



**Université de Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd**  
**Faculté de Technologie**  
**Département d'Hydraulique**



**Thèse**

Présentée pour l'obtention du titre de :  
**Docteur en Sciences en Hydraulique**  
**Option : Hydraulique**

Sous le Thème :

**Modélisation numérique des écoulements transitoires dans  
les conduites en charge à géométrie circulaire**

Présentée par :

**RAMOUL Sami**

**Devant le jury composé de :**

M. MESSAID Belkacem	MCA	Université de Batna2	Président
M. FOURAR Ali	Prof	Université de Batna2	Rapporteur
M. BERREKSI Ali	MCA	Université de Bejaia	Examineur
M. TIRI Amar	MCA	Université de Batna2	Examineur
M. BRIMA Abdelhafid	Prof	Université de Biskra	Examineur
M. MESSAMEH Abdelhamid	MCA	Université de Biskra	Examineur

**Janvier 2019**

# Remerciement

Tout d'abord, je remercie Dieu le Tout Puissant de m'avoir donné le courage et la force pour mener à bien ce travail.

Je tiens avant tout à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur *Fourar Ali*, Professeur de l'Enseignement Supérieur à l'université Batna 2, qui m'a fait l'immense honneur d'être mon promoteur, pour m'avoir dirigé dans l'élaboration de cette thèse. Son encadrement, ses critiques constructives, ses précieux conseils, ses relectures pointilleuses m'ont été d'une aide précieuse. Pour tout cela ainsi que pour sa confiance, ses encouragements ininterrompus, le climat agréable de travail, et sa disponibilité du début à la fin de l'élaboration de cette thèse, je le remercie vivement et qu'il trouve ici l'expression de ma considération profonde.

Je suis très honoré que le Monsieur *Messaid Belkacem*, Maitre de Conférences à l'université de Batna 2, a accepté d'examiner ce travail et de présider le jury de thèse. Je tiens, vivement, à lui exprimer mes remerciements et ma profonde gratitude.

Ma gratitude et mes remerciements vont, également, à Monsieur *Brima Abdelhafidh*, Professeur de l'Enseignement Supérieur à l'université de Biskra, pour l'intérêt qu'il a manifesté à ce travail et de bien vouloir accepter de faire partie du jury.

Je remercie, également, Monsieur *Tiri Amar*, Maitre de Conférences à l'université de Batna 2, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie, également, Monsieur *Berreksi Ali*, Maitre de Conférences à l'université de Bejaia, pour avoir accepté de faire rapporteur de ce travail et de participer au jury.

Enfin, Je suis également très reconnaissant envers Monsieur *Messameh Abdelhamid*, Maitre de Conférences à l'université de Biskra, d'avoir accepté notre invitation pour faire partie de ce jury.

Mes remerciements vont, également, à toute ma grande famille, en particulier à ma très chère mère et à l'esprit de mon père, à chacun de mes frères et surtout à ma femme.

### Résumé

Les changements du régime d'écoulement d'un fluide dans une conduite, entraînent souvent des variations brusques des pressions ou des vitesses et donnent lieu à des écoulements transitoires en charge. L'étude du phénomène des écoulements transitoires en charge vise par conséquent, à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation accidentelle de l'écoulement.

En définissant l'étendue d'une étude de coup de bélier, on prévoit l'examen des variations de vitesse ou de débit et de pression qui résultent de mauvaises opérations du système hydraulique, de son opération normale et des opérations d'urgence.

Cette étude présente une modélisation numérique du phénomène des écoulements transitoires dans les conduites en charge à géométrie circulaire. La méthode des caractéristiques est utilisée pour résoudre les équations (EDP) gouvernantes dérivées des équations de Navier-Stokes.

Grâce au logiciel AFT Impulse, nous avons obtenu des résultats numériques très intéressants et très pratiques, pour analyser le phénomène des écoulements transitoires dans les conduites en charge à sections variables.

**Mots-clés :** Modélisation numérique, écoulement transitoire, coup de bélier, conduite en charge, section variable, méthode des caractéristiques, logiciel AFT Impulse.

### Abstract

Changes in the system flow of a fluid in a conduct often cause sudden changes in pressure or velocity and give rise to so-called transient flows. So, the study of the phenomenon of transient flows aims to determine if the pressure in a system is within the prescribed limits, following a perturbation of the flow.

In the objective of studying the range of a water hammer, an examination of variations in velocity or flow and pressure resulting from inappropriate operation of the hydraulic system is made.

This study presents a numerical modeling of the phenomenon of transient flows in load conducts with circular geometries. The characteristic method is used to solve the equations (PDE) governors derived from the Navier-Stokes equations.

Thanks to the AFT Impulse software, very interesting and very practical numerical results are obtained to analyze the phenomenon of transient flows in conducts with variable section.

**Keywords:** Numerical modeling, transient flow, water hammer, load conducts, variable section, characteristic method, AFT Impulse software.

### ملخص

إن التغييرات في نظام السريان الانضغاطي داخل الأنبوب غالباً ما تؤدي إلى تغييرات مفاجئة في الضغط أو السرعات وتؤدي إلى سريان حرج، وبالتالي فإن دراسة ظاهرة السريان الحرج تهدف لتحديد ما إذا كان الضغط في النظام ككل ضمن الحدود المنصوص عليها، بعد حدوث اضطراب عرضي في السريان. لتحديد نطاق دراسة المطرقة المائية، من المتوقع أن يتم فحص التغييرات في السرعة أو التدفق والضغط الناتج عن ضعف عمليات النظام الهيدروليكي والتشغيل العادي و عمليات الطوارئ. هذه الدراسة تقدم نمذجة عددية لظاهرة السريان الحرج في الأنابيب المضغوطة ذات الهندسة الدائرية . حيث تم استخدام طريقة الخصائص من أجل حل المعادلات التفاضلية (EDP) المشتقة من معادلات Navier-Stokes بفضل البرنامج AFT Impulse، تحصلنا على نتائج عددية هامة وعملية للغاية، لتحليل ظاهرة السريان الحرج في الأنابيب المضغوطة ذات الأقطار المتغيرة

**الكلمات الرئيسية:** نمذجة عددية، السريان الحرج ، المطرقة المائية، أنابيب مضغوطة، طريقة الخصائص، أقطار متغيرة، برنامج "AFT Impulse".

# Table des matières

Remerciement	
Résumé	
Notations	
Introduction générale.....	16

## **Chapitre I : Etat de l'art du phénomène des écoulements transitoires**

I.1. Introduction.....	21
I.2. Ecoulements transitoires à surface libre.....	21
I.3. Les écoulements transitoires dans les réseaux d'assainissements.....	21
I.3.1. Instabilité sur fond sec.....	21
I.3.2. Instabilité de transition supercritique-subcritique.....	22
I.3.3. Instabilité d'écoulement transitoire.....	23
I.3.4. Instabilité pulsatoire.....	25
I.4. Dérivations des équations de Saint-Venant.....	25
I.4.1. Hypothèses et approximations.....	26
I.4.1.1. Hypothèse de pression hydrostatique.....	26
I.4.1.2. Hypothèse de l'imperméabilité du fond et de la surface libre .....	27
I.4.1.3. Hypothèse de Boussinesq.....	27
I.5. Ecoulements transitoires en charge.....	28
I.6. Techniques de résolution numérique courantes.....	32
I.6.1. Méthode des caractéristiques.....	33
I.6.2. Méthode des plans d'ondes.....	34
I.6.3. Méthode des différences finies.....	34
I.6.4. Méthode des éléments finis.....	36
I.6.5. Méthode des volumes finis.....	36
I.7. Conclusion.....	37

## **Chapitre II : Description des écoulements transitoires en charge**

II.1. Introduction.....	39
-------------------------	----

II.2. Types d'écoulements.....	39
II.2.1. Écoulement permanent .....	39
II.2.2. Écoulement non permanent.....	39
II.2.3. Écoulement uniforme.....	39
II.2.4. Écoulement non uniforme.....	40
II.2.5. Écoulement transitoire.....	40
II.3. Types des ondes.....	40
II.3.1. Ondes linéaires.....	40
II.3.2. Ondes non linéaires.....	41
II.4. Phénomène du coup de bélier.....	41
II.4.1. Définition.....	41
II.4.2. Causes du coup de bélier.....	41
II.4.3. Risques dus aux coups de bélier.....	42
a. Cas de surpression.....	42
b. Cas de dépression.....	42
C. Fatigue de la canalisation.....	42
II.5. Description des phénomènes physiques en jeu.....	43
II.5.1. État d'équilibre d'un système hydraulique.....	43
II.5.2. Coup de bélier de masse et coup de bélier d'onde.....	43
II.5.3. Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions.....	43
II.6. Valeur numérique du coup de bélier.....	44
II.6.1. Manœuvres rapides (formule de Joukowski) .....	44
II.6.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement.....	44
II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie.....	46
II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe.....	46
II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite.....	47
II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques.....	48
II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite.....	48
II.10. Conclusion.....	49

## **Chapitre III : Modélisation mathématique**

III.1. Introduction.....	51
III.2. Modélisation mathématique.....	51

III.2. 1. Hypothèse.....	51
III.2.2. Équation générale du mouvement dans une conduite en régime transitoire.....	51
III.2.2.1. Équation de conservation de la masse.....	52
III.2.2.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement.....	52
III.2.3. mise en équation du problème.....	54
III.2.4. Conditions initiales.....	60
III.2.5. Conditions aux limites.....	61
III.3. Analyse des paramètres.....	61
III.4.Types des conduites.....	63
III.5.Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite.....	64
III.6. Conclusion.....	65

## **Chapitre IV : Méthodes numériques de résolution**

IV.1. Introduction.....	67
IV.2. Méthode des caractéristiques.....	68
IV.3. Conditions aux limites.....	75
IV.4. Perte de charge singulière.....	77
IV.5. Conclusion.....	77

## **Chapitre V : Simulations numériques et résultats**

V.1. Introduction.....	79
V.2. Modélisation et calcul du coup de bélier dans les réseaux de canalisation par le logiciel AFT Impulse.....	79
V.2.1. Description générale d'AFT Impulse.....	79
V.2.2. Caractéristiques D'AFT Impulse.....	80
V.2.3. Composants modélisables par AFT Impulse.....	81
V.3. Description détaillé d'AFT Impulse.....	83
V.3.1. Principe de base du fonctionnement d'AFT Impulse.....	83
V.3.2. Le solveur du régime stationnaire ou permanent.....	84
V.3.3. Le solveur du régime transitoire ou non permanent.....	84
V.3.4. Les fenêtres du logiciel AFT Impulse.....	85
A) Les fenêtres d'entrées.....	85

B) Les fenêtres de sorties.....	86
V.4. Les étapes fondamentales d'utilisation du logiciel.....	86
V.4.1. Discrétisation des conduites.....	87
V.5. Modèle d'étude N°01.....	87
V.5.1. Les données du modèle N°01.....	88
V.5.2. Résultats graphiques du modèle N°01.....	88
V.5.3. Interprétation du modèle N°01.....	95
V.6. Modèle d'étude N°02.....	95
V.6.1. Les données du modèle N°02.....	96
V.6.2. Résultats graphiques du modèle N°02.....	96
V.6.3. Interprétation du modèle N°02.....	109
V.6.4. Comparaison entre les modèles 1 et 2.....	109
V.7. Modèle d'étude N°03.....	110
V.7.1. Les données du modèle N°03.....	110
V.7.2. Résultats graphiques du modèle N°03.....	111
V.7.3. Interprétation du modèle N°03.....	116
V.8. Modèle d'étude N°04.....	117
V.8.1. Les données du modèle d'étude N°04.....	117
V.8.2. Résultats graphiques du modèle N°04a.....	118
V.8.3. Interprétation du modèle N°04a.....	122
V.8.4. Résultats graphiques du modèle N°04b.....	123
V.8.5. Interprétation du modèle N°04b.....	127
V.8.6. Comparaison entre les modèles 4a et 4b.....	127
V.9. Conclusion.....	127
Conclusion générale.....	128
Références bibliographiques	

## Liste des figures

Figure II.1. Fermeture lente d'une vanne de sectionnement.....	45
Figure. II.2. Evolution de la pression et de la vitesse au cours du temps, aux points caractéristiques .....	48
Figure. II.3. Evolution de la pression le long de la conduite.....	49
Figure. III.1. Contraintes latérales dans une conduite a paroi mince.....	56
Figure. III.2. Paroi de la conduite.....	63
Figure. III.3. Vitesse de propagation de l'onde de pression dans l'eau pour différents types de tuyauterie.....	65
Figure. IV.1. Schéma des caractéristiques.....	71
Figure. IV.2. Discrétisation du domaine d'étude.....	73
Figure. IV.3. Deux conduites en séries.....	76
Figure. V.1. L'interface de logiciel AFT Impulse. ....	80
Figure. V.2. Schéma du fonctionnement du logiciel AFT Impulse.....	82
Figure. V.3. Les fenêtres primaires dans le logiciel AFT Impulse. ....	85
Figure. V.4. Les stations de calcul.....	87
Figure. V.5. Schéma du modèle N°01.....	87
Figure. V.5.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1.....	89
Figure. V.5.2. Variation de la hauteur dans la conduite 1 à l'entrée de la pompe.....	89
Figure. V.5.3. Variation du débit dans la conduite 1 à la sortie du réservoir 1.....	90
Figure. V.5.4. Variation du débit dans la conduite 1 à l'entrée de la pompe.....	90
Figure. V.5.5. Variation de la hauteur dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.....	91
Figure. V.5.6. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point médian.....	91
Figure. V.5.7. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point avant le réservoir 2.....	92
Figure. V.5.8. Variation de la hauteur dans le réservoir 2.....	92
Figure. V.5.9. Variation du débit dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.....	93
Figure. V.5.10. Variation du débit dans la conduite 2 au point médian.....	93
Figure. V.5.11. Variation du débit dans la conduite 2 avant le réservoir 2.....	94

Figure. V.5.12.Variation du débit dans le réservoir 2.....	94
Figure. V.6. Schéma du modèle N°02.....	95
Figure. V.6.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1.....	97
Figure. V.6.2. Variation de la hauteur de la conduite 1 à l'entrée de la pompe.....	97
Figure. V.6.3. Variation du débit dans la conduite 1 à la sortie du réservoir 1.....	98
Figure. V.6.4.Variation du débit dans la conduite 1 à la sortie de la pompe.....	98
Figure. V.6.5. Variation de la hauteur de la conduite 2 au point médian.....	99
Figure. V.6.6. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point médian.....	99
Figure. V.6.7.Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point de changement de la section.....	100
Figure. V.6.8.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point de changement de la section.....	100
Figure. V.6.9.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian.....	101
Figure. V.6.10.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point de changement de section avec la conduite 4.....	101
Figure. V.6.11.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point de changement de section avec la conduite 3.....	102
Figure. V.6.12.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point médian.....	102
Figure. V.6.13.Variation de la hauteur dans la conduite 4 avant le réservoir 2.....	103
Figure. V.6.14.Variation de la hauteur de la conduite 4 dans le reservoir2.....	103
Figure. V.6.15.Variation du débit dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.....	104
Figure. V.6.16.Variation du débit dans la conduite 2 au point médian.....	104
Figure. V.6.17.Variation du débit dans la conduite 2 au point de changement de section.....	105
Figure. V.6.18.Variation du débit dans la conduite 3 au point de changement de section avec la conduite 2.....	105
Figure. V.6.19.Variation du débit dans la conduite 3 au point médian.....	106
Figure. V.6.20. Variation du débit dans la conduite 3 au point de changement de section avec la conduite 4.....	106
Figure. V.6.21.Variation du débit dans la conduite 4 au point de changement de section avec la conduite 3.....	107
Figure. V.6.22.Variation du débit dans la conduite 4 au point médian.....	107
Figure. V.6.23.Variation du débit dans conduite 4 au point avant le réservoir 2.....	108
Figure. V.6.24.Variation du débit dans conduite 4 dans le réservoir 2.....	108
Figure. V.7. Schéma du modèle N°03.....	110

Figure. V.7.1. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite d'aspiration 1 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	111
Figure. V.7.2. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite de refoulement 2 a la sortie de la pompe pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	112
Figure. V.7.3. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite de refoulement 2 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	112
Figure. V.7.4. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 2 à la section juste avant le réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	113
Figure. V.7.5. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 2 à la section du réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	113
Figure. V.7.6. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 1 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	114
Figure. V.7.7. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 a la sortie de la pompe pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	114
Figure. V.7.8. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	115
Figure. V.7.9. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 à la section juste avant le réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	115
Figure. V.7.10. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 à la section du réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.....	116
Figure. V.8. Schémas du modèle 4a, conduite de diamètre constant.....	117
Figure. V.8.1. Schémas du modèle 4b, conduite de diamètre variable.....	117
Figure. V.8.3. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	118
Figure. V.8.4. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	119
Figure. V.8.5. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	119
Figure. V.8.6. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	120
Figure. V.8.7. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	120

Figure. V.8.8. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	121
Figure. V.8.9. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	121
Figure. V.8.10. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	122
Figure. V.8.11. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	123
Figure. V.8.12. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	123
Figure. V.8.13. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 4 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	124
Figure. V.8.14. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 5 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	124
Figure. V.8.15. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	125
Figure. V.8.16. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	125
Figure. V.8.17. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 4 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	126
Figure. V.8.18. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 5 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.....	126

## Liste Des Tableaux

<b>Tableau