mesures de dommage, il convient de les tracer en spectre, en fonction de la fréquence ou de la période du système

III-2) Concept d'énergie:

III-2-1) Introduction:

Le concept d'énergie est souvent introduit comme paramètre de structure pour évaluer la capacité de la structure ou de ses éléments à dissiper l'énergie. Cette capacité est nécessaire à la structure, en plus de la résistance et la souplesse, pour répondre à la philosophie de la plupart des codes qui exigent que:

- la structure doit résister à un séisme mineur sans dommage.
- pour un séisme modéré quelque dommage non structural est permis
- durant un séisme majeur, les structures de type courant, ne doivent pas s'effondrer et les ouvrages de type important doivent rester fonctionnels pendant et après la secousse.

III-2-2) Equilibre énergétique:

Au cours du mouvement, le séisme injecte dans la structure à l'occasion de chaque cycle, une certaine quantité d'énergie. Une partie de cette énergie est renvoyée dans le sol, où elle s'irradie et se dissipe par interaction sol-structure. Une autre partie est dissipée en chaleur par amortissement. Le surplus (énergie potentielle) est emmagasiné temporairement dans la structure sous forme d'énergie cinétique (mouvement des masses) et d'énergie de déformation élastique des éléments structuraux (correspondant à la partie réversible des déformations) avec transformation réciproque de l'une dans l'autre au cours des oscillations. A la fin de la réponse toute l'énergie induite est dissipée (Despeyroux, 1985 et Chopra, 2001).

Pour un oscillateur simple soumis à une excitation sismique, l'équation du mouvement peut s'écrire:

$$M \cdot \ddot{X}(t) + C \cdot \dot{X}(t) + R[X(t)] = -M \cdot \ddot{X}_s(t) \quad (\text{III-1})$$

ou en termes de déplacement total X_t :

$$M \cdot \ddot{X}_t(t) + C \cdot \dot{X}_t(t) + R[X(t)] = 0 \quad (\text{III-2})$$

où: M et C sont, respectivement la masse et le coefficient d'amortissement de la structure

$X(t)$: déplacement relatif de la masse (par rapport à la base)

$\ddot{X}_s(t)$: accélération du sol

$X_s(t)$: déplacement du sol

$X_t(t)$: déplacement absolu de la masse = $X(t) + X_s(t)$

$R[X(t)]$: force de rappel de la structure

L'intégration de cette équation différentielle, par rapport au déplacement X, conduit à:

$$\int_0^x M \cdot \ddot{X}_t(t) \cdot dx_t + \int_0^x C \cdot \dot{X}_t(t) \cdot dx_t + \int_0^x R[X(t)] \cdot dx = 0 \quad (\text{III-3})$$

En remplaçant dx par $(dx_t - dx_s)$ dans le premier terme de l'équation (III-3), on obtient :

$$\int_0^x M \cdot \ddot{X}_t(t) \cdot dx_t + \int_0^x C \cdot \dot{X}_t(t) \cdot dx_t + \int_0^x R[X(t)] \cdot dx = \int_0^x M \cdot \ddot{X}_t(t) \cdot dx_s \quad (\text{III-4})$$

Le premier terme du membre de gauche de l'équation (III-4), représente l'énergie cinétique absolue (E_k) de la structure considérée, le deuxième terme représente l'énergie dissipée par amortissement visqueux (E_d) et le troisième terme la somme (E_a) de l'énergie hystérétique non restituable (E_h) et l'énergie de déformation élastique (E_s).

Le membre de droite est conventionnellement défini comme énergie totale induite E_i dans la structure et qui représente le travail fourni par l'effort tranchant de base durant le déplacement du point d'appui (fondation).

L'équilibre énergétique fourni par l'équation (III-4), peut être exprimé comme suit:

$$E_i = E_k + E_d + E_a, \quad (\text{III-5})$$

ou:

$$E_i = E_k + E_d + E_h + E_s, \quad (\text{III-6})$$

III-2-3) Déformation et énergie:

L'énergie potentielle d'une structure en vibration est, à tout instant, égale à la somme de l'énergie cinétique des masses en mouvement et de l'énergie stockée dans la structure sous forme d'énergie de déformation.

En régime "parfaitement élastique", il ya transformation intégrale d'une forme d'énergie dans l'autre. Mais, en régime non élastique, il en est autrement.

Si on considère le diagramme idéalisé d'un comportement élasto-plastique parfait "force-déplacement" pour un oscillateur simple (figure III-1) supposé ductile, en chargement statique, l'aire OABD représente l'énergie de déformation absorbée par la structure.

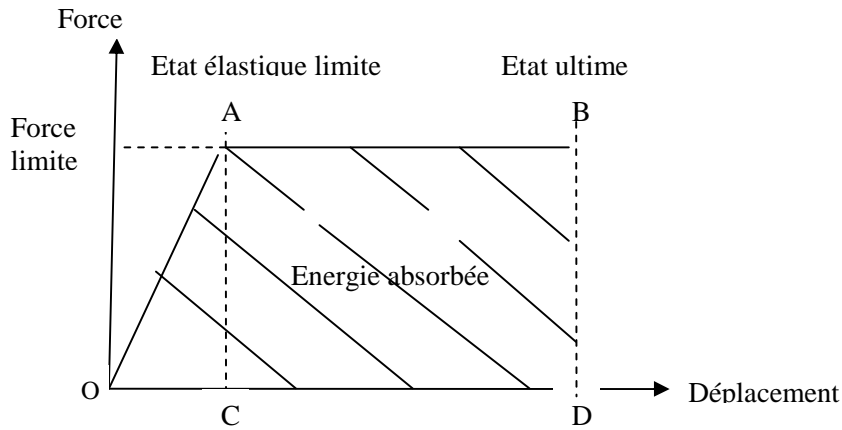


Fig. (III-1): Comportement élasto-plastique en statique

Cette énergie peut être divisée en deux parties :

1) La partie OAC qui représente l'énergie élastique max absorbée par les déformations réversibles; cette énergie de déformation élastique est emmagasinée provisoirement dans la structure puis restituée lorsque la structure perd le déplacement élastique OC (déchargement selon BB' parallèle à OA).

2) La partie ABCD, qui correspond à l'énergie maximale absorbée dans le domaine plastique, est essentiellement emmagasinée dans la structure car celle-ci garde toujours un déplacement plastique d'amplitude CD, même après déchargement élastique. On désigne cette énergie comme "énergie de déformation plastique" (ou "énergie de déformation inélastique").

Comparant les parties OAC et ABCD, on remarque que l'énergie absorbée par les déformations plastiques est beaucoup plus importante que l'énergie élastique.

Le maintien d'une structure dans l'état élastique suppose la réalisation d'éléments capables de stocker de grandes quantités d'énergie sous les faibles déformations du domaine élastique, c'est à dire des pièces raides et de grande section. Il ya donc intérêt à concevoir les structures de manière à ce qu'elles puissent, avant rupture, consommer le plus possible d'énergie par déformation post-élastique et à diminuer la part à stocker sous forme d'énergie de déformation élastique, quitte à accepter alors, en cas de sollicitations particulièrement fortes, certaines plastifications n'entraînant pas de catastrophe (Despeyroux, 1985).

Ceci est possible bien sûr, à condition de tenir compte de la ductilité des structures.

D'ailleurs, les R. P. A. associent la capacité de dissipation d'énergie sismique à la ductilité des structures comme condition d'application de la méthode statique équivalente, comme il sera mentionné plus loin.

III-2-4) Dissipation d'énergie par "hystérésis":

Le phénomène d'amortissement, responsable de la dissipation d'énergie en chaleur, est de deux types:

- interne ou structural se produisant à l'intérieur des matériaux à l'occasion des déformations subies
- externe correspondant à des frottements divers.

Le premier type (interne) représente en général la principale et quelquefois la seule cause de dissipation d'énergie. Il comporte essentiellement deux termes:

- l'un, de type visqueux, lié à la viscoélasticité des matériaux et dépendant de la fréquence.
- l'autre, dit "hystérétique", indépendant de la fréquence et tirant son origine de la non-linéarité des éléments structuraux.

Pour un cycle de déformation complet décrit autour d'une courbe force-déplacement telle que celle de la figure (III-2), l'énergie dissipée par cycle est égale à l'aire de la boucle d'hystérésis. Elle croît avec l'amplitude, spécialement en phase post-élastique (Despeyroux, 1985 et Paz, 1985).

III-3) Mesure des dommages

III-3-1) Paramètres de mesure:

3-1-1) Déplacement maximal (X_{\max}):

$$X_{\max} = \max |X(t)| \quad (\text{III-7})$$

Un diagramme de X_{\max} en fonction de T ou f, avec la même valeur de ξ , fournit un spectre conventionnel.

3-1-2) Coefficient de ductilité de déplacement (μ):

Il est défini comme étant le rapport du maximum de la valeur absolue du déplacement (X_{\max}), durant l'excitation complète, au déplacement élastique max (X_y) du système soit: $\mu = X_{\max} / X_y$

Un coefficient μ inférieur ou égal à l'unité indique une phase élastique de comportement.

3-1-3) Demande d'énergie hystérétique normalisée (E_{NH}):

Elle est définie par le rapport de la quantité d'énergie dissipée par le système durant l'excitation complète, au double de l'énergie absorbée à la première plastification, augmenté de l'unité (figure III-2)

L'énergie dissipée dans la structure, avec une courbe charge-déformation hystérétique, est donnée par:

$$E_H = \int R(x,t) \cdot X(t) \cdot dt - E_s \quad (\text{III-8})$$

où E_s est l'énergie élastique donnée par:

$$E_s = \frac{1}{2} \cdot X_y \cdot K_i \cdot X_y = \frac{1}{2} \cdot R_y \cdot X_y \quad (\text{III-9})$$

L'énergie normalisée sera alors:

$$E_{NH} = 1.0 + \frac{E_H}{R_y \cdot X_y} \quad (\text{III-10})$$

où: X_y est le déplacement élastique maximal (limite élastique) et K_i la rigidité élastique initiale.

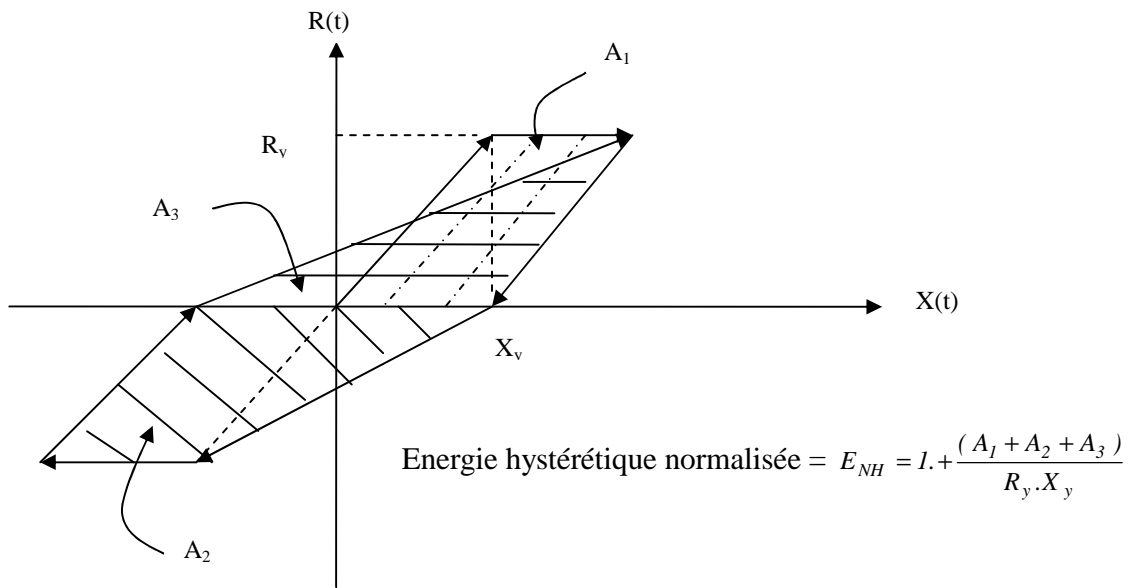


Fig. (III-2): Energie hystérétique normalisée.

III-3-2) Indices de dommage:

Les indices de dommage et de ruine proposés par les chercheurs sont nombreux et variés et peuvent être définis pour chaque élément (indice local) ou reliés à la structure entière (indice global). Tout d'abord, la ductilité cinématique ou cyclique, μ , fut choisie comme paramètre de mesure de dommage structural, ce qui équivaut à supposer que la ruine est escomptée pour un déplacement plastique maximal indépendamment du nombre de cycles ou de l'énergie dissipée. Ensuite, plusieurs formules basées sur l'énergie dissipée, E_H , ont été développées. Une autre approche, basée sur l'accumulation de dommage due aux charges cycliques, est d'habitude modélisée par la loi du "cycle-bas de fatigue" (low-cycle fatigue law). D'autres indices sont basés sur la combinaison de la demande de ductilité et d'énergie dissipée (Cosenza et Manfredi, 2000).

Park, Ang et Wen (1984) ont proposé une forme simple et largement utilisée de l'indice de dommage pour les structures en béton armé. Cet indice est défini comme une fonction linéaire du taux de déplacement maximal ($X_{\max}(t) / X_{\max}$) et du facteur de demande d'énergie ($\frac{E_H}{R_y \cdot X_{\max}}$), soit:

$$DI = \frac{X_{\max}(t)}{X_{\max}} + \beta \cdot \frac{E_H}{R_y \cdot X_{\max}} \quad (\text{III-11})$$

où: $X_{\max}(t)$ est la déformation maximale sous charge sismique, X_{\max} le déplacement limite sous charge monotone et R_y la charge de limite élastique. La propriété de la structure est représentée par un nombre positif β reflétant la capacité relative d'absorption d'énergie de la structure et ne pouvant pas être indépendant de l'excitation (Brahimi, 1989 et Chopra, 2001); β varie en général, entre 0.05 et 1. Selon ce modèle, la ruine (effondrement) a lieu lorsque cet indice est égal à 1.

CHAPITRE-IV: Systèmes Non Linéaires

IV-1) Introduction :

Face aux forts séismes, la plupart des structures ont un comportement non linéaire avant rupture et les effets non-linéaires, qui en découlent, sont souvent importants (Betbeder-Matibet, 1985).

Les méthodes utilisées pour le calcul de la réponse des systèmes linéaires (intégrale de Duhamel par exemple) ne sont plus valables pour les systèmes non linéaires. Il est donc nécessaire de mettre au point une méthode de calcul appropriée à ce type de système. La méthode qui est probablement la plus puissante en analyse non linéaire est la méthode "pas-à-pas" que nous verrons ultérieurement (cf. § IV-4).

Notons que, tout au long de notre thèse, nous utilisons indifféremment les termes "inélastique" et "non-linéaire" pour designer le même comportement "post-élastique", bien que ces deux termes ne soient pas rigoureusement équivalents, un système pouvant être linéaire mais non élastique (élastoplastique) ou bien élastique mais non linéaire, comme le montre la figure suivante (Clough et Penzien, 1975):

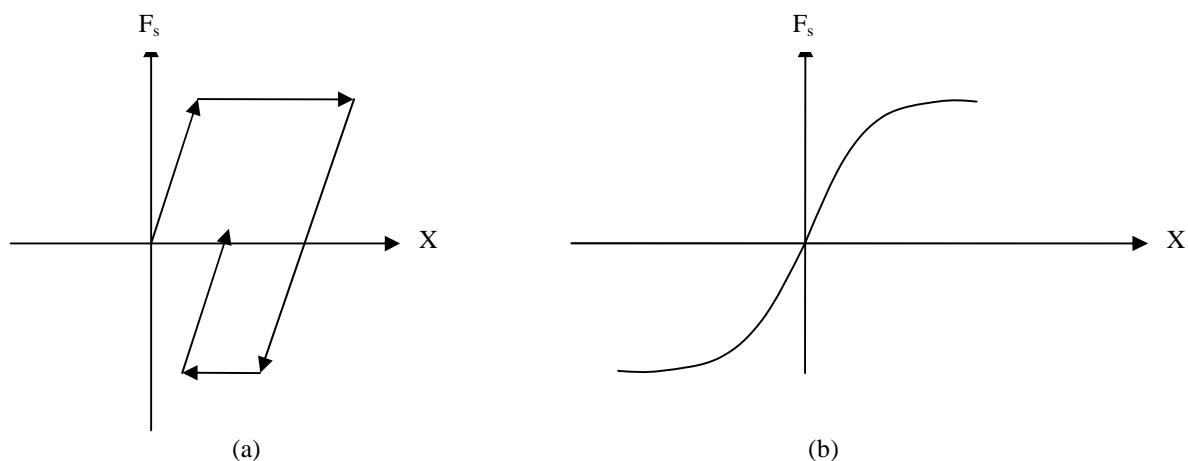


Fig. (IV-1): Matériau élastoplastique (a) et élastique non linéaire (b)

IV-2) Définition :

Dans les systèmes élastiques linéaires, les caractéristiques de la structure (masse, rigidité, amortissement) sont supposées constantes. Mais en analyse non linéaire, les propriétés des matériaux peuvent présenter n'importe quelle forme de non linéarité. De toutes ces caractéristiques, c'est la rigidité qui traduit généralement les effets de non linéarité (Clough. et Penzien, 1975 et Betbeder-Matibet, 1985).

A noter que, la non linéarité des structures peut également être de type géométrique due aux effets du second ordre (effet P- Δ) comme il sera montré ultérieurement (§ IV-6).

La figure (IV-2) donne une description simplifiée du système dynamique non linéaire:

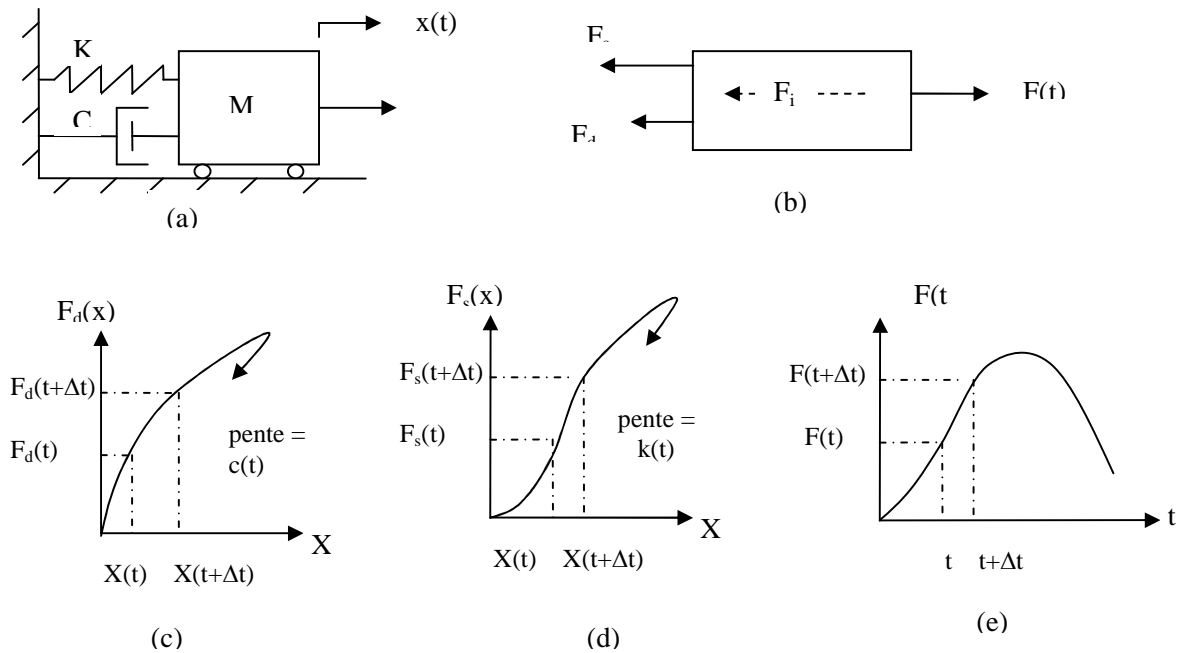


Fig. (IV-2): Comportement non-linéaire

- (a): structure de base à un degré de liberté
- (b): équilibre des forces
- (c): amortissement non linéaire
- (d): rigidité non linéaire
- (e): charge appliquée

IV-3) Modèles de rigidité:

IV-3-1) Introduction:

La courbe charge-déplacement donnée par les essais sous charges cycliques alternées (traction-compression) est la plus représentative du comportement des structures sujettes au séisme. En effet, les accélérogrammes sismiques, de par leur allure (figure I-4) peuvent être considérés comme chargements cycliques alternés naturels. Les figures (IV-3a) et (IV-3b) représentent les courbes de comportement d'un élément, respectivement, en acier et en béton armé (Betbeder-Matibet, 1985). Comme on le constate, ces courbes à l'état brut se prêtent mal à une utilisation numérique.

Pour les rendre plus maniables, on procède à leur idéalisation par des modèles plus simples. Un large éventail de modèles non linéaires a été suggéré par différents auteurs (Clough, Takeda, ...). Nous ne citerons ici que deux types relativement simples et souvent utilisés; ce sont: le modèle "élasto-plastique parfait" et celui "à dégradation de rigidité".

IV-3-2) Modèle élasto-plastique:

Parmi les modèles charge-déformation proposés, le modèle dit "hystérétique-bilinéaire" est le plus simple. Comme le montre la fig (IV-4a), il est défini par trois paramètres:

- 1) le déplacement plastique initial U_y
- 2) la rigidité initiale K_i
- 3) la rigidité post-élastique K_y

La plastification a lieu sur l'une des deux lignes qui forment les "courbes enveloppes de plastification". Lorsqu'une structure entre en plastification, la rigidité élastique change vers la rigidité "post-élastique" qui est généralement définie comme un pourcentage de la rigidité élastique initiale.

La force de rappel au temps t peut être calculée comme suit:

$$R(u,t) = K_i \cdot U_e(t) \text{ pour l'intervalle élastique}$$

$$R(u,t) = K_y \cdot (U(t) - U_z) \text{ durant la plastification}$$

avec: $K_y = \alpha_y \cdot K_i$, α_y étant le rapport de la rigidité post-élastique à la rigidité élastique.

$U_e(t)$: déplacement relatif élastique.

U_z : déplacement où l'enveloppe de plastification traverse l'axe des déplacements.

Lorsque le système se décharge (i.e. la vitesse change de sens), la rigidité garde toujours la valeur initiale jusqu'à ce que la courbe déplacement atteigne de nouveau l'enveloppe plastique.

Le modèle "élasto-plastique parfait" auquel nous nous intéressons ici est un cas particulier du modèle "hystérétique-bilinéaire" que nous venons de décrire, avec des courbes enveloppes parallèles à l'axe des déplacements et une rigidité post-élastique nulle.

La figure (IV-4b), qui représente un schéma du modèle élasto-plastique montre bien sa simplicité et son aptitude à l'analyse numérique. Ce type de comportement, où la rigidité et la résistance de l'élément ne sont pas affectées par la répétition des cycles, est assez général dans les éléments métalliques et peut être obtenu dans les poutres en béton armé moyennant un ferrailage approprié. Il paraît évident que ce même modèle peut être utilisé pour déterminer la réponse d'un système élastique; pour cela, il suffit de prendre une limite élastique infinie (i.e. U_y ou R_y infini).

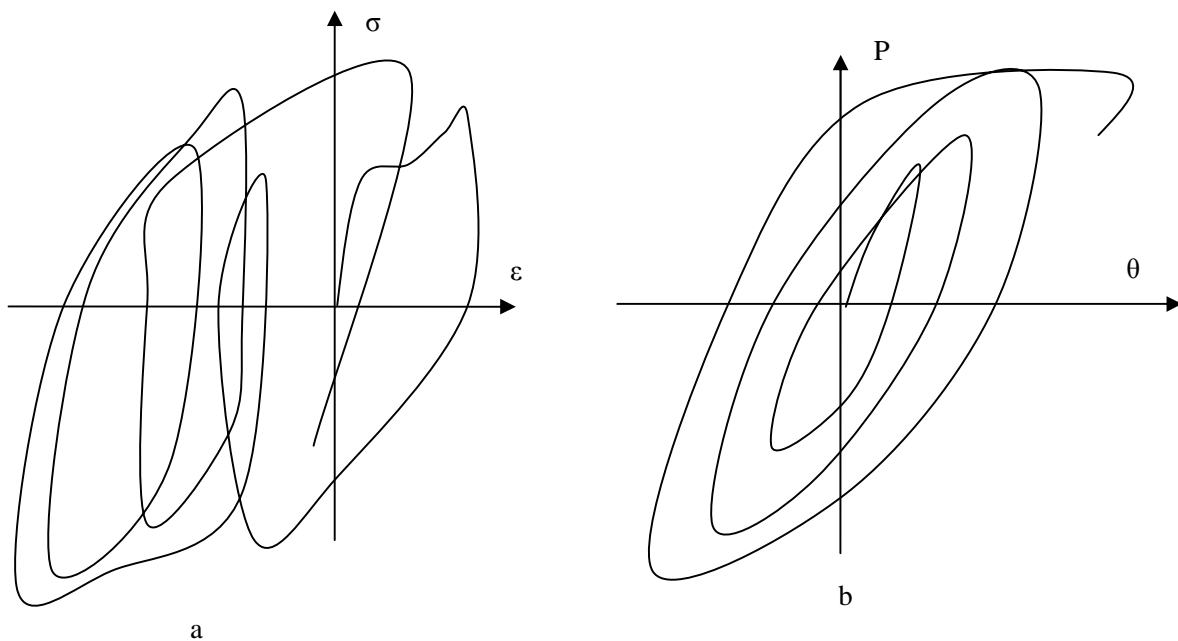
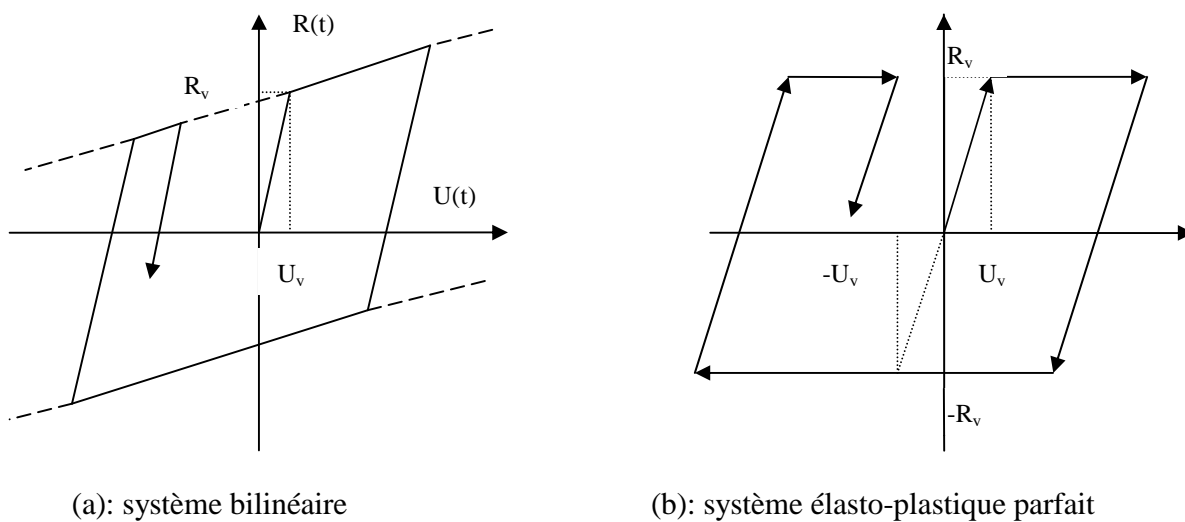


Fig. (IV-3): Courbe expérimentale de déformation d'un élément en:

- (a): acier sous chargement alterné
- (b) béton armé (poutre en flexion alternée)



(a): système bilinéaire

(b): système élasto-plastique parfait

Fig. (IV-4): Modèle élasto-plastique

IV-3-3) Modèle à dégradation de rigidité:

Les systèmes à dégradation de rigidité sont souvent utilisés pour représenter le comportement inélastique des structures en béton armé ne présentant pas de dégradation considérable due au cisaillement et / ou à la détérioration des aciers (Brahimi, 1989).

La dégradation de rigidité, au cours des cycles, est courante dans les éléments en béton armé à cause des microfissurations, et de la dégradation de l'adhérence acier-béton. Elle peut apparaître dans les éléments en acier suite aux petits flambements locaux (Edjtemai, 1981). Clough (1966) a proposé le premier modèle à dégradation de rigidité, pour un système à un seul degré de liberté, mais il présentait des inconsistances liées aux faibles amplitudes et aux boucles hystérétiques incomplètes.

Pour éviter ces inconsistances, Riddel et Newmark (1979) ont introduit un modèle modifié que nous décrivons ici. Comme le modèle bilinéaire, le modèle à "dégradation de rigidité" proposé est défini par une enveloppe plastique et repose lui aussi sur les trois paramètres déjà cités:

- 1) le déplacement élastique limite U_y
- 2) la rigidité initiale K_i
- 3) la rigidité post-élastique K_y

La plastification apparaît lorsque le déplacement du système atteint l'une des courbes enveloppes plastiques. La pente de la rigidité change lorsque la trajectoire du chargement traverse l'axe des déplacements (point de chargement nul) après que la première plastification a eu lieu. Lorsque la courbe traverse de nouveau l'axe des déplacements, elle se dirige directement du point de chargement nul vers le dernier point de déchargement. La rigidité de déchargement diminue lorsque le nombre de cycles de chargement et la déformation inélastique maximale croissent (Brahimi, 1989). Dans un but simplificateur, les effets de cisaillement et la détérioration des matériaux ne sont pas considérés.

Ainsi, dans cette étude, la rigidité de déchargement garde toujours la même pente que la rigidité élastique initiale. Ceci d'une part; d'autre part, l'enveloppe plastique est prise parallèle à l'axe des déplacements. Moyennant cela, on obtient le schéma simplifié du modèle à dégradation de rigidité suivant:

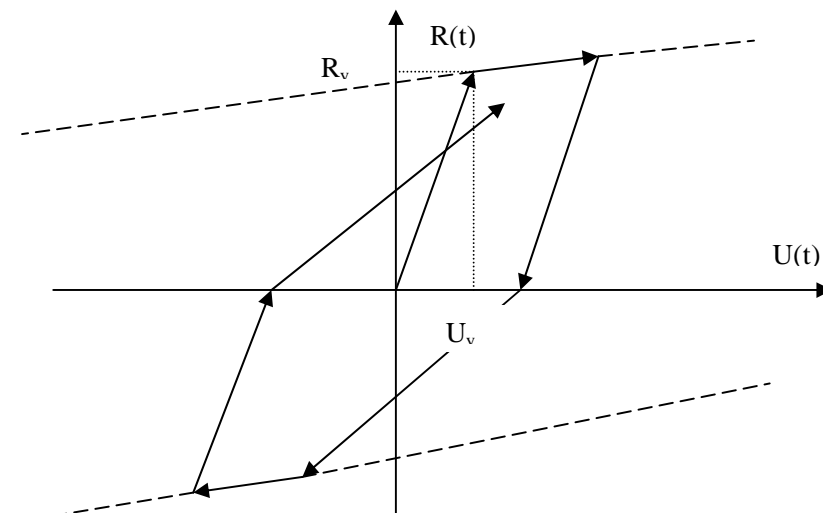


Fig (IV-5): Modèle à dégradation de rigidité

IV-3-4) Modèle choisi:

Le modèle "élasto-plastique parfait" (E.P.P.) étant simple et bien adapté à l'analyse numérique, il est considéré comme base de calcul de la réponse non linéaire. Quant au modèle à dégradation de rigidité, il ne pose pas de problème particulier du point de vue analytique malgré sa complexité relative.

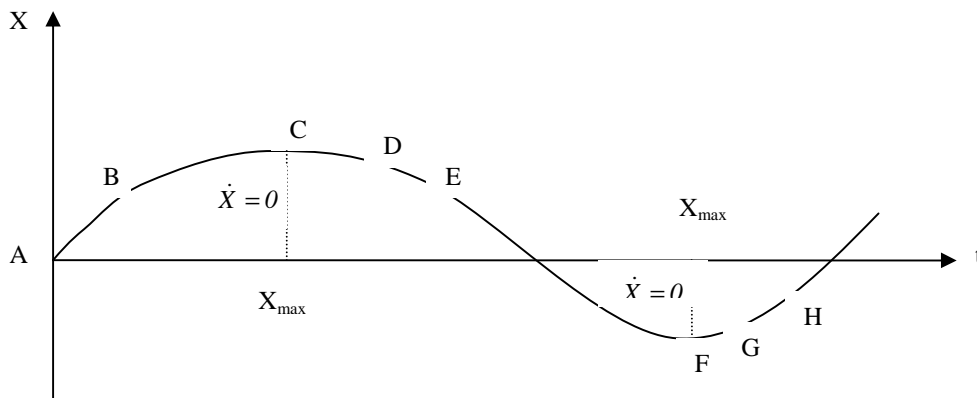
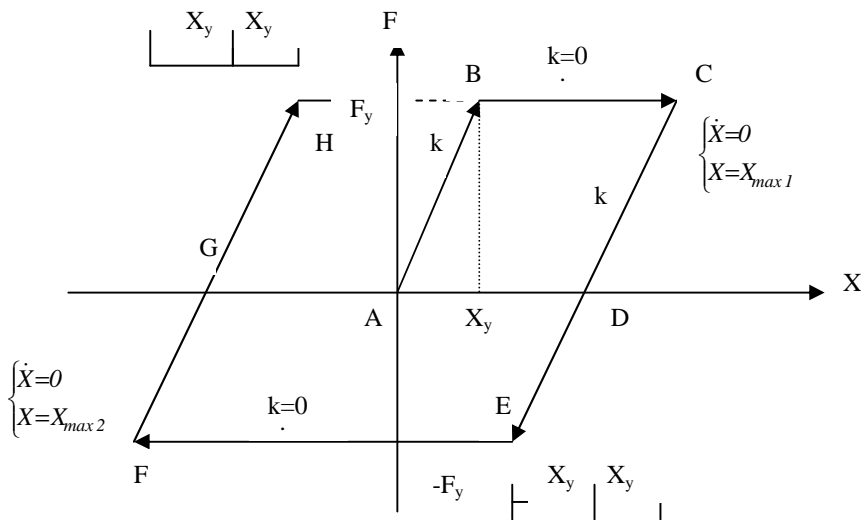


Fig. (IV-6): Comportement élastoplastique parfait de l'oscillateur simple

IV-4): Calcul de la réponse:

IV-4-1): Généralités:

L'intégrale de Duhamel ne peut être utilisée que pour les systèmes linéaires pour lesquels les propriétés restent constantes pendant le séisme. En effet, le principe de superposition, qui est à la base de l'obtention de cette intégrale, n'est plus valable pour les structures non-linéaires.

De nombreuses méthodes s'offrent à nous pour l'intégration directe de l'équation du mouvement.

Trois critères essentiels permettent le choix de la méthode adéquate: la convergence plus ou moins rapide vers la solution exacte, la stabilité conditionnelle ou incondionnelle et la précision relative.

Deux méthodes sont particulièrement connues pour leur efficacité: la méthode de différence centrale et la méthode de Newmark. Cette dernière regroupe, en fait, une famille de méthodes basées sur les équations suivantes:

$$\dot{X}_{i+1} = \dot{X}_i + [(1-\gamma)\Delta t]\ddot{X}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{X}_{i+1} \quad (IV-1)$$

$$X_{i+1} = X_i + (\Delta t)\dot{X}_i + [(0.5-\beta)(\Delta t)^2]\ddot{X}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{X}_{i+1} \quad (IV-2)$$

où les paramètres γ et β définissent la variation d'accélération sur l'intervalle de temps et déterminent les caractéristiques de stabilité et de précision de la méthode. Le choix de $\gamma = 1/2$ et $1/6 \leq \beta \leq 4$, est satisfaisant de tous les points de vue, y compris celui de la précision (Chopra, 2001).

Le tableau suivant présente les différents schémas d'intégration de la méthode classique de Newmark selon les valeurs donnés à γ et β :

γ	β	Méthode
1/2	1/4	Accélération moyenne ou règles trapézoïdales
1/2	1/6	Accélération linéaire
1/2	0	Différence centrale

Tableau (IV-1): Schémas classiques d'intégration de Newmark

D'après ce tableau, la méthode de différence centrale apparaît comme un cas particulier de la méthode de Newmark ($\gamma = 1/2$ et $\beta = 0$).

La méthode d'accélération moyenne est "inconditionnellement stable", c'est-à-dire que les erreurs n'ont pas tendance à s'accumuler durant le processus d'intégration et ce, pour n'importe quel intervalle de temps Δt . Par contre, la méthode de l'accélération linéaire est "conditionnellement stable" (i.e. stable uniquement si $\Delta t \leq 0.551.T_n$, où T_n est la période du mode le plus élevé du système). Cependant, la stabilité de cette dernière a été améliorée par la méthode Wilson- θ , ce qui l'a rendue plus populaire car plus précise. C'est d'ailleurs cette technique qui est à la base des programmes informatiques utilisés dans nos calculs.

Selon cette approche, la réponse dynamique de la structure est évaluée successivement pour une séquence d'incrément, généralement de même longueur Δt pour la commodité des calculs.

La condition d'équilibre dynamique est respectée au début et à la fin de chaque intervalle et le mouvement du système, durant chaque pas, est évalué approximativement en introduisant une hypothèse simplificatrice amenant à ignorer le manque d'équilibre qui se développe pendant le pas. Les propriétés physiques du système sont considérées constantes sur chaque pas, le caractère non linéaire étant pris en compte par le calcul des nouvelles propriétés physiques (en fonction de X et \dot{X} de la structure) au début du pas.

Par conséquent, le procédé peut être appliqué étape par étape dès l'application du séisme jusqu'à un temps quelconque t , en supposant que la structure se comporte comme une suite de systèmes linéaires différents.

IV-4-2) Equation dynamique incrémentale:

A un instant t quelconque, l'équilibre dynamique de l'oscillateur simple peut s'exprimer par l'équation :

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = -M \cdot \ddot{X}_s \quad (\text{I-3})$$

dans laquelle nous considérons que la masse et l'amortissement de la structure restent constants durant le séisme, tandis que la rigidité varie dans le temps en fonction de l'état de déformation de la structure.

Après un court intervalle de temps Δt , l'équilibre dynamique répond également à l'équation :

$$M \cdot \ddot{X}(t + \Delta t) + C \cdot \dot{X}(t + \Delta t) + K \cdot X(t + \Delta t) = -M \cdot \ddot{X}_s(t + \Delta t) \quad (\text{IV-3})$$

la rigidité étant constante pendant l'intervalle de temps Δt . L'équation dynamique en variables incrémentales peut ensuite être déduite par différence entre les deux relations précédentes :

$$M \cdot \Delta \ddot{X}(t) + C \cdot \Delta \dot{X}(t) + K \cdot \Delta X(t) = -M \cdot \Delta \ddot{X}_s(t) \quad (\text{IV-4})$$

les variables incrémentales ayant les significations suivantes :

$$\Delta \ddot{X}(t) = \ddot{X}(t + \Delta t) - \ddot{X}(t)$$

$$\Delta \dot{X}(t) = \dot{X}(t + \Delta t) - \dot{X}(t)$$

$$\Delta X(t) = X(t + \Delta t) - X(t)$$

$$\Delta \ddot{X}_s(t) = \ddot{X}_s(t + \Delta t) - \ddot{X}_s(t)$$

IV-4-3): Exposé de la méthode "pas à pas":

L'intégration pas à pas est fondée sur l'intégration, sur chaque pas de calcul, du vecteur accélération pour obtenir le vecteur vitesse et l'intégration de la vitesse qui donne le vecteur déplacement.

Pour cela, on choisit une forme de la fonction d'accélération sur l'intervalle de temps ou sur un intervalle plus étendu, soit: $\ddot{X}(t + \tau) = \ddot{X}_t + F(\tau)$

A noter que: $\ddot{X}(t + \tau)$ défini sur $]t, t+h[$ diffère de $\ddot{X}_{t+\tau}$ défini en $(t+\tau)$

$$\text{Alors : } \dot{X}(t+\tau) = \dot{X}_t + \ddot{X}_t \cdot \tau + \int_0^\tau F(\bar{\tau}) \cdot d\bar{\tau}$$

$$\text{et: } X(t+\tau) = X_t + \dot{X}_t \cdot \tau + \ddot{X}_t \cdot \frac{\tau^2}{2} + \int_0^\tau \int_0^\tau F(\bar{\tau}) \cdot d\bar{\tau} \cdot d\bar{\tau}$$

$$\text{Si F est de la forme: } F(\tau) = \alpha \cdot (\ddot{X}_{t+h} - \ddot{X}_t) \cdot \left(\frac{\tau}{h}\right)^n$$

$$\text{alors: } \dot{X}_{t+h} = \dot{X}_t + \ddot{X}_t \cdot h + \frac{\alpha}{n+1} \cdot (\ddot{X}_{t+h} - \ddot{X}_t) \cdot h$$

$$\text{et: } X_{t+h} = X_t + \dot{X}_t \cdot h + \ddot{X}_t \cdot \frac{h^2}{2} + \frac{\alpha}{(n+1) \cdot (n+2)} \cdot (\ddot{X}_{t+h} - \ddot{X}_t) \cdot h^2$$

Dans le cas particulier d'une accélération linéaire : $\alpha = 1$, $n = 1$

$$F(\tau) = (\ddot{X}_{t+h} - \ddot{X}_t) \cdot \left(\frac{\tau}{h}\right)$$

$$\text{alors: } \ddot{X}(t+\tau) = \ddot{X}_t + (\ddot{X}_{t+h} - \ddot{X}_t) \cdot \frac{\tau}{h}$$

$$\text{ou: } \ddot{X}(t+\tau) = \ddot{X}_t + \frac{\Delta \ddot{X}}{\Delta t} \cdot \tau$$

Cette hypothèse simplificatrice qui consiste à considérer la variation de l'accélération relative de la structure, linéaire sur chaque intervalle de temps, est à la base de la méthode que nous exposons ici. Le mouvement de l'oscillateur sur l'incrément de temps Δt , durant lequel la rigidité du système reste constante, est caractérisé par les schémas de la figure (IV-7). Ces schémas montrent les variations, respectivement quadratique et cubique de la vitesse et du déplacement, comme conséquence d'une variation linéaire de l'accélération.

L'évaluation des expressions de la vitesse et du déplacement (figure IV-7) à la fin du pas, pour $\tau = \Delta t$, conduit aux relations suivantes pour l'accroissement de vitesse et de déplacement pendant un intervalle Δt :

$$\Delta \dot{X}(t) = \ddot{X}(t) \cdot \Delta t + \Delta \ddot{X}(t) \cdot \frac{\Delta t}{2} \tag{IV-5}$$

$$\Delta X(t) = \dot{X}(t) \cdot \Delta t + \ddot{X}(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{2} + \Delta \ddot{X}(t) \cdot \frac{\Delta t^2}{6} \tag{IV-6}$$

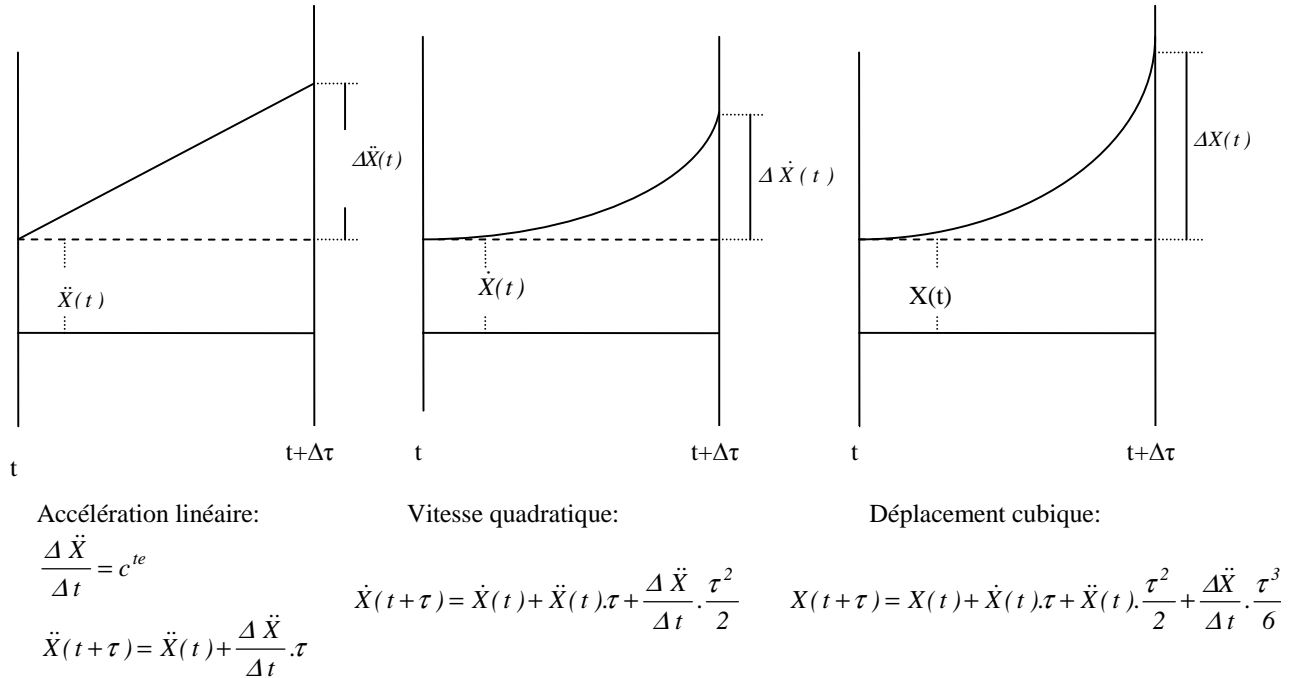


Fig. (IV-7): Variation linéaire, quadratique et cubique d'accélération, de vitesse et de déplacement.

On peut, par exemple, considérer l'accroissement $\Delta X(t)$ de déplacement comme inconnue principale de l'analyse. Partant de ce choix, les relations (IV-5) et (IV-6) conduisent à :

$$\Delta \ddot{X}(t) = \frac{6}{\Delta t^2} \cdot \Delta X(t) - \frac{6}{\Delta t} \cdot \dot{X}(t) - 3 \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{IV-7})$$

$$\Delta \dot{X}(t) = \frac{3}{\Delta t} \cdot \Delta X(t) - 3 \cdot \dot{X}(t) - \frac{\Delta t}{2} \cdot \ddot{X}(t) \quad (\text{IV-8})$$

L'équation incrémentale (IV-4) prend alors la forme suivante:

$$M \cdot \left[\frac{6}{\Delta t^2} \cdot \Delta X(t) - \frac{6}{\Delta t} \cdot \dot{X}(t) \cdot \Delta t - 3 \cdot \ddot{X}(t) \right] + C \cdot \left[\frac{3}{\Delta t} \cdot \Delta X(t) - 3 \cdot \dot{X}(t) - \frac{\Delta t}{2} \cdot \ddot{X}(t) \right] + K(t) \cdot \Delta X(t) = -M \cdot \Delta \ddot{X}_s(t) \quad (\text{IV-9})$$

Finalement, en regroupant différents termes de l'équation (IV-9), on obtient :

$$\tilde{K}(t) \cdot \Delta X(t) = \Delta \tilde{F}(t) \quad (\text{IV-10})$$

en posant :

$$\tilde{K}(t) = K(t) + \frac{6}{\Delta t^2} \cdot M + \frac{3}{\Delta t} \cdot C \quad (\text{IV-11})$$

$$\Delta \tilde{F}(t) = -M \cdot \Delta \ddot{X}_s(t) + M \cdot \left[\frac{6}{\Delta t} \cdot \dot{X}(t) + 3 \cdot \ddot{X}(t) \right] + C \cdot \left[3 \cdot \dot{X}(t) + \frac{\Delta t}{2} \cdot \ddot{X}(t) \right] \quad (\text{IV-12})$$

On constate que l'équation incrémentale (IV-10) est équivalente à une équation d'équilibre statique et peut être résolue directement par rapport à l'accroissement $\Delta X(t)$ de déplacement, en divisant la charge fictive incrémentale $\Delta \tilde{F}(t)$ par la rigidité fictive $\tilde{k}(t)$. Ces dernières sont connues lorsqu'on dispose de la vitesse $\dot{X}(t)$ et de l'accélération $\ddot{X}(t)$ au début de l'intervalle. Ayant calculé l'accroissement $\Delta X(t)$ de déplacement, l'accroissement $\Delta \dot{X}(t)$ de vitesse et l'accroissement $\Delta \ddot{X}(t)$ d'accélération sont respectivement évalués à l'aide des relations (IV-8) et (IV-7). En ajoutant les valeurs incrémentales $\Delta X(t)$, $\Delta \dot{X}(t)$ et $\Delta \ddot{X}(t)$ aux valeurs initiales de déplacement, de vitesse et d'accélération au début du pas, nous obtiendrons les conditions initiales du pas suivant:

$$X(t + \Delta t) = X(t) + \Delta X(t)$$

$$\dot{X}(t + \Delta t) = \dot{X}(t) + \Delta \dot{X}(t) \tag{IV-13}$$

$$\ddot{X}(t + \Delta t) = \ddot{X}(t) + \Delta \ddot{X}(t)$$

La poursuite du procédé permet d'évaluer la réponse dynamique complète de la structure dans le domaine non-linéaire, sur une période quelconque de temps.

IV-4-4): Remarques concernant cette méthode :

La méthode pas-à-pas précédente utilise deux hypothèses :

1) Elle considère que la rigidité du système reste constante sur chaque intervalle; ce qui n'est pas exact dans le cas général d'un comportement non-linéaire. Néanmoins, avec les schémas d'élasto plasticité et de dégradation de rigidité, cette hypothèse reste exacte; en effet, la courbe force-déplacement n'est composée que de segments linéaires correspondant à des rigidités constantes. Toutefois, un problème reste posé: dès qu'une plastification commence ou se termine, un changement brutal de rigidité est constaté. Cela nécessite donc une procédure d'itération permettant de cerner le point de changement de rigidité avec une précision suffisante. Pour cela, la méthode de dichotomie est efficace et relativement simple.

2) Une autre hypothèse adoptée est celle de la variation linéaire de l'accélération relative du système au cours d'un intervalle de temps, hypothèse qui -si la longueur de pas n'est pas suffisamment courte- introduit des erreurs numériques, ayant tendance à s'accumuler au fil des calculs. Cette accumulation d'erreurs, qui a un effet significatif sur la réponse de la structure, peut être réduite en respectant les conditions d'équilibre à la fin de chaque intervalle. Cela peut être réalisé simplement en calculant l'accélération relative de la structure à la fin de chaque pas, non pas par les relations incrémentales, mais par l'équation générale d'équilibre lorsque le déplacement et la vitesse sont calculés à la fin de l'intervalle.

IV-4-5): Résumé du procédé numérique :

Pour chaque intervalle Δt de temps :

- 1) Les valeurs initiales de la vitesse et du déplacement $\dot{X}(t)$ et $X(t)$ sont connues au début du pas, soit comme conditions initiales du problème (s'il s'agit du premier pas de calcul), soit comme valeurs à la fin du pas précédent.
- 2) A partir de ces valeurs et des propriétés non-linéaires de la structure (courbe force-déplacement par exemple) définies par le modèle considéré, on détermine l'amortissement $C(t)$ et la rigidité $K(t)$ pour cet intervalle ainsi que les valeurs actuelles des forces élastiques $f_s(t)$ et d'amortissement $f_d(t)$
- 3) L'accélération au début du pas est donnée par l'équation (I-3)
- 4) L'incrément de charge fictive $\Delta \tilde{F}(t)$ et la rigidité fictive $\tilde{K}(t)$ sont évalués par les Eq. (IV-I2) et (IV-11)
- 5) L'incrément $\Delta X(t)$ de déplacement est donné par l'équation (IV-10) et l'incrément $\Delta \dot{X}(t)$ de vitesse par l'équation (IV-8).
- 6) Enfin, la vitesse et le déplacement à la fin de l'incrément sont tirés des relations (IV-13).

Après avoir effectué cette dernière étape, les calculs pour cet incrément de temps sont terminés, le processus entier pouvant être repris pour l'incrément suivant, et ainsi de suite autant de fois qu'on le désire. L'histoire de la réponse peut ainsi être déterminée pour n'importe quel système à un degré de liberté présentant n'importe quelles caractéristiques non linéaires (Clough. et Penzien, 1975).

Cette approche est également applicable aux systèmes linéaires pour lesquels les caractéristiques (rigidité et amortissement) restent constantes pendant toute l'analyse. Ainsi, les opérations se trouvent simplifiées, l'étape 2 du procédé étant éliminée. Cette approche a été utilisée pour le calcul de la réponse élastique en concomitance avec la méthode par résolution de l'intégrale de Duhamel.

IV-4-6) Longueur de pas:

Comme dans toute intégration numérique, la précision de cette méthode dépend de la valeur Δt des pas.

Trois facteurs essentiels doivent être considérés lors du choix de cette valeur :

1. La rapidité de variation du chargement appliqué (accélération du sol dans notre cas)
2. La complexité plus ou moins grande du schéma de non-linéarité de la structure.
3. La période propre de la structure linéaire associée.

L'accélérogramme du séisme, dans la plupart des cas ne pose pas de problème particulier; son effet sur le choix de la longueur de pas n'est significatif que pour les structures souples présentant des périodes propres élevées.

Les modèles élasto-plastique et à rigidité dégradée sont des schémas particulièrement simples à décrire numériquement et n'imposent aucune limite sur le choix de la longueur de pas. Par conséquent, ce choix dépend essentiellement de la période propre du système linéaire associé.

La méthode d'intégration à variation linéaire est conditionnellement stable, c'est à dire, ne diverge que, si la longueur de pas dépasse la valeur $T/1.8$. L'incrément de temps doit être suffisamment court si on veut obtenir une précision suffisante (Clough. et Penzien, 1975). En général, un rapport incrément-période $\Delta t/T$ inférieur ou égal à $1/10$ permet d'obtenir des résultats dignes de confiance. Pour les différentes applications numériques, que nous avons eu à traiter, une longueur de pas $\Delta t = 0.01$ s a été largement suffisante.

IV-5) Spectre de réponse non-linéaire:

IV-5-1) Introduction:

La plupart des notions et paramètres, considérés pour les systèmes linéaires, se retrouvent dans l'analyse des spectres non-linéaires.

Toutefois, deux paramètres importants caractérisent les spectres non-linéaires: la ductilité et la dissipation d'énergie par déformations plastiques. Ces deux paramètres sont définis dans ce qui suit:

IV-5-2) Ductilité:

5-2-1) Rôle de la ductilité:

Les séismes de forte magnitude sollicitent la structure en dehors du domaine d'élasticité. Celle-ci doit être en mesure de résister en absorbant de grandes énergies de déformation, sans se ruiner.

La ductilité offerte par les matériaux de construction, l'acier en particulier, constitue un facteur important de résistance aux actions sismiques. En effet, les déformations inélastiques jouent un rôle très important dans le mécanisme d'absorption de l'énergie transmise à la structure par ces charges exceptionnelles.

5-2-2) Définition de la ductilité en chargement statique:

La "ductilité" d'un élément représente son aptitude à subir, avant la ruine, des déformations importantes dues à une consommation élevée d'énergie.

Si on considère les diagrammes sollicitation-déformation suivants,

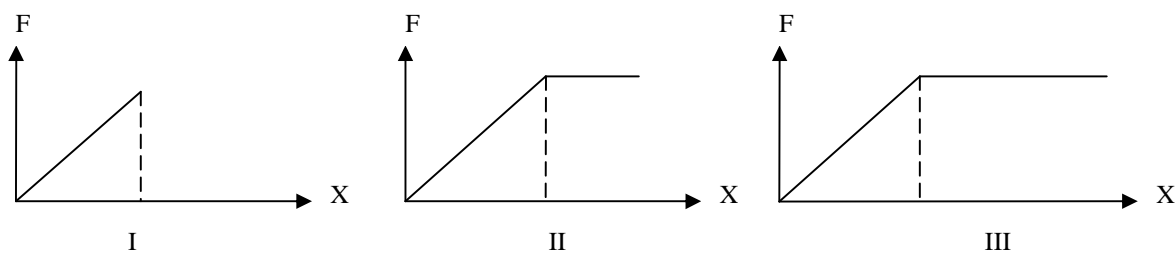


Fig. (IV-8a): Diagrammes sollicitation-déformation; linéaire (I) et élasto-plastique (II et III)

On remarque que:

- (I), qui est une droite, traduit un comportement fragile; il peut s'agir d'une pièce non armée.
- (II), qui présente un certain palier de plasticité, pourrait être le diagramme d'un acier à haute résistance.
- (III), qui présente un palier plus important, pourrait être le diagramme d'un acier doux.

Plusieurs définitions de la "ductilité" ont été proposées, nous retenons la plus facile, qui considère la "ductilité" comme étant le rapport entre la déformation de ruine (D_U) et la déformation de fin de phase élastique D_E (fig IV-8b).

Si la résistance finale F_U est trop faible, on adopte par convention une valeur de résistance F_L souvent égale à $0,8.F_M$, à laquelle correspond la déformation D_L . De plus, la limite d'élasticité est définie conventionnellement par le point K intersection de la droite OE et de la parallèle à OD passant par M

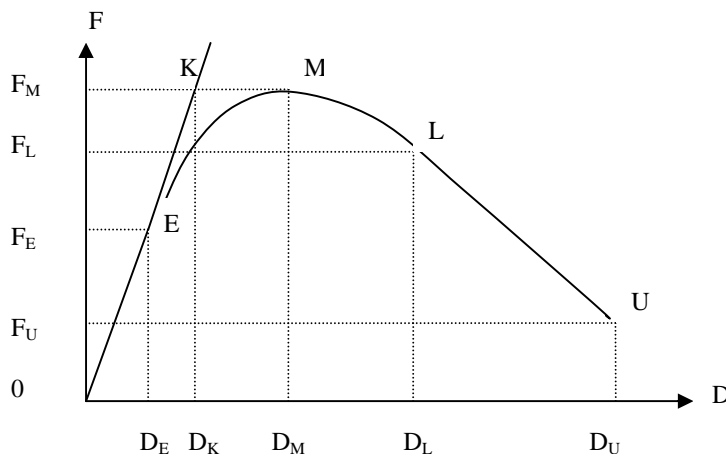


Fig. (IV-8b): Diagramme sollicitation-déformation permettant la définition de la ductilité

Moyennant tout ça, on peut définir une quantité sans dimension, appelée "facteur de ductilité", par :

$$\mu = \frac{D_L}{D_K} \quad (IV-14)$$

Le facteur de ductilité est calculé donc non pas à partir de la courbe réelle résistance-déplacement mais à l'aide d'une courbe idéalisée élasto-plastique équivalente.

Si on considère le schéma idéalisé d'un comportement "élasto-plastique parfait", la définition est plus simple. En effet, soit le schéma de la figure (IV-9a) qui représente le comportement élasto-plastique parfait force-déplacement d'une structure à un degré de liberté supposée "ductile", en chargement statique.

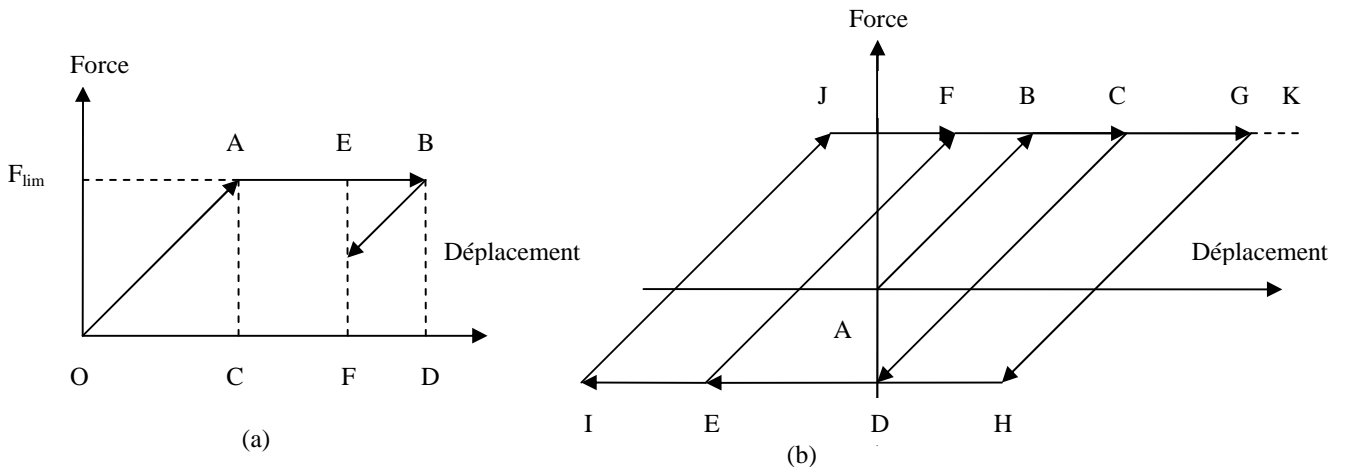


Fig. (IV-9): Comportement élasto-plastique en statique (a) et en dynamique (b).

Le facteur de ductilité, du système considéré est mesuré par le rapport entre le déplacement total \overline{OD} et le déplacement élastique \overline{OC} :

$$\mu = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} \tag{IV-15}$$

A étant le point représentatif de la limite du comportement élastique sur la courbe et B celui de la limite ultime du déplacement.

5-2-3) Ductilité en chargement dynamique alterné:

La capacité des structures ductiles est encore plus significative lorsqu'on les considère en régime dynamique alterné; en effet, la courbe précédente "force-déplacement" va présenter plusieurs cycles provenant des accélérogrammes sismiques (figure IV-9b). Ceci permet à la structure d'absorber une grande partie d'énergie apportée par le séisme, à condition que le matériau présente une bonne ductilité dans les deux sens.

Aussi, est on en mesure de penser que les structures en acier, qui présentent en général une ductilité importante, auront un meilleur comportement face aux séismes que d'autres structures, par exemple celles en béton armé dimensionnées de manière habituelle, étant donné que la ductilité globale de la structure est conditionnée par celle des matériaux qui la constituent.

5-2-4) Ductilité des matériaux:

La comparaison des diagrammes contraintes-déformations pour l'acier de construction d'usage courant E24 (contrainte élastique limite $\sigma_e = 240$ MPa) et pour un béton de résistance en compression $\sigma_b' = 30$ MPa, traduit la ductilité importante de l'acier par rapport au béton (figure IV-10).

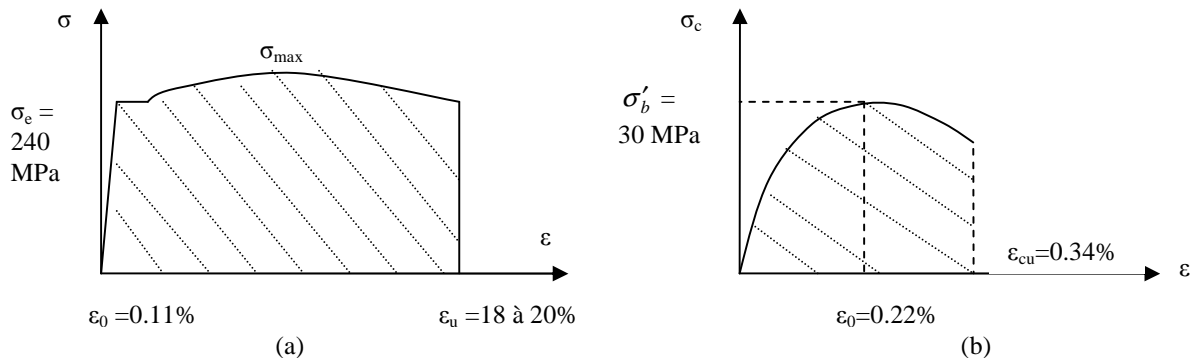


Fig. (IV-10): Diagramme "contrainte-déformation" pour l'acier (a) et pour le béton (b).

Cependant, il est à noter que le facteur de ductilité d'un degré de liberté d'une structure n'est pas seulement fonction de la nature des matériaux constitutifs, mais qu'il dépend aussi du champ des déformations relatif à ce degré de liberté. La ductilité en section est donc significative.

5-2-5) Ductilité en section:

Considérons une poutre travaillant en flexion simple (figure IV-11).

En supposant que la déformation varie linéairement, en élasto-plasticité comme en élasticité, sur la hauteur de la section (hypothèse de Bernouilli), on sait que la courbure de la section, soumise à un moment fléchissant, est donnée par:

$$\phi = \frac{1}{\rho} = \frac{\epsilon}{d-x} = \frac{\epsilon'}{x} \quad (IV-16)$$

expression dans laquelle (voir figure IV-11) :

ϕ = courbure de la section

ρ = rayon de courbure de la section

ϵ = déformation de la fibre inférieure de la section

ϵ' = déformation de la fibre supérieure de la section

d = hauteur de la section

x = distance entre l'axe neutre et la fibre supérieure de la section.

On désigne comme facteur de ductilité de la section le rapport :

$$\mu = \frac{\phi_u}{\phi_{el}} \quad (IV-17)$$

où: ϕ_u et ϕ_{el} représentent la courbure de la section respectivement à l'état ultime de résistance et à l'état élastique limite; (à noter que cette définition ne caractérise pas, en général, la ductilité de la poutre, cette dernière sera donnée plus loin).

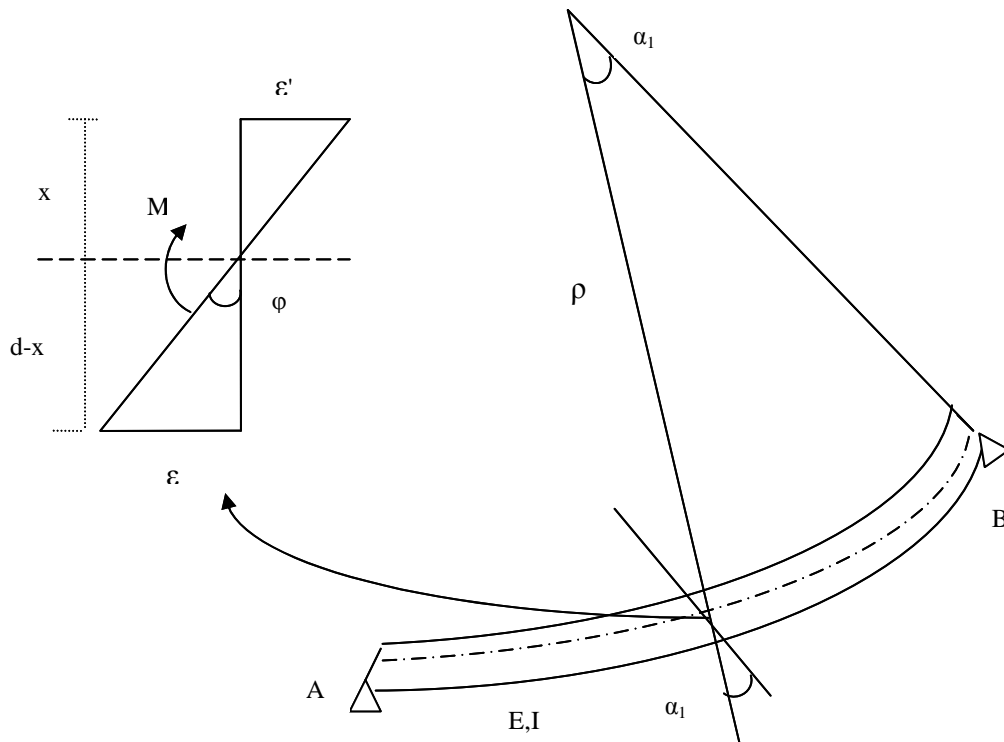


Fig. (IV-11): Courbure de la section.

5-2-5-1) Section en béton armé:

Les sections en béton armé, grâce à la présence des armatures, peuvent présenter une certaine ductilité; celle-ci dépend essentiellement du pourcentage d'armatures utilisées, mais ne peut atteindre en général des valeurs élevées pour les dimensionnements habituels, en raison de la fragilité du béton et de ses faibles déformations par rapport à celles de l'acier. Cette affirmation a été mise en évidence par Edjtémaï. (1981), en calculant le facteur de ductilité d'une section rectangulaire en béton armé, soumise à un moment fléchissant, pour différentes valeurs de pourcentage d'armatures Ψ (figure IV-12).

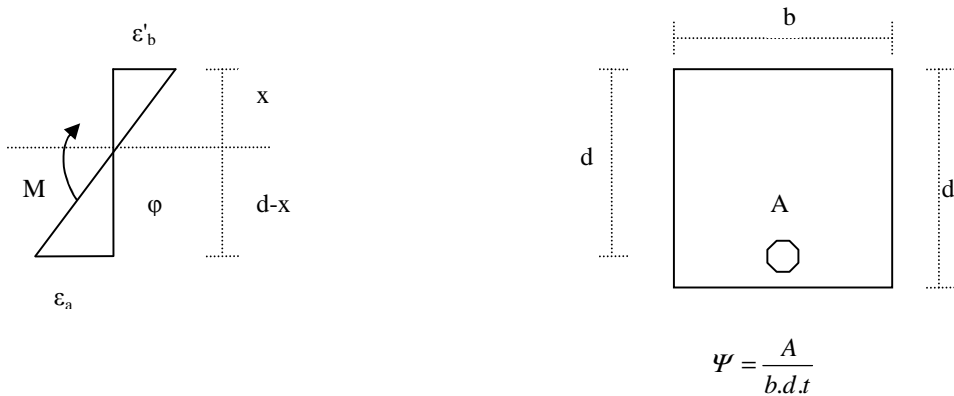


Fig. (IV-12): Section en béton armé.

En outre, l'auteur a abouti à la conclusion importante que l'augmentation du pourcentage d'acier tendu dans une section en béton armé a pour effet d'augmenter le moment résistant de la section, mais diminue par contre la ductilité de celle-ci. En effet, en comparant $\epsilon_{ua} = 0.01$ (valeur de la déformation max généralement admise par les règles de calcul aux états limites des sections en béton armé) et $\epsilon_{ub} = 0.0034$ (déformation maximale du béton), on conçoit que, pour avoir une bonne ductilité, il est souhaitable de diminuer la section d'acier tendu de sorte qu'à l'état ultime, l'axe neutre de la section se déplace suffisamment vers la fibre supérieure du béton; ceci permet ainsi aux armatures de se déformer jusqu'à la valeur maximale de déformation plastique. Par contre, une section fortement armée en traction se rompt avant que les armatures tendues n'atteignent des déformations importantes et manquera donc de ductilité. Notons également que la présence d'armatures comprimées tend à faire monter l'axe neutre et améliore du même coup sa ductilité. Cependant, si on dimensionne une section en béton armé en vue d'une ductilité relativement élevée, le taux de participation du béton dans la résistance ultime de la section va diminuer: le fait de déplacer l'axe neutre de la section vers la fibre supérieure du béton, conduit à n'employer éventuellement qu'une faible fraction de la section disponible du béton. Il résulte, de toutes ces constatations, que l'obtention d'une ductilité désirée dans une section en béton armé nécessite une optimisation précise du pourcentage des armatures de manière que la section présente une résistance suffisante en rapport au volume des matériaux mis en œuvre (Edjtémaï, 1981).

5-2-5-2) Section en acier:

En ce qui concerne les sections en acier, leur capacité naturelle de déformabilité dans le domaine plastique permet de considérer des valeurs plus élevées de "ductilité" que celles admises pour le béton armé, avec le fait supplémentaire que les sections en acier sont capables de subir de fortes déformations plastiques aussi bien en compression qu'en traction. En effet, dans une section symétrique en acier, travaillant en flexion simple, l'axe neutre passe toujours au milieu de la section et la ductilité de cette dernière ne dépend que des déformations élastique limite ϵ_{el} et ultime ϵ_u de l'acier.

Soit (voir figures IV-13a et IV-13b):

$$\mu = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_{el}} \quad (\text{IV-18})$$

Avec $\epsilon_u = 0.01$ et $\epsilon_{el} = 0.0014$ on a: $\mu = 7.1$

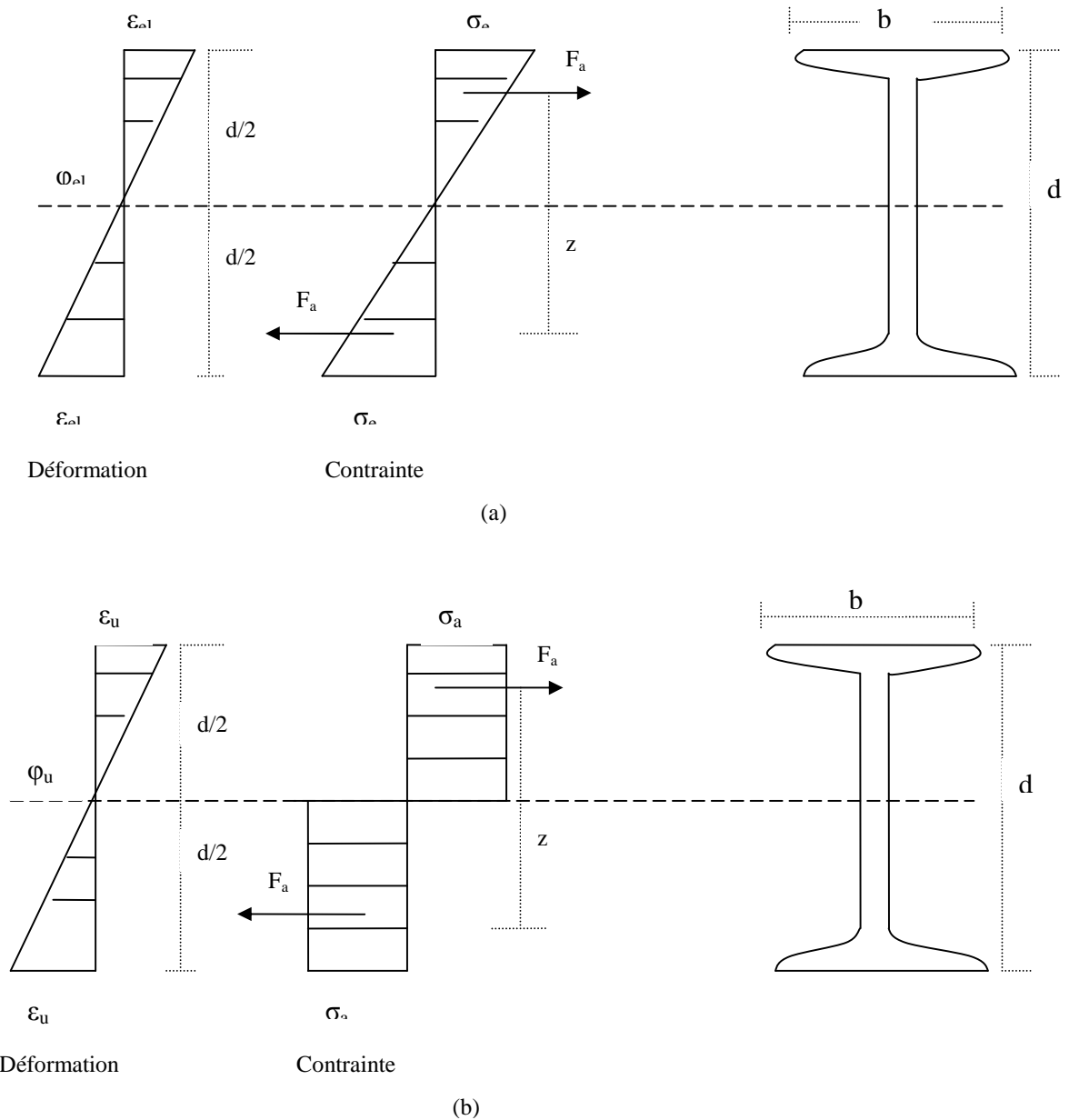


Fig. (IV-13): Section à l'état élastique limite (a) et à l'état ultime (b)

$$M_{el} = F_a \cdot z \quad \text{et} \quad \phi_{el} = \frac{2 \cdot \epsilon_{el}}{d}$$

$$\text{et} \quad M_u = \frac{A}{2} \cdot \sigma_a \cdot z \quad \text{et} \quad \phi_u = \frac{2 \cdot \epsilon_u}{d}$$

$$\text{D'où le facteur de ductilité de la section:} \quad \mu = \frac{\phi_u}{\phi_{el}} = \frac{2 \cdot \epsilon_u}{d} \cdot \frac{d}{2 \cdot \epsilon_{el}} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_{el}} \quad (\text{IV-19})$$

Ce qui précède montre qu'une section en acier, tout en conservant sa capacité portante maximale, peut atteindre des ductilités élevées, par opposition à une section en béton armé.

5-2-6) Ductilité dans les éléments de structure:

En fait, pour être significative, la définition du facteur de ductilité doit être basée sur les déformations globales d'un élément de structure.

Considérons une poutre travaillant en flexion simple (figure IV-14).

Avec l'hypothèse de distribution linéaire des déformations sur la hauteur des sections, la rotation totale de la poutre est donnée par:

$$\alpha = \int_s \frac{1}{\rho} . ds = \int_s \frac{\varepsilon'}{x} . ds = \int_s \frac{\varepsilon}{d-x} . ds \tag{IV-20}$$

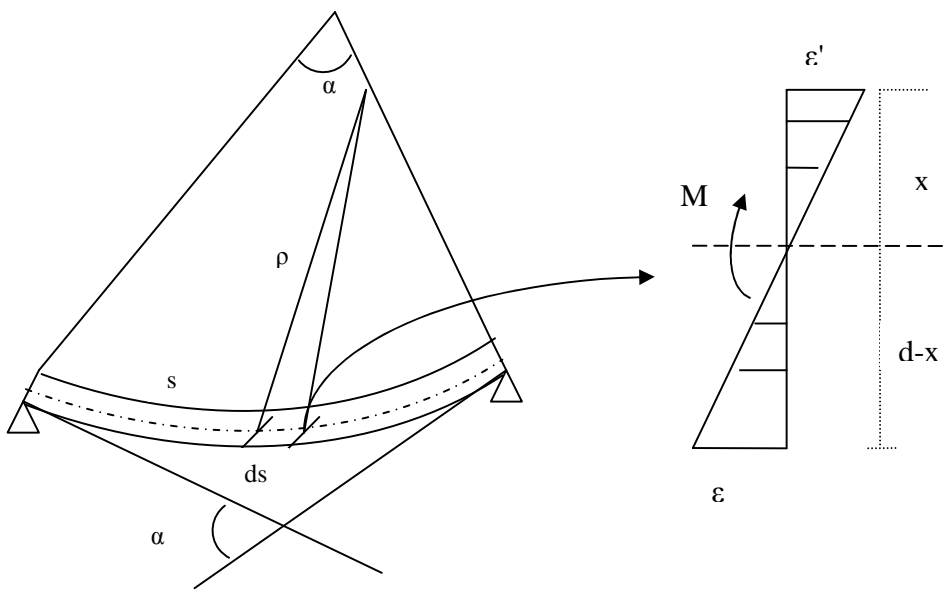


Fig. (IV-14): Rotation de la poutre

Le facteur de ductilité de la poutre peut être défini comme :

$$\mu = \frac{\alpha_u}{\alpha_{el}} \tag{IV-21}$$

α_u et α_{el} étant la rotation de la poutre respectivement à l'état ultime de résistance et à l'état élastique limite.

5-2-6-1) Eléments en béton armé:

Plusieurs recherches expérimentales ont été réalisées pour étudier la capacité de rotation (α) des poutres en béton armé, dans le domaine non-linéaire (Edjtémai, 1981).

Le diagramme "moment maximal-rotation totale" d'une poutre en béton armé travaillant en flexion, présente une allure trilineaire en première approximation (figure IV-15):

1.- Une première branche OL_0 correspond à la phase élastique; le point final L_0 de cette branche traduit l'état de fissuration de la section critique sous un certain moment M_f .

2.- La deuxième branche L_0L_1 du diagramme représente le comportement en phase fissurée, le béton et l'acier restant dans le domaine élastique. Le point extrême L_1 de cette branche correspond à une première plastification de l'acier ou du béton (selon le pourcentage d'acier dans la section), et donc au moment de plastification M_p .

3.- La troisième branche L_1L_2 concerne la plastification progressive de la section critique jusqu'à la rupture (point L_2) correspondant au moment de rupture M_r .

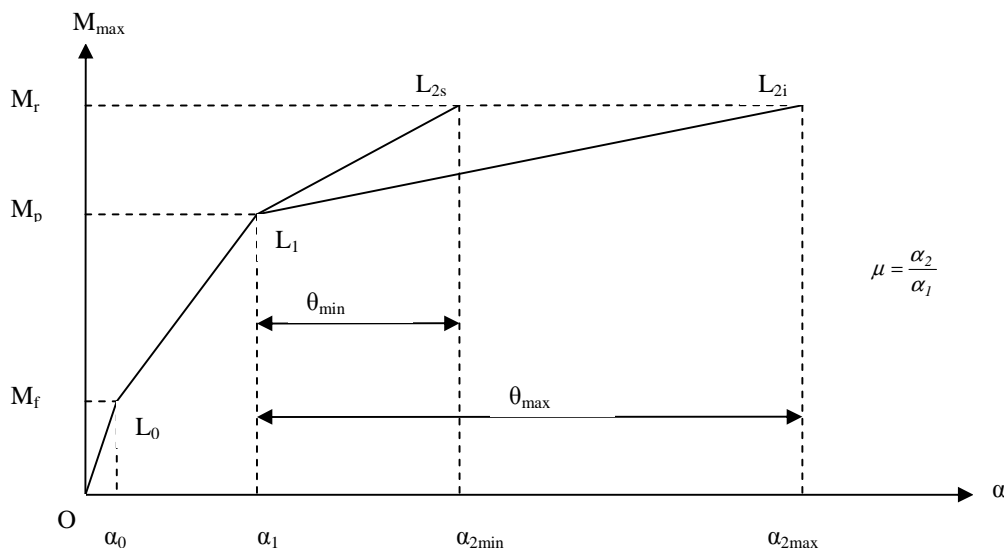


Fig. (IV-15):-Diagramme "moment-rotation" d'une poutre en Béton Armé

Les points L_0, L_1 du diagramme et leurs coordonnées $(\alpha_0, \alpha_1, M_f, M_p)$ peuvent être calculés par la théorie classique du béton armé. La partie plastique θ de la rotation peut être considérée comme localisée dans la section critique et être déduite des diagrammes expérimentaux.

A titre d'exemple, le C.E.B. (Comité Euro-International du Béton) a proposé un diagramme pour évaluer la rotation plastique θ en fonction du pourcentage d'armatures (ou de la position de l'axe neutre).

Ce diagramme (figure IV-16), obtenu à partir de différents essais réalisés dans plusieurs laboratoires avec des poutres sur appuis chargées de manière concentrée, se présente sous forme de deux courbes enveloppes des résultats correspondant à une borne supérieure (θ_{max}) et une borne inférieure (θ_{min}). Aussi, la troisième branche du diagramme de la figure (IV-15) ne peut-elle être tracée qu'avec une certaine indétermination et se situera entre les branches L_1L_{2s} (avec θ_{max}) et L_1L_{2i} (avec θ_{min}). Cette indétermination

se retrouve sur la valeur du facteur de ductilité de la poutre $\mu = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$

Le diagramme du C.E.B montre que le facteur de ductilité de la poutre augmente lorsque le pourcentage d'acier diminue en section; mais il apporte une information supplémentaire, à savoir la grande dispersion des comportements prévus, en particulier pour les faibles pourcentages d'acier, pour lesquels: $2 < \frac{\mu_{max}}{\mu_{min}} < 4$.

Aussi, les éléments fléchis en béton armé, qui atteignent théoriquement des valeurs élevées de ductilité pour les faibles pourcentages d'armatures, ne présentent pas la garantie d'obtention effective de ces ductilités ; on est donc amené à une limitation pratique du facteur de ductilité de ces éléments.

D'autre part, la présence d'efforts normaux et d'efforts tranchants dans les éléments, diminue notablement la ductilité de ceux-ci. On conçoit aisément que l'effort normal tende à faire descendre l'axe neutre de la section (une plus grande partie du béton comprimé intervenant dans la capacité portante de la section); en outre, la fragilité du béton sous l'effort tranchant, oblige à augmenter le pourcentage d'acier (l'effort tranchant étant en grande partie repris par les armatures d'une section en béton armé). Ces deux facteurs conduisent inévitablement à une diminution du facteur de ductilité de la section ou de l'élément. En particulier, il en résulte que les éléments travaillant essentiellement en compression ou en cisaillement, tels que les poteaux, les voiles de contreventement ou les éléments de remplissage maçonnés, ont une faible ductilité qu'il est difficile d'exploiter (on constate, par exemple sur le diagramme empirique du C.E.B, que le facteur de ductilité des colonnes reste toujours inférieur à 2).

Ainsi, compte tenu de l'importance fondamentale du comportement à l'effort tranchant de l'ossature d'une structure lors d'un séisme, on peut rarement compter -dans les structures en béton armé normalement dimensionnées- sur une ductilité qui serait suffisante pour faire face à ce séisme.

Toutefois, il est possible d'augmenter la capacité de déformation plastique des structures en béton armé et d'atteindre des facteurs de ductilité de l'ordre de 2 à 3, moyennant le respect de :

1) certains objectifs prioritaires tels que:

- éviter la ruine par cisaillement ou compression de certains éléments constitutifs (poteaux)
- rechercher une ruine par flexion (poutres) de type plutôt ductile

2) certaines règles constructives, concernant surtout les armatures, telles que:

- soigner particulièrement la réalisation des nœuds et leur voisinage.
- confiner le béton, d'une façon générale, partout où il peut être fortement comprimé (Edjtémaï, 1981).

5-2-6-2) Eléments en acier:

Des recherches expérimentales réalisées sur des poutres métalliques travaillant en flexion, ont confirmé que celles-ci peuvent assurer des rotations plastiques importantes, avec une fiabilité plus grande que celle des poutres en béton armé.

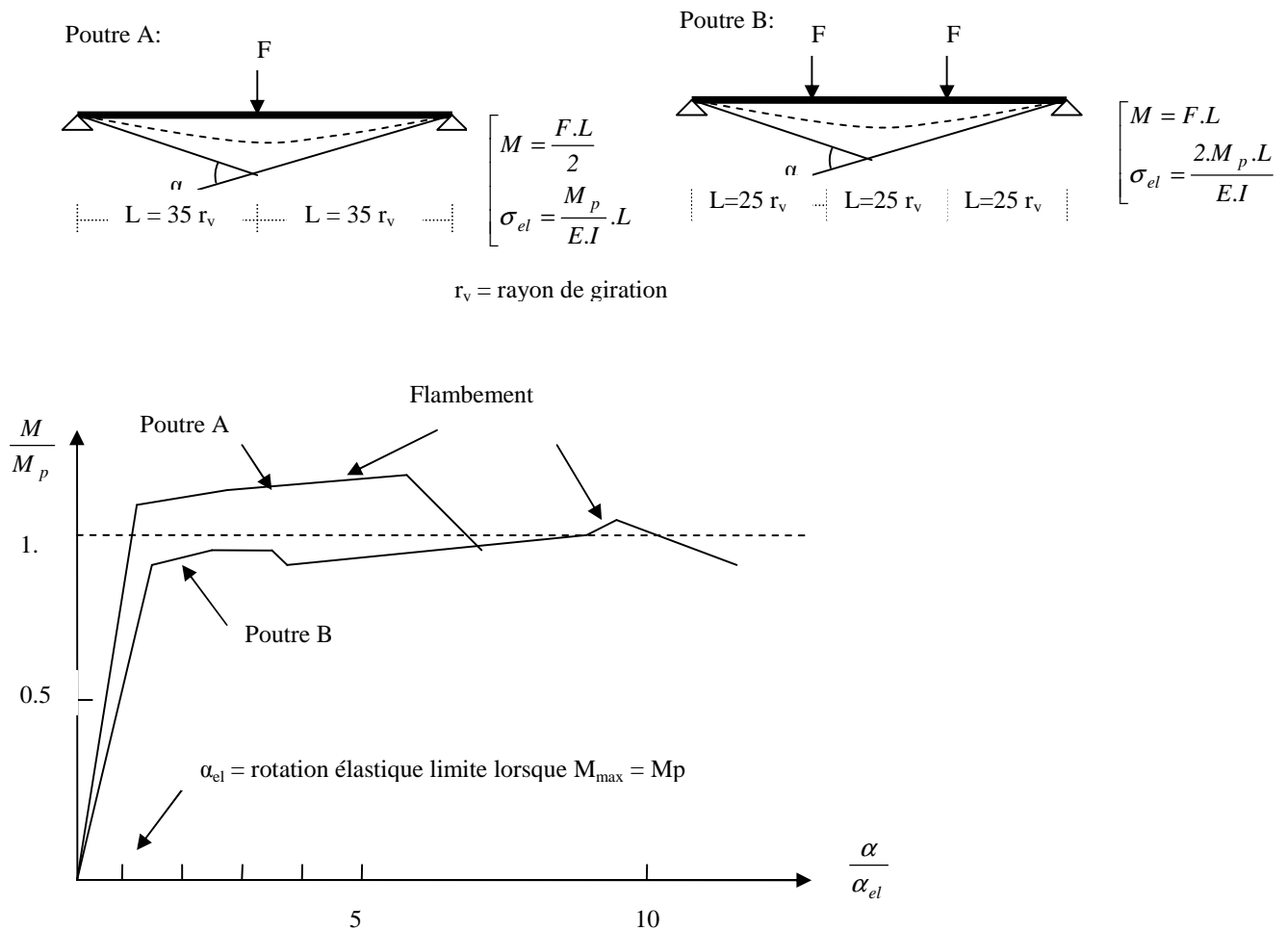


Fig. (IV-17): Courbes expérimentales "moment-rotation" pour des poutres métalliques

La figure (IV-17), montre le type de courbes expérimentales obtenues dans le diagramme "moment max-rotation totale" pour deux poutres en acier sur appuis simples, l'une soumise à une charge concentrée en son milieu (correspondant à une flexion avec gradient de moment) et l'autre soumise à deux charges concentrées (flexion circulaire dans la partie centrale de la poutre). Le moment (M) et la rotation totale (α) de la poutre sont reportés en valeurs adimensionnelles sous la forme (M/M_p) et (α/α_{el}), où M_p représente le moment de plastification de la poutre et α_{el} sa rotation lorsque le moment fléchissant atteint M_p dans la section critique; α_{el} peut être considéré comme la rotation élastique limite de la poutre et donc calculé par la théorie de l'élasticité. On constate que le facteur de ductilité des poutres ($\mu = \alpha_u/\alpha_{el}$), bien qu'il prenne des valeurs élevées, est limité par le problème d'instabilité locale; en effet, lorsque les déformations plastiques atteignent une certaine valeur, un voilement local peut apparaître dans les semelles ou dans l'âme et entraîner la ruine de la poutre Aussi, pour éviter les chutes brusques dans la capacité portante des éléments (donc une diminution du facteur de ductilité), l'élancement des éléments et le rapport largeur sur épaisseur des composantes plates des sections ne doivent-ils pas dépasser certaines limites (Edjtémai, 1981)

On peut conclure donc que pour assurer une bonne ductilité, le rapport (b/t_s) des semelles doit rester inférieur à une certaine valeur.

Des essais ont également été effectués pour étudier le problème de voilement de l'âme des sections. Par exemple, des poutres en acier ont été testées (Edjtémaï, 1981) en présence d'un moment fléchissant et d'un effort normal $N = 0.1 N_p$ ($N_p =$ effort normal de plastification); la grande capacité de rotation plastique des poutres en acier a été encore confirmée par les résultats où le facteur de ductilité de la poutre est exprimé en fonction du rapport "largeur sur épaisseur" de l'âme de la section (d_a/t_a).

En conformité avec ces résultats expérimentaux, on est amené, dans une conception sismique des structures en acier, à utiliser plutôt des sections compactées peu élancées, pour assurer la déformabilité nécessaire des éléments de la structure sans une limitation par des instabilités localisées.

Toutefois, en raison d'autres facteurs indiqués ci-après, les ductilités maximales obtenues dans les essais expérimentaux (de l'ordre de 7 à 15) ne peuvent pas toujours être envisagées pour les éléments d'une structure métallique et doivent être limitées à des valeurs plus admissibles.

Il faut bien voir que la définition d'une ductilité précise se pose en fait au niveau de l'ensemble d'une structure; elle suppose non seulement la déformabilité plastique nécessaire de ses éléments, mais aussi l'aptitude à accepter toutes les déformations plastiques sans risque de rupture ou de perte de stabilité; cela signifie en particulier un comportement convenable de ses assemblages et l'assurance, pour les grands déplacements, de la stabilité globale de la structure. En ce qui concerne les assemblages, dont le rôle de liaison doit être assuré quel que soit l'état de déformation de la structure, une règle générale est qu'ils doivent être conçus pour éviter des ruptures prématurées avant le plein développement des déformations plastiques dans les barres. Des recherches expérimentales (Edjtémaï, 1981) montrent que les assemblages soudés ou boulonnés (de manière rigide) en charpente métallique ont en général une capacité de déformation suffisante s'ils ont été dimensionnés pour résister aux efforts ultimes qu'ils sont supposés transmettre; ils peuvent alors s'adapter à des ductilités élevées (par exemple $\mu = 7$). Ces mêmes recherches réalisées sur des cornières tendues soudées ou boulonnées (intervenant comme systèmes d'entretoisement de cadres articulés) confirment la remarquable aptitude des assemblages soudés qui permettent des allongements à la rupture au moins 20 fois supérieurs aux allongements élastiques. En ce qui concerne les cornières boulonnées, il apparaît à l'évidence, selon ces recherches, que les cornières avec boulons précontraints ou celles correctement renforcées présentent davantage de sécurité du point de vue ductilité; ainsi, un dimensionnement correct des fixations de cornières par boulons précontraints peut conduire à des facteurs de ductilité de l'ordre de 5 à 8.

En conclusion, sous réserve de respecter certaines modalités de construction, les assemblages de structure en acier sont capables de ne pas apporter de limitation dans le développement des déformations plastiques désirées au niveau des éléments de la structure.

Laissant de côté le problème des assemblages, le développement de déformations plastiques importantes dans la structure peut théoriquement occasionner une ruine anticipée de celle-ci par instabilité globale.

Ce phénomène d'instabilité résulte, d'une part de l'apparition de moments de second ordre qui peuvent ne pas être négligeables en présence de grands déplacements, d'autre part de l'affaiblissement de la rigidité globale de la structure par suite de la formation de zones plastiques dans ses éléments.

Aussi faudrait-il envisager, pour les structures élancées de plusieurs étages, de procéder à une estimation de l'effet déstabilisant des charges verticales (effet $P-\Delta$) dû aux déplacements maximaux résultant d'un tremblement de terre exceptionnel. Ce type de vérification ne présente pas actuellement de difficulté particulière avec l'utilisation des programmes numériques.

Tenant compte de tous les arguments développés précédemment, un certain facteur de ductilité doit être admis pour les structures en acier.

Des déformations plastiques de l'ordre de trois fois la déformation élastique limite, donnant ainsi une ductilité de quatre, sont réalisables sans problème et n'entraînent pas de distorsion géométrique ni de dommage important (Edjtémai, 1981).

Des valeurs plus élevées de ductilité peuvent être envisagées, sans nuire à la stabilité des structures, à condition de satisfaire à des critères précis concernant la conception et le dimensionnement des différentes parties. Au niveau du matériau, certaines réglementations laissent entendre la possibilité d'atteindre, sous effort constant, une ductilité minimale de 7 pour l'acier courant de construction.

L'introduction d'un facteur de ductilité dans les calculs sismiques des constructions est aujourd'hui admise dans les réglementations parasismiques d'un certain nombre de pays tels que l'Eurocode et l'U.B.C.

Quant aux Règles Parasismiques Algériennes (2003), après avoir défini la ductilité comme étant "la capacité des matériaux à se déformer plastiquement lors d'efforts élevés sans diminution significative de la résistance pendant plusieurs cycles de chargement", elles interdisent l'utilisation de "matériaux réputés fragiles, comme la fonte, les aciers sans domaine plastique, le béton non armé, les maçonneries non chaînées, ..." d'une part, et soulignent d'autre part, que "les forces et les déformations obtenues pour l'élément à partir des méthodes d'analyse statiques équivalentes pour les charges de conception recommandées sont inférieures aux forces et aux déformations qui seraient observées sur la structure sous les effets d'un séisme majeur pour lequel les charges ont été spécifiées" et que "ce dépassement des forces est équilibré par le comportement ductile qui est fourni par les détails de construction de l'élément".

Elles en déduisent les recommandations suivantes, concernant l'utilisation de la "méthode statique équivalente", à savoir: "l'application rigoureuse des dispositions constructives garantissant à la structure:

- une ductilité suffisante
- la capacité de dissipation de l'énergie vibratoire transmise à la structure par des secousses majeures".

Enfin, elles n'oublient pas de mentionner, dans le chapitre "justification de la sécurité", la "justification vis à vis de la ductilité" et ce, juste après la "justification vis à vis de la résistance"; mais la mention est tellement vague qu'elle ne suscite aucun intérêt, comme on peut le constater en lisant ceci: "Les exigences de ductilité minimale sont réputées satisfaites si toutes les dispositions constructives relatives au matériau et aux éléments structuraux telles que définies dans les chapitres correspondants du présent règlement sont appliquées".

Il ressort de ce qui précède que les Règles Parasismiques Algériennes (2003), tout en faisant mention de la ductilité, ne donnent pas assez de précision quant au domaine et à la manière de prise en compte de cet important facteur; elles laissent par là même, un vide à combler.

IV-5-3) Nécessité du spectre de réponse non-linéaire:

La prise en considération du facteur de ductilité dans les calculs sismiques de structures exige des méthodes d'analyse dynamique dans le domaine non-linéaire. Cette analyse dynamique, bien que simple dans son principe, entraîne des calculs longs et volumineux même pour les structures relativement simples. Vu la quantité de calculs des analyses dynamiques complètes d'une part et la simplicité d'application des spectres de réponse en élasticité d'autre part, il est assez logique de s'orienter vers la recherche d'une méthode simple de calcul en élasto-plasticité, basée sur l'idée de spectre de réponse; ce dernier devra interpréter directement la réponse dynamique maximale d'un oscillateur simple, ayant un comportement élasto-plastique, pour un séisme donné.

IV-5-4) Définition du spectre de réponse élasto-plastique:

Considérons un oscillateur simple de masse M , de rigidité K et d'amortissement C , excité par un mouvement X_s du sol (figure IV-18).

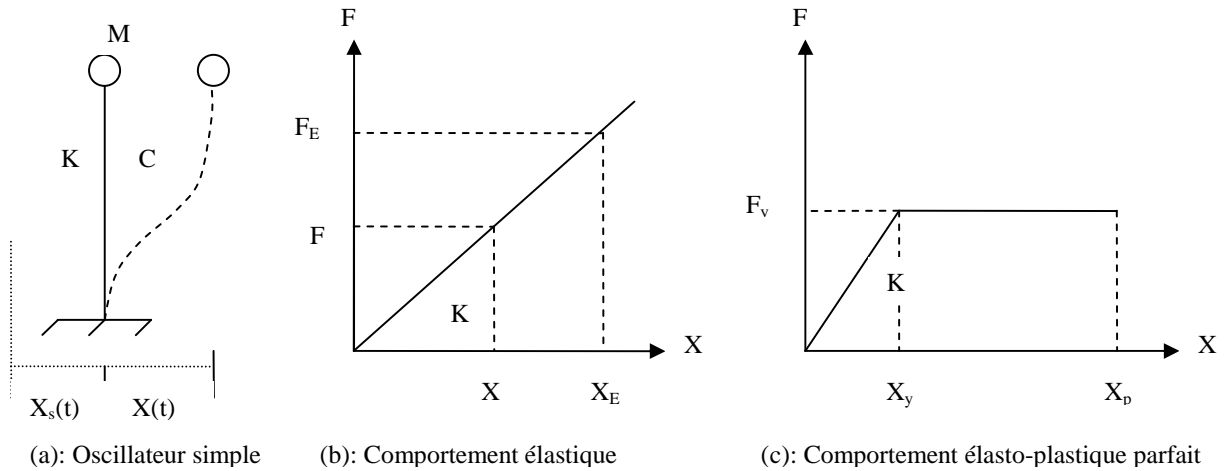


Fig. (IV-18): Comportements élastique (b) et élasto-plastique (c) d'un oscillateur simple (a)

Nous avons vu en (§ I-2-5) que l'équation du mouvement s'écrivait dans ce cas comme suit :

$$M \cdot \ddot{X}_t(t) + C \cdot \dot{X}(t) + K X(t) = 0 \quad \text{avec: } X_t = X + X_s$$

Comme il a été vu précédemment (§II-3-4), si le système répondait élastiquement au mouvement X_s du sol (figure IV-18b), son déplacement relatif X prendrait la valeur maximale X_E à un instant t_E et l'équation dynamique s'écrirait : $M \cdot \ddot{X}_{t_E} + K X_{t_E} = 0$

parce que: $\ddot{X}_{t_E}(t_E) = \ddot{X}_{t_E}$, $\dot{X}(t_E) = 0$ et $X(t_E) = X_E$

La définition des valeurs spectrales en (§II-3-4) a conduit aux relations : $S_d = |X(t_E)| = X_E$, $S_a = |\ddot{X}_t(t_E)|$ et $S_a = \omega^2 \cdot S_d$ qui représente la relation de base des spectres de réponse en élasticité (relation II-21).

Supposons maintenant que l'oscillateur réagit à cette excitation dans le domaine élasto-plastique parfait, caractérisé par K , X_y et F_y , tels que (figure IV-18-c) :

A l'instant t_p , le déplacement relatif X du système atteint la valeur maximale X_p , telle que :

$$\ddot{X}(t_p) = \ddot{X}_p, \quad \dot{X}(t_p) = 0$$

$X(t_p) = X_p =$ déplacement élasto-plastique maximal

et nous avons (d'après l'équation d'équilibre à l'instant t_p)

$$M \cdot \ddot{X}_p + K X_y = 0 \tag{IV-22}$$

Au delà de X_y , le système répond au mouvement du sol en faisant appel à ses réserves de déformations plastiques, et la force élastique reste égale à sa valeur maximale ($F_y = K \cdot X_y$).

La définition d'un spectre de réponse en élasto-plasticité pour un séisme donné nécessite le choix d'un facteur permettant de classer la ductilité des oscillateurs simples. Cela est réalisé par l'introduction du facteur de ductilité μ , défini en (§IV-5-2-2), comme le rapport entre le déplacement maximal de l'oscillateur pour ce séisme et son déplacement élastique limite :

$$\mu = \frac{|X_p|}{X_y} \quad (\text{IV-23})$$

Ainsi, par définition, le spectre de réponse élasto-plastique pour un séisme donné représente la réponse sismique maximale d'un oscillateur simple, ayant un comportement élasto-plastique de ductilité μ et un taux d'amortissement critique ζ , en fonction de sa fréquence propre élastique f .

Dès l'instant où l'on cherche à déterminer un spectre de réponse élasto-plastique caractérisé par des valeurs fixées du taux d'amortissement critique ζ , (comme en élasticité) et du facteur de ductilité μ , il est clair que cette détermination ne peut être directe, le déplacement maximal (fonction du déplacement élastique limite) devant être conforme à la ductilité choisie; pour cette raison, un calcul itératif sur X_y sera nécessaire. Sous cette réserve, pour un accélérogramme donné, une famille de spectres de réponse peut être envisagée pour différentes valeurs de μ et de ζ .

Reste à savoir si une interprétation identique à celle du spectre de réponse élastique est concevable en élasto-plasticité. D'après l'équation d'équilibre à l'instant t_p , nous avons :

$$|\ddot{X}_p| = \omega^2 \cdot X_y = \omega^2 \cdot \frac{1}{\mu} \cdot |X_p| \quad (\text{IV-24})$$

On peut en déduire que le rapport de ω^2 , qui existait en élasticité entre le déplacement maximal X_E et l'accélération correspondante \ddot{X}_{tE} (relation II-18), est divisé maintenant par le facteur de ductilité μ pour les valeurs correspondantes en élasto-plasticité X_p et \ddot{X}_{tp} . Par conséquent, le déplacement max X_p ne peut pas être interprété avec l'accélération correspondante \ddot{X}_{tp} sur le même spectre de réponse élasto-plastique en diagramme tripartite comme en élasticité. Néanmoins, on peut constater qu'en élasto-plasticité, le rapport de ω^2 est toujours disponible entre l'accélération \ddot{X}_{tp} et le déplacement élastique limite X_y . Aussi, en élasto-plasticité, en gardant la même définition qu'en élasticité pour l'accélération spectrale S_{ap} :

$$S_{ap} = |\ddot{X}_{tp}| \quad (\text{IV-25})$$

affecte-t-on, par convention, le terme de déplacement spectral S_{ap} au déplacement élastique limite X_y . La notion de déplacement spectral doit ainsi s'interpréter aussi bien en élasticité qu'en élasto-plasticité comme un déplacement élastique maximal.

En élasticité :

$$\text{accélération spectrale } S_{aE} = |\ddot{X}_{tE}|$$

$$\text{déplacement spectral } S_{dE} = X_{E \max}$$

En élasto-plasticité :

$$\text{accélération spectrale } S_{ap} = |\ddot{X}_{tp}|$$

$$\text{déplacement spectral } S_{dp} = X_y = X_{E \max}$$

Alors, le spectre de réponse élasto-plastique, pour μ et ζ définis, peut être interprété sur des abaques à quatre échelles logarithmiques, par l'intermédiaire de quatre paramètres spectraux:

$$1) f \text{ (fréquence propre élastique de l'oscillateur): } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

2) S_{dp} (déplacement spectral qui est égal au déplacement élastique limite, ou max, X_y du système:

$$S_{dp} = X_y = X_{E \max}, \tag{IV-26}$$

Cette valeur spectrale peut également nous fournir le déplacement élasto-plastique maximal X_p du système: $|X_p| = \mu \cdot X_y = \mu \cdot S_{dp}$

3) S_{ap} : accélération spectrale qui représente l'accélération absolue \ddot{X}_{tp} du système lorsqu'il est déformé au maximum: $S_{ap} = |\ddot{X}_{tp}| = \omega^2 \cdot S_{dp} = \omega^2 \cdot X_y$

4) S_{vp} : vitesse spectrale définie par:

$$S_{vp} = \omega \cdot S_{dp} = \omega \cdot X_y, \tag{IV-27}$$

A noter que la vitesse spectrale en élasto-plasticité possède la même signification physique qu'en élasticité; elle représente une vitesse fictive maximale intervenant dans l'énergie cinétique équivalente à l'énergie maximale élastique emmagasinée dans l'oscillateur (figure IV-19):

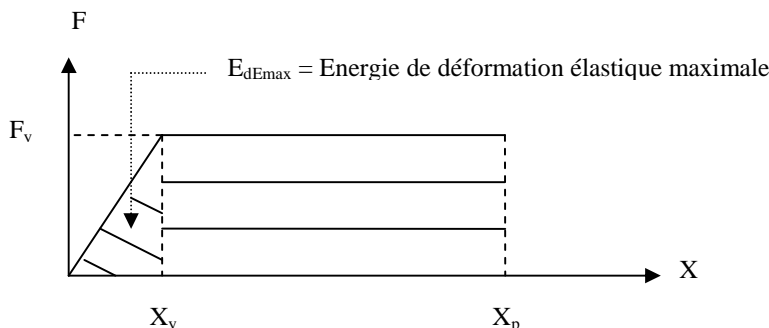


Fig. (IV-19):
Energie de déformation dans un comportement élasto-plastique

$$\frac{1}{2} M \cdot S_{vp}^2 = \frac{1}{2} M \cdot \omega^2 \cdot S_{dp}^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \frac{K}{M} \cdot S_{dp}^2 = \frac{1}{2} K \cdot S_{dp}^2 = \frac{1}{2} K \cdot X_y^2 = \frac{1}{2} \cdot K X_{E \max}^2 = E_{dE \max} \tag{IV-28}$$

IV-5-5) Application du spectre de réponse élasto-plastique:

Dans le cas de structure à un degré de liberté, le spectre de réponse élasto-plastique peut être appliqué de manière directe.

Considérons un portique simple, de masse M , de rigidité K et de taux d'amortissement critique ζ . Selon la capacité de déformation des sections, un certain facteur de ductilité, μ peut être adopté pour caractériser cette structure. La réponse élasto-plastique maximale du système à un séisme donné peut être lue directement sur le spectre de réponse du séisme, correspondant aux valeurs de ζ et μ définies précédemment, à partir de la fréquence propre élastique du système:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

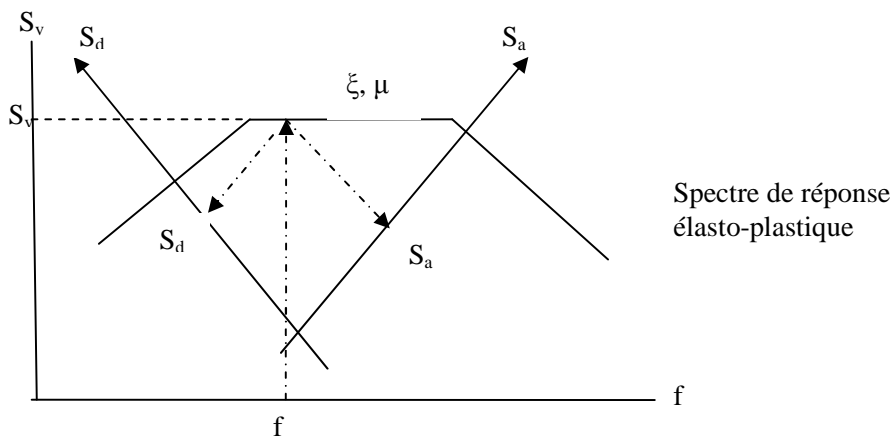


Fig. (IV-20):
Utilisation du spectre de réponse élasto-plastique

Le spectre de réponse (figure IV-20) fournit les informations suivantes :

a) le déplacement élastique limite: $X_y = S_d$ (IV-29)

b) la force élastique limite: $F_y = M.S_a = K.S_d$ (IV-30)

c) le déplacement élasto-plastique maximal: $X_p = \mu.X_y = \mu .S_d$.

Les sollicitations maximales dans les structures, soumises à la force horizontale F_y , peuvent ensuite être déterminées par un calcul élastique statique, et l'on doit s'assurer que ces sollicitations sont au plus égales aux niveaux de résistance élastique des éléments. Toutefois, pour optimiser le dimensionnement de la structure, on peut modifier les résistances élastiques limites des sections, suivant les sollicitations maximales obtenues. Ces modifications doivent rester compatibles avec les valeurs de K et de μ choisies au départ, sinon une deuxième analyse sera indispensable. Le cas des structures à plusieurs degrés de liberté est plus complexe.

IV-5-6) Spectre de dimensionnement:

Bien que la tentation d'utiliser directement les spectres de réponse anélastiques soit grande, elle se heurte aux difficultés introduites par le fait que les principes de proportionnalité et de superposition ne sont plus valables. En effet, par ex, le spectre relatif à l'excitation $\alpha.\gamma(t)$ ne s'obtient pas en multipliant par α les ordonnées du spectre relatif à $\gamma(t)$. A cela s'ajoutent les incertitudes du calcul anélastique direct (dus à l'intervention des modes supérieurs pour les oscillateurs multiples, aux effets du second ordre, etc...) et le volume important de ce calcul (dû au procédé itératif introduit par le facteur de ductilité fixé d'avance). Par ailleurs, on dispose souvent de spectres élastiques relativement simples et représentatifs. Ceci amène, en pratique, à remplacer la structure réelle par une structure fictive capable de rester indéfiniment dans le domaine élastique quelle que soit l'intensité de l'excitation, en admettant que les maxima des déformations de la structure réelle restent égaux aux maxima de celles de la structure fictive (critère de l'égalité des déplacements) ou que l'énergie maximale de déformation emmagasinée est la même pour les deux structures (critère de l'égalité des énergies). Les sollicitations s'exerçant sur les différents éléments de la structure s'en déduisent. Néanmoins, certains règlements, en particulier les Règles Parasismiques Algériennes (2003), admettent que les sollicitations post-élastiques sont égales à celles développées dans le modèle élastique fictif divisées par un certain coefficient réducteur (supérieur à l'unité) unique pour l'ensemble de la structure et dépendant des propriétés de cette dernière. Ce coefficient est connu sous le nom de "facteur de comportement". La figure (IV-21) fait apparaître les modifications le plus souvent applicables au spectre d'accélération normalisé pour le transformer en spectre de "dimensionnement": le remplacement de la branche inclinée AB par le palier A'B correspond à l'amplification des déplacements introduite par le comportement post-élastique dans cette gamme de fréquences et aux incertitudes qui affectent le calcul des périodes propres dans cette partie. Le relèvement de la branche CD en CD' correspond au fait que la réduction des sollicitations due à la ductilité est moins importante dans la partie centrale du spectre que dans la gamme des basses fréquences. Il tient aussi, forfaitairement, compte des non-linéarités géométriques qui ne soient pas trop prononcées. Enfin, il rend compte de l'intervention des modes supérieurs en "analyse modale" (Despeyroux, 1985)

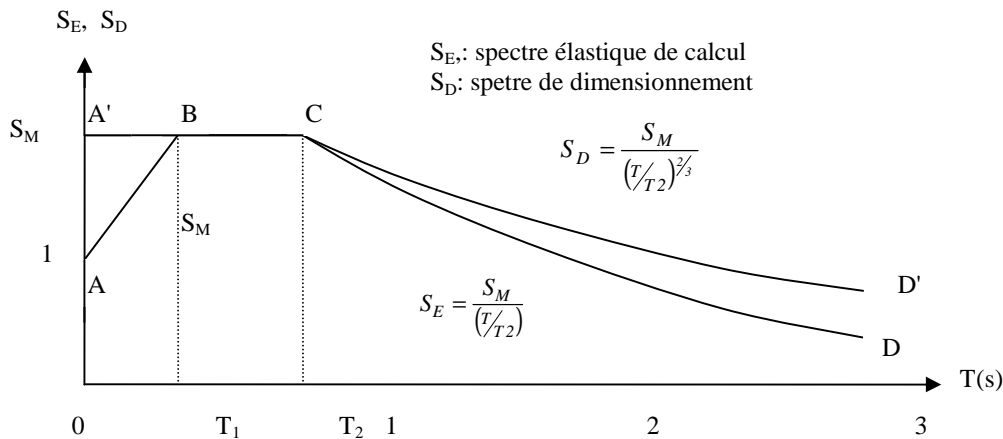


Fig. (IV-21): Spectres normalisés ($\xi = 5 \%$)

IV-5-7) Dédution approchée du spectre de réponse élasto- plastique à partir du spectre élastique :

Les spectres de dimensionnement règlementaires sont construits à partir de spectres élastiques lissés moyennant certaines modifications. Cette technique, relativement simple dans son ensemble, n'est pas sans susciter de critique. Elle suppose la possibilité d'introduire l'effet des déformations plastiques ou plus exactement celui de la ductilité dans les spectres de réponse élastiques à partir de règles modificatrices basées sur certains critères représentatifs de la réalité physique du comportement dynamique non-linéaire. Pratiquement, il n'y a pas de relation exacte permettant de relier à ce stade de représentation, les réponses dynamiques d'une même structure en comportements élastique et élasto-plastique.

Toutefois, deux critères, auxquels nous avons fait allusion en (IV-5-7) et que nous détaillons ci-après, sont couramment utilisés:

5-7-1) Critère de l'égalité des déplacements:

Ce critère considère que les déplacements maximaux d'un oscillateur simple sont les mêmes, que son comportement soit élastique ou élasto-plastique (Edjtémai, 1981). Cela se traduit, pour le schéma de la figure (IV-22a), par la relation:

$$X_E = X_P \tag{IV-31}$$

qui s'écrit en valeurs spectrales :

$$S_{DE} = |X_E| = |X_P| = \mu \cdot X_y = \mu \cdot S_{dP} \tag{IV-32}$$

Or on a vu, en (IV-2-5), que :

$$M \cdot \ddot{X}_{tE} + K X_E = 0 \quad \text{parce que} \quad \dot{X}(t_E) = 0 \quad \text{et} \quad M \cdot \ddot{X}_{tP} + K X_y = 0 \quad \text{parce que} \quad \dot{X}(t_P) = 0$$

ou en valeurs spectrales : $M \cdot S_{aE} = K \cdot S_{dE}$ et $M \cdot S_{aP} = K \cdot S_{dP}$

d'où :

$$\frac{S_{a_E}}{S_{a_p}} = \frac{S_{d_E}}{S_{d_p}} \quad (\text{IV-33})$$

avec, pour l'oscillateur élastique (figure IV-18b) :

X_E = déplacement élastique maximal à l'instant t_E

$S_{dE} = |X_E|$ = déplacement spectral

\ddot{X}_{tE} = accélération totale à l'instant t_E

$S_{aE} = |\ddot{X}_{tE}|$ = accélération spectrale

$F_E = K.X_E$ = force élastique maximale à l'instant t_E

et, pour l'oscillateur élasto-plastique (figure IV-18c) :

X_p = déplacement élasto-plastique maximal à l'instant t_p

X_y = déplacement élastique limite (maximal)

$S_{dp} = X_y$ = déplacement spectral

\ddot{X}_{tp} = accélération totale à l'instant t_p

$S_{aP} = |\ddot{X}_{tp}|$ = accélération spectrale

$F_y = K.X_y$ = force élastique limite (maximale)

$\mu = \frac{|X_p|}{X_y}$ = coefficient de ductilité

En combinant les deux relations (IV-32) et (IV-33), on obtient :

$$\frac{S_{a_E}}{S_{a_p}} = \frac{S_{d_E}}{S_{d_p}} = \mu \quad (\text{IV-34})$$

Cela signifie que les spectres des oscillateurs élasto-plastiques, pour lesquels le critère d'égalité des déplacements est valable, sont directement obtenus en divisant les valeurs spectrales des oscillateurs élastiques correspondants par leur coefficient de ductilité μ (Edjtémai, 1981 et Chopra, 2001).

5-7-2) Critère de l'égalité des énergies:

Ce critère suppose que l'énergie maximale de déformation emmagasinée dans un oscillateur simple sous l'effet d'un séisme quelconque a la même valeur quel que soit le comportement de l'oscillateur.

Sur la figure (IV-22b), l'énergie maximale de déformation emmagasinée dans chacun des oscillateurs, élastique et élasto-plastique, est représentée respectivement par les surfaces ACG et ABEF :

Selon ce critère : Aire (ACG) = Aire (ABEF)

soit : $\frac{1}{2} \cdot F_E \cdot X_E = F_y \cdot X_p = \frac{1}{2} \cdot F_y \cdot X_y$ et $F_E \cdot \frac{X_E}{X_y} = F_y \cdot (2 \cdot \frac{X_p}{X_y} - 1) = F_y \cdot (2 \cdot \mu - 1)$

Comme on a : $\frac{F_E}{F_y} = \frac{X_E}{X_y}$

il vient :

$$\left(\frac{X_E}{X_y}\right)^2 = 2 \cdot \mu - 1 \tag{IV-35}$$

En passant aux valeurs spectrales et compte tenu de la relation (IV-32), on obtient finalement :

$$\frac{Sa_E}{Sa_p} = \frac{Sd_E}{Sd_p} = \sqrt{2 \cdot \mu - 1} \tag{IV-36}$$

Selon ce résultat, les valeurs spectrales élasto-plastiques correspondant aux fréquences pour les quelles le critère de l'égalité des énergies est acceptable, sont directement évaluées en divisant les valeurs spectrales élastiques correspondantes par la quantité $\sqrt{2 \cdot \mu - 1}$

5-7-3) Commentaires:

D'après les deux critères précédents, la construction des spectres de réponse élasto-plastiques peut être obtenue directement en effectuant de simples modifications sur les spectres de réponse élastiques. Cependant, une analyse numérique assistée par ordinateur menée par Edjtémai (1981) en élasticité et en élasto-plasticité sur une gamme étendue de fréquences, a montré que ces critères ne sont pas compatibles avec le comportement réel des oscillateurs dans la plus grande partie de la gamme des fréquences.

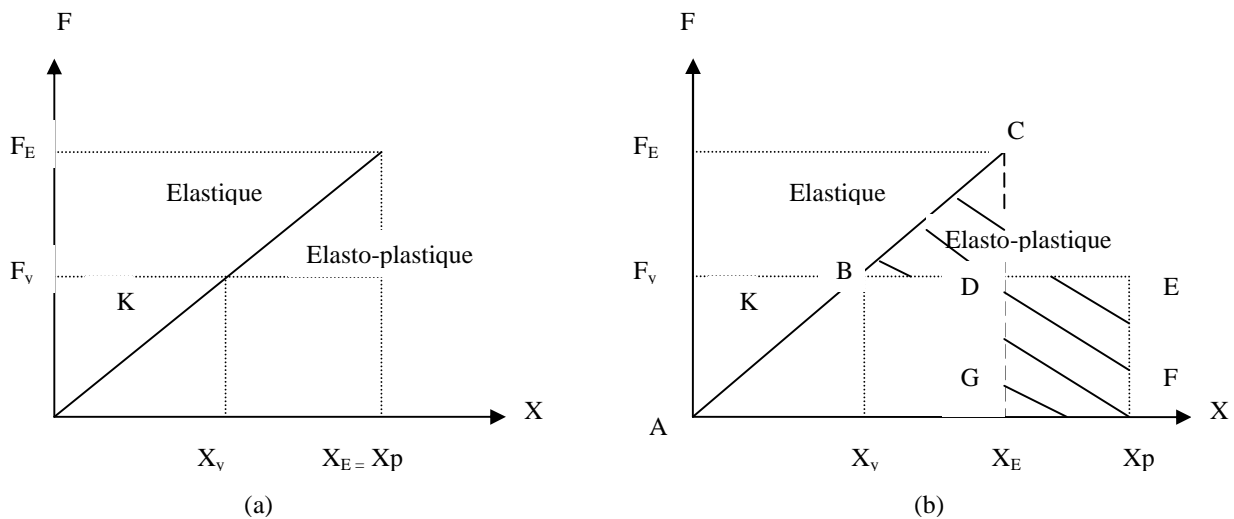


Fig. (IV-22): Critères de l'égalité: des déplacements maximaux (a) et des énergies (b)

Toutefois, les valeurs $\frac{Sa_E}{Sa_p} = \sqrt{2 \cdot \mu - 1}$ et $\frac{Sa_E}{Sa_p} = \mu$ correspondant à ces critères, peuvent servir à une construction approximative des spectres élasto-plastiques à partir des spectres élastiques.

5-7-4) Construction approchée du spectre élasto-plastique:

Pour un certain facteur de ductilité μ , cette construction consiste à modifier le spectre élastique modélisé (lissé) selon la démarche suivante (figure IV-23):

- a) Dans la zone extrême gauche (zone I), l'accélération spectrale élastique est divisée par μ ($S_{aE} = \mu S_{aP}$)
- b) Dans la zone extrême droite (zone V), le spectre élasto-plastique est confondu avec le spectre élastique:

$$S_{aP} = S_{aE}.$$

- c) Dans la zone centrale (zone III), l'accélération spectrale élastique est divisée par $\sqrt{2\mu-1}$:

$$S_{aE} = S_{aP} \cdot \sqrt{2\mu-1}.$$

- d) La zone II est obtenue en reliant linéairement les deux zones I et III.

- e) Enfin, la zone IV est, elle aussi, représentée par un segment de droite reliant les deux zones III et V

Sur la figure (IV-23), les lignes brisées ABCDEF et A'B'C'D'E'F' représentent respectivement le spectre élastique (modélisé par des segments de droite) et le spectre élasto-plastique obtenu (pour μ donné), suivant la démarche précédente.

Le déplacement maximal ($X_P = \mu \cdot X_y$), correspondant au spectre élasto-plastique peut être lu directement sur la ligne brisée ABC''D''E''F'', en multipliant le déplacement spectral élasto-plastique ($S_{dP} = X_y$) par μ .

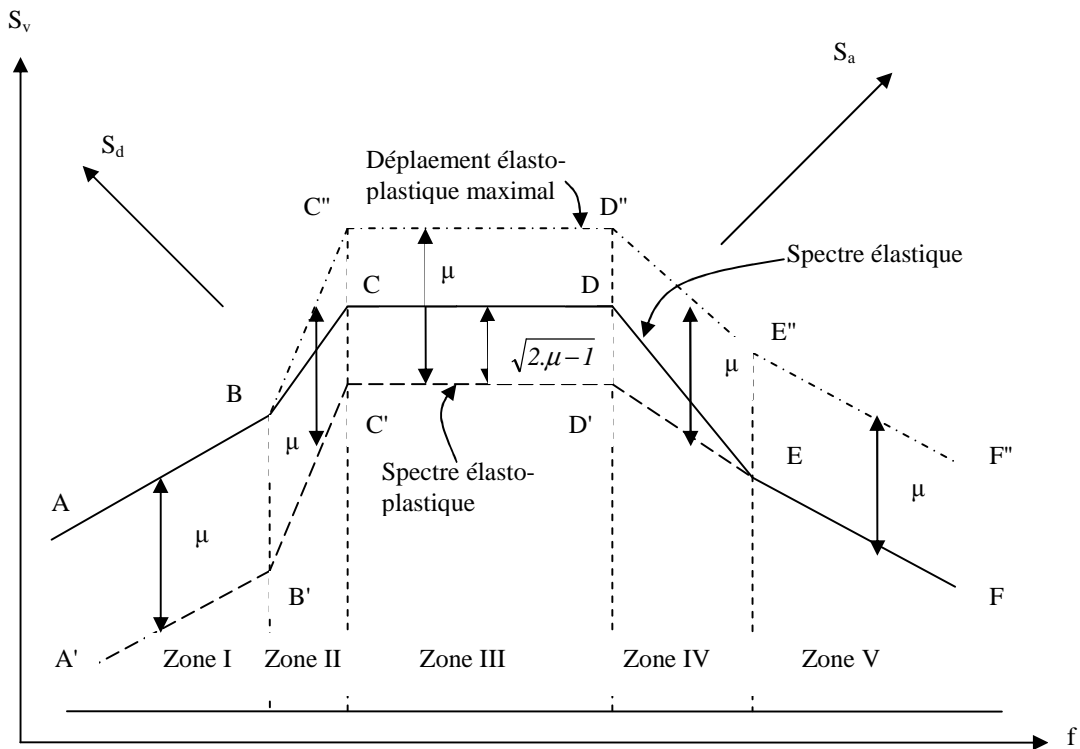


Fig. (IV-23): Dédution approchée du spectre élasto-plastique

IV-6) Effet du second ordre (ou effet P- Δ)

IV-6-1) Nature de l'effet du second ordre:

Comme il a été mentionné au chapitre IV (§ 5-2-6-2), les moments de second ordre peuvent théoriquement occasionner une ruine anticipée de la structure par instabilité globale en présence de grands déplacements. Pour montrer l'effet du second ordre sur une structure, considérons l'oscillateur simple suivant:

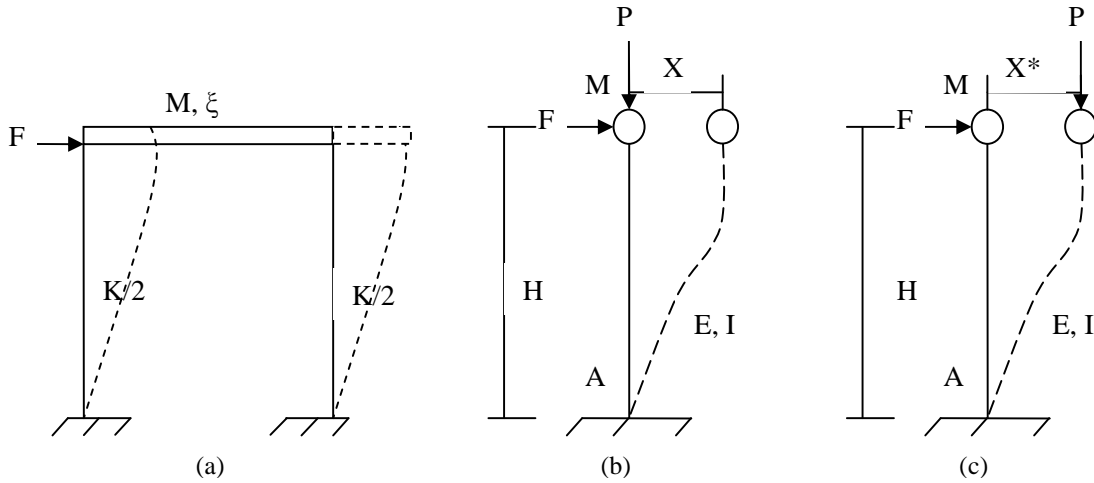


Fig. (IV-24): Estimation de l'effet du second ordre: (a): Bâtiment à un étage
 (b): Oscillateur simple (premier ordre)
 (c): Oscillateur simple (second ordre)

De la figure (IV-24b), en ne tenant pas compte de l'effet du second ordre, on déduit le moment d'encastrement en A (M_A) et le déplacement horizontal statique de l'oscillateur (X):

$$M_A = \frac{F.H}{2} \text{ et } X = \frac{F}{K} = \frac{H^3}{12.E.I} . F, \text{ d'où: } X = \frac{H^2}{12.E.I} . (2.M_A)$$

En introduisant l'effet du second ordre, la figure (IV-25c) nous permet d'écrire:

$$M_A^* = \frac{F.H + P.X^*}{2} \text{ et } X^* = \frac{H^2}{12.E.I} . (F.H + P.X^*)$$

$$\text{Il en résulte: } F = \left(\frac{12.E.I}{H^3} - \frac{P}{H} \right) . X^*, \text{ c'est-à-dire: } F = \left(K - \frac{M.g}{H} \right) . X^*$$

Donc, l'effet du second ordre peut être interprété comme un affaiblissement de la rigidité K de l'oscillateur qui devient: $K^* = K - \frac{M.g}{H}$ ou, en utilisant la relation $K = M.\omega^2$:

$$K^* = K . \left(1 - \frac{g}{\omega^2.H} \right) = K . (1 - \beta) \tag{IV-37}$$

où: β est un paramètre adimensionnel d'effet du second ordre défini par: $\beta = \frac{g}{\omega^2.H}$

IV-6-2) Force latérale équivalente:

Considérons le système à 1 d.d.l. de la figure (IV-25):

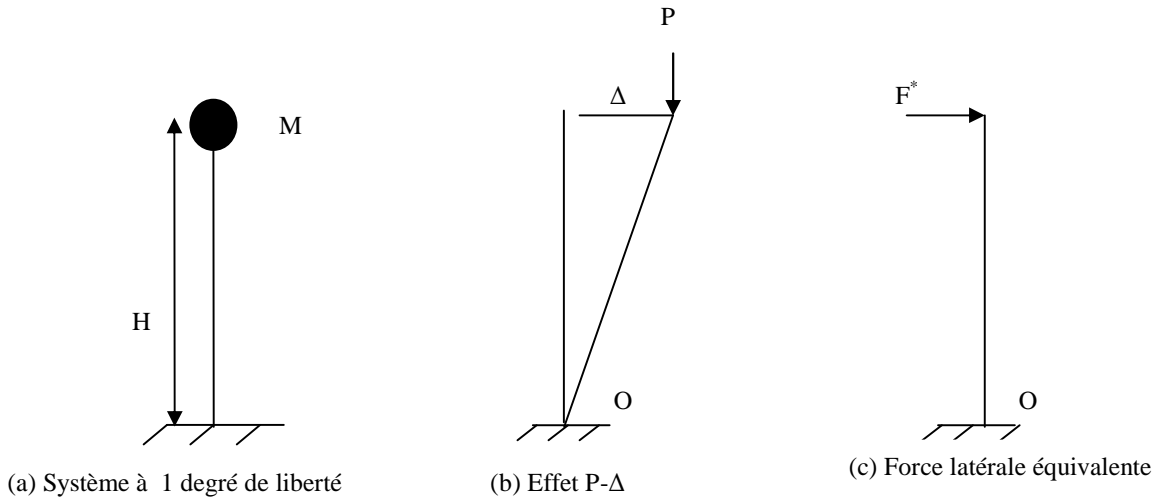


Fig. (IV-25): Système à 1 degré de liberté soumis à l'effet P-Δ

S'agissant de moments, pour que F^* soit équivalente à P, leurs effets (moments) par rapport à la base (point O) doivent être égaux; c'est à dire:

$F^* \cdot H = P \cdot \Delta$. Ce qui donne:

$$F^* = \frac{P \cdot \Delta}{H} \tag{IV-38}$$

avec: $P = M g$

Cette force est ensuite ajoutée à la force latérale initiale (1^{er} ordre) F pour donner la force totale:

$$F^t = F + F^*$$

IV-6-3) Prise en compte de l'effet du second ordre:

Malgré son importance, l'effet du second ordre peut ne pas être pris en compte dans certains cas.

Selon les R.P.A., l'effet P-Δ peut être négligé dans le cas des bâtiments si la condition suivante est satisfaite

$$\theta = \frac{P \cdot \Delta}{V \cdot H} \leq 0.1 \tag{IV-39}$$

où: P est le poids total de la structure; H et V sont respectivement la hauteur et l'effort tranchant de base

IV-7) Effet de l'interaction sol-structure

IV-7-1) Introduction :

Littéralement, l'interaction sol-structure traduit la modification du mouvement de la structure (ou du sol) lors d'un séisme du fait de la présence du sol (ou de la structure). Cette interaction est plus ou moins importante suivant la nature du sol, les caractéristiques de l'ouvrage et son mode de fondation. Pour les ouvrages courants fondés superficiellement, elle est pratiquement négligeable. De plus, la prise en compte de cette interaction nécessite l'utilisation de moyens et de calculs considérables pour une étude approfondie des différents aspects du problème, notamment : la définition de l'aléa sismique et du mouvement résultant, l'étude du comportement du sol sous chargement cyclique, l'évaluation de la réponse du sol en champ libre et celle des structures sous chargement dynamique. Tout cela traduit la complexité du problème.

IV-7-2) Méthodes de prise en compte de cet effet :

Tout d'abord, des méthodes simplifiées ont été proposées (ATC 1978 par exemple) se ramenant à la considération d'un système caractérisé par une période plus longue et un amortissement plus élevé qui sont à déterminer. Ces méthodes qui conduisent à une réduction de la réponse (interaction favorable) sur la base d'un spectre de dimensionnement (figure IV-26a) et à une augmentation (interaction défavorable) dans la partie ascendante d'un spectre caractéristique (figure IV-26b), appellent de sérieuses réserves, car les spectres des séismes peuvent présenter un pic secondaire dans les basses fréquences. Dans ce cas, l'interaction est défavorable alors que l'on a pris une diminution de la réponse (figure IV-26c).

C'est pourquoi, on a tendance à négliger les effets de l'interaction, lorsqu'une étude approfondie n'est pas spécialement recommandée pour des structures exceptionnelles telles que les centrales nucléaires ou les barrages, en admettant qu'ils sont pris en compte par les codes parasismiques (Despeyroux 1985).

Actuellement, plusieurs méthodes sont disponibles. On peut distinguer les méthodes globales dont la solution est obtenue par résolution directe de l'équation du mouvement, les méthodes de sous-structures (de frontière et de volume) applicables aux problèmes linéaires justifiables de superposition et les méthodes hybrides. Chacune d'elles correspond à une schématisation du modèle sol-structure et s'adapte plus ou moins à un cas donné. De toute évidence, l'orientation de la formulation vers un traitement par éléments finis, rendue inévitable par la complexité du phénomène d'interaction, va dans le sens de la simplicité et de la précision.

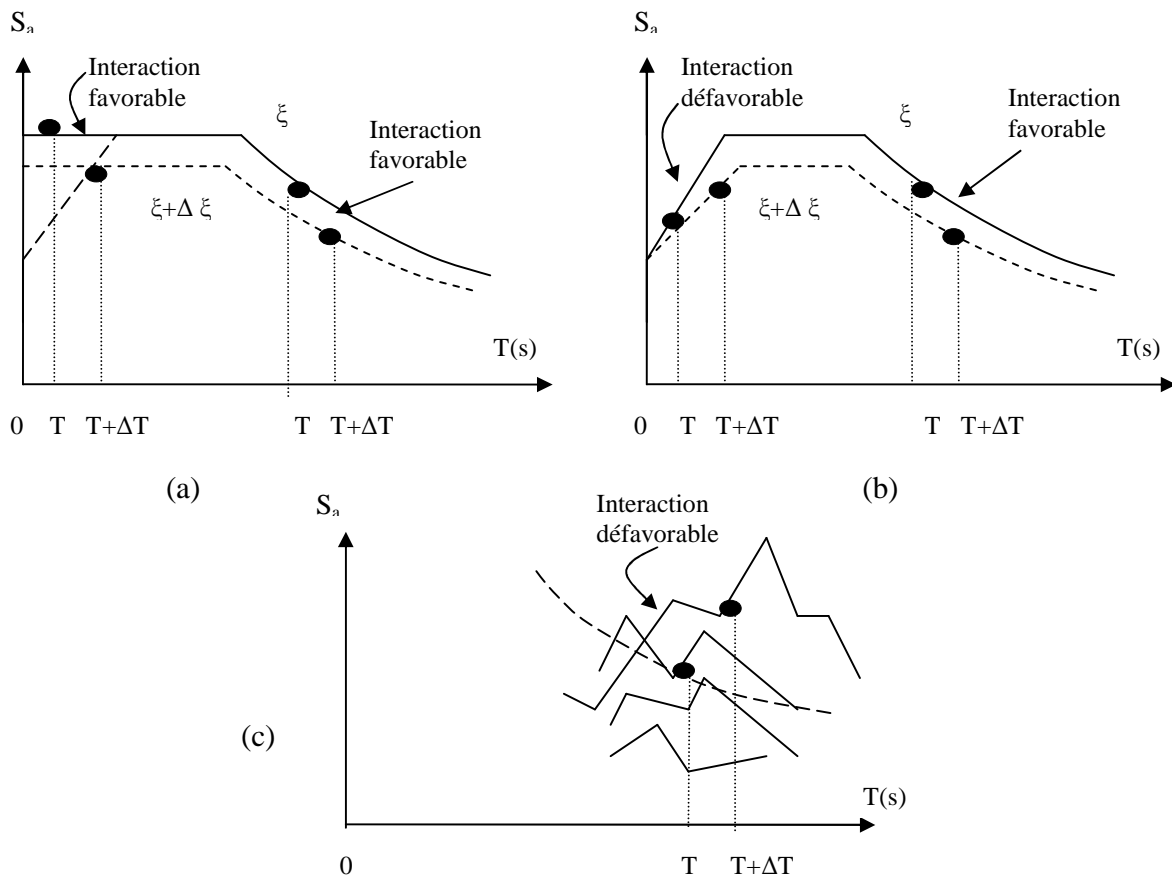


Fig. (IV-26): Interaction sol-structure d'après les spectres:
 (a) de dimensionnement, (b) caractéristique et (c) individuels

IV-7-3) Prise en compte dans les codes :

L'interaction sol-structure proprement dite n'est pas prise en compte de façon directe et explicite, mais sous forme de recommandations sur le choix du site, de la conception générale, des détails de fondation, du coefficient de sécurité vis-à-vis de la capacité portante et de l'influence des conditions locales sur le mouvement du sol par l'intermédiaire du facteur d'amplification dynamique D comme dans les Règles Parasismiques Algériennes 2003.

TROISIEME

PARTIE:

SYSTEMES

A

PLUSIEURS DEGRES

DE

LIBERTE

CHAPITRE-V: Systèmes à Plusieurs Degrés de Liberté

V-1): Introduction:

Une structure peut être modélisée et sa réponse analysée en utilisant un modèle à un seul degré de liberté si la masse est essentiellement concentrée en un point pouvant se déplacer, en translation ou rotation, uniquement dans une seule direction ou, si le système en entier est contraint, (par le type d'appui et le chargement extérieur) de façon à ne permettre qu'un seul mode de déplacement. Certains types de structures tels que les châteaux d'eau surélevés ou les bâtiments de forme simple à un étage, se comportent approximativement comme des systèmes à un degré de liberté. Mais pour la plupart des structures (grands bâtiments, ponts, cheminées, ...), il n'en est pas ainsi. En réalité, les structures sont des systèmes continus et possèdent ainsi un nombre infini de degrés de liberté.

En général, la masse peut être considérée comme localisée en certains points pouvant se déplacer de plusieurs manières. Les coordonnées de déplacement constituent les degrés de liberté pour les structures ainsi modélisées. Dans certains cas cependant, la masse du système est répartie partout de manière pratiquement uniforme; on peut alors préférer une autre méthode pour limiter le nombre de degrés de liberté. Cette méthode est fondée sur l'hypothèse selon laquelle la déformée peut être exprimée comme une combinaison linéaire de certains motifs de déplacement; ces motifs jouent alors le rôle de coordonnées généralisées dans lesquelles on exprime les déplacements de la structure. Il existe une troisième méthode d'expression des déplacements d'une structure donnée à l'aide d'un nombre fini de coordonnées discrètes; elle combine certaines caractéristiques des procédés de concentration de masses et des coordonnées généralisées. Cette approche connue sous le nom de « méthode des éléments finis », connaît à présent un grand succès et s'avère particulièrement recommandable pour des calculs par ordinateur.

La méthode de concentration de masses, bien adaptée aux bâtiments à étages, est utilisée ici pour sa simplicité relative, sous réserve de certaines hypothèses. Toujours dans le but de simplifier, ne sont considérées ici que les structures à diaphragmes (planchers) très rigides transversalement ne permettant pas de rotation et travaillant uniquement à l'effort tranchant horizontal (shear building). Moyennant cela, la méthode de superposition modale peut être aisément appliquée aux systèmes linéaires à plusieurs degrés de liberté. Cette méthode pratique d'analyse dynamique consiste à représenter le système initial, sur une base linéaire, par des systèmes à un seul degré de liberté chacun; à chaque instant, la réponse du système est donnée par une combinaison linéaire des systèmes de base.

Enfin, il nous reste à signaler que, comme il a été fait pour l'oscillateur simple, l'étude de l'oscillateur multiple est faite dans le cas de l'excitation sismique.

V-2) Calcul en domaine linéaire:

V-2-1) Modélisation

Considérons la structure suivante représentant un bâtiment à n étages, avec les hypothèses simplificatrices suivantes:

1. Les hauteurs des étages sont prises égales: $H_1 = H_2 = \dots = H_n = H$
2. La masse totale de la structure est supposée concentrée au niveau des étages, les masses des poteaux étant reportées à ces niveaux
3. Les masses m_i des étages sont prises égales: $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$
4. Les étages sont infiniment rigides en rotation, si bien qu'ils ne peuvent se déplacer que dans le sens horizontal. Par conséquent, chaque étage présente un seul degré de liberté en déplacement et la structure ainsi modélisée possède au total n degrés de liberté.
5. L'ensemble des poteaux de chaque étage i présente une rigidité k_i à l'effort tranchant.
6. Le mode propre fondamental de vibration de la structure, en élasticité, est considéré linéaire.
7. L'amortissement de la structure est du type visqueux

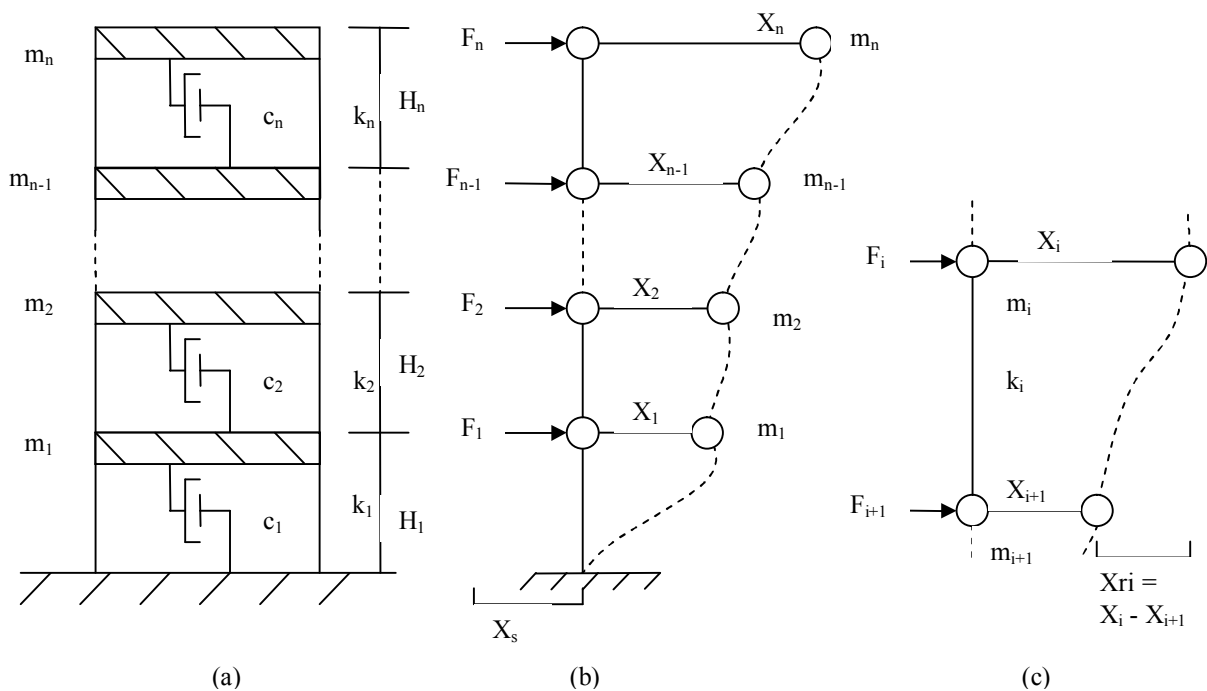


Fig. (V-1) Structure à plusieurs degrés de liberté:

(a): Modélisation, (b): Déplacements des étages par rapport au sol, (c): Déplacement relatif de l'étage i

Compte tenu de ces hypothèses, les caractéristiques de la structure sont déterminées comme suit:

$$[M]=\begin{bmatrix} m_1 & & & & & \\ & m_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & m_i & & \\ & & & & \ddots & \\ 0 & & & & & m_{n-1} \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix}, [K]=\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & & & & \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 & & & & \\ & -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & -k_{n-2} \\ 0 & & & & & k_{n-2}+k_{n-1} & -k_{n-1} \\ & & & & & -k_{n-1} & k_{n-1}+k_n \end{bmatrix} \text{ et } [C]=\begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & & & & & \\ -c_1 & c_1+c_2 & -c_2 & & & & \\ & -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & -c_{n-2} \\ 0 & & & & & c_{n-2}+c_{n-1} & -c_{n-1} \\ & & & & & -c_{n-1} & c_{n-1}+c_n \end{bmatrix}$$

Dans le cas de concentration de masses, la matrice de masses [M] de la structure est diagonale mais, la matrice de rigidité [K] ne l'est pas en général; par contre, elle est souvent symétrique par rapport à la diagonale. Quant à la matrice d'amortissement, elle est difficile à exprimer en pratique, si bien que dans les méthodes pratiques d'analyse, ses éléments ne sont pas calculés sur la base des propriétés d'amortissement "local" dans le voisinage des degrés de liberté. Au lieu de cela, l'amortissement est communément exprimé en termes de taux d'amortissement critique ξ .

V-2-2) Equations du mouvement

2-2-1) Présentation générale

Pour le modèle à n degrés de liberté de la fig. (V-1a), l'équation d'équilibre peut s'écrire sous forme matricielle comme suit:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [C] \cdot \{\dot{X}\} + [K] \cdot \{X\} = \{F(t)\} \tag{V-1}$$

où: [M], [K] et [C] sont les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement de la structure. {F(t)} est le vecteur force extérieure et {X}, {Ẋ} et {Ẍ} sont les vecteurs déplacement, vitesse et accélération du système.

Dans le cas où la structure est soumise à une excitation d'appui (séisme par ex), le chargement extérieur est donné sous forme d'accélération du sol $\ddot{X}_s(t)$ et l'équation (V-1) devient:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [C] \cdot \{\dot{X}\} + [K] \cdot \{X\} = -[M] \cdot \{I\} \cdot \ddot{X}_s(t) \tag{V-2}$$

où: {I} est le vecteur colonne des unités correspondant au nombre de degrés de liberté.

2-2-2) Pulsations naturelles et modes propres

Comme pour les systèmes à un degré de liberté, la première étape dans l'analyse des systèmes à plusieurs degrés de liberté consiste à étudier les systèmes libres non amortis. Ce genre de système sans amortissement ni de charge extérieure, qui est pratiquement inexistant, est utilisé pour la détermination des pulsations naturelles et modes propres de la structure.

Dans ce cas, l'équation (V-1) devient:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [K] \cdot \{X\} = 0 \tag{V-3}$$

Le processus de résolution conduit à un système homogène d'équations algébriques linéaires de la forme:

$$\left[[K] - \omega_i^2 [M] \right] \{a_i\} = \{0\} \quad (V-4)$$

qui est mathématiquement connue sous le nom de "problème propre".

Pour une solution non triviale de ce problème, le déterminant des coefficients multiplicatifs des inconnues $\{a_i\}$ doit être nul, c'est-à-dire:

$$\left| [K] - \omega^2 [M] \right| = 0 \quad (V-5)$$

Les racines ω_i^2 de cette "équation caractéristique" fournissent les n pulsations naturelles ω_i du système.

A chaque pulsation naturelle ω_i est associé un mode propre de vibration $\{a_i\}$ qui peut être déterminé, en termes de valeurs relatives, à l'aide de l'équation (V-4). Les vecteurs $\{a_i\}$ correspondant aux racines ω_i^2 représentent les "formes modales" (vecteurs propres) du système dynamique.

Ces modes propres ont une importante propriété dite "orthogonalité des modes" qui est à la base de l'une des méthodes les plus attractives dans la résolution des systèmes à plusieurs degrés de liberté.

Pour un système à n degrés de liberté, dans lequel la matrice de masses est diagonale, la propriété (ou condition) d'orthogonalité entre deux modes i et j peut être exprimée comme suit:

$$\sum_{k=1}^n m_k \cdot a_{ki} \cdot a_{kj} = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (V-6)$$

ou en général pour système à n degrés de liberté:

$$\{a_i\}^T [M] \{a_j\} = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (V-7)$$

$\{a_i\}$ et $\{a_j\}$ étant deux vecteurs modaux quelconques et $[M]$ la matrice des masses du système.

2-2-3) Analyse modale

N'étant que des valeurs relatives, les amplitudes de vibration dans un mode normal peuvent être "normalisées". Dans une certaine mesure, cette normalisation est une question de choix et la formule suivante est particulièrement adaptée dans le cas général:

$$\phi_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\{a_j\}^T [M] \{a_j\}}} \quad (V-8-a)$$

formule qui, dans le cas d'un système à matrice de masses diagonale, peut être écrite:

$$\phi_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n m_k \cdot a_{kj}^2}} \quad (V-8-b)$$

où: ϕ_{ij} est la composante normalisée i du vecteur modal j

Pour une question de commodité, les différents modes normaux peuvent être arrangés sous forme de matrice connue sous le nom de "matrice modale" :

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, la propriété d'orthogonalité par rapport à la matrice des masses est exprimée par:

$$[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi] = [I] \quad (\text{V-9-a})$$

où: $[\Phi]^T$ est la matrice transposée de $[\Phi]$ et $[I]$ la matrice unité

Il faut noter que cette propriété est également assurée pour la matrice de rigidité et s'écrit dans ce cas:

$$[\Phi]^T \cdot [K] \cdot [\Phi] = \omega^2 \cdot [I] \quad (\text{V-9-b})$$

Par contre, pour la matrice d'amortissement, elle n'est assurée que sous la condition d'un amortissement sous forme de combinaison linéaire des matrices de masse et de rigidité, c'est-à-dire pour.

$$[C] = [M] \cdot \sum_i a_i \cdot ([M]^{-1} + a_i [K])^i \quad (\text{V-10-a})$$

avec: $-\infty < i < \infty$

En prenant les deux termes correspondant à $i = 0$ et $i = 1$, on obtient la matrice dite de Rayleigh:

$$[C] = a_0 \cdot [M] + a_1 [K] \quad (\text{V-10-b})$$

où: a_0 et a_1 sont des coefficients quelconques de proportionnalité (Paz, 1985).

La propriété d'orthogonalité de la matrice modale par rapport à la matrice d'amortissement s'écrit alors:

$$[\Phi]^T \cdot [C] \cdot [\Phi] = 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot [I] \quad (\text{V-10-c})$$

et l'équation suivante permet de déterminer les constantes a_i pour n'importe quelle valeur de ξ correspondant à un nombre donné de modes:

$$\xi_n = \frac{1}{2 \cdot \omega_n} \cdot \sum_i a_i \cdot \omega_n^{2i} \quad (\text{V-10-d})$$

A noter que, comme il a été mentionné précédemment, l'amortissement absolu c de la structure est une quantité plutôt difficile à déterminer ou même à estimer alors que, le taux d'amortissement ξ peut être estimé à partir d'expériences passées. Ces expériences indiquent que le taux d'amortissement des structures est généralement compris entre 2 % et 20 %. En d'autres termes, sur cette base et en tenant compte du type de structure et de matériau utilisé, on peut attribuer des valeurs numériques au taux d'amortissement ξ . Ces valeurs peuvent être utilisées pour déterminer la matrice d'amortissement explicite (C) si besoin est (exemple cas non linéaire où la méthode de superposition n'est plus applicable).

L'importance de la propriété d'orthogonalité des matrices de masse, de rigidité et d'amortissement, réside essentiellement dans le fait qu'elles permettent le "découplage" des équations du système général qui régit le mouvement de la structure (tq. (V-1) ou (V-2)). Ce découplage consiste à transformer les équations d'origine couplées (c'est-à-dire avec des variables dépendantes l'une de l'autre) en un système d'équations découplées dans lequel chaque équation contient une seule inconnue fonction du temps.

Pour ce faire, il est nécessaire dans un premier temps d'exprimer la solution en termes de modes normaux multipliés par des facteurs déterminant la contribution de chaque mode. Dans le cas général des systèmes forcés amortis, ces facteurs sont des fonctions générales du temps qu'on note $z_i(t)$; ce qui donne, en notation matricielle:

$$\{X\} = [\Phi] \{z\} = \{\phi\}_1 \cdot z_1 + \{\phi\}_2 \cdot z_2 + \dots + \{\phi\}_n \cdot z_n \quad (\text{V-11})$$

où: $[\Phi]$ est la matrice modale obtenue dans la résolution du système libre non amorti.

La substitution de l'équation précédente et ses dérivées dans l'équation générale (V-1) conduit à:

$$[M] \cdot [\Phi] \{\ddot{z}\} + [C] \cdot [\Phi] \{\dot{z}\} + [K] \cdot [\Phi] \{z\} = \{F(t)\} \quad (\text{V-12})$$

En prémultipliant cette dernière équation par le transposé du $n^{\text{ième}}$ vecteur modal $\{\phi\}_n^T$ et en utilisant la propriété d'orthogonalité des modes par rapport à $[M]$, $[C]$ et $[K]$, on aboutit à:

$$M_i \cdot \ddot{z}_i + C_i \cdot \dot{z}_i + K_n \cdot z_i = F_i(t) \quad (\text{V-13-a})$$

ou, alternativement:

$$\ddot{z}_i + 2\xi_i \cdot \dot{z}_i + \omega_i^2 \cdot z_i = \frac{F_i(t)}{M_i} \quad (\text{V-13-b})$$

ou bien, dans le cas d'excitation sismique, à:

$$\ddot{z}_i + 2\xi_i \cdot \dot{z}_i + \omega_i^2 \cdot z_i = -\Gamma_i \cdot \ddot{X}_s(t) \quad (\text{V-13-c})$$

avec:

$$M_i = \{\phi\}_i^T \cdot [M] \cdot \{\phi\}_i \quad (\text{V-14-a})$$

$$K_i = \{\phi\}_i^T \cdot [K] \cdot \{\phi\}_i = \omega_i^2 \cdot M_i \quad (\text{V-14-b})$$

$$C_i = \{\phi\}_i^T \cdot [C] \cdot \{\phi\}_i = 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot M_i \quad (\text{V-14-c})$$

$$F_i(t) = \{\phi\}_i^T \cdot \{F(t)\} \quad (\text{V-14-d})$$

$$\Gamma_i = \frac{\{\phi\}_i^T \cdot [M] \cdot \{I\}}{\{\phi\}_i^T \cdot [M] \cdot \{\phi\}_i} \quad (\text{"facteur de participation modale"}) \quad (\text{V-14-e})$$

On est donc en présence d'un système d'équations découplées ($i = 1, \dots, n$) dont la résolution nous donne les différents z_i qui nous permettent de calculer les déplacements x_i par le biais de la relation (V-11).

V-2-3) Combinaison des réponses modales:

Les n équations obtenues pour les n modes de vibration, à partir de la formule (V-13c), permettent de calculer la réponse de la structure à chaque instant t , par le cumul des réponses de n oscillateurs simples. Ce cumul n'est que l'application du principe de superposition modale introduit au début de ce chapitre. On a vu (§ II-3) le besoin, en génie civil, de connaître la réponse de la structure en termes de valeurs maximales (spectrales). On est tenté d'appliquer le principe de superposition sus-cité à ces valeurs. Cependant, une difficulté fondamentale se présente dans cette démarche; le fait est que ces valeurs maximales ne se produisent pas simultanément, en général, comme le requiert l'équation (V-11). En passant par l'intermédiaire des spectres de réponse, on ne dispose que de la valeur maximale absolue de chaque mode (S_{d1}, \dots, S_{dn}), les temps auxquels ces maxima apparaissent n'étant pas fournis par ces spectres. Pour contourner cette difficulté, il est nécessaire d'utiliser une méthode approchée. Trois méthodes, que nous décrivons ci-après, sont plus ou moins utilisées de nos jours:

2-3-1) Méthode de la somme absolue (SA):
$$| \{ X_{\max x} \} | = \sum_{i=1}^n | \{ x_{i \max} \} |$$

Cette combinaison, qui suppose que toutes les réponses maximales (pics) se produisent au même moment et avec le même signe, conduit toujours à une surestimation de la réponse maximale réelle de la structure, c'est pourquoi, elle est la moins utilisée bien qu'elle place en sécurité.

2-3-2) Méthode de la moyenne quadratique (SRSS):
$$| \{ X_{\max x} \} | = \sqrt{\sum_{i=1}^n | \{ x_{i \max} \} |^2}$$

Basée sur un concept probabilistique, cette méthode est plus proche de la réalité physique et donne d'excellents résultats dans le cas où les modes sont indépendants (différents de moins de 10%).

2-3-3) Méthode de la combinaison quadratique complète (CQC):
$$| \{ X_{\max x} \} | = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{in} . x_i . x_n}$$

avec:
$$\rho_{in} = \frac{8 . \zeta^2 . (1+r) . r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4 . \zeta^2 . r . (1+r)^2}$$
 (cas d'amortissement constant: $\zeta_i = \zeta_n = \zeta$) et $r = \frac{\omega_i}{\omega_n} \leq 1$.

Cette méthode, qui surmonte les limites de la précédente, est d'application plus étendue (Chopra, 2001).

Remarque: Dans le processus de discrétisation, il est parfois nécessaire de diviser la structure en un grand nombre d'éléments à cause des changements de géométrie, de chargement ou de propriété des matériaux. L'assemblage de ces éléments conduit à des matrices de très grande taille rendant la résolution des systèmes plutôt difficile. Il est alors préférable de réduire la taille des matrices pour les rendre plus maniables. La méthode de "condensation statique" est assez populaire en matière de réduction des matrices. Celle de "condensation dynamique", dérivée de la première, semble plus performante (Paz, 1985).

V-3) Calcul en domaine non linéaire

V-3-1) Introduction:

L'analyse modale utilisée pour les systèmes linéaires n'étant plus applicable ici à cause des changements de rigidité de la structure, l'approche numérique (méthode pas à pas) s'impose en matière de résolution des systèmes non linéaires à plusieurs degrés de liberté. On a vu en (§ IV-4) que la méthode de "l'accélération linéaire" était relativement précise mais conditionnellement stable. En d'autres termes, la stabilité numérique de la solution peut exiger parfois un intervalle de temps extrêmement petit de sorte que la méthode devient impraticable. L'amélioration introduite par Wilson et al (1973) vise à rendre cette méthode inconditionnellement stable.

V-3-2) Equations dynamiques incrémentales:

L'approche d'intégration numérique pas à pas utilisée pour les systèmes à plusieurs degrés de liberté, n'est que la généralisation matricielle de celle présentée au chapitre (IV) pour un oscillateur simple. Il suffit donc de passer simplement des expressions scalaires aux expressions matricielles.

L'équilibre dynamique de la structure à l'instant t s'écrit sous forme matricielle:

$$[M] \cdot \{\ddot{X}\} + [C] \cdot \{\dot{X}\} + [K] \cdot \{X\} = -[M] \cdot \{I\} \cdot \ddot{X}_s(t) \quad (\text{V-15})$$

où: $\{I\}$ est le vecteur colonne de composantes 1 et $[K(t)]$ une matrice de rigidité élasto-plastique.

En supposant que la matrice de rigidité $[K(t)]$ reste constante durant l'intervalle de temps Δt , l'équation dynamique incrémentale de la structure est donnée par:

$$[M] \cdot \{\Delta \ddot{X}(t)\} + [C] \cdot \{\Delta \dot{X}(t)\} + [K(t)] \cdot \{\Delta X(t)\} = -[M] \cdot \{I\} \cdot \Delta \ddot{X}_s(t) \quad (\text{V-16})$$

où:

$$\{\Delta \ddot{X}(t)\} = \{\ddot{X}(t + \Delta t)\} - \{\ddot{X}(t)\} \quad (\text{V-17-a})$$

$$\{\Delta \dot{X}(t)\} = \{\dot{X}(t + \Delta t)\} - \{\dot{X}(t)\} \quad (\text{V-17-b})$$

$$\{\Delta X(t)\} = \{X(t + \Delta t)\} - \{X(t)\} \quad (\text{V-17-c})$$

$$\Delta \ddot{X}_s(t) = \ddot{X}_s(t + \Delta t) - \ddot{X}_s(t) \quad (\text{V-17-d})$$

V-3-3) Méthode "Wilson- θ ":

L'hypothèse de base de cette méthode est que l'accélération varie linéairement sur un intervalle de temps plus étendu $\tau = \theta \cdot \Delta t$, où: $\theta \geq 1$. Wilson a montré que pour $\theta \geq 1.38$, la méthode devient inconditionnellement stable.

La méthode peut être décrite de manière simple en réécrivant les équations de base de la méthode de l'accélération linéaire pour l'incrément de temps étendu τ . Par analogie avec les équations déjà vues pour

l'oscillateur simple en régime non linéaire, on obtient les expressions suivantes (où le chapeau symbolise l'intervalle de temps étendu):

$$\{\widehat{\Delta}\dot{X}(t)\} = \{\ddot{X}(t)\}\tau + \{\widehat{\Delta}\ddot{X}(t)\}\frac{\tau}{2} \quad (\text{V-18-a})$$

$$\{\widehat{\Delta}X(t)\} = \{\dot{X}(t)\}\tau + \{\ddot{X}(t)\}\frac{\tau^2}{2} + \{\widehat{\Delta}\ddot{X}(t)\}\frac{\tau^2}{6} \quad (\text{V-18-b})$$

$$\{\widehat{\Delta}\ddot{X}(t)\} = \frac{6}{\tau^2} \cdot \{\widehat{\Delta}X(t)\} - \frac{6}{\tau} \cdot \{\dot{X}(t)\} - 3 \cdot \{\ddot{X}(t)\} \quad (\text{V-18-c})$$

$$\{\widehat{\Delta}\dot{X}(t)\} = \frac{3}{\tau} \cdot \{\widehat{\Delta}X(t)\} - 3 \cdot \{\dot{X}(t)\} - \frac{\tau}{2} \cdot \{\ddot{X}(t)\} \quad (\text{V-18-d})$$

$$[\widehat{K}(t)] \cdot \{\widehat{\Delta}X(t)\} = \{\widehat{\Delta}F(t)\} \quad (\text{V-18-e})$$

$$\{\ddot{X}(t+\Delta t)\} = -[M]^{-1} \left[[M] \cdot \{\ddot{X}_s(t+\Delta t)\} + [C] \cdot \{\dot{X}(t+\Delta t)\} + [K] \cdot \{X(t+\Delta t)\} \right] \quad (\text{V-18-f})$$

en posant :

$$[\widehat{K}(t)] = [K(t)] + \frac{6}{\tau^2} \cdot [M] + \frac{3}{\tau} \cdot [C] \quad (\text{V-18-g})$$

$$\{\widehat{\Delta}F(t)\} = -[M] \cdot \{\ddot{X}_s(t)\} + [M] \left[\frac{6}{\tau} \cdot \{\dot{X}(t)\} + 3 \cdot \{\ddot{X}(t)\} \right] + [C] \left[3 \cdot \{\dot{X}(t)\} + \frac{\tau}{2} \cdot \{\ddot{X}(t)\} \right] \quad (\text{V-18-h})$$

L'incrément d'accélération pour l'intervalle normal Δt est donné par:

$$\Delta \ddot{X}(t) = \frac{1}{\theta} \widehat{\Delta} \ddot{X}(t) \quad (\text{V-19})$$

Alors, les vecteurs correspondants des vitesses et déplacements incrémentaux sont donnés par les équations telles que (V-18-a) et (V-18-b) mais écrites pour l'intervalle normal Δt . A la suite de quoi, les conditions initiales relatives à l'intervalle suivant s'obtiennent par les équations (V-17b, V-17c et V-18f) et le processus entier peut être répété sur autant d'incrémentaux qu'on le désire.

V-4) Effet du second ordre (P- Δ)

V-4-1) Introduction:

Tout ce qui a été dit pour l'oscillateur simple concernant l'effet P- Δ (§ IV-6) est valable ici. Toutefois, il est à noter que cet effet destabilisant est beaucoup plus important pour l'oscillateur multiple à cause de sa masse et son élanement. Comme pour l'O.S., l'effet P- Δ peut être interprété comme un affaiblissement de rigidité de niveau et sa prise en compte est assurée en le remplaçant par un système de forces latérales équivalentes (du point de vue moment).

V-4-2) Forces latérales équivalentes:

Considérons le système à 2 d.d.l. de la figure (V-2):

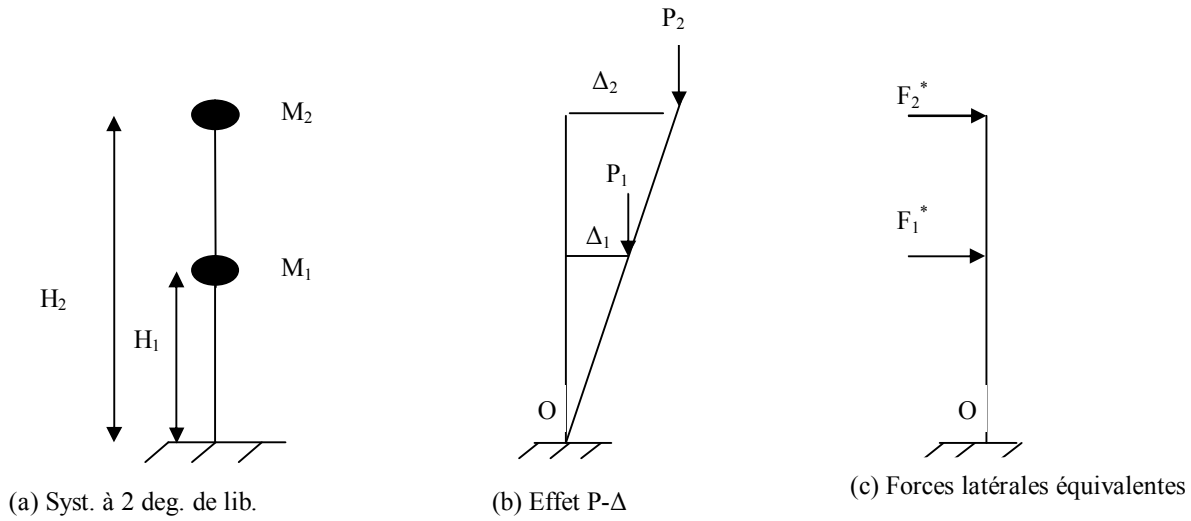


Fig. (V-2): Système à 2 degrés de liberté soumis à l'effet P-Δ

S'agissant de moments, pour que F_1^* et F_2^* soient équivalentes respectivement à P_1 et P_2 , leurs effets (moments) par rapport à la base (point O) doivent être égaux; c'est à dire:

$F_1^* \cdot H_1 = P_1 \cdot \Delta_1$ et $F_2^* \cdot H_2 = P_2 \cdot \Delta_2$. Ce qui donne:

$$\begin{cases} F_1^* = \frac{P_1 \cdot \Delta_1}{H_1} & (V - 20 a) \\ F_2^* = \frac{P_2 \cdot \Delta_2}{H_2} & (V - 20 b) \end{cases}$$

avec: $P_1 = M_1 \cdot g$ et $P_2 = M_2 \cdot g$

Ces forces sont ensuite ajoutées aux forces latérales initiales (1^{er} ordre) F_1 et F_2 pour donner les forces équivalentes totales: $F_1^t = F_1 + F_1^*$ et $F_2^t = F_2 + F_2^*$

V-4-3) Prise en compte de l'effet du second ordre:

Selon les R.P.A., l'effet P-Δ peut être négligé dans le cas des bâtiments si la condition suivante est satisfaite à tous les niveaux:

$$\theta = \frac{P_k \cdot \Delta_k}{V_k \cdot H_k} \leq 0.1 \quad (V-21)$$

où: P_k est le poids total de la structure au dessus du niveau k; H_k et V_k sont respectivement la hauteur et l'effort tranchant au niveau k et Δ_k le déplacement relatif du niveau k par rapport au niveau (k-1).

CHAPITRE-VI: Méthode des Déplacements: Alternative à la Méthode des Forces?

VI-1) Introduction:

En génie sismique, l'approche classique de calcul et vérification basée sur les forces induites, couramment appelée "méthode des forces", se traduit au niveau des règlements, par l'utilisation du spectre accélération S_a ou S_a/g , la relation étant évidente entre les deux: $F=M \cdot S_a = M \cdot g \cdot (S_a/g)$.

Pourtant, dans bien des cas, l'effet des charges externes sur les structures est ressenti directement sous forme de déformation des éléments (Medhekar et al, 1998).

Cela a conduit à des réflexions sur une approche nouvelle basée sur les déplacements au lieu des forces. Cette approche connue sous le nom de "méthode des déplacements " semble plus rationnelle du fait des limites de la méthode des forces sus citée. Ces limites peuvent être résumées ainsi:

- La période de la structure n'étant pas connue a priori, on doit estimer la période fondamentale T_e par des formules empiriques basées sur une description générale du système, ex: formule des Règles Parasismiques Algériennes (ou de Uniform Building Code): $T_e = C_t (H_n)^{3/4}$, où: H_n est la hauteur d'étage et C_t un coefficient qui dépend du système de contreventement et du type de remplissage. Par mesure de sécurité, ces périodes estimées sont intentionnellement plus faibles que celles mesurées (constructions plus rigides).
- Le passage du spectre élastique à celui inélastique est mené de façon simple à l'aide du facteur de modification de la force: $R = V_e/V_i$, où: V_e et V_i sont, respectivement, l'effort tranchant élastique et inélastique à la base. Les valeurs de ce facteur sont données par les codes sismiques en fonction du matériau de construction (béton, acier,...) et du type de structure utilisé (portiques, voiles,...). Ces valeurs paraissent arbitraires et difficiles à justifier.
- Enfin et surtout, les déplacements qui ne sont vérifiés qu'à la fin des calculs, sont traités de manière quelque peu superficielle. Ce manque d'intérêt se fait ressentir particulièrement pour les déplacements inélastiques qui se produisent lors des séismes majeurs. Les déformations excessives qui en découlent pourraient rendre les éléments structuraux et non structuraux insatisfaisants aux E.L.S. Aux E.L.U., ces déformations sont susceptibles de contribuer à l'instabilité de la structure (notamment par effet P.Δ) rendant ainsi le bâtiment partiellement ou complètement non fonctionnel ou même en état de ruine.

Il semble donc plus logique de se pencher sur les méthodes de calcul sismique où les déplacements sont considérés au début de la conception pour répondre aux exigences des différents états limites. Un E.L.S. de déformation pourrait être appliqué sous des secousses sismiques modérées susceptibles de se produire de façon relativement fréquente durant la vie de la structure en imposant des limites aux déplacements relatifs de sorte que le dommage non structurel est limité ou bien interdit. Pour prévenir la ruine lors d'un séisme majeur, l'E.L.U. est vérifié par le contrôle de la demande de ductilité dans les éléments structuraux et la déformation totale de la structure (Medhekar et Kennedy, 1998).

L'importance du déplacement comme information sur la conception des structures réside également dans le fait qu'il est plus facile de relier la déformation au dommage. Ce lien est bien illustré par le dommage produit dans l'hôpital Olive View durant le séisme de San Fernando en 1971 (Moehle et Eeri, 1992).

En outre, des activités sismiques récentes à travers le monde ont prouvé clairement que les codes sismiques pouvaient en général réaliser les objectifs sécuritaires concernant la préservation des vies humaines mais qu'il y avait toujours une lacune concernant le côté économique.

La conception basée sur les déplacements est une des nombreuses procédures de calcul sismique récemment développées et communément appelées "Conception sismique basée sur la performance". Ce type de conception est de plus en plus utilisé pour les anciennes constructions (ATC-40) comme pour les nouvelles (EC 8), avec toutefois une nuance entre l'approche de l'ATC-40 basée sur l'amortissement et celle de l'EC 8 basée sur la ductilité (Panagiotakos et Fardis, 2001). Un objectif de performance comprend deux composantes principales: un niveau maximal de dommage escompté (niveau de performance ou état limite) et un niveau d'aléa sismique. En général, les objectifs de performance peuvent être définis quantitativement ou qualitativement et exprimés de manière déterministique (FEMA-237) ou selon une approche probabilistique basée sur la fiabilité (FEMA-350). Du FEMA-350, on a comme exemples:

- 2 % de probabilité pour une performance plus faible que le niveau de prévention de ruine dans 50 ans ou
- 50 % de probabilité pour une performance plus faible que le niveau d'occupation immédiate dans 50 ans

Par conséquent, le processus de calcul (conception) nécessite l'association d'un état limite à un niveau d'aléa sismique dans un site pour une période de temps donnée. L'avantage de l'incorporation des objectifs de performance dans la conception est que le propriétaire de la construction peut exiger différents niveaux de dommage/fonctionnalité de la propriété.

Plusieurs chercheurs (Fajfar, 2000 et Priestley, 2007) ont recommandé l'utilisation de cette méthode au lieu de la méthode classique. Les applications ont été conduites sur des structures en acier ou en béton armé, sans comparaison entre les deux méthodes ni de considération simultanée des cas linéaire et non linéaire, choses que nous n'avons pas oubliées dans notre thèse.

VI-2) Historique:

La raison pour laquelle la conception sismique est couramment basée sur les forces ou les accélérations plutôt que sur les déplacements revient pour une grande part à des considérations historiques. Le séisme de Northridge en 1994 (M 6.7) a été la clef de voûte du développement en matière de réglementation sismique. Antérieurement à cet événement, les structures de bâtiments étaient calculées principalement avec un seul objectif de performance en tête: la prévention des pertes en vies humaines.

L'idée de la conception basée sur les déplacements (C.B.D.) a été introduite il y a plus de 40 ans. En 1974, Gulkan et Sozen ont développé le concept de structure substituée pour estimer la réponse non linéaire d'une structure à travers un modèle élastique équivalent en supposant un comportement linéaire et un amortissement visqueux équivalent à la réponse non linéaire. Plus tard, en 1991, Qi et Moehle ont proposé une C.B.D. pour les systèmes à p.d.d.l. avec exigence d'une conception préliminaire et de modification ultérieure de la conception suivant le déplacement limite. En 1994, l'idée de a été adoptée par Kowalsky et al pour une (C.B.D.) de structures à un degré de liberté en B.A., et par Priestley et al (1996) pour des ponts et bâtiments à un d.d.l. comme à plusieurs d.d.l. en partant d'un déplacement maximal cible. Une autre (C.B.D.) pour des structures de ponts à plusieurs d.d.l, particulièrement adaptée aux ponts symétriques, a été également proposée par Calvi et Kingsley (1995). Alors que Wallace (1995), Sasani et Anderson (1996) et Bachman et Dazio (1997) se sont concentrés sur les systèmes en voiles, Panagiotakos et Fardis (1999) ont utilisé la méthode C.B.D. sur des structures en B.A. soumises à des actions sismiques et non sismiques. Court et Kowalsky (1998) ont introduit, pour les constructions à longues périodes, une méthode de conception basée sur l'égalité des déplacements développée par Newman et Hall. Quant à Fajfar (1999), il a proposé une C.B.D. basée sur la méthode du spectre de capacité déjà discutée en détail par Freeman une année auparavant et utilisée, deux années plus tard, par Xiang Xue (2001) avec certaines modifications simplificatrices pour présenter une procédure simple et efficace de C.B.D. pour des structures inélastiques. A noter que la méthode du spectre de capacité n'est autre que l'inverse de la méthode N2 pour déterminer la demande sismique; cette même demande pouvant être spécifiée comme spectre de format aussi bien " D-T" (i.e. déplacement-période) que "A-D" (i.e. accélération-période). Soulignons enfin, que Medhekar et Kennedy ont eu le mérite, dès l'année 1998, d'exposer la théorie de la méthode des déplacements sous forme simple et pratique avec applications sur des structures métalliques à plusieurs degrés de liberté, pour différents niveaux de ductilité, en flexion et torsion (Medhekar et Kennedy, 1998). Notre travail ci après s'est beaucoup inspiré de la méthodologie de calcul de ces deux auteurs ainsi que des éclaircissements récemment apportés par Priestley et al (2007).

VI-3) Bref aperçu sur la méthodologie de la C.B.F. (conception basée sur les forces)

La séquence d'opérations requises dans la méthode des forces peut être résumée comme suit:

1. Estimation de la géométrie de la structure (prédimensionnement des éléments)
2. Estimation des rigidités d'éléments sur la base du prédimensionnement
3. Calcul de la période fondamentale T de l'oscillateur simple par la formule:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M_e}{K}} \quad (\text{VI-1})$$

où M_e est la masse sismique effective (normalement prise égale à la masse totale) et K la rigidité de la structure.

Certains codes spécifient une période fondamentale dépendant de la hauteur et donnée par:

$$T = C_t (H_n)^{3/4} \quad (\text{VI-2})$$

où C_t dépend du système structural (contreventement et remplissage) et H_n est la hauteur du bâtiment.

4. L'effort tranchant de base V_{BE} pour la structure est donné par une équation de la forme:

$$V_{BE} = C_T I (g M_e) \quad (\text{VI-3})$$

où C_T est le coefficient sismique de base dépendant de l'intensité sismique, des conditions de sol et de la période T , et I est un facteur reflétant différents niveaux de risque acceptable pour différentes structures, et g est l'accélération de la gravité.

5. Après sélection du facteur de réduction approprié R , l'effort tranchant de base (V_{BR}) est donné par:

$$V_{BR} = \frac{V_{BE}}{R} \quad (\text{VI-4})$$

L'effort tranchant de base est alors distribué aux différentes parties de la structure. Pour les structures de bâtiment, la distribution est typiquement proportionnelle au produit de la hauteur et de la masse à différents niveaux; et la force sismique totale est distribuée entre les différents éléments de contreventement au prorata de leurs rigidités élastiques.

6. Analyse de la structure sous le vecteur des forces sismiques latérales de calcul avec détermination du moment requis aux endroits potentiels de l'action inélastique (rotules plastiques).
7. Calcul de la section des éléments au niveau des rotules plastiques; puis, estimation des déplacements qui sont alors comparés avec les déplacements limites spécifiés par les codes.
8. Si les déplacements calculés dépassent ces limites, un redimensionnement est nécessaire.
9. Si les déplacements sont satisfaisants, l'étape finale du calcul est la détermination de la résistance nécessaire.

VI-4) Fondements de la C.B.D. (conception basée sur les déplacements)

VI-4-1) Introduction

La C.B.D est basée sur le concept de "Structure Substituée" dont Sozen et ses coéquipiers ont été les premiers pionniers (Gulkan et Sozen, 1974; Shibata et Sozen, 1976) et qui a été développée comme approche de calcul par Priestley et al (2007).

Cette approche essaie de calculer une structure qui serait en mesure d'atteindre, plutôt que d'être limitée par, un état limite de performance donné sous une intensité sismique donnée, résultant essentiellement en structure à "risque uniforme", ce qui est philosophiquement compatible avec les spectres sismiques à "risque uniforme" incorporés dans la plupart des codes de calcul (Priestley et al, 2007).

VI-4-2) Théorie de la méthode

La méthode de calcul est illustrée par référence à la figure (IV-1), qui représente un bâtiment en portiques par un oscillateur simple (figure VI-1a). La figure (VI-1b) montre la représentation de l'enveloppe bilinéaire de la réponse de l'O.S. en diagramme "force-déplacement" dans lequel, une rigidité élastique initiale K_i est suivie d'une rigidité post élastique rK_i .

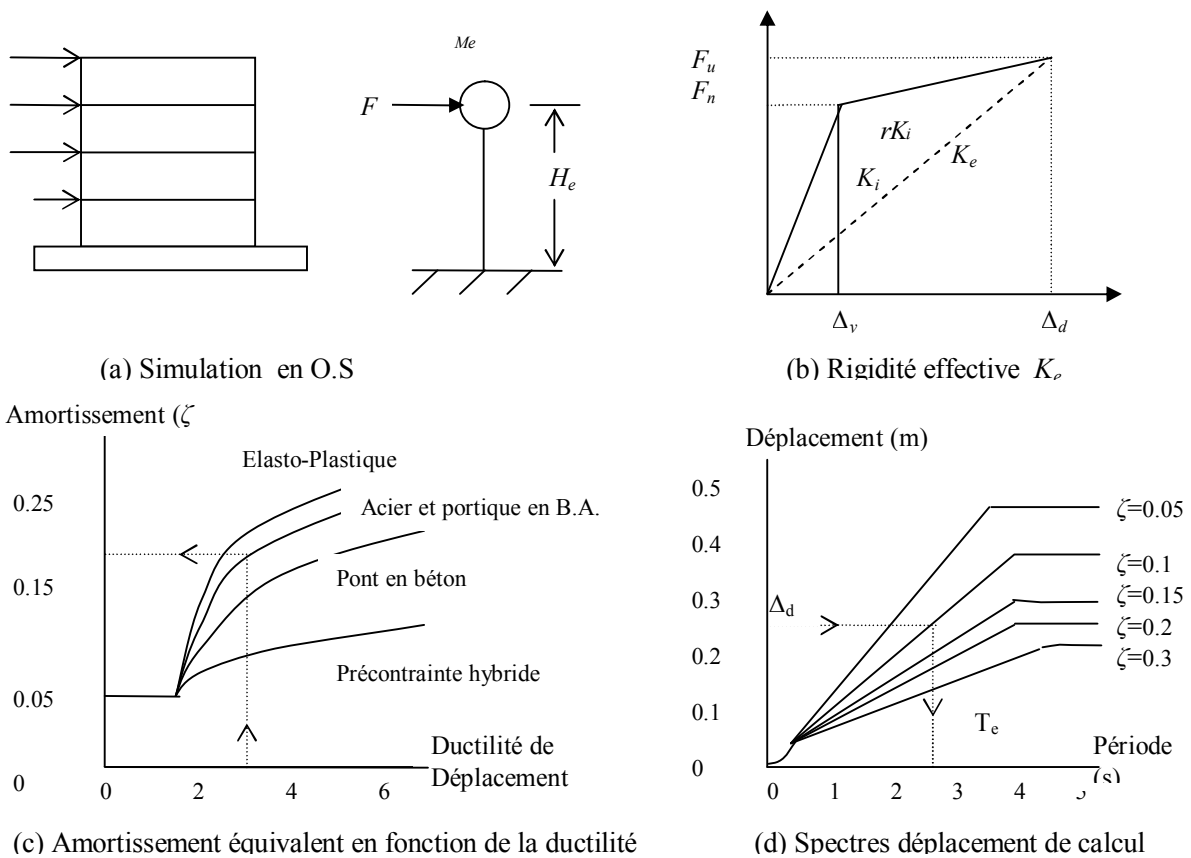


Fig. (VI-1): Fondements de la C.B.D.

Alors que la C.B.F. caractérise une structure en termes de propriétés élastiques, la C.B.D. la caractérise par la rigidité sécante K_e correspondant au déplacement maximum Δ_d (figure VI-1b), et un niveau d'amortissement visqueux équivalent ζ (Priestley et al, 2007).

Sur la figure (VI-1d), le déplacement est, en réalité, le déplacement spectral. Sur la figure (VI-1c), la ductilité de déplacement, ou ductilité de structure (μ), considère le comportement de toute la structure et est définie comme le rapport du déplacement maximum de la structure sur l'intervalle inélastique au déplacement correspondant à la limite élastique. La valeur de ductilité de déplacement est choisie sur la base de plusieurs paramètres (type de matériau et de séisme, distance de la source, conditions de site ...); les méthodes d'analyse disponibles sont, soit la méthode statique monotone non linéaire (type push-over) soit la méthode dynamique monotone en fonction du temps (Edjtemai, 1981 et Paz, 1985).

Avec le déplacement de calcul déterminé et l'amortissement correspondant estimé à partir de la demande de ductilité choisie (figure VI-1c), la période effective T_e peut être lue à partir d'un ensemble de spectres de déplacement pour différents niveaux d'amortissement, comme le montre la figure (VI-1d).

La rigidité effective de l'O.S. équivalent correspondant au déplacement max peut être obtenue par :

$$K_e = \frac{4 \pi^2 m_e}{T_e^2} \quad (\text{VI-5a})$$

où: m_e est la masse effective de la structure participant au mode fondamental de vibration.

De la figure (IV-1b), la force latérale de calcul, qui est également l'effort tranchant de base, est ainsi:

$$F = V_b = K_e \Delta_d \quad (\text{VI-5b})$$

VI-5) Problèmes inhérents à la C.B.D.

D'après Medhekar et Kennedy (1998), l'utilisation de la C.B.D. introduit les problèmes suivants:

- Choix d'un déplacement maximal approprié de l'O.S.
- Effet des déformations axiales des poteaux sur la "forme déplacée" (déformée)
- Un plus grand effet cumulatif P- Δ sur la structure de bâtiment
- Influence des modes supérieurs sur le déplacement inter-étages

VI-6) Procédure de calcul de la C.B.D.

VI-6-1) Oscillateur simple:

Le concept fondamental de la méthode, selon Priestley, est que la structure est calculée pour un déplacement cible spécifié. La méthode est illustrée par référence à une structure de bâtiment à un étage (figure VI-2) auquel on peut attribuer les caractéristiques données en (I-2-5) de sorte que le seul d.d.l. possible soit la translation horizontale et que la structure puisse être modélisée par le schéma suivant:

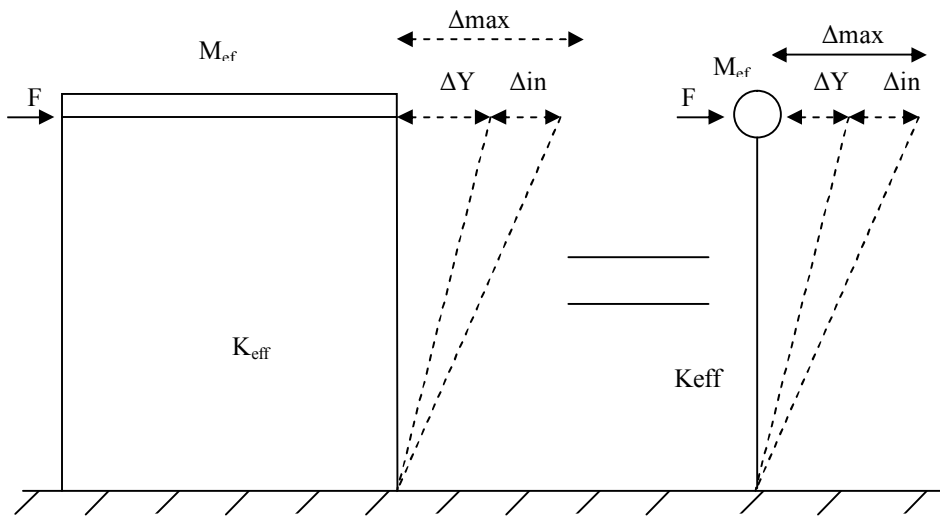


Fig. (VI-2): modélisation d'une structure à un degré de liberté

On a besoin d'un ensemble de spectres de déplacement élastiques pour différents niveaux d'amortissement visqueux (figure VI-3):

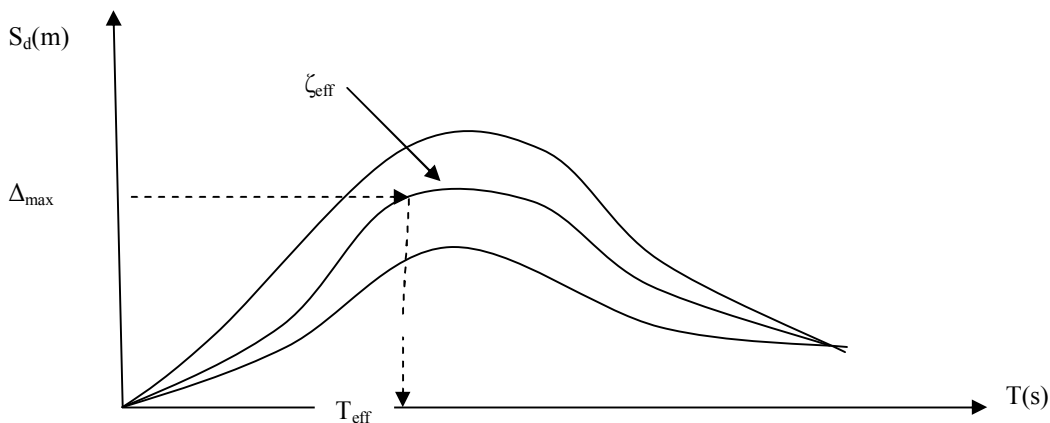


Fig. (VI-3): Spectres de déplacement élastiques de calcul

L'algorithme de la méthode est le suivant:

1. Estimer le déplacement limite (Δ_y) du système qui dépend des propriétés géométriques et matérielles
2. Choisir un déplacement inélastique maximal approprié (Δ_{in}) qui dépend de la capacité de déformation des éléments (niveau de ductilité).
3. Calculer le déplacement max (Δ_{max}), égal à la somme des deux déplacements précédents.
4. Choisir une valeur appropriée de l'amortissement effectif (ζ_{eff}) qui dépend du niveau de ductilité impliqué à l'étape 2.
5. La période effective (T_{eff}), correspondant à Δ_{max} et ζ_{eff} , est obtenue du spectre déplacement.
6. La rigidité effective du système est:

$$K_{eff} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot M_{eff}}{T_{eff}^2} \tag{VI-6}$$

7. La capacité de résistance à l'effort tranchant de base demandée est:

$$V_b = K_{eff} \cdot \Delta_{max}, \tag{VI-7}$$

où: K_{eff} est la rigidité lorsque la structure se comporte inélastiquement (figure VI-4).

8. Choisir les éléments structuraux pouvant assurer la résistance à l'effort tranchant V_b .

9. Répéter le processus jusqu'à ce que la période effective soit suffisamment proche de la période requise.

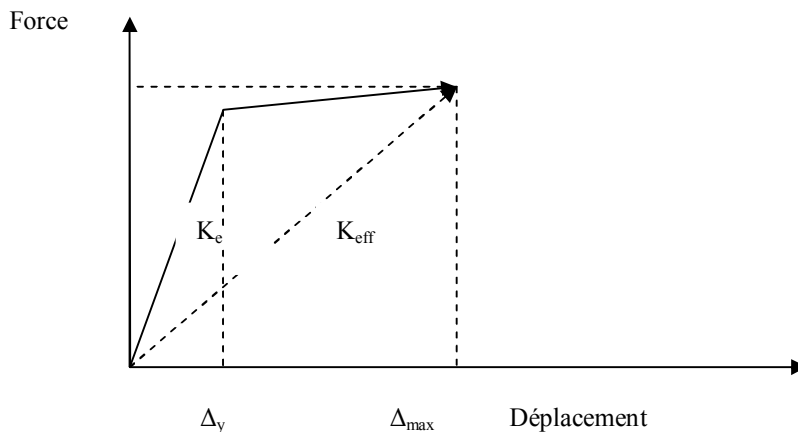


Fig. (VI-4): Rigidités élastique et effective

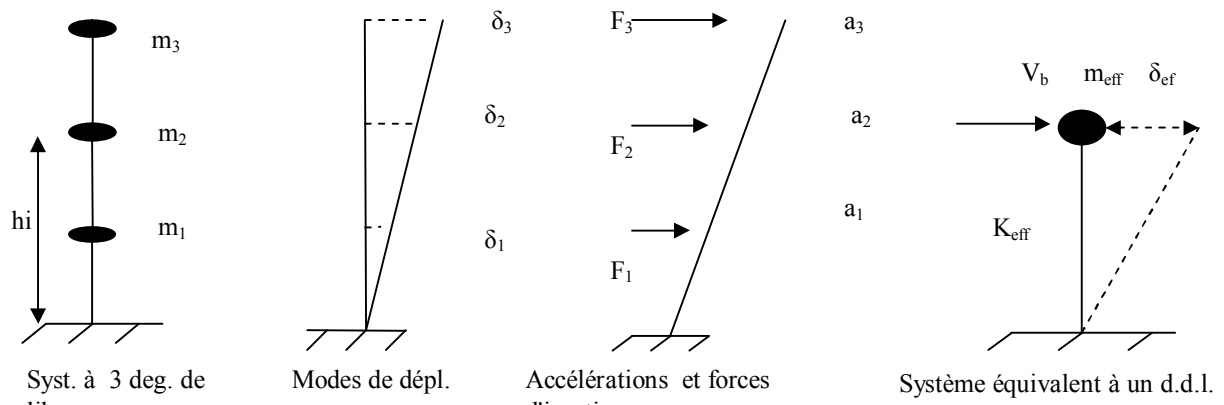


Fig. (VI-5): Système à 3 degrés de liberté et système équivalent à un degré de liberté.

VI-6-2) Système à plusieurs degrés de liberté:

Soit, par exemple, le système à 3 degrés de liberté de la figure (VI-5) auquel on applique la méthode des déplacements. Après l'avoir transformé en un système à un d.d.l. équivalent, sous certaines hypothèses, on utilise la méthode décrite précédemment pour un O.S.; puis, on revient au système initial à plusieurs d.d.l.

L'algorithme de calcul est le suivant:

1. Choisir une forme de déplacement initiale désirée δ_i
2. Choisir l'amortissement effectif (en fonction de μ et δ_i)
3. Déterminer le déplacement effectif:

$$\delta_{eff} = \frac{\sum m_i \cdot \delta_i^2}{\sum m_i \cdot \delta_i} \quad (VI-8)$$

4. Obtenir le profil normalisé:

$$C_i = \frac{\delta_i}{\delta_{eff}} \quad (VI-9)$$

5. Obtenir la masse effective:

$$M_{eff} = \sum m_i \cdot C_i \quad (VI-10)$$

6. Déterminer la période effective T_{eff} , à partir du spectre, correspondant à δ_{eff} et ζ_{eff} .

7. Obtenir K_{eff} de l'équation (VI-6)

8. Obtenir:

$$V_{b\ eff} = K_{eff} \cdot \delta_{eff} \quad (VI-11)$$

9. Obtenir les forces latérales agissant sur le système:

$$F_i = \frac{m_i \cdot \delta_i}{\sum m_j \cdot \delta_j} \cdot V_b \quad (VI-12)$$

Le calcul des éléments résistants de la structure est maintenant possible.

VI-7) Applications numériques:

Comme toutes les applications sont basées sur les R.P.A. (2003), il nous paraît utile de donner quelques informations sur ce code, particulièrement le spectre de calcul et la carte de zonage sismique.

VI-7-1) A propos des R.P.A. (2003)

7-1-1) Spectres de calcul

Les R.P.A. (2003) proposent trois approches de calcul des forces sismiques: la première (méthode statique équivalente) qui consiste à remplacer les forces dynamiques réelles agissant sur la structure par un système de forces statiques fictives supposées avoir les mêmes effets, la seconde (méthode d'analyse spectrale modale) où les forces sismiques sont calculées pour les modes de vibration les plus importants puis combinés pour obtenir la réponse maximale en utilisant une des combinaisons connues et la troisième qui calcule la réponse par intégration de l'équation du mouvement avec les accélérogrammes comme données et bien qu'elle soit la plus précise, elle est rarement utilisée car elle exige une analyse adéquate et des accélérogrammes appropriés. Les deux premières méthodes sont basées sur le concept de spectre de calcul.

Dans la " méthode statique équivalente", l'effort tranchant de base V_b est donné par l'équation (VI-13a)

$$V_b = \frac{ADQW}{R} \quad (\text{VI-13a})$$

où: A, D, Q, R et W sont, respectivement, le coefficient d'accélération de zone, le facteur d'amplification dynamique, le facteur de qualité, le facteur de comportement global et le poids total de la structure. Tous ces facteurs sont donnés par des tableaux appropriés en fonction de certains paramètres tels que: la zone sismique, le site, la géométrie, le système de contreventement...

Dans la méthode d'analyse spectrale modale, l'effort tranchant de base est donné par l'équation suivante:

$$V_b = M \cdot g \cdot \frac{S_a}{g} \quad (\text{VI-13b})$$

où: M est la masse totale et g l'accélération de la gravité

(S_a/g) qui représente le "spectre d'accélération normalisé", est donné par les équations suivantes:

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1.25 A \left[1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5 \eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right] & \text{si } 0 \leq T \leq T_1 \end{cases} \quad (\text{VI - 14a})$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 2.5 \eta (1.25 A) \frac{Q}{R} & \text{si } T_1 \leq T \leq T_2 \end{cases} \quad (\text{VI - 14b})$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 2.5 \eta (1.25 A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{2}{3}} & \text{si } T_2 \leq T \leq 3.0 s \end{cases} \quad (\text{VI - 14c})$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 2.5 \eta (1.25 A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{3}{T} \right)^{\frac{5}{3}} & \text{si } T \geq 3.0 s \end{cases} \quad (\text{VI - 14d})$$

où: T est la période fondamentale de la structure donnée par une équation empirique telle que (VI-2):

C_1 est un coefficient dépendant du système de contreventement et du type de remplissage

T_1 et T_2 sont les périodes caractéristiques dépendant du site (rocheux, ferme, meuble ou très meuble).

η est un facteur de correction de l'amortissement, donné en fonction du taux d'amortissement ζ par:

$$\eta = \sqrt{7/(2 + \zeta)} \geq 0.7 \quad (\text{VI-15})$$

7-1-2) Carte sismique

Le territoire Algérien est subdivisé en cinq zones sur la carte sismique (figure VI-6):

Zone 0 (sismicité négligeable) couvrant le grand Sud du pays (Sahara)

Zone I (sismicité faible) couvrant une bande de 400 km de large environ, au nord de la zone précédente

Zone II (sismicité moyenne) située entre la zone précédente et la mer Méditerranée, subdivisée en 2 zones:

Zone IIa et Zone IIb avec une sismicité en zone IIb plus élevée qu'en zone IIa.

Zone III (sismicité élevée) couvrant quelques régions de la zone précédente telle que Chlef et Boumerdes

VI-7-2) Modèles physique et dynamique appliqués

Le but de cette partie étant la comparaison entre deux procédures analytiques, les modèles géométrique et mécanique appliqués ont été choisis aussi simples que possible. Le modèle à plusieurs d.d.l. le plus simple disponible est le "shear building" précédemment défini qui est basé sur l'hypothèse de concentration des masses au niveau des planchers. En outre, la courbe charge-déformation a été idéalisée au modèle élasto-plastique parfait. D'autres modèles peuvent être utilisés pour décrire le comportement réel de la structure

VI-7-3) Données numériques

Pour raison de simplicité, les applications numériques ont été conduites sur des modèles réguliers en béton armé travaillant uniquement à l'effort tranchant, avec un système de contreventement constitué de quatre portiques autostables dans chaque direction et un nombre maximum d'étages égal à 3 (figureVI-7), suivant les recommandations des R.P.A. en zone IIa. La masse par niveau a été prise constante et égale à 20t et la flexibilité des diaphragmes négligée. Bien que les spectres basés sur un ensemble d'enregistrements spécifiques sélectionnés soient plus appropriés (Medhekar et Kennedy, 1998), les spectres déplacement utilisés sont ceux déduits des spectres accélération des R.P.A. (2003) pour un sol ferme et une zone de moyenne sismicité.

Le module d'élasticité longitudinale du béton a été pris égal à 34540 MPa (Cherait, 2006).

La demande de ductilité (μ) a été prise: $1 \leq \mu \leq 2$, 2 étant la plus grande valeur acceptable pour une structure en B.A. d'après N. Edjtemai (1981)

Les déplacements relatifs d'étage sont limités par les R.P.A. à 1% de la hauteur d'étage. Il est à noter que cette limite correspond au niveau de performance d'occupation immédiate (Djebbar et Chikh, 2007).

Enfin, la procédure de calcul est similaire à celle utilisée par Medhekar et Kennedy (1998).

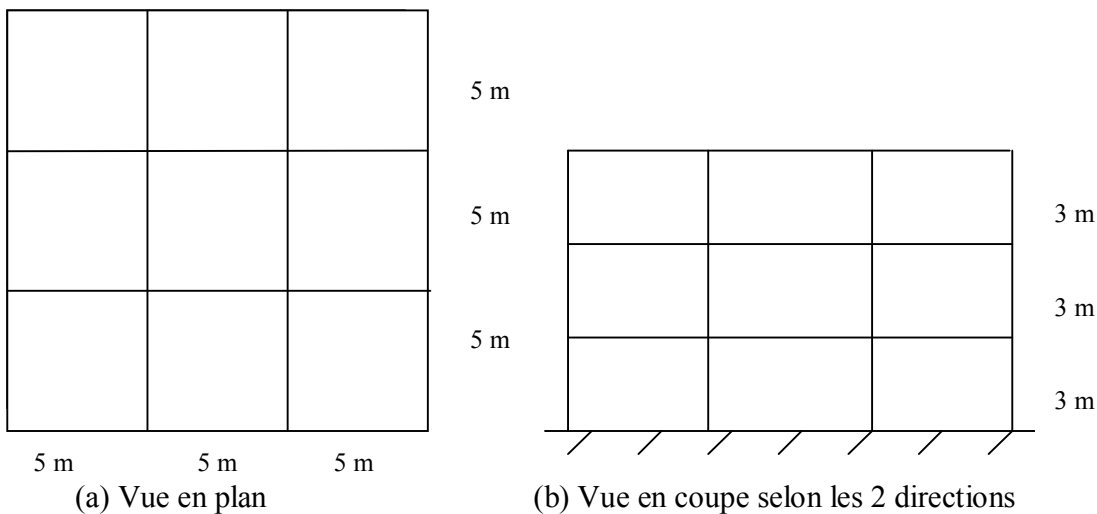


Fig. (VI-7): Disposition symétrique d'un bâtiment à 3 étages

VI-7-4) Méthode classique (méthode des forces)

7-4-1 Bâtiment à un étage (oscillateur simple)

a) Effort tranchant de base:

$A = 0.15$, $Q = 1.1$ et $R = 5$; $T_1 = 0.15$ s, $T_2 = 0.4$ s, $C_t = 0.05$ et $H_n = 3$ m, alors $T = 0.11$ s.

Pour $\zeta = 7\%$, $\eta = 0.88$; comme $0 < T < T_1$, l'Eq. (14a) donne $S_a / g = 0.11$ et l'Eq. (13b), $V_b = 21.6$ kN.

Si $\zeta = 5\%$, $\eta = 1$ et $S_a / g = 0.083$; alors $V_b = 16.3$ kN, et si $\zeta = 10\%$: $S_a / g = 0.07$, alors $V_b = 13.14$ kN

b) Vérification des déplacements:

Elle est faite pour le déplacement correspondant à la plus grande valeur de V_b (i.e. 21.6 kN):

La force agissant sur un poteau est 1350 N et la section min. de poteau en zone II_a est de 25 cm x 25 cm

La rigidité et le déplacement correspondants sont, respectivement, $K = 1249.28$ kN/m et $\Delta = 1.08$ mm.

Le déplacement maximal est $\Delta_{\max} = R \cdot \Delta = 5.4$ mm.

Ce dernier vérifie bien la condition des R.P.A.: $5.4 \text{ mm} \leq 1\% \text{ de } H (= 0.01 \times 3 \text{ m} = 30 \text{ mm})$.

c) Effet P- Δ :

La vérification de la condition (IV-39, § IV-6-3) pour la plus petite valeur de V_b (i.e. 13.14 kN) donne:

M.g. $\Delta_{\max} / H = 20000 \times 9.81 \times 0.001 / 3 < 0.1 \times 13140$ N. Donc, l'effet P- Δ n'est pas pris en compte

7-4-2) Bâtiment à 2 étages

a) Effort tranchant:

$T = 0.19$ s. Pour $\zeta = 5\%$, $V_b = 39$ kN; si $\zeta = 7\%$, $V_b = 35$ kN et si $\zeta = 10\%$, $V_b = 33$ kN

b) Distribution de la force sismique selon la hauteur:

$V_b = F_t + \sum F_i$, mais puisque $T < 0.7$ s, alors $F_t = 0$. et $V_b = \sum F_i$

$F_i = V_b \cdot W_i \cdot H_i / \sum W_j H_j$, avec: W_i, W_j : poids revenant aux planchers i, j et H_i : niveau du plancher i

$F_1 = 13.1$ kN et $F_2 = 26.16$ kN

c) Distribution horizontale des forces sismiques (au prorata des rigidités):

La force agissant sur un poteau est: F_{1i} (1^{er} étage) = $F_1 / 16 = 818.7$ N et F_{2i} (2^{ème} étage) = $F_2 / 16 = 1635$. N

d) Vérification des déplacements:

Selon les R.P.A., le déplacement inter-étages $\Delta_k = \delta_k - \delta_{k-1}$ doit être inférieur ou égal à 1% de H_k ,

avec $\delta_k = R \cdot \delta_{ek}$, où δ_{ek} : déplacement d'étage dû aux forces sismiques F_i et R : coefficient de comportement

$\delta_{e1} = 0.65$ mm et $\delta_{e2} = 1.31$ mm. Alors, $\delta_1 = 3.25$ mm, $\delta_2 = 6.56$ mm et $\Delta_1 = 3.25$ mm, $\Delta_2 = 3.31$ mm

1% de $H_k = 0.01 \times 3000$ mm = 30 mm. Donc, la condition est vérifiée.

e) Effet P- Δ : Il n'est pas pris en compte car:

$P_1 \cdot \Delta_1 / H_1 = 17.33$ N < 1047 N (= 0.1 F_1) et $P_2 \cdot \Delta_2 / H_2 = 17.67$ N < 2093 N (= 0.1 F_2).

7-4-3) Bâtiment à 3 étages

a) Effort tranchant:

$T = 0.05 (9)^{3/4} = 0.26$ s. Pour $\zeta = 5 \%$, $V_b = 59$ kN; si $\zeta = 7 \%$, $V_b = 53$ kN et si $\zeta = 10 \%$, $V_b = 47$ kN

b) Distribution de la force sismique selon la hauteur:

$F_1 = 9.81$ kN, $F_2 = 19.62$ kN et $F_3 = 29.43$ kN

c) Distribution horizontale des forces sismiques:

$F_{1i} = F_1 / 16 = 613.12$ N, $F_{2i} = F_2 / 16 = 1226.25$ N et $F_{3i} = F_3 / 16 = 1839.37$ N

d) Vérification des déplacements:

La condition des R.P.A. est satisfaite

e) Effet P- Δ :

Il n'est pas assez important pour être pris en compte.

VI-7-5) Méthode des déplacements

7-5-1) Bâtiment à un étage (oscillateur simple)

a) Niveau de ductilité = 2. avec $\Delta_y = 1$ cm

$\Delta_y = 1$ cm et $\Delta_{in} = 1$. $\Delta_y = 1$ cm; alors: $\Delta_{max} = \Delta_y + \Delta_{in} = 2$. $\Delta_y = 2$ cm

Selon Xue (2001), le modèle d'amortissement présenté par Iwan et Gates (Eq. VI-16) donne les résultats les plus précis pour les structures ayant un facteur de ductilité $\mu \leq 4$. :

$$\zeta_{eff} = 0.05 + 0.0587(\mu - 1)^{0.371} \quad (VI-16)$$

Pour $\mu = 2$, l'équation (VI-16) donne $\zeta_{eff} = 0.108$, alors $\zeta_{eff} = 10 \%$ (valeur communément utilisée).

$T_{eff} = 1.55$ s pour $\zeta_{eff} = 0.1$ et $\Delta_{max} = 2$ cm. $K_{eff} = 328.33$ kN/m (Eq. VI-6). Alors, $V_b = 6.57$ kN (Eq. VI-7).

La part d'effort tranchant par portique est $V_{b1} = V_b / 4 = 1642$ N et par poteau: $V_{b2} = V_{b1} / 4 = 411$ N.

La flèche Δ à l'extrémité libre d'une console où est appliquée une force statique F , est donnée par:

$$\Delta = \frac{Fl^3}{3EI} \quad (VI-17)$$

où: l , E et I sont, respectivement, la longueur, le module d'élasticité et le module d'inertie de la poutre

Par conséquent, le coefficient de rigidité correspondant est:

$$K = \frac{F}{\Delta} = \frac{3EI}{l^3} \quad (VI-18)$$

Alors, la rigidité requise est $K_r = 19250$ N/m; et par la suite, la période max requise est $T_r = 2.13$ s

La période effective n'étant pas assez proche de celle requise, le processus est répété à partir du début avec une nouvelle valeur $\Delta_y = 3.5$ mm. Alors, $\Delta_{max} = 7$ mm, $T_{eff} = 0.7$ s, $K_{eff} = 1609.8$ kN/m et $V_b = 11.3$ kN.

La période requise dans ce cas est $T_r = 0.93$ s et la différence avec la période effective est $\Delta T_1 = 0.23$ s.

b) Niveau de ductilité = 1.1 avec $\Delta_y = 5$ mm

$\Delta_{\max} = 1.1 \Delta_y = 5.5$ mm, alors $\zeta_{\text{eff}} = 0.07$ et $T_{\text{eff}} = 0.55$ s. Ainsi, $V_b = 14.34$ kN; $T_r = 0.73$ s et $\Delta T_1 = 0.18$ s.

c) Niveau de ductilité = 1. avec $\Delta_y = 5$ mm

$\Delta_{\max} = \Delta_y = 5$ mm, alors $\zeta_{\text{eff}} = 0.05$ et $T_{\text{eff}} = 0.5$ s. Ainsi, $V_b = 15.8$ kN; $T_r = 0.67$ s et $\Delta T_1 = 0.17$ s.

7-5-2) Bâtiment à 2 étages

a) Un niveau de ductilité de 2. au 1^{er} étage et de 1. au 2^{ème}, avec $\delta_{r1} = 3.5$ mm et $\delta_{r2} = 5$ mm

$\delta_{\text{eff}} = 10.16$ mm et $M_{\text{eff}} = 37.4$ t = 93 % M_t (M_t : masse totale). $T_{\text{eff}} = 0.92$ s pour $\zeta_{\text{eff}} = 0.1$ et $\delta_{\text{eff}} = 10.16$ mm.

Alors, $K_{\text{eff}} = 1743$. kN/m et $V_b = 18$. kN = effort tranchant sans effet P- Δ .

Force latérale de niveau F_i : $F_1 = 140 \times 18 / 380 = 6.63$ kN et $F_2 = 240 \times 18 / 380 = 11.37$ kN

Forces latérales équivalentes à l'effet P- Δ : $F_{1\Delta} = M_1.g. \delta_1 / H_1 = 0.46$ kN and $F_{2\Delta} = M_2.g. \delta_2 / H_2 = 0.40$ kN

Forces latérales totales y compris l'effet P- Δ : $F_{1t} = F_1 + F_{1\Delta} = 7.10$ kN et $F_{2t} = F_2 + F_{2\Delta} = 11.77$ kN

$T_r = 1.19$ s et $\Delta T_1 = 0.27$ s.

Tableau (VI-1): Forces latérales avec effet P- Δ , pour $\mu = 2.$ et 1, avec $\delta_{r1} = 3.5$ mm et $\delta_{r2} = 10$ mm

Etage	H_i (m)	M_i (t)	μ	δ_{ri} (mm)	δ_i (mm)	$M_i.\delta_i$ (t.mm)	$M_i.\delta_i^2$ (t.mm ²)	C_i	$M_i.C_i$ (t)	F_i (kN)	$F_{i\Delta}$ (kN)	F_{it} (kN)
1	3.	20.	2.	3.5	7.	140.	980.	0.69	13.8	6.63	0.46	7.1
2	6.	20.	1.	5.	12.	240.	2880.	1.18	23.6	11.37	0.4	11.77
Σ		40.				380.	3860.		37.4	18.		18.87

b) Ductilité uniforme de 1.1, avec $\delta_{r1} = 3.5$ mm et $\delta_{r2} = 5$ mm

$T_{\text{eff}} = 0.7$ s pour $\delta_{\text{eff}} = 7.75$ mm et $\zeta_{\text{eff}} = 7\%$, $K_{\text{eff}} = 2736.6$ kN/m et $V_b = 21.2$ kN. $T_r = 0.96$ s et $\Delta T_1 = 0.26$ s

c) Une ductilité uniforme de 1. sur toute la hauteur, avec: $\delta_{r1} = 5$ mm = δ_{r2}

$T_{\text{eff}} = 0.63$ s pour $\delta_{\text{eff}} = 8.33$ mm et $\zeta_{\text{eff}} = 5\%$, $K_{\text{eff}} = 3466.41$ kN/m, $V_b = 30$. kN. $T_r = 0.83$ s et $\Delta T_1 = 0.20$ s

7-5-3) Bâtiment à 3 étages

a) Ductilité uniforme de 1.5 sur toute la hauteur, avec: $\delta_{r1} = \delta_{r2} = \delta_{r3} = 3.5$ mm

$T_{\text{eff}} = 1.05$ s pour $\delta_{\text{eff}} = 12.25$ mm et $\zeta_{\text{eff}} = 10\%$. $K_{\text{eff}} = 1853$. kN/m, $V_b = 23$. kN, $T_r = 1.35$ s et $\Delta T_1 = 0.30$ s

b) Ductilité uniforme de 1.1 sur toute la hauteur, avec: $\delta_{r1} = \delta_{r2} = \delta_{r3} = 3.5$ mm

$T_{\text{eff}} = 0.78$ s pour $\delta_{\text{eff}} = 8.98$ mm et $\zeta_{\text{eff}} = 7\%$. $K_{\text{eff}} = 3345$. kN/m, $V_b = 30$. kN, $T_r = 1.03$ s et $\Delta T_1 = 0.25$ s

c) Ductilité uniforme de 1. sur toute la hauteur, avec: $\delta_{r1} = \delta_{r2} = \delta_{r3} = 3.5$ mm

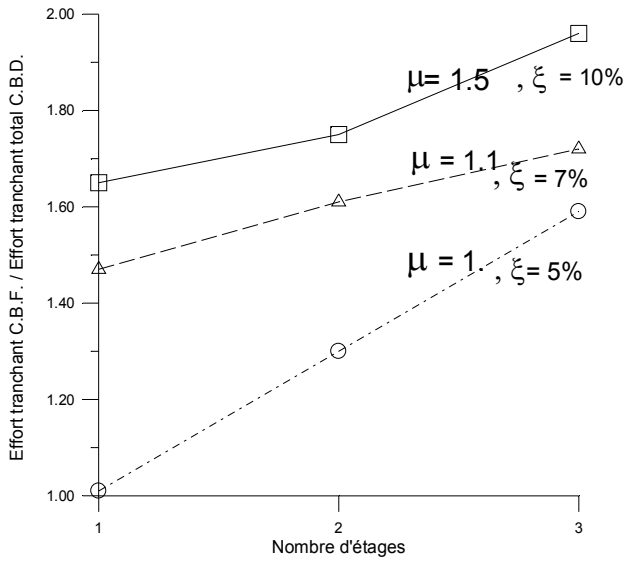
$T_{\text{eff}} = 0.7$ s pour $\zeta_{\text{eff}} = 0.05$ et $\delta_{\text{eff}} = 9.12$ mm. $K_{\text{eff}} = 3980$ kN/m, $V_b = 36.3$ kN, $T_r = 0.92$ s $\Delta T_1 = 0.21$ s

7-5-4) Résumé des principaux résultats

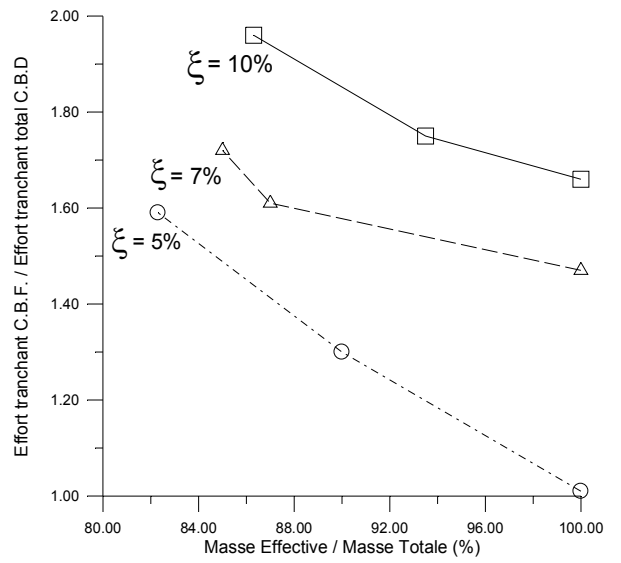
En vue de faire une comparaison entre les deux méthodes, les principaux résultats sont regroupés au tableau (VI-2) puis schématisés sur les figures (VI-8) et (VI-9).

Tableau (VI-2): Principaux résultats pour les deux méthodes

Taux d'amort ζ (%)	Nomb. d'étages	Plan cher	Méthode des forces		Méthode des déplacements						
			T (kN)	Effort tranch ^t V_{bF} (kN)	Niveau de ductilité μ	T_{eff} (s)	Eff. tr. V_{bD} (kN)	Force totale F_t (kN)	Période requise T_r (s)	Taux V_{bF}/F_t	
5	1	1	0.11	16.3	1.	0.50	15.8	16.13	0.67	1.01	
		2	0.19	39.	1.	0.63	30.	30.66	0.83	1.3	
	3	1	0.26	59.	1.	0.71	36.3	37.15	0.92	1.59	
		2			1.						
		3			1.						
	7	1	1	0.11	21.6	1.1	0.55	14.3	14.70	0.73	1.47
			2	0.19	35.	1.1	0.7	21.2	21.75	0.96	1.61
		3	1	0.26	53.	1.1	0.78	30.	30.75	1.03	1.72
			2			1.1					
3			1.1								
10		1	1	0.11	19.6	2.	0.70	11.8	11.8	0.93	1.66
			2	0.19	33.	1.	0.92	18.	18.87	1.19	1.75
		3	1	0.26	47.	1.5	1.05	23.	24.02	1.35	1.96
			2			1.5					
	3		1.5								

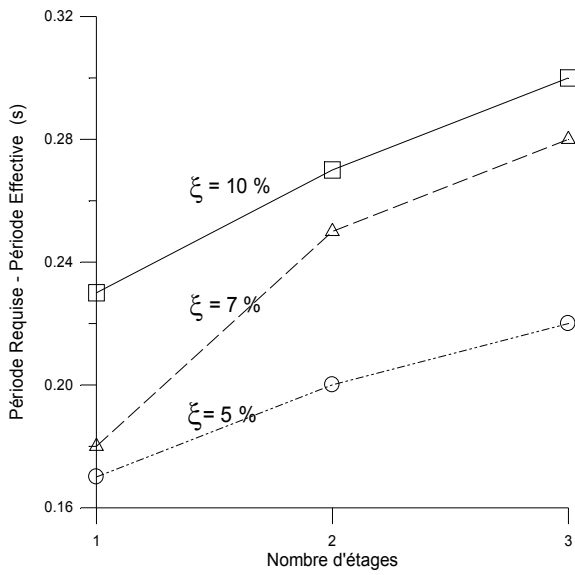


(a) Effet du nombre d'étages

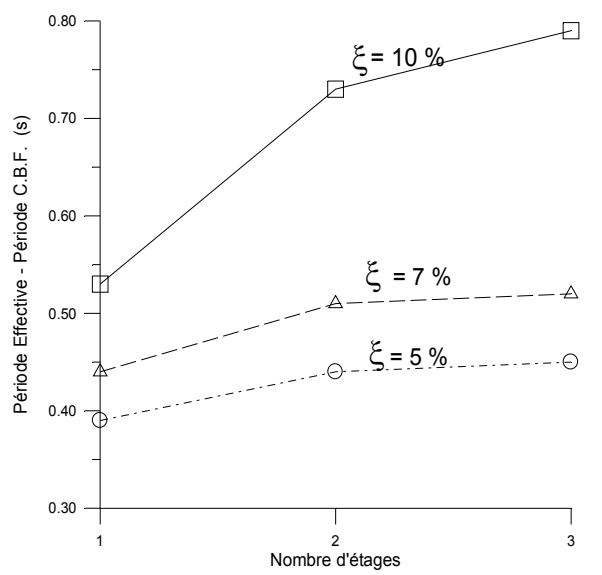


(b) Effet du rapport M_{eff} / M_t

Fig. (VI-8): Effets du nombre d'étages et du rapport M_{eff} / M_t sur les efforts tranchants



(a) Période requise – Période effective



(b) Période C.B.D. – Période C.B.F.

Fig. (VI-9): Différences entre les périodes en fonction du nombre d'étages

CINQUIEME
PARTIE:

APPLICATIONS
ET
RESULTATS

CHAPITRE-VII: Applications et Résultats

VII-1) Deuxième Partie: Systèmes à Un Degré de Liberté

VII-1-1) Données Numériques:

1-1-1) Caractéristiques numériques de l'oscillateur:

1-1-1-1) Période propre de vibration:

Les périodes propres ont été considérées dans la gamme: $0.05 \text{ s} < T < 10 \text{ s}$.

Cette gamme est assez significative puisqu'elle englobe aussi bien les constructions souples que rigides.

1-1-1-2) Taux d'amortissement critique:

Les valeurs suivantes de taux d'amortissement critique ont été considérées: $\xi = 0, 0.05$ et 0.1 .

Il est à noter que ces valeurs couvrent la gamme des amortissements qu'on attribue aux structures existantes ou qui sont souvent recommandées (Edjtemai, 1981 et Chopra, 2001).

1-1-1-3) Facteur de ductilité:

Les réponses élasto-plastiques ont été étudiées pour des valeurs communément utilisées: $\mu = 1, 2$, et 4 .

1-1-1-4) Limite élastique:

Nous avons vu en (IV-3) que chacun des deux modèles de rigidité considérés (élasto-plastique et à rigidité dégradée) était défini par trois paramètres dont le déplacement élastique maximal U_y auquel correspond la force élastique maximale R_y . Trois valeurs ont été considérées pour cette dernière: $R_y = 0.5, 1$ et 1.5

1-1-2) Charges sismiques:

Les accélérogrammes utilisés sont ceux relatifs à: Chlef1NS, Chlef2NS, Chlef2WE, Attaf.NS et El Centro.

VII-1-2) Programmation Informatique:

Trois types de programmes ont été développés en langage Fortran, permettant de calculer:

- La réponse élastique, par l'intégrale de Duhamel, pour ξ donné et en fonction de T
- La réponse non linéaire dans le cas élasto-plastique parfait pour une limite élastique (R_y) donnée
- La réponse non linéaire dans le cas élasto-plastique parfait pour une ductilité (μ) donnée

Ces programmes, qui ne sont en fait qu'une reformulation adaptée de programmes similaires développés par Paz (1985) et Edjtemai (1981), peuvent donner, en plus de l'histoire complète de la réponse en fonction du temps, la réponse dynamique maximale de l'oscillateur et l'énergie emmagasinée.

La fiabilité des résultats fournis par ces programmes et par là, la validité de ces derniers, a été confirmée par comparaison à des exemples numériques disponibles (Edjtemai, 1981 ; Paz, 1985 et Brahim, 1989).

Ces programmes sont donnés en Annexe 2.

VII-1-3) Applications et Résultats:

1-3-1) Réponses Temporelles:

1-3-1-1) Réponse élastique:

La comparaison des réponses relatives à deux excitations proportionnelles $\ddot{X}_s(t)$ et $\alpha \cdot \ddot{X}_s(t)$ a montré que le spectre élastique relatif à cette dernière pouvait s'obtenir en multipliant par α les ordonnées du spectre relatif à $\ddot{X}_s(t)$ comme conséquence de la proportionnalité dans le domaine élastique (Annexe 3, Tabl. A3-1)

1-3-1-2) Réponse élasto-plastique:

Ces mêmes calcul et comparaison dans le domaine élasto-plastique ont permis de voir que la propriété de proportionnalité qui était valable pour le domaine élastique ne l'était plus ici (Annexe. 3, Tabl. A3-1).

Enfin, la comparaison des réponses élastique et élasto-plastique dans le temps (Annexe 3, figure A3-2), a permis de vérifier que l'égalité des déplacements était valable jusqu'au premier déplacement maximal et qu'au delà les courbes s'écartaient de plus en plus, surtout pour les périodes courtes. Ainsi, le critère de l'égalité des déplacements ne peut-il être appliqué, de manière correcte, qu'aux systèmes à basse fréquence. Tout ceci démontre la particularité du calcul non linéaire et de là, sa nécessité.

1-3-2) Spectres de réponse:

1-3-2-1) Spectre élastique:

Le tracé de $S_v = f(T)$, pour les valeurs de ξ précédemment citées en (VII-1-1-2), a permis de voir directement l'effet de l'amortissement traduit par une tendance à limiter la réponse dynamique des structures soumises au séisme, particulièrement autour des fréquences dominantes (zone centrale du spectre). Ceci d'une part; d'autre part, la comparaison entre le spectre élastique d'un séisme -Ch1NS en l'occurrence- et le spectre moyen de quatre séismes similaires (Attaf, Ch1NS, Ch2NS et Ch2WE) a montré que ce dernier était plus doux et étalé tout en gardant la même allure (Annexe 3, figures: A3-3a et A3-3b).

Ce résultat, ajouté au précédent, explique la modélisation de la zone centrale du spectre par un segment horizontal étant donné que l'amortissement et la moyenne tendent à éliminer les pics dans cette zone.

Le tracé des spectres de déplacement $S_d = f(T)$ et d'accélération $S_a = f(T)$, pour différentes valeurs de ζ et différents accélérogrammes a mis en évidence l'existence d'asymptotes à ces deux spectres qui ne dépendaient ni de la forme du séisme ni de l'amortissement de la structure (Annexe 3, figure A3-4)

En outre, la comparaison entre S_a (accélération spectrale) et $\ddot{X}_{t_{max}}$ (accélération instantanée maximale) pour $\zeta = 5\%$ (Annexe 3, figure A3-5a) a montré que l'écart entre les deux est négligeable, S_a et $\ddot{X}_{t_{max}}$ étant égaux pour un système non amorti.

Quant à S_v (vitesse spectrale) et \dot{X}_{max} (vitesse instantanée max), le tracé montre que les deux courbes sont presque confondues pour les fréquences $f \geq 1.Hz$ (ou $T \geq 1$ s) et que l'écart le moins important a lieu là où les courbes sont à leur maxima (Annexe 3, figure A3-5b).

1-3-2-2) Spectre élasto-plastique

Le tracé et la comparaison des spectres de déplacement $S_d = f(T)$, élastique et élasto-plastique, pour différents ζ , ont montré que la première zone ($T \geq 2.5$ s) était véritablement la seule zone où le critère d'égalité des déplacements était valable, ceci indépendamment du facteur de ductilité (Ann. 3, fig. A3-6). Cela confirme le résultat précité en (VII-1-3-1-2) pour la réponse temporelle.

Enfin, le tracé de S_a en fonction de μ a montré que lorsque μ augmentait S_a diminuait (donc $F_{max} = M.S_a$ diminuait par conséquent), ce qui met en évidence l'effet favorable de la ductilité sur la résistance des structures (Annexe 3, figure A3-7a). Cet effet comparé à celui de l'amortissement (Ann. 3, fig: A3-7b) paraît plus important. Si on ajoute à cela le fait que l'énergie dissipée par l'amortissement visqueux est plus faible que celle dissipée par la plastification (Paz, 1985), on conçoit mal l'assimilation de l'effet des déformations plastiques à celui d'un amortissement visqueux équivalent comme on est souvent tenté de faire.

VII-2) Troisième Partie: Systèmes à Plusieurs Degrés de Liberté

VII-2-1) Données Numériques:

2-1-1) Caractéristiques numériques de l'oscillateur multiple: $0.1 \text{ s} < T < 10 \text{ s}$ et $\xi = 0, 5$ et 10%

2-1-2) Charges sismiques:

Afin de pouvoir comparer avec les résultats de Edjtemai (1981), les réponses élastique et élasto-plastique ont été calculées pour une structure à 3 degrés de liberté supposée soumise au séisme de Port Hueneme (Californie, 18 Mars 1957) qui présente la particularité d'être de configuration simple et de durée courte tout en étant relativement intense (Annexe. 3, figure A3-8a).

VII-2-2) Programmes Informatiques:

Deux types ont été utilisés pour calculer la réponse élastique et élasto-plastique (Annexe 2).

VII-2-3) Résultats:

2-3-1) Cas élastique:

En examinant les courbes de déplacement relatif max telles qu'en (figure A3-8b), on peut remarquer que la courbe du premier étage tend vers le déplacement max du sol sur la zone extrême droite des périodes longues alors que les autres courbes tendent vers zéro. Cela montre que dans les structures souples, l'énergie communiquée par le séisme est en grande partie absorbée par le premier étage. Le manque de rigidité de ce dernier n'est pas sans danger sur la structure.

2-3-2) Cas élasto-plastique:

Sur les courbes de la figure (A3-9), on voit que la ductilité imposée à certains étages dépasse la ductilité admissible (disponible) de la structure. En particulier, on observe une localisation des déformations plastiques (ductilité importante) dans l'un des étages alors que les ductilités des autres restent admissibles. Ce schéma de plastification qui ne concerne qu'un seul degré de liberté, ne traduit pas correctement le comportement réel des oscillateurs multiples face aux séismes dont les actions conduisent en général à des plastifications localisées. Ceci prouve que l'analyse modale, si efficace dans le domaine linéaire, ne l'est plus dans le domaine non linéaire. Une méthode alternative a été proposée par Edjtemai (1981); mais, sa complexité d'une part et l'exigence de certains coefficients de sécurité d'autre part, la rendent pratiquement inapplicable. Le calcul par les méthodes directes semble inévitable.

VII-3) Quatrième Partie: Méthode des Déplacements

VII-3-1) Données Numériques

La C.B.D. a été introduite par application à des bâtiments réguliers en B. A. à 1, 2 et 3 étages, en utilisant les spectres des R.P.A. Des structures plus complexes peuvent être étudiées avec la même procédure.

VII-3-2) Résultats et Commentaires

Les résultats suivants peuvent être cités:

- La C.B.D. est une procédure de calcul simple et efficace.
- Les résultats de la C.B.D. présentent un écart remarquable avec ceux de la C.B.F., qui croît avec le nombre d'étages, avec le taux d'amortissement et avec la ductilité. Cela est certainement dû au manque de précision de la C.B.F. comme à celui de la C.B.D., notamment au niveau de la définition des paramètres de la structure substituée, en particulier le déplacement maximum, le niveau de ductilité et l'amortissement visqueux équivalent qui en dépend.
- La masse effective utilisée dans la C.B.D. comparée à la masse totale peut donner une idée de la précision de cette méthode: plus le rapport $M_{\text{eff}}/M_{\text{tot}}$ est proche de 1, plus les résultats sont précis.

C
O
N
C
L
U
S
I
O
N

CONCLUSION

La Dynamique non linéaire des systèmes à plusieurs degrés de liberté, notamment sous l'action sismique, est un sujet d'actualité aussi important que vaste qui mérite l'attention des spécialistes du génie sismique.

Cette thèse a mis l'accent sur certains points essentiels du sujet tels que le calcul non linéaire, la plasticité des structures et sa relation avec le calcul des dommages, les spectres de réponse, l'étude non déterministe avec ce qu'il faut comme simulation numérique de séismes artificiels, la méthode des déplacements, ...etc.

Les applications nécessaires ont été faites sur des modèles simples car le but est en général démonstratif ou comparatif, des modèles plus complexes pourraient être envisagés.

Les résultats qui en découlent permettent de tirer les conclusions suivantes :

1. Les codes parasismiques doivent être constamment revus de près. Certaines défaillances, au niveau du spectre de calcul des R.P.A. par exemple, sont déjà à signaler.
2. Le calcul numérique exact (calcul temporel) est préférable, comme en élasticité, pour l'établissement des spectres de réponse élasto-plastiques applicables au dimensionnement parasismique des structures.
3. L'analyse non déterministe doit être encouragée dans le cas des structures soumises à l'action sismique qui est de nature aléatoire. Le manque d'enregistrements réels sur le site peut être pallié par la simulation numérique de séismes artificiels.
4. L'effet favorable des déformations plastiques ne doit pas être négligé dans le comportement des structures ductiles.
5. L'étude des paramètres structuraux tels que: période propre, ductilité et énergie dissipée ouvre une voie intéressante dans l'analyse de dommage et la définition d'états limites plus appropriés.
6. L'analyse modale des systèmes à plusieurs degrés de liberté n'étant pas efficace dans le domaine non linéaire, le calcul par les méthodes directes semble inévitable
7. La conception basée sur les déplacements est une procédure simple et efficace qui ne nécessite ni équation empirique ni coefficient arbitraire et qui permet de prendre en considération les déformations des éléments secondaires et tenir compte de l'effet P- Δ . Elle pourrait être, dans l'avenir, une alternative fiable à la méthode classique sous réserve de résoudre certains problèmes, en particulier ceux relatifs à:
 - L'estimation du déplacement cible et de l'amortissement effectif
 - L'évaluation de la ductilité de la structure et sa relation avec l'amortissement
 - la détermination des seuils de dommage pour les éléments structuraux communs
 - L'établissement de spectres déplacement appropriés pour l'usage en calcul sismique.

A

N

N

E

X

E

S

ANNEXES

Annexe 1: Traitement d'une Anomalie dans le Spectre de Calcul des R.P.A.

A1-1: Introduction

Le spectre spécifique de calcul sismique proposé par les R.P.A. semble présenter une anomalie en comparaison avec les spectres sismiques règlementaires à travers le monde ainsi qu'avec les spectres issus du calcul direct, spécialement au niveau de la première branche du spectre, correspondant à la gamme des périodes courtes, qui est représentée par une ligne décroissante alors qu'elle devrait être croissante.

A1-2: Spectre sismique de calcul d'après les RPA 2003

Le spectre de calcul (S_a/g) est représenté par les équations suivantes:

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1.25A \left[1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5 \eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right] & \text{si } 0 \leq T \leq T_1 \end{cases} \quad (\text{A1 - 1a})$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 2.5 \eta (1.25 A) \frac{Q}{R} & \text{si } T_1 \leq T \leq T_2 \end{cases} \quad (\text{A1 - 1b})$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 2.5 \eta \cdot (1.25 A) \cdot \left(\frac{Q}{R} \right) \cdot \left(\frac{T_2}{T} \right)^{\frac{2}{3}} & \text{si } T_2 \leq T \leq 3.0 \text{ s} \end{cases} \quad (\text{A1 - 1c})$$

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 2.5 \eta \cdot (1.25 A) \cdot \left(\frac{Q}{R} \right) \cdot \left(\frac{T_2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{T} \right)^{\frac{5}{3}} & \text{si } T > 3.0 \text{ s} \end{cases} \quad (\text{A1 - 1d})$$

où: T est la période fondamentale de la structure donnée par l'équation empirique suivante:

$$T = C_t \cdot (H_n)^{3/4} \quad (\text{A1-2})$$

$T_1 = 0.15$ s dans tous les cas tandis que T_2 dépend du type de sol ($T_2 = 0.4$ s pour sol ferme)

C_t dépend du type de contreventement et H_n est la hauteur totale

η est un facteur de correction d'amortissement donné par l'équation (A1-3):

$$\eta = \sqrt{7/(2+\zeta)} \geq 0.7 \quad (\text{A1-3})$$

où ζ est le pourcentage d'amortissement critique

A est le coefficient d'accélération de zone, donné par le tableau (A1-1):

Tableau (A1-1): Valeurs du coefficient d'accélération de zone, A

Groupe d'usage	Zone			
	I	II _a	II _b	III
1A	0.12	0.25	0.30	0.40
1B	0.10	0.20	0.25	0.30
2	0.08	0.15	0.20	0.25
3	0.05	0.10	0.14	0.18

Q est le facteur de qualité dépendant de la géométrie et de la qualité de contrôle de la construction. Les valeurs de Q étant comprises dans l'intervalle (1, 1.35), la valeur moyenne est 1.175.

R est le coefficient de comportement global de la structure (tableau A1-2):

Tableau (A1-2): Valeurs du coefficient de comportement, R

Type de contreventement	Portiques auto stables sans remplissage en maçonnerie rigide	Portiques contreventés par des voiles	Portiques auto stables avec remplissage en maçonnerie rigide	Console verticale à masses réparties
R	5	4	3.5	2

A1-3: Anomalie du Spectre Sismique Algérien de Calcul

Pour application, deux cas ont été considérés, avec $T_2 = 0.4s$ (sol ferme), $Q = 1.175$ et $\zeta = 5\%$

Premier cas: $A = 0.08$ et $R = 4$. Deuxième cas: $A = 0.2$ et $R = 3.5$

La comparaison du spectre des R.P.A. avec d'autres spectres réglementaires à travers le monde a montré une anomalie dans le spectre Algérien, précisément au niveau de la première branche correspondant à l'équation (A1-1a): la courbe est une ligne décroissante dans le spectre Algérien (figure A1-1) alors que c'est une ligne croissante dans les autres spectres (figures A1-2a, A1-2b, A1-2c et A1-2d). Ces quatre dernières figures représentent, respectivement, les spectres EC8 (Type I), UBC 97, NEHRP 97 et Chinois, pour un amortissement de 5%

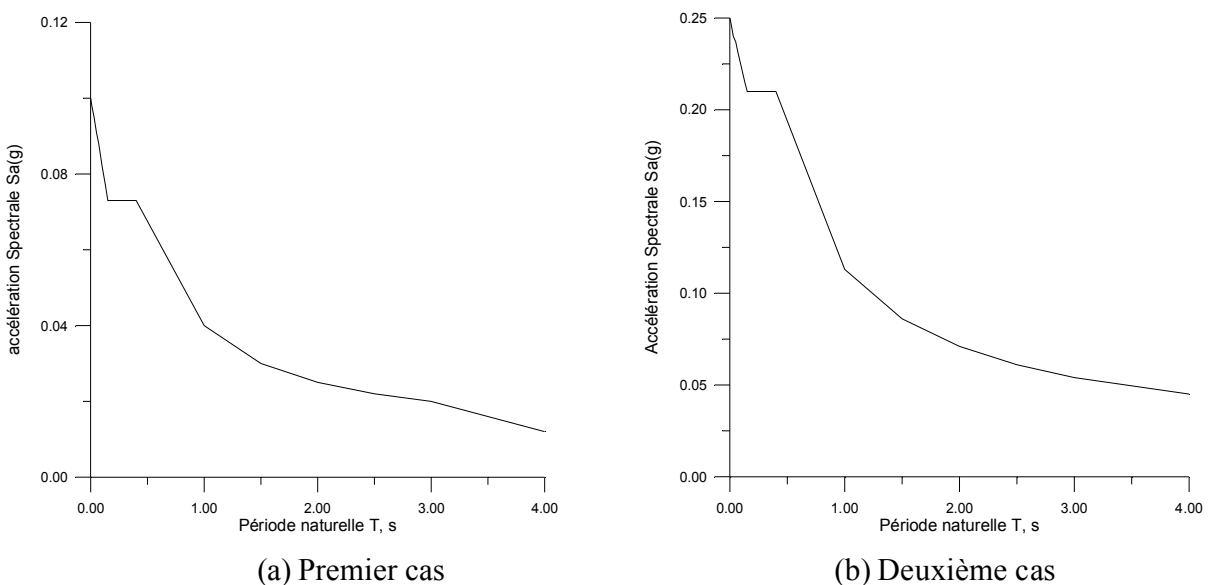


Fig. (A1-1): Spectres RPA pour $\xi = 5\%$

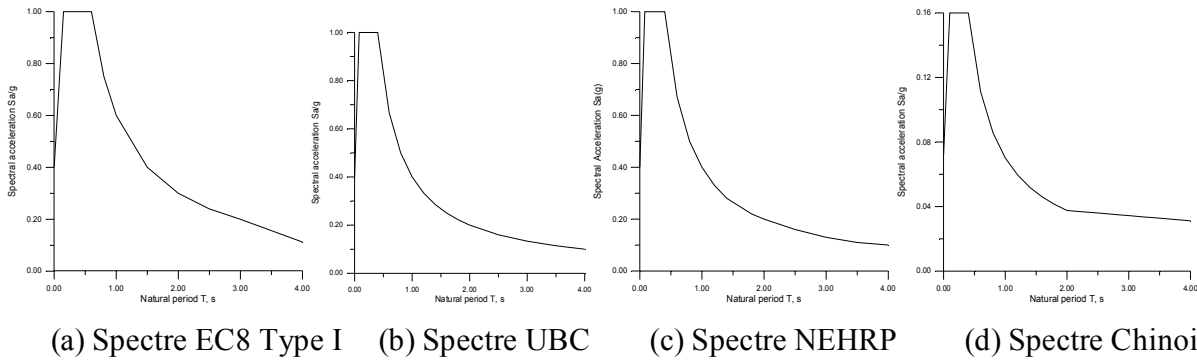


Fig. (A1-2): Spectres de calcul EC8 Type I, UBC 97, NEHRP 97 et Chinois pour $\xi = 5\%$

En outre, cette anomalie est confirmée par la construction de spectres accélération à l'aide de méthodes numériques et d'accélérogrammes réels. Sur ces spectres (figure A1-4), on peut aisément noter que, sur la première partie de la courbe correspondant à l'intervalle de périodes (0-T1), qui est approximativement une ligne droite, l'accélération spectrale est croissante et que lorsque $T \rightarrow 0$, S_a tend vers l'accélération maximale du sol $|\ddot{X}_s \max|$ ou PGA. Ce dernier constat est dû au fait que pour un oscillateur infiniment rigide, le déplacement relatif est nul ce qui fait que le déplacement total et l'accélération totale sont égaux à ceux du sol (Haikal, 2003). Ce fait peut être illustré par la considération des limites des spectres de réponse, comme suit:

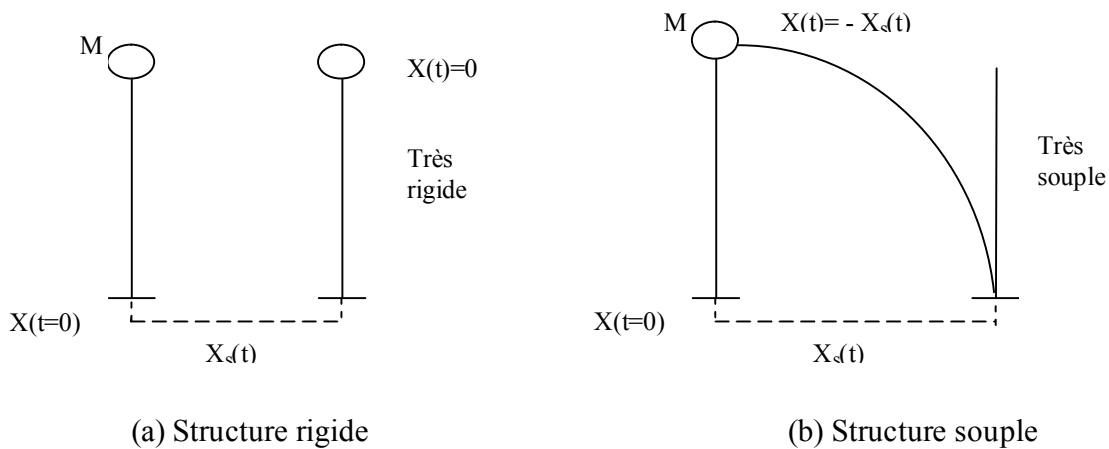


Fig. (A1-3): Limites des spectres de réponse

$$\ddot{X}_a + 2\xi\omega\dot{X} + \omega^2 X = 0 \qquad \ddot{X}_a + 2\xi\omega\dot{X} + \omega^2 X = 0$$

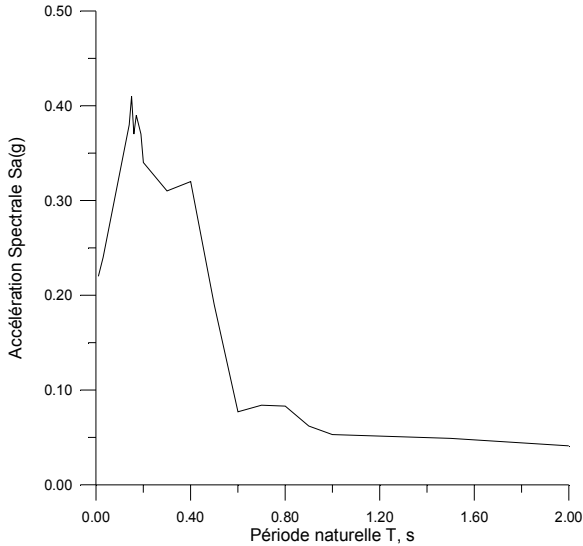
$$X = 0 \Rightarrow \ddot{X}_a = \ddot{X}(t) + \ddot{X}_s(t) = \ddot{X}_s(t) \qquad \dot{X}(t) = -\dot{X}_s(t) \Rightarrow X(t) = -X_s(t)$$

où: $X, \dot{X}, \ddot{X}, \ddot{X}_a, X_s$ et \ddot{X}_s sont respectivement: les déplacement, vitesse et accélération relatifs, l'accélération absolue, le déplacement du sol et l'accélération du sol.

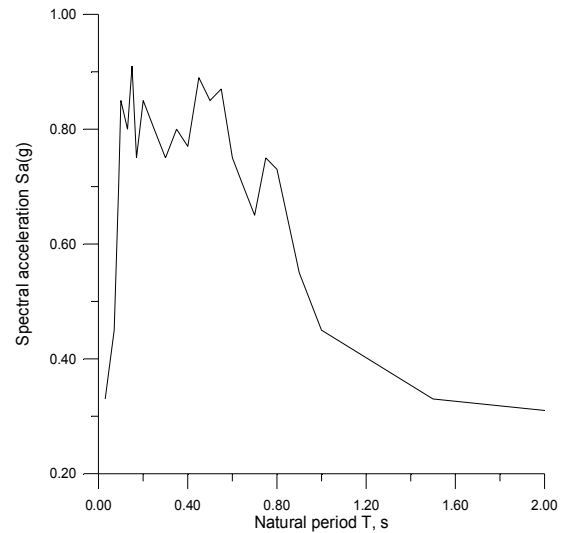
Si la structure est très rigide (i.e. T très faible), la masse suit pratiquement le mouvement du sol de sorte que son accélération relative est nulle.

Si la structure est très souple (T très élevée), c'est la base de la structure qui suit le mouvement du sol sans que la masse ne se déplace, de sorte que son accélération relative est égale à l'accélération du sol. Ainsi, dans tous les cas, l'accélération relative ne dépasse pas l'accélération maximale du sol et, par conséquent:

$$\frac{S_a}{g} \leq |\ddot{X}_s \text{ max}|, \text{ pour toute valeur de } T \text{ (Haikal, 2003).}$$



(a) Spectre pour le séisme de Chlef



(b) Spectre pour le séisme d'El Centro

Fig. (A1-4): Spectres de réponse élastiques pour les séismes de Chlef et El Centro avec $\xi = 5\%$

A1-4: Analyse de l'anomalie

Pour que la première branche du spectre soit une ligne croissante, la pente obtenue par dérivation de l'équation (A-1a) en fonction de la période doit être positive, ce qui conduit à:

$$R_{\max} = 2.937 \eta \cdot Q \quad (\text{A1-4})$$

Pour $Q = 1.175$ et $\zeta = 5\%$ (i.e. $\eta = 1$), $R_{\max} = 2.937$. Cela veut dire que l'anomalie a lieu pour tous les cas du tableau sauf celui qui correspond à $R = 2$.

Ce constat est confirmé par les exemples donnés précédemment (figure A1-1).

A1-5: Formule Proposée

La formule proposée est basée sur les considérations suivantes:

- la partie du spectre correspondant à cette formule doit être une ligne croissante.
- Sur cette branche, lorsque $T \rightarrow 0$, S_a tend vers le PGA, comme il a été mentionné précédemment.
- La moyenne des PGA max enregistrés jusqu'à présent en Algérie est de 0.48 g (Pelaez et al, 2005).
- A cause de la continuité de la courbe spectrale, la valeur de S_a obtenue à l'aide de l'équation (A1-1a) doit être la même que celle donnée par l'équation (A1-1b) et ce pour $T = T_1$.

Ainsi, au lieu de l'équation (A1-1a), la formule proposée pour la première branche est la suivante:

$$\frac{S_a}{g} = 1.25 \cdot A \cdot \left[1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5\eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right] + \alpha \cdot (T_1 - T) \quad \text{si } 0 \leq T \leq T_1 \quad (\text{A1-5})$$

Où α est un paramètre tenant compte du fait que $\frac{S_a}{g} = PGA$ pour $T = 0$. Il est donné par l'équation (A1-6):

$$\alpha = \frac{PGA - 1.25A}{T_1} \quad (\text{A1-6})$$

Pour avoir une ligne croissante, la pente obtenue en dérivant l'équation (A1-5) par rapport à T doit être positive, ce qui conduit à:

$$\frac{1.25A}{T_1} \left(2.5\eta \frac{Q}{R} - 1 \right) - \alpha > 0 \quad (\text{A1-7})$$

En utilisant simultanément les équations (A1-6) et (A1-7) pour $T_1 = 0.15$ et $Q = 1.175$, l'inégalité précédente (A1-7) conduit à:

$$R_{max} = 3.67 \cdot \eta \cdot \frac{A}{PGA} \quad (\text{A1-8})$$

En prenant $PGA = 0.8 A$ (i.e. $\alpha = -3.A$), on obtient:

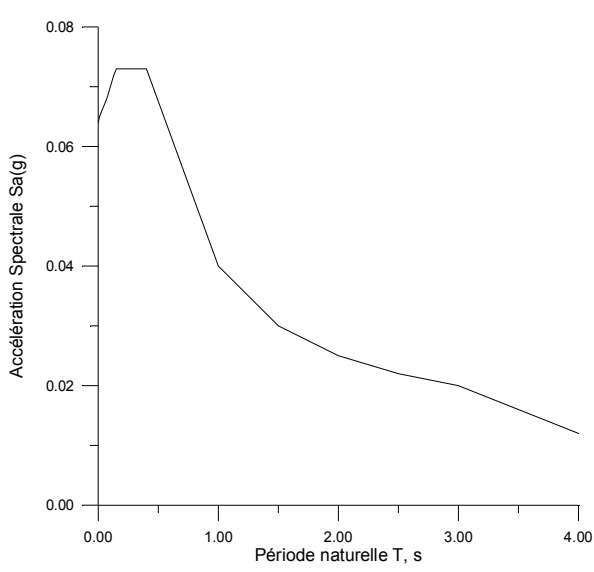
$$R_{max} = 4.59 \eta \quad (\text{A1-9})$$

Les valeurs de R_{max} correspondant à $\zeta = 5\%$ et $\zeta = 7\%$ sont, respectivement, $R_{max} = 4.59$ et $R_{max} = 4.03$.

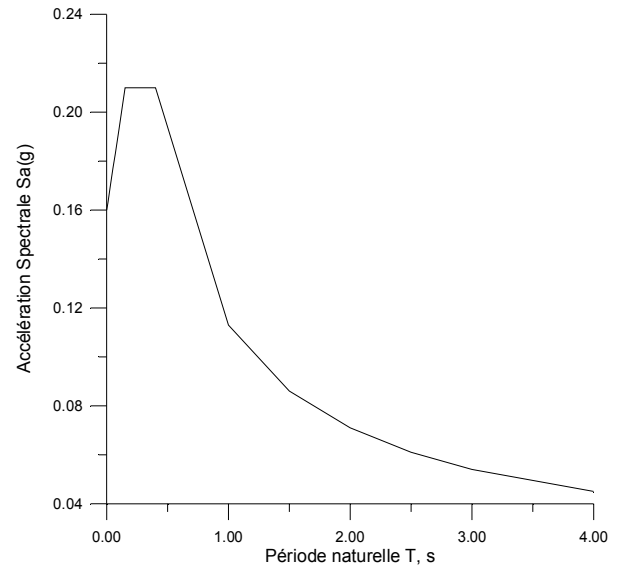
Ainsi, la condition de l'inégalité (A1-7) est satisfaite pour toutes les valeurs données au tableau (A1-2) sauf pour $R = 5$. Cependant, cette valeur semble excessive selon une étude du facteur de réduction menée récemment par Djebbar et al (2009) qui ont montré que la valeur recommandée par les R.P.A. pour l'intervalle des périodes courtes, correspondant aux structures hautement ductiles ($\mu \geq 4$, $R = 5$), n'est pas appropriée et qu'elle doit être réduite. Ce fait peut être appuyé par la conclusion à laquelle ont abouti les travaux de Lam et al (1998) selon quoi "un facteur de réduction d'environ 2.25 dans le domaine des périodes courtes pourrait résulter en une demande de ductilité contrôlée sur la structure sous excitation sismique".

Finalement, si la valeur $R = 5$ est exclue pour la première branche correspondant au domaine des périodes courtes, la valeur maximale proposée par les R.P.A. est $R = 4$. Ainsi, la condition de l'inégalité (A1-7) est satisfaite dans tous les cas possibles, même pour $\zeta = 7\%$ (i.e. $\eta = 0.88$) qui est la plus grande valeur préconisée par les R.P.A. dans le cas des portiques en B.A.

La figure (A1-5) montre, par exemple, les spectres corrigés correspondant à ceux donnés en figure (A1-1)



(a) Premier cas



(b) Deuxième cas

Fig. (A1-5): Spectre de calcul proposé ($\xi = 5\%$)

Annexe 2: Programmes Informatiques

A2-1) Programme donnant la réponse élastique temporelle et maximale par l'intégrale de Duhamel

```

c      Program: Duhamel.for
      implicit real*8(a-h,o-z)
      real*8 lint1,lint2,lint3,lint4,k,m
      dimension t(4000),f(4000)
      lint1(tau)=dexp(xiwd*tau)*(xiwd*dcos(wd*tau)+wd*dsin(wd*tau))/dwsq
      lint2(tau)=dexp(xiwd*tau)*(xiwd*dsin(wd*tau)-wd*dcos(wd*tau))/dwsq
      lint3(tau)=tau*lint2(tau)-xiwd*lint2(tau)/dwsq+wd*lint1(tau)/dwsq
      lint4(tau)=tau*lint1(tau)-xiwd*lint1(tau)/dwsq-wd*lint2(tau)/dwsq
      open(1,file='ch2.dat')
      open(2,file='sv.dat')
      open(3,file='ph2.dat')
      open(4,file='sach2.dat')
      open(5,file='dh5.dat')
      open(7,file='essai.dat')
      read(1,*)n,m,xi,gr
      read(1,*) (t(i),f(i),i=1,n)
      do 50 i=1,n
50    f(i)=f(i)*gr
      do 130 nst=1,27
      if(nst.eq.1) st=0.01
      if(nst.eq.2) st=0.03
      if(nst.eq.3) st=0.14
      if(nst.gt.3.and.nst.le.6) st=st+0.02
      if(nst.gt.6.and.nst.le.14) st=st+0.1
      if(nst.gt.14.and.nst.le.22) st=st+0.5
      if(nst.gt.22.and.nst.le.27) st=st+1.
      w=6.28/st
      k=m*(w**2)

c      fim1=f(1)
      tim1=t(1)
      ati=0.0
      bti=0.0
      dat=0.0
      dbt=0.0
      y=0.
      v=0.
      p=0.
      ymax=0.
      vmax=0.
      amax=0.
      pmax=0.
      omega=dsqrt(k/m)
      crit=2*dsqrt(k*m)
      c=xi*crit
      wd=omega*dsqrt(1.-(xi**2))
      xiwd=xi*omega
      dwsq=xiwd**2+wd**2
      acc=fim1/m

c      write(5,70) m,k,omega,wd,c,xi
70    format(1x,f12.4,f12.2,2f12.3,2f12.2/,)
      acc=-fim1
      fim1=-fim1*m

```

```

        write(5,100) tim1,y
c
        nml=n-1
        do 110 i=1,nml
c
            fi=f(i+1)
            ti=t(i+1)
            fi=-fi*m
            dfti=fi-fim1
            dti=ti-tim1
            ft=dfti/dti
            g=fim1-tim1*ft
            ai=lint1(ti)-lint1(tim1)
            bi=lint2(ti)-lint2(tim1)
            vs=lint3(ti)-lint3(tim1)
            vc=lint4(ti)-lint4(tim1)
            ai=ai*g
            bi=bi*g
            bi=bi+ft*vs
            ai=ai+ft*vc
            ati=ati+ai
            bti=bti+bi
            y=dexp(-xiwd*ti)*(ati*dsin(wd*ti)-bti*dcos(wd*ti))/(m*wd)
c
            da=(wd*bti-xiwd*ati)*dsin(wd*ti)
            db=(wd*ati-xiwd*bti)*dcos(wd*ti)
            v=dexp(-xiwd*ti)*(da+db)/(m*wd)
c
            acc=(fi-c*v-k*y)/m
c
            fs=y*k
            fd=v*c
            p=dsqrt(fs**2+fd**2)
            if (dabs(y).gt.dabs(ymax)) ymax=y
            if (dabs(v).gt.dabs(vmax)) vmax=v
            if (dabs(acc).gt.dabs(amax)) amax=acc
            if (dabs(p).gt.dabs(pmax)) pmax=p
c
            tim1=ti
            fim1=fi
c
            sd=abs(ymax)
            write(*,*)i,ti,fi,y,v,acc,p
            write(5,100)ti,y
100 format(1x,f12.4,f12.3)
110 continue
            sv=w*sd
            sa=w*sv
c
            write(5,120)ymax,vmax,amax,pmax
120 format(1x,f12.4,f12.2,2f12.3,2f12.2)
            write(4,150)st,sa
            write(2,150)st,sv
130 write(3,150)st,sd
150 format(1x,f12.2,f12.3)
            end

```

A2-2) Programme donnant la réponse et l'énergie dans le cas élasto-plastique parfait pour R_y donné

```

implicit real*8(a-h,o-z)
dimension tc(8000),x(8000),f(8000),sd(51),em(51)
open(1,file='elc.dat')
open(2,file='resn.dat')
write(*,*)'input data : rt'
read(*,*)rt
np=1000
dt=0.01
xi=0.05
read(1,*)(x(i),i=1,np)
do 10 i=1,np
x(i)=-x(i)/1000
tc(i)=(i-1)*0.02
10 continue
pi=3.1416
f(1)=x(1)
nt=tc(np)/dt
ann=0.0
ntml=nt-1
nt1=nt+1
a1=3.0/dt
a2=6.0/dt
a3=dt/2.0
a4=6./dt**2
ii=1
do 40 i=2,nt1
ai=i-1
t=ai*dt
if(t.gt.tc(np)) go to 50
if(t.le.tc(ii+1)) go to 30
ann=-tc(ii+1)+t-dt
ii=ii+1
30 ann=ann+dt
f(i)=x(ii)+(x(ii+1)-x(ii))*ann/(tc(ii+1)-tc(ii))
40 continue
50 continue
do 90 nst=1,31
if(nst.eq.1) st=0.1
if(nst.gt.1.and.nst.le.13) st=st+0.3
rc=-rt
re=rt
key=0
sd(nst)=0.0
ud=0.0
uv=0.0
ua=x(1)
w=2*pi/st
sk=w**2
skp=sk
yt=rt/sk
yc=rc/sk
ye=re/sk
e1=0.0
e2=0.0
e3=0.0
e4=0.0
e5=0.0
de1=0.0

```

```

de2=0.0
de4=0.0
ycp=0.0
ycpp=0.0
do 85 l=1,ntml
al=1
t=dt*a1
skb=skp+2*a1*w*xi+a4
dfb=f(l+1)-f(l)+(a2+6*w*xi)*uv+(3.+2*a3*w*xi)*ua
dud=dfb/skb
duv=3.*dud/dt-3.0*uv-ua*dt/2.0
ud=ud+dud
uv=uv+duv
if(key)70,60,65
60 r=rt-(yt-ud)
skp=sk
de1=0.5*r*ud
e1=e1+de1
if(ud.gt.yc.and.ud.lt.yt) go to 80
if(ud.lt.yc) go to 75
key=1
skp=0.
r=rt
de2=abs((ud-yt)*rt)
e2=e2+de2
go to 80
65 if(uv.gt.0.) go to 80
e3=0.5*sk*(yt-yc)**2
key=0
skp=sk
yt=ud
ytp=yt
yc=ud-(rt-rc)/sk
r=rt-(yt-ud)*sk
ycp=yc
go to 80
70 de4=abs((ud-yp)*rc)
e4=e4+de4
ycpp=ud
if(uv.lt.0.) go to 80
key=0
skp=sk
yt=ud+(rt-rc)/sk
yc=ud
r=rt-(yt-ud)*sk
e5=0.5*sk*(ud-ycpp)**2
go to 80
75 key=-1
r=rc
skp=0
80 ua=f(l+1)-2*w*xi*uv-r
if(abs(ud).gt.sd(nst)) sd(nst)=abs(ud)
em(nst)=e1+e2+e3+e4+e5
85 continue
sa=sd(nst)*(w**2)
90write(2,95)st,sa
95 format(f9.3,1x,f7.4)
stop
end

```

A2-3) Programme donnant la réponse élasto-plastique pour une ductilité donnée

```

implicit real*8(a-h,o-z)
dimension tc(8000),x(8000),f(8000),sd(51),dm(51)
open(1,file='elc.dat')
open(2,file='relap.dat')
write(*,*)'input data : np,dt,xi,duc'
read(*,*)np,dt,xi,duc
read(1,*)(x(i),i=1,np)
do 10 i=1,np
x(i)=-x(i)/1000
tc(i)=(i-1)*0.02
10 continue
pi=3.1416
f(1)=x(1)
nt=tc(np)/dt
ann=0.0
ntm1=nt-1
nt1=nt+1
a1=3.0/dt
a2=6.0/dt
a3=dt/2.0
a4=6./dt**2
ii=1
do 40 i=2,nt1
ai=i-1
t=ai*dt
if(t.gt.tc(np)) go to 50
if(t.le.tc(ii+1)) go to 30
ann=-tc(ii+1)+t-dt
ii=ii+1
30 ann=ann+dt
f(i)=x(ii)+(x(ii+1)-x(ii))*ann/(tc(ii+1)-tc(ii))
40 continue
50 continue
do 180 nst=1,26
if(nst.eq.1) st=0.1
if(nst.gt.1.and.nst.le.9) st=st+0.05
if(nst.gt.9.and.nst.le.14) st=st+0.1
if(nst.gt.14.and.nst.le.20) st=st+0.5
if(nst.gt.20.and.nst.le.26) st=st+1.
dm(nst)=0.
uv=0.0
ua=x(1)
w=2*pi/st
sk=w**2
skb=skp+2*a1*w*xi+a4
do 60 l=1,ntm1
al=1
t=dt*al
dfb=f(l+1)-f(l)+(a2+6*w*xi)*uv+(3.+2*a3*w*xi)*ua
dud=dfb/skb
duv=3.*dud/dt-3.0*uv-ua*dt/2.0
ud=ud+dud
uv=uv+duv
ua=f(l+1)-2*w*xi*uv-ud*sk
if(abs(ud).gt.dm(nst)) dm(nst)=abs(ud)
60 continue
sd(ns)=0.
yt=dm(nst)/duc

```

```

    rt=yt*sk
    rc=-rt
    key=0
    skip=sk
    udp=0.
    uvp=0.
    uap=x(1(
do 170 k=1,ntml
    al=1
    t=dt*al
    dfbp=f(k+1)-f(k)+(a2+6*w*xi)*uvp+(3.+2*a3*w*xi)*uap
    dudp=dfbp/skb
    duvp=3.*dudp/dt-3.0*uvp-uap*dt/2.0
    udp=udp+dudp
    uvp=uvp+duvp
    if(key)140,100,120
100 r=rt-(yt-udp)
    skip=sk
    if(udp.gt.yc.and.udp.lt.yt) go to 160
    if(udp.lt.yc) go to 150
    key=1
    skip=0.
    r=rt
    go to 160
120 if(uvp.gt.0.) go to 160
    key=0
    skip=sk
    yt=udp
    yc=udp-(rt-rc)/sk
    r=rt-(yt-udp)*sk
    ycp=yc
    go to 160
140 if(uvp.lt.0.) go to 160
    key=0
    skip=sk
    yt=udp+(rt-rc)/sk
    yc=udp
    r=rt-(yt-udp)*sk
    go to 160
150 key=-1
    r=rc
    skip=0
160 uap=f(k+1)-2*w*xi*uvp-r
    if(abs(udp).gt.sd(ns)) sd(ns)=abs(udp)
170 continue
    sv=sd(ns)*w
    sa=sd(ns)*(w**2)
    write(*,*)st,sd(ns)
180 write(2,190)st,sd(ns)
190 format(f9.3,1x,f11.5)
    stop
end

```

A2-4) Programme donnant la réponse élastique pour un système à plusieurs degrés de liberté

```

c Program: reom.for
c Objective: Dynamic Response of a linearmultidegree-of-freedom system.
c Method: Step-by-step linear acceleration method with Wilson-theta
c modification.
c sk(i,j) = system stiffness matrix
c sm(i,j) = system mass matrix c sc(i,j) = system damping matrix
c theta = wilson-theta factor c dt = time step of integration
c tmax = maximum time of integration
c neq(l) = number of data points for excitation at nodal coordinates (l=1,nd)
c tc(i) = time values
c p(i) = force values
      implicit real * 8 (a-h,o-z)
      dimension sk(40,40),sm(40,40),sc(40,40)
      open(1,file='reom.dat')
      open(5,file='reom2.dat')
c      open(3,file='resom.dat')
c read and write input data
      read(1,*) nd
      write(5,10) nd
10  format (I10)
      do 20 i1=1,nd
      read(1,*) (sk(i1,j1),j1=1,nd)
20  write(5,30) (sk(i1,j1),j1=1,nd)
30  format (8f14.3)
      do 40 i1=1,nd
      read(1,*) (sm(i1,j1),j1=1,nd)
40  write(5,30) (sm(i1,j1),j1=1,nd)
      do 50 i1=1,nd
      read(1,*) (sc(i1,j1),j1=1,nd)
50  write(5,30) (sc(i1,j1),j1=1,nd)
c
c      subroutine stepm
c
c      call stepm (sk,sm,sc,nd)
      stop
      end
      subroutine stepm (sk,sm,sc,nd)
      implicit real* 8 (a-h,o-z)
      dimension sk(40,40),sm(40,40),sc(40,40),f(40,40),x(40,40),
1dua(40),ud(40),uv(40), ua(40), tc(40),p(40),neq(40)
c
c      initialize and read input data
c
c      nd1=nd+1
      do 110 i2=1,30
      ud(i2)=0.0
      uv(i2)=0.0
      do 110 j2=1,30
110  f(i2,j2)=0.0
      read(1,*) theta,dt,tmax,(neq(l),l=1,nd)
      write(5,120)theta,dt,tmax,(neq(l),l=1,nd)
120  format(3f10.3,20I2)
c
c      interpolate between excitation data points
c
c      ann=0.0
      ii=1
      do 160 id=1,nd

```

```

        ne=neq(id)
        if (ne.eq.0) go to 160
        if(ne.gt.tmax/dt) ne=tmax/dt
        read(1,*) (tc(j2),p(j2),j2=1,ne)
        write(5,130) (tc(j2),p(j2),j2=1,ne)
130    format(4f10.3)
        nt=tc(ne)/dt
        nt1=nt+1
        nt2=nt+2
        f(id,1)=p(1)
        ann=0.0
        ii=1
        do 150 i3=2,nt2
        ai=i3-1
        t=ai*dt
        if(t.gt.tc(ne)) go to 160
        if(t.le.tc(ii+1)) go to 140
        ann=-tc(ii+1)+t-dt
        ii=ii+1
140    ann=ann+dt
        f(id,i3)=p(ii)+(p(ii+1)-p(ii))*ann/(tc(ii+1)-tc(ii))
150    continue
160    continue
c
c         determine initial acceleration
c
        nt=tmax/dt
        nt1=nt+1
        do 170 i4=1,nd
        x(i4,nd1)=f(i4,1)
        do 170 j4=1,nd
170    x(i4,j4)=sm(i4,j4)
        do 180 i5=1,nd
        do 180 j5=1,nd
180    x(i5,nd1)=x(i5,nd1)-sc(i5,j5)*uv(j5)-sk(i5,j5)*ud(j5)
        call solve(nd,x)
        do 190 i6=1,nd
190    ua(i6)=x(i6,nd1)
c
c         initialize constants and loop over time steps
c
        write(5,200)
200    format(1h1,5x,'the response is',/,5x,'cord.',6x,'time',6x,
1    'displ.',6x,'veloc.',8x,'acc.'/)
        tu=theta*dt
        a1=3./tu
        a2=6./tu
        a3=tu/2.
        a4=a2/tu
        do 290 l=1,nt1
        do 210 i7=1,nd
        do 210 j7=1,nd
210    x(i7,j7)=sk(i7,j7)+a4*sm(i7,j7)+a1*sc(i7,j7)
        a1=1
        t=a1*dt
        do 230 i8=1,nd
        x(i8,nd1)=f(i8,l+1)+(f(i8,l+2)-f(i8,l+1))*(theta-1.0)-f(i8,l)
        do 220 j8=1,nd
220    x(i8,nd1)=x(i8,nd1)+(sm(i8,j8)*a2+sc(i8,j8)*3.0)*uv(j8)
        1+(sm(i8,j8)*3.0+a3*sc(i8,j8))*ua(j8)

```

```

230 continue
    call solve(nd,x)
    do 240 i9=1,nd
        dua(i9)=a4*x(i9,nd1)-a2*uv(i9)-3.0*ua(i9)
        dua(i9)=dua(i9)/theta
        duv=dt*ua(i9)+dt*dua(i9)/2.0
        ud(i9)=ud(i9)+dt*uv(i9)+dt*dt*ua(i9)/2.0+dt*dt*dua(i9)/6.0
        uv(i9)=uv(i9)+duv
240 continue
    do 260 i10=1,nd
        x(i10,nd1)=f(i10,l+1)
        do 250 j10=1,nd
            x(i10,nd1)=x(i10,nd1)-sk(i10,j10)*ud(j10)-sc(i10,j10)*uv(j10)
250 x(i10,j10)=sm(i10,j10)
260 continue
    call solve(nd,x)
    do 270 i11=1,nd
        ua(i11)=x(i11,nd1)
270 write(5,280) i11,t,ud(i11),uv(i11),ua(i11)
280 format(I10,f10.3,3f12.3)
290 continue
    return
end

c
c      solution of equations by gauss elimination
c
subroutine solve(n,a)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension a(40,40)
m=1
eps=1.0E-10
nplusm=n+m
det=1.0
do 340 k=1,n
det=det*a(k,k)
if(dabs(a(k,k)).gt.eps) go to 310
write(5,350)
go to 360
310 kp1=k+1
do 320 lj=kp1,nplusm
320 a(k,lj)=a(k,lj)/a(k,k)
a(k,k)=1.
do 340 li=1,n
if(li.eq.k.or.a(li,k).eq.0.) go to 340
do 330 lj=kp1,nplusm
330 a(li,lj)=a(li,lj)-a(li,k)*a(k,lj)
a(li,k)=0.D00
340 continue
350 format(37 HOSMALL PIVOT - MATRIX MAY BE SINGULAR)
360 return
end

```

A2-5) Programme donnant la réponse élasto-plastique pour un système à plusieurs degrés de liberté

```

c Objectif: Réponse Dynamique d'un système à plusieurs degrés de liberté
c Méthode: Pas à pas à accélération linéaire avec amélioration Wilson-theta
c sk(i,j) = matrice de rigidité du système
c sm(i,j) = matrice de masse du système
c sc(i,j) = matrice d'amortissement du système
c theta = facteur wilson-theta
c dt = intervalle de temps d'intégration
c tmax = temps maximum d'intégration
c neq(l) = nombre de points pour l'excitation aux coordonnées nodales (l=1,nd)
c tc(i) = valeurs de temps
c p(i) = valeurs des forces
      implicit real * 8 (a-h,o-z)
      dimension sk(40,40),sm(40,40),sc(40,40)
      open(1,file='input.dat')
      open(5,file='reom2.dat')
      read(1,*) nd
      write(5,10) nd
10  format (I10(
      do 20 il=1,nd
      read(1,*) (sk(il,j1),j1=1,nd)
      20  write(5,30) (sk(il,j1),j1=1,nd)
      30  format (8f14.3)
      do 40 il=1,nd
      read(1,*) (sm(il,j1),j1=1,nd)
      40  write(5,30) (sm(il,j1),j1=1,nd)
      do 50 il=1,nd
      read(1,*) (sc(il,j1),j1=1,nd)
      50  write(5,30) (sc(il,j1),j1=1,nd)
c
c      subroutine stepm
c
c      call stepm (sk,sm,sc,nd)
      stop
      end
      subroutine stepm (sk,sm,sc,nd)
      implicit real* 8 (a-h,o-z)
      dimension sk(40,40),sm(40,40),sc(40,40),f(40,40),x(40,40),
1      dua(40),ud(40),uv(40),ua(40),tc(40),p(40),neq(40)
c
c      initialisation et lecture de données
c
      nd1=nd+1
      do 110 i2=1,30
      ud(i2)=0.0
      uv(i2)=0.0
      do 110 j2=1,30
      110  f(i2,j2)=0.0
      read(1,*) theta,dt,tmax,(neq(l),l=1,nd)
      write(5,120)theta,dt,tmax,(neq(l),l=1,nd)
      120  format(3f10.3,3x,20I2)
c
c      interpolation entre les données des points d'excitation
c
      ann=0.0
      ii=1
      do 160 id=1,nd
      ne=neq(id)
      if(ne.gt.tmax/dt) ne=tmax/dt+2

```

```

        read(1,*) (tc(m),p(m),m=1,ne)
        write(*,*) (tc(m),p(m),m=1,ne)
        write(5,130) (tc(m),p(m),m=1,ne)
130    format(4f10.3)
        nt=tc(ne)/dt
        nt1=nt+1
        nt2=nt+2
        f(id,1)=p(1)
        ann=0.0
        ii=1
        do 150 i3=2,nt2
            ai=i3-1
            t=ai*dt
            if(t.gt.tc(ne)) go to 160
            if(t.le.tc(ii+1)) go to 140
            ann=-tc(ii+1)+t-dt
            ii=ii+1
140    ann=ann+dt
        f(id,i3)=(p(ii)+(p(ii+1)-p(ii))*ann/(tc(ii+1)-tc(ii)))/3
150    continue

160    continue
c
c        détermination de l'accélération initiale
c
        nt=tmax/dt
        nt1=nt+1
        do 170 i4=1,nd
            x(i4,nd1)=f(i4,1)
            do 170 j4=1,nd
170    x(i4,j4)=sm(i4,j4)
            do 180 i5=1,nd
                do 180 j5=1,nd
180    x(i5,nd1)=x(i5,nd1)-sc(i5,j5)*uv(j5)-sk(i5,j5)*ud(j5)
            call solve(nd,x)
            do 190 i6=1,nd
190    ua(i6)=x(i6,nd1)
c
c        initialisation des constantes et boucle de temps
c
        write(5,200)
200    format(1h1,5x,'the response is',/,5x,'cord.',6x,'time',6x,
' 1    displ.',6x,'veloc.',8x,'acc.'/)
        tu=theta*dt
        a1=3./tu
        a2=6./tu
        a3=tu/2.
        a4=a2/tu
        do 290 l=1,nt1
            do 210 i7=1,nd
                do 210 j7=1,nd
210    x(i7,j7)=sk(i7,j7)+a4*sm(i7,j7)+a1*sc(i7,j7)
            a1=1
            t=a1*dt
            do 230 i8=1,nd
                x(i8,nd1)=(f(i8,l+1)+(f(i8,l+2)-f(i8,l+1))*(theta-1.0)-f(i8,l))
                1*sm(i8,i8))
            do 220 j8=1,nd
220    x(i8,nd1)=x(i8,nd1)+(sm(i8,j8)*a2+sc(i8,j8)*3.0)*uv(j8)
                1+sm(i8,j8)*3.0+a3*sc(i8,j8))*ua(j8)

```

```

230 continue
    call solve(nd,x)
    do 240 i9=1,nd
        dua(i9)=a4*x(i9,nd1)-a2*uv(i9)-3.0*ua(i9)
        dua(i9)=dua(i9)/theta
        duv=dt*ua(i9)+dt*dua(i9)/2.0
        ud(i9)=ud(i9)+dt*uv(i9)+dt*dt*ua(i9)/2.0+dt*dt*dua(i9)/6.0
        uv(i9)=uv(i9)+duv
240 continue
    do 260 i10=1,nd
        x(i10,nd1)=f(i10,l+1)
        do 250 j10=1,nd
            x(i10,nd1)=x(i10,nd1)-sk(i10,j10)*ud(j10)-sc(i10,j10)*uv(j10)
250 x(i10,j10)=sm(i10,j10)
260 continue
    call solve(nd,x)
    do 270 i11=1,nd
        ua(i11)=x(i11,nd1)
270 write(5,280) i11,t,ud(i11)
280 format(I10,f10.3,f12.3)
290 continue
    return
end

c
c      solution des équations par élimination de Gauss
c

subroutine solve(n,a)
implicit real*8(a-h,o-z)
dimension a(40,40)
m=1
eps=1.0E-10
nplusm=n+m
det=1.0
do 340 k=1,n
    det=det*a(k,k)
    if(dabs(a(k,k)).gt.eps) go to 310
    write(5,350)
    go to 360
310 kp1=k+1
    do 320 lj=kp1,nplusm
320 a(k,lj)=a(k,lj)/a(k,k)
        a(k,k)=1.
        do 340 li=1,n
            if(li.eq.k.or.a(li,k).eq.0.) go to 340
            do 330 lj=kp1,nplusm
330 a(li,lj)=a(li,lj)-a(li,k)*a(k,lj)
                a(li,k)=0.D00
340 continue
350 format(37 HOSMALL PIVOT - MATRIX MAY BE SINGULAR(
360 return
end

```

Annexe 3: Résultats de la deuxième partie

Tableau (A3-1): Mise en évidence de la non proportionnalité de la réponse élasto-plastique ($\alpha = 3$)

t (s)	$X_3 - 3.X_1$	
	Cas élastique	Cas élasto-plastique
0.01	0.0000	0.0000
0.05	0.0000	0.0000
0.07	0.0000	0.0000
0.10	0.0000	0.0000
0.15	0.0000	0.0000
0.17	0.0000	0.0000
1.00	0.0000	0.0000
1.50	0.0000	-0.6910
1.60	0.0000	-0.8172
1.70	0.0000	-0.1008

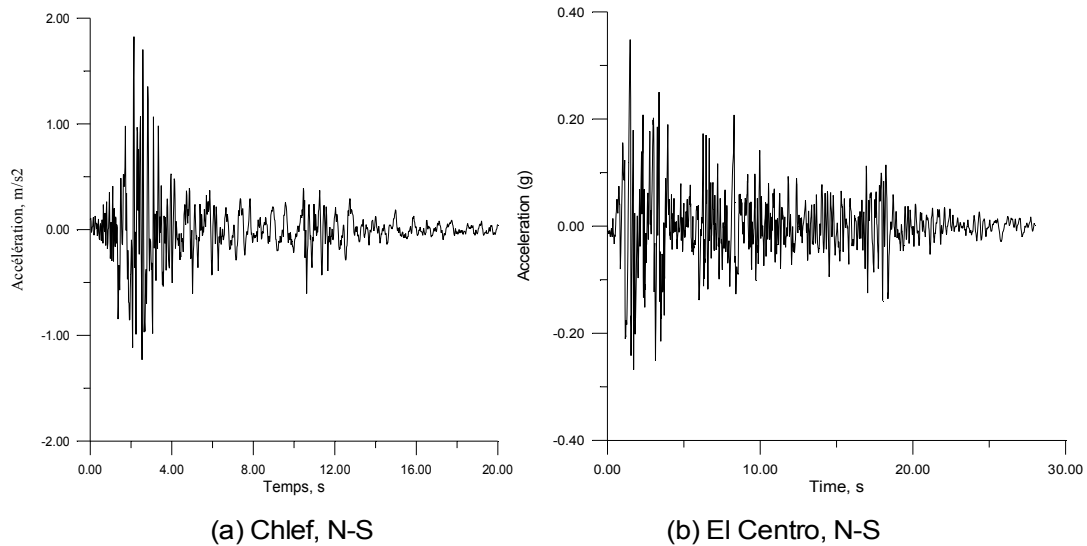


Fig. (A3-1): Accélérogrammes de Chlef (Algérie) et d' El Centro (Californie)

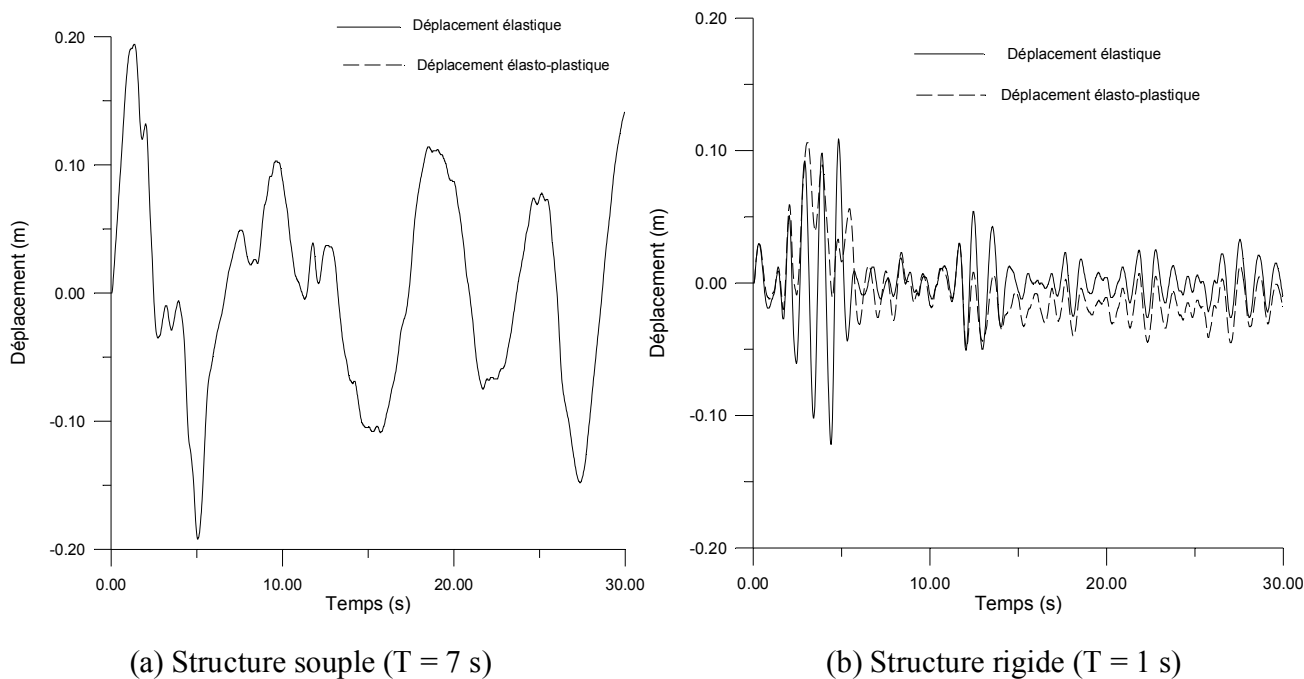


Fig. (A3-2): Comparaison des réponses élastique et élasto-plastique pour un O.S. soumis au séisme d'El Centro

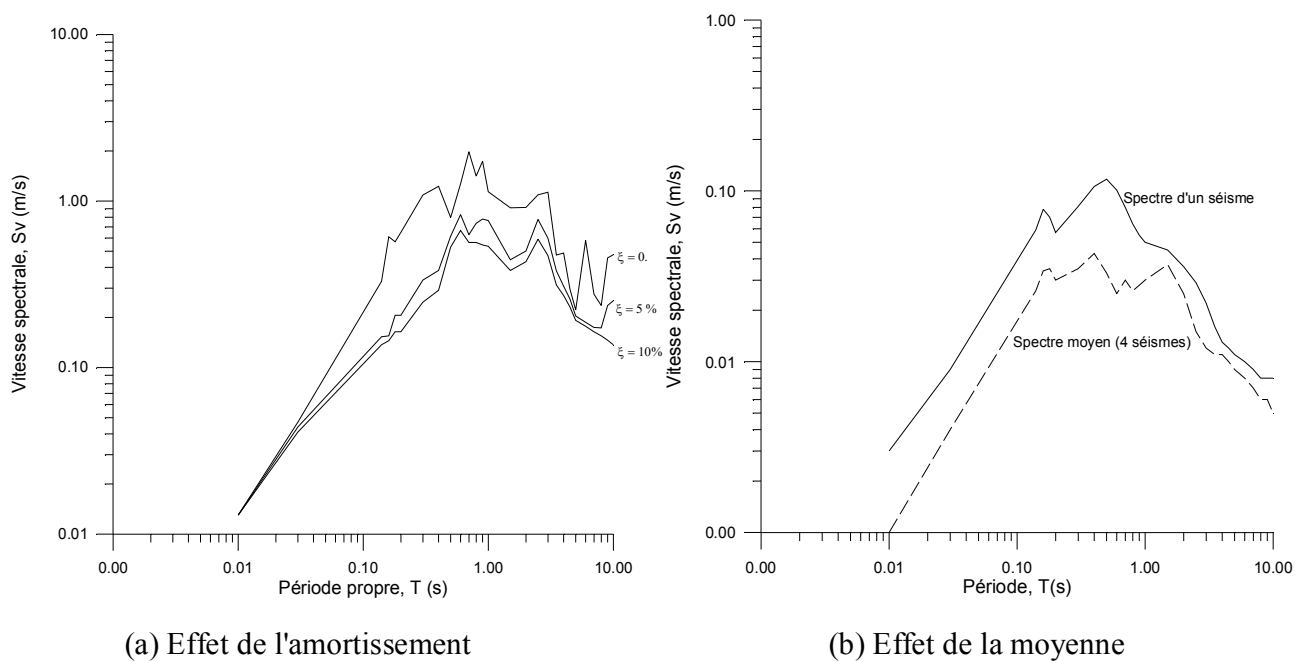
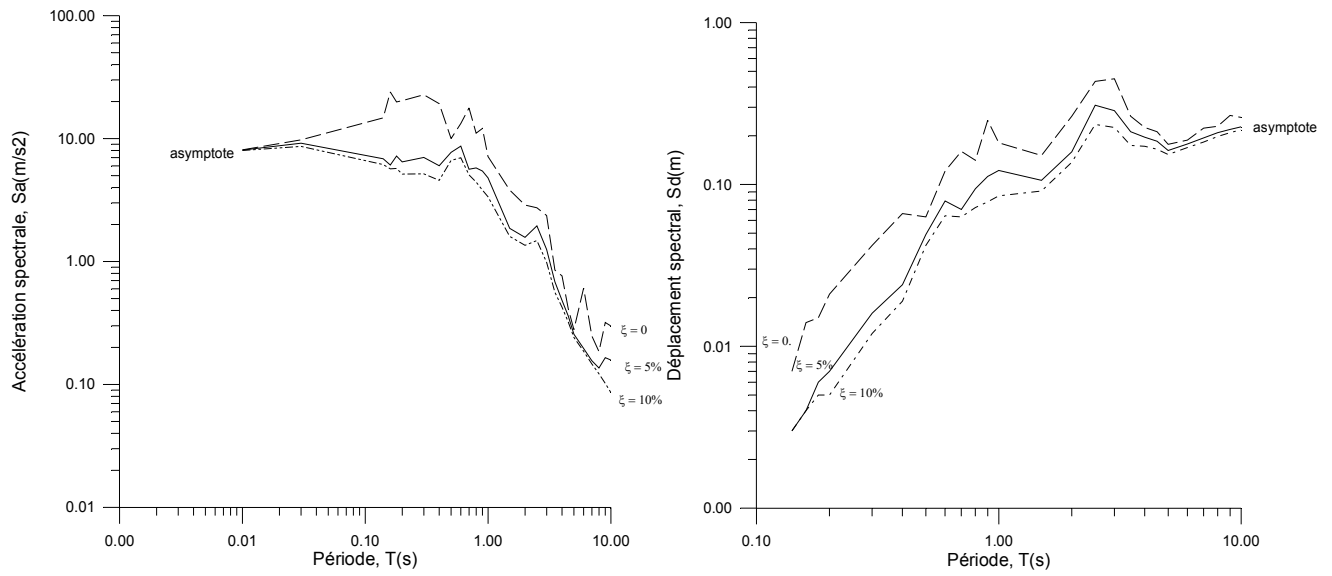


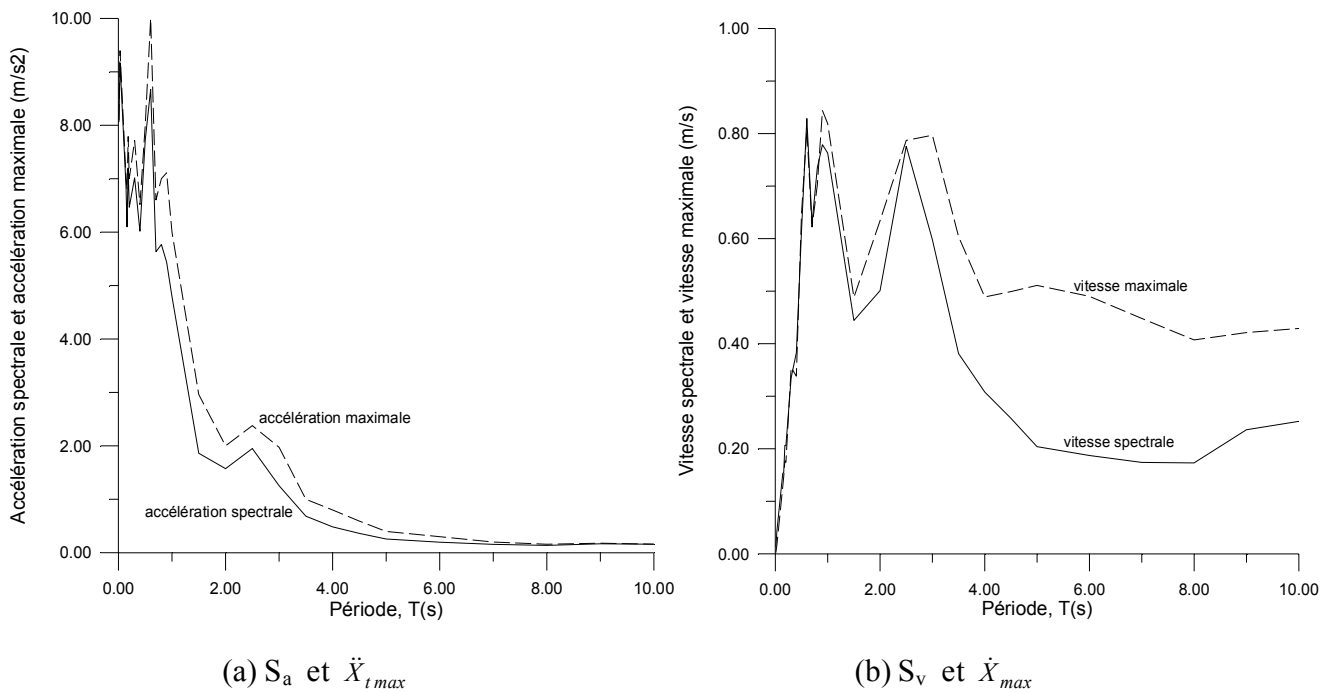
Fig. (A3-3): Effet de l'amortissement et de la moyenne sur le spectre vitesse



(a) Spectre accélération

(b) Spectre déplacement

Fig. (A3-4): Mise en évidence de l'asymptote aux spectres de réponse



(a) S_a et \ddot{X}_{tmax}

(b) S_v et \dot{X}_{max}

Fig. (A3-5): Comparaison entre valeurs spectrales et valeurs instantanées maximales

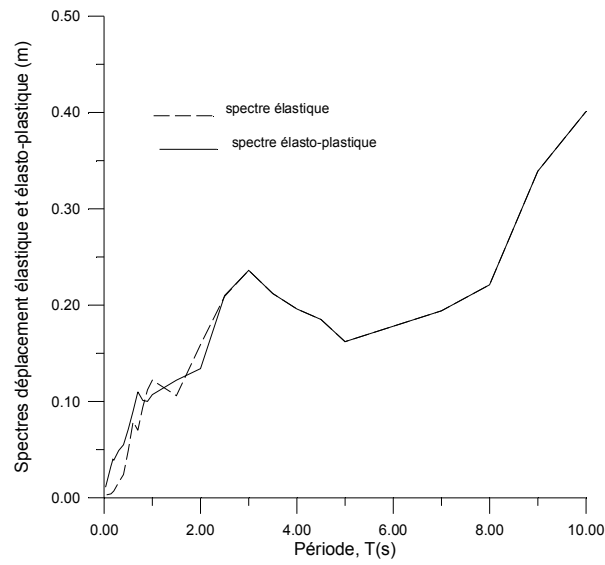
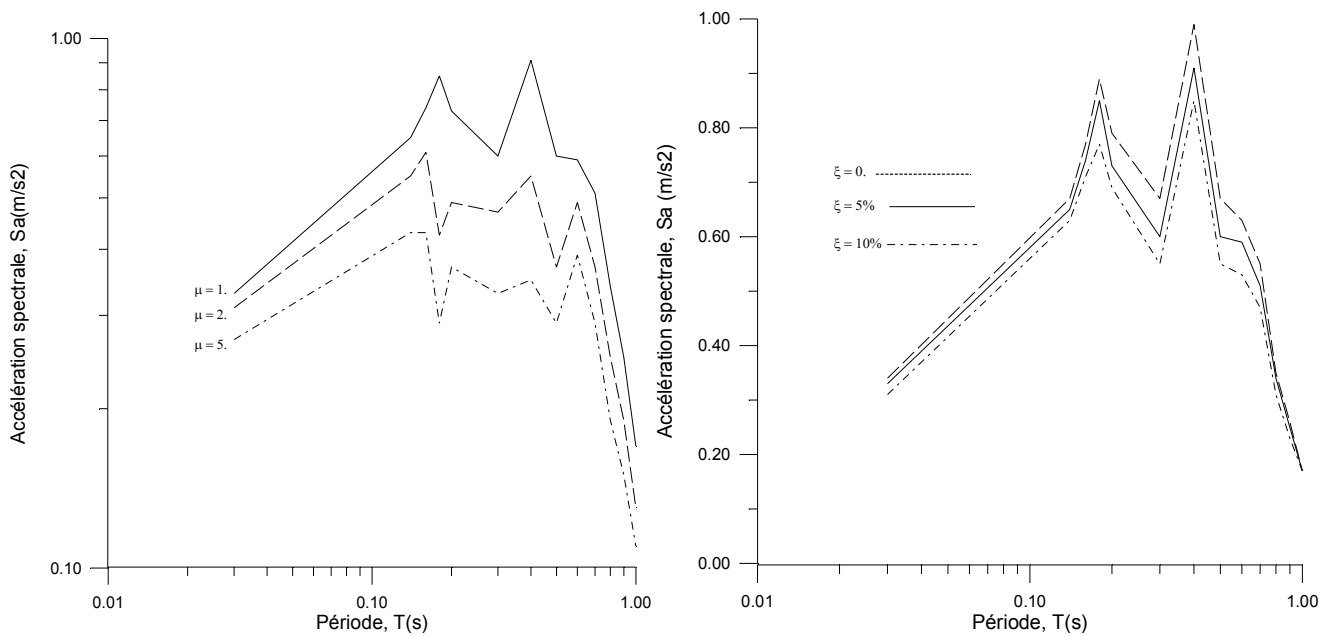


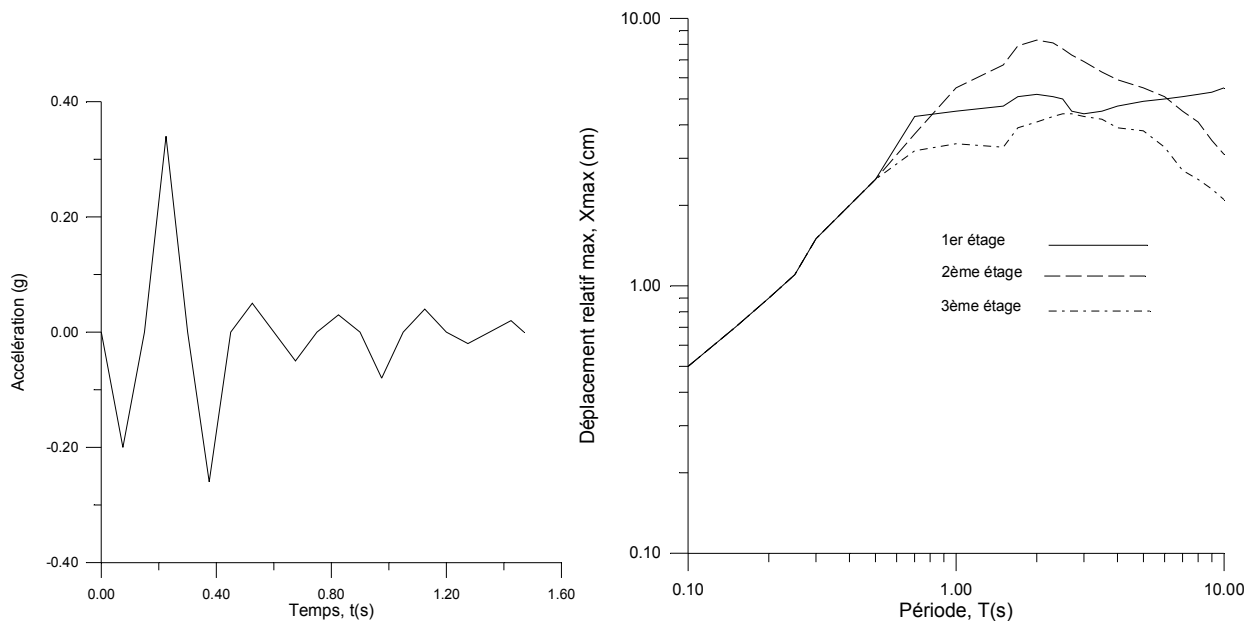
Fig. (A3-6): Comparaison entre spectres déplacement élastique et élasto-plastique



(a) Effet de la ductilité ($\zeta = 5\%$)

(b) Effet de l'amortissement ($\mu = 1.$)

Fig. (A3-7): Effets de la ductilité (a) et de l'amortissement (b) sur l'accélération spectrale



(a) Séisme de Port Hueneme (Californie, 18 Mars 1957) (b) Courbes de déplacement max ($\zeta=10\%$)

Fig. (A3-8): Courbes des déplacements élastiques maximaux d'étages (séisme de Port Hueneme)

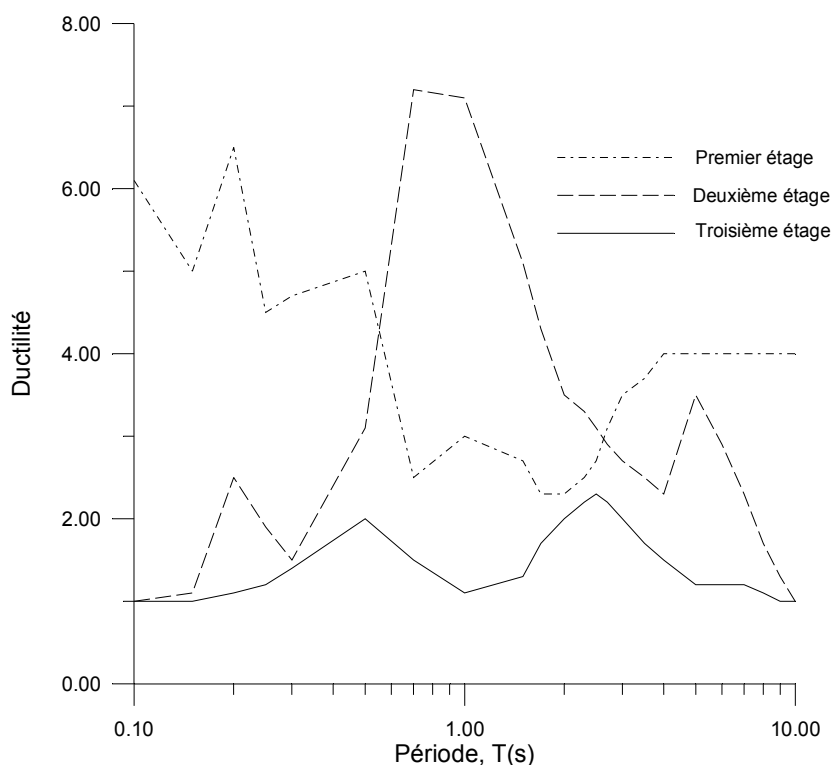


Fig. (A3-9): Courbes de ductilités (séisme de Port Hueneme) pour $\zeta=10\%$ et $\mu_{ad} = 4$.

NOTATIONS & SYMBOLES

A: coefficient d'accélération de zone

ARMA: Auto Regressive Moving Average (Auto Régressif à Moyenne Mobile)

ATC (Applied Technology Council)-40: Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings

B.A.: béton armé

B.A.E.L.: Béton armé aux états limites

b: largeur de section

C.B.D.: conception basée sur les déplacements

C.B.F.: conception basée sur les forces

C.E.B.: Comité Euro-International du Béton

C.Q.C.: combinaison quadratique complète

C.R.A.A.G.: Centre de Recherche en Astronomie, Astrophysique et Géophysique

C.T.C.: Contrôle Technique des Constructions

D: facteur d'amplification dynamique

DI (Damage Index): indice de dommage

c: amortissement

E: énergie

EC8: Euro Code 8

E.P.P.: élasto-plastique parfait

E.L.S.: état limite de service

E.L.U.: état limite ultime

E-O et E-W: Est-Ouest

E_c = Energie cinétique

E_d = Energie de déformation élastique

F: force

FEMA: Federal Emergency Management Agency (part of the U.S. Dept of Homeland Security)

F.I.B.: Fédération Internationale du Béton

F.I.P.: Fédération Internationale de la Précontrainte.

F_d : force d'amortissement

F_i : force d'inertie

F_s : force de rappel

f: fréquence

g: accélération de la pesanteur

H: hauteur d'étage

I: moment d'inertie

in: inch (1 in = 2.54 cm)

K: rigidité

kN: kilo Newton

K_{eff} , T_{eff} , δ_{eff} et ζ_{eff} : rigidité, période, déplacement et amortissement effectifs

M: Masse

M_{eff} : masse effective

M_{tot} : masse totale

M_p : moment de plastification

MPa: méga Pascal (N/mm^2)

NEHRP: National Earthquake Hazards Reduction Program

N-S: Nord-Sud

O.M.: oscillateur multiple

O.S.: oscillateur simple

PS 69: Règles Parasismiques Françaises

PGA (Peak Ground Acceleration): accélération maximale du sol pour $T = 0$

P- Δ : second ordre

Q: facteur de qualité

R: facteur de comportement (ou de modification de la force)

RC: Reinforced Concrete (Béton armé)

R.P.A.: Règles Parasismiques Algériennes

R_y : force élastique maximale

SA: somme absolue

SRSS (Square Root of the Sum of the Squares): moyenne quadratique

S_a : accélération spectrale (pseudo accélération)

S_d : déplacement spectral

S_v : vitesse spectrale (pseudo vitesse)

T: période

T_1 et T_2 : périodes caractéristiques

t: temps

t_s : durée de l'excitation (séisme)

$\Delta.t$: incrément de temps (longueur de pas)

UBC: Uniform Building Code (Américain)

V: vertical

V_b : effort tranchant de base

W: poids total de la structure

X, \dot{X} et \ddot{X} : déplacement, vitesse et accélération par rapport au sol (relatifs)

X_s, \dot{X}_s et \ddot{X}_s : déplacement, vitesse et accélération du sol

X_t, \dot{X}_t et \ddot{X}_t : déplacement, vitesse et accélération par rapport à un repère fixe

X_m : déplacement max

X_p : déplacement élasto-plastique limite

X_y (ou U_y): déplacement élastique limite

α_s : coefficient sismique ou coefficient de force latérale

μ : coefficient de ductilité

ξ ou ζ : coefficient d'amortissement

σ_e : contrainte élastique limite d'acier

σ_b' : résistance en compression de béton

ε : déformation

φ = courbure de la section

ϕ_{ij} : composante normalisée i du vecteur modal j

ρ = rayon de courbure de la section

ω = vitesse angulaire (pulsation propre) du système non amorti.

η : facteur de correction de l'amortissement

Ψ : pourcentage d'armatures

LISTE DES TABLEAUX & FIGURES

Page

Liste des Tableaux

Tableau (II-1): Valeurs du facteur d'amplification recommandées par Newmark et Hall	21
Tableau (IV-1): Schémas classiques d'intégration de Newmark.....	34
Tableau (VI-1): Forces latérales totales, pour $\mu= 2.$ et 1, avec $\delta_{r1} = 3.5$ mm et $\delta_{r2} = 10$ mm.....	92
Tableau (VI-2): Principaux résultats pour les deux méthodes.....	93
Tableau (A1-1): Valeurs du coefficient d'accélération de zone, A.....	A1
Tableau (A1-2): Valeurs du coefficient de comportement, R.....	A2
Tableau (A3-1): Mise en évidence de la non proportionnalité de la réponse élastoplastique.....	A19

Liste des Figures

Figure (I-1): Système dynamique élémentaire	4
Figure (I-2): Schéma idéalisé d'un bâtiment à un étage.....	4
Figure (I-3): Structure excitée par un séisme.....	5
Figure (I-4): Accélérogrammes de Chlef (Algérie) et d'El Centro (Californie)	6
Figure (II-1): Comportement linéaire de l'oscillateur	10
Figure (II-2): "Pas d'intégration".....	11
Figure (II-3): Interpolation sur 3 points de la méthode de Simpson.....	12
Figure (II-4): Spectre d'amplitude de Fourier (El Centro, N-S, 1940)	15
Figure (II-5): Spectre de "pseudo-vitesse" (Taft, N21E, 1952)	16
Figure (II-6): Diagramme tripartite (El -Centro, NS)	19
Figure (II-7): Application du spectre de réponse à l'oscillateur simple.....	22
Figure (III-1): Comportement élasto-plastique en statique.....	25
Figure (III-2): Energie hystérétique normalisée.....	27
Figure (IV-1): Matériaux élastoplastique et élastique non linéaire	28
Figure (IV-2): Comportement non-linéaire.....	29
Figure (IV-3): Courbe expérimentale de déformation d'un élément	31
Figure (IV-4): Modèle élastoplastique	31
Figure (IV-5): Modèle à dégradation de rigidité.....	32
Figure (IV-6): Comportement élastoplastique parfait de l'oscillateur simple.....	33
Figure (IV-7): Variation linéaire, quadratique et cubique d'accélération, vitesse et déplacement	37
Figure (IV-8a): Diagrammes sollicitation-déformation; linéaire et élastoplastique.....	40
Figure (IV-8b): Diagramme sollicitation-déformation permettant la définition de la ductilité.....	41

Figure (IV-9): Comportement élastoplastique en statique et en dynamique	42
Figure (IV-10): Diagramme "contrainte-déformation" pour l'acier et pour le béton	43
Figure (IV-11): Courbure de la section.....	44
Figure (IV-12): Section en béton armé	44
Figure (IV-13): Section à l'état élastique limite et à l'état ultime	46
Figure (IV-14): Rotation de la poutre.....	47
Figure (IV-15):-Diagramme "moment-rotation" d'une poutre en Béton Armé.....	48
Figure (IV-16): Rotations totales.....	49
Figure (IV-17): Courbes expérimentales "moment-rotation" pour des poutres métalliques.....	51
Figure (IV-18): Comportements élastique et élastoplastique d'un oscillateur simple	55
Figure (IV-19): Energie de déformation dans un comportement élastoplastique.....	57
Figure (IV-20): Utilisation du spectre de réponse élastoplastique.....	58
Figure (IV-21): Spectres normalisés ($\xi = 5\%$)	60
Figure (IV-22): Critères de l'égalité: des déplacements maximaux et des énergies.....	62
Figure (IV-23): Déduction approchée du spectre élastoplastique.....	63
Figure (IV-24): Estimation de l'effet du second ordre.....	64
Figure (IV-25): Système à 1 degré de liberté soumis à l'effet P- Δ	65
Figure (IV-26): Interaction sol-structure d'après les spectres:	67
Figure (V-1) Structure à plusieurs degrés de liberté.....	69
Figure (V-2): Système à 2 degrés de liberté soumis à l'effet P- Δ	77
Figure (VI-1): Fondements de la C.B.D.	82
Figure (VI-2): modélisation d'une structure à un degré de liberté.....	84
Figure (VI-3): Spectres de déplacement élastiques de calcul.....	84
Figure (VI-4): Rigidités élastique et effective.....	85
Figure (VI-5): Système à 3 degrés de liberté et système équivalent à un degré de liberté	85
Figure (VI-6): Carte sismique Algérienne.....	88
Figure (VI-7): Disposition symétrique d'un bâtiment à 3 étages.....	89
Figure (VI-8): Effets du nombre d'étages et du rapport M_{eff}/M_t sur les efforts tranchants.....	94
Figure (VI-9): Différences entre les périodes en fonction du nombre d'étages.....	94
Figure (A1-1): Spectres RPA pour $\xi = 5\%$	A2
Figure (A1-2): Spectres de calcul EC8 Type I, UBC 97, NEHRP 97 et Chinois pour $\xi = 5\%$	A3
Figure (A1-3): Limites des spectres de réponse.....	A3
Figure (A1-4): Spectres de réponse élastiques pour les séismes de Chlef et El Centro	A4
Figure (A1-5): Spectre de calcul proposé ($\xi = 5\%$)	A6
Figure (A3-1): Accélérogrammes de Chlef (Algérie) et d'El Centro (Californie).....	A19

Figure (A3-2): Comparaison des réponses élastique et élastoplastique	A20
Figure (A3-3): Effet de l'amortissement et de la moyenne sur le spectre vitesse.....	A20
Figure (A3-4): Mise en évidence de l'asymptote aux spectres de réponse.....	A21
Figure (A3-5): Comparaison entre valeurs spectrales et valeurs instantanées maximales.....	A21
Figure (A3-6): Comparaison entre spectres déplacement élastique et élastoplastique	A22
Figure (A3-7): Effets de la ductilité et de l'amortissement sur l'accélération spectrale.....	A22
Figure (A3-8): Courbes des déplacements élastiques maximaux d'étages.....	A23
Figure (A3-9): Courbes de ductilités (séisme de Port Hueneme) pour $\zeta=10\%$ et $\mu_{ad} = 4$	A23

REFERENCES-BIBLIOGRAPHIE

- 1- Applied Technology Council (1978) "Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings", ATC Publications, ATC 3-06, N° 1.
- 2- Athol JC. (2003). "The generation of inelastic response spectra for earthquake acceleration records", University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, pp.1-8.
- 3- Bagchi A. (2001). "Evaluation of the seismic performance of reinforced concrete buildings", PhD Thesis, Carleton University, Ottawa, Canada, pp. 9-40.
- 4- Banon, H. and Veneziano, D. (1982). "Seismic Safety of Reinforced Concrete Members and Structures", *Earthquake Engine & Structural Dynamics*, vol. 10, N° 2, pp. 179-174.
- 5- Berg, G.W. and Thomaidis, S. (1960) "Energy Consumption by Structures in Strong Motion Earthquakes", *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo and Kyoto, vol. II, pp. 681-697.
- 6- Betbeder-Matibet J. (1985). "Etat de l'Art en matière de calcul dynamique des structures", Génie Parasismique, Paris, pp. 357-363.
- 7- Borzi, B. and Elnashai, A. S. (2000). "Assessment of the inelastic response of buildings using force- and displacement-based approaches", *Str. Design Tall Build.* vol. 9, pp. 251-277.
- 8- Brahim M. (1989). "Use of ARMA Models for Response Spectra", *PhD Thesis*, New York, pp. 53-61
- 9- Capra A. (1985). "Pratique de l'Analyse Modale dans le Calcul des Structures", *Génie Parasismique* Paris, pp. 374-383.
- 10- Cherait Y. (2006). Calcul des ouvrages en béton armé, règles CBA 93 et RPA 2003. *O.P.U.*
- 11- Chen W. and Scawthorn C. (2003). "Earthquake Engineering Handbook", *CRC Press*, Washington
- 12- Chopra, A. K. (2001). Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering, *Prentice-Hall*, New Jersey, U.S.A.
- 13- Chung, Y.S, Meyer, C. and Shinozuka, M. (1987), "Seismic Damage Assessment of R.C. Members", *National Center for Earthquake Engineering Research Report N° NCEER-87-0022*.
- 14- Clough. RW & Johnston, S.B. (1966). "Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements", *Proceedings, Japanese Earthquake Symposium*.
- 15- Clough. RW & Penzien J. (1975). Dynamics of Structures, M GRAW- HILL, INC, U.S.A.
- 16- Cosenza E. and Manfredi G. (2000). "Damage indices and damage measures", *Prog. Struct. Engng Mat.*, N° 2, pp. 50-59.
- 17- Deodatis, G. and Shinozuka, M. (1987) "An Auto-Regressive Model for Non Stationary Stochastic Process", *Stochastic Mechanics*, vol. 11, pp. 227-258.
- 18- Despeyroux J. (1985). Le Projet de construction Parasismique", *Génie Parasismique*, Paris, pp. 1-53.
- 19- Djebbar N. and Chikh N. (2007). "Limit period based on approximate analytical methods estimating inelastic displacement demands of buildings". *Journal of civil engineering and management*, vol. 13, N°4, pp. 283-289.
- 20- Djebbar N., Djebbar A., Chair A. et Athmani A, (2009). "Evaluation du facteur de comportement préconisé par le code RPA99", *SDEICO, 1st International Conference on Sustainable Built Environment Infrastructures in Developing Countries*, Oran, Algérie, pp. 189-196.
- 21- Edjtemai N. (1981). "Modèles de calcul de la réponse élasto-plastique d'une structure à une action sismique". *E.N.P.C. de Paris*.
- 22- Fajfar P. (1994). "Consistent inelastic design spectra, hysteretic and input energy", *Earthquake Engine & Structural Dynamics*, vol. 23, N° 5, pp. 523-527.
- 23- Fajfar P. and Eeri M. (2000). "A Non Linear Analysis Method for Performance-Based Seismic Design", *Earthquake Spectra*, vol. 16, N° 35, pp. 573-592.
- 24- Fajfar P. (2003) "Structural Analysis in Earthquake Engineering - A Breakthrough of Simplified Non linear Methods-", *12th European Conference on Earthquake Engineering*.

- 25- Foutch D. and Wilcoski J. "A Rational Approach for Determining Response Modification Factors for Seismic Design of Buildings Using Current Code Provisions", *Earthquake Spectra*, vol. 21, N° 2, pp. 339-352.
- 26- Freeman, S.A. (1998) "Development and use of capacity spectrum method", in *Proceedings of the 6th US National Conference on Earthquake Engineering*, Seattle, EERI, California..
- 27- Gioncu V. (2000). "Framed structures. Ductility and seismic response General Report", *Journal of Construction Steel Research* 55, pp. 125-154.
- 28- Grigoriu, M. (1987). "Damage Models for Seismic Analysis", *Dep. of Civil Engineering, Cornell University*.
- 29- Gupta A. K. (2010). "Response Spectrum Method in Seismic Analysis of Structural Systems and Component"s. CRS Press, pp. 1-300.
- 30- Haikal G. (2003). "Overview of Elastic and Inelastic Response Spectra". Final Report, Mid-America Earthquake Center CBE Institute Texas A& M University College Station, U.S.A.
- 31- Housner, G.W. (1959) "Behavior of Structures during Earthquakes", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, vol. 85, N° EM4, Proc. Paper 2220, pp.109-129.
- 32- Housner, G.W. and Jennings, P.C. (1964) "Generation of Artificial Earthquakes", *Proc. A.S.C.E.* 90, N° EM1, pp.113-150.
- 33- Housner, G.W., Martel, R.R. and Alford, J.L (1959) "Spectrum Analysis of Strong Motion Earthquakes", *Bulletin of the Sismological Society of America*, vol. 43, N° 2, pp.97-119.
- 34- Jennings, P.C., Housner, G.W. and Tsai, N.C. (1968) "Simulated Earthquake Motions", *Tech. Report, Earthquake Engineering Research Lab., California Inst. Tech., Pasadena, California*.
- 35- Kozin, F. (1977) "Estimation and Modelling of Non Stationary Time Series", *Proc. Symposium on Applied Computational Methods in Engineering, Southern California, Los Angeles*.
- 36- Lam N., Wilson J. and Hutchinson G. (1998). "The ductility reduction factor in the seismic design of buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 27, pp. 749-769.
- 37- Lanzo G., Scasserra G. and Ding Y.Q. (2009). "Evaluation of EC8 Site-Dependent Acceleration Response Spectra Using Strong-Motion Italian Records", *Eurocode & Perspectives from the Italian Standpoint Workshop*, pp. 13-22.
- 38- Lee D., Song J. and Yun C. (1997). "Estimation of system-level ductility demands for multistory structures". *Engineering Structures*, vol. 19, N° 12, pp. 1025-1035.
- 39- Lin, J. and Mahin, S.A. (1985). "Effect of Inelastic Behavior on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures", *Report N°UCB/EERC 85-08*, Calif. University, p. 138.
- 40- Lin, Y.K. and Yong, Y. (1987). "Evolutionary Kanai-Tajimi Type Earthquake Models", *Proc. U.S.-Austria on Stochastic Structural Dynamics*, Florida Atlantic University, Boca Raton, Fla.
- 41- Locci J.M. (1985). "Comparaison Paramétrique de Calculs Dynamiques Linéaires et Non Linéaires d'Eléments de Béton Armé et de Charpente Métallique", E.N.P.C, Paris.
- 42- Medhekar, M.S. and Kennedy, D.J.L. (1998). "Displacement-based seismic design of buildings, theory and application", *Engineering Structures*, vol. 22, pp. 201-221.
- 43- Ministère de l'Urbanisme et de la Construction (1988). Règles Parasismiques Algériennes 88, Algérie
- 44- Ministère de l'Habitat Algérien (2003). Règles Parasismiques Algériennes, Algérie.
- 45- Miranda, E. (2000) "Inelastic Displacements Ratios for Structures on Firm Soils". *Journal of Structural Engineering*, vol. 126, No 10, pp. 1150-1159.
- 46- Miranda, E and Ruiz-Garc J. (2002). "Evaluation of approximate methods to estimate maximum inelastic displacement demands", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, N° 31, pp. 539-560.
- 47- Moehle, J.P. and Eeri M. (1992). "Displacement-Based Design of RC structures Subjected to earthquakes." *Earthquake spectra*, vol. 8, N.3, pp. 403-425.
- 48- Newmark N.M. and Hall W.J. (1973). "Procedures and criteria for earthquake resistant design. Building Practices for Disaster Mitigation", Dept. of Commerce, U.S.A.

- 49- Panagiotakos, T.B. and Fardis, M.N. (2001). "A displacement-based seismic design procedure for RC buildings and comparison with EC8", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 30, pp. 1439-1462.
- 50- Park, Y.T., Ang, A.H-S. and Wen, Y-K. (1984) "Seismic Damage Analysis and Damage –Limited Design of RC Buildings". Res. Series, N° 516, Dept of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana.
- 51- Paz M. (1985). *Structural Dynamics, theory and computation*. Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- 52- Pecker A. (2005). *Advanced Earthquake Engineering Analysis*, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, pp. 63-133.
- 53- Pelaez J.A., Hamadache M. and Cascado C.L. (2005). "Updating the Probabilistic Seismic Hazard Values of Northern Algeria with the 21 May 2003 M6.8 Algiers Earthquake Included", *Pure Appl. Geophys.*, N° 162, pp. 2163-2177.
- 54- Penzien, J. (1960) « Dynamic Response of Elasto-Plastic Frames », *Journal of the Structural Division, ASCE, U.S.A.*, vol. 86, N° ST7, Proc. Paper 2545, pp. 81-94.
- 55- Perdriau Ph. et Yris JP. (1985). "Comparaison du calcul sismique par spectre de réponse et accélérogrammes" *Génie Parasismique*, Paris, pp. 417-437.
- 56- Priestley, M.J.N., Calvi, G.M. and Kowalsky, M.J. (2007). "Displacement-Based Seismic Design of structures" *IUSS Press*, Pavia, Italy, pp. 1-132.
- 57- Riddell R. (1995). "Inelastic design spectra accounting for soil conditions", *Earthquake engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 1491-1510.
- 58- Riddell R. and Newmark, N.M. (1979). "Force Deformation Models for Nonlinear Behavior", *Proceedings, ASCE*, Vol. 105, N° ST12.
- 59- Sasani, M. and Anderson, J.G. (1996). "Displacement-based Design versus Force-based Design for structural walls" *Proceedings of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, Mexico.
- 60- Shinozuka, M. and Samaras, E. (1984) "ARMA Model Representation of Random Processes", Proc. 4th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, Berkeley, pp. 405-409.
- 61- Shinozuka, M. (1985) "Stochastic Fields and Their Digital Simulation", Lecture Notes for the CISM Course on Stochastic Methods in Structural Mechanics, Udine, Italy.
- 62- Stravos V. T. and Ezzio F. (1999). "Displacement Design Spectra", Vol. 3, issue 1, 107-125.
- 63- Tong G. and Huang J. (2004). "Seismic force modification factor for ductile structures, *Journal of Zhejiang University Science*, 813-825.
- 64- Veletsos, A.S. (1969) "Maximum Deformation of Certain Nonlinear Systems", *Proceedings of the 4th World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, vol. 2, pp. 155-170.
- 65- Veletsos, A.S. and Newmark, N.M. (1960) "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions", *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo and Kyoto, vol. II, pp. 895-912.
- 66- Williams M.S. and Albermann F. (2003). "Evaluation of Displacement-Based Analysis and Design Methods for Steel Frames with Passive Energy Dissipaters", *Civil Engineering Bulletin*, vol. 24, pp. 3-53.
- 67- Wilson, E.L. Farhoomand, I. and Bathe, K.J. (1973) "Non linear Dynamic Analysis of Complex Structures", *Int. J. Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 1, pp. 241-252.
- 68- Xue, Q. (2001). "A direct displacement-based seismic design procedure of inelastic structures". *Engineering Structures*, vol. 23, pp. 1453-1461.
- 69- Zarah, T.F. and Hall, W.J. (1984). "Earthquake Energy Absorption in SDFS Structures", *J.ST.Div. , ASCE*, vol. 110, ST8.

الحمد لله

الذي بنعمته

تتم الصالحات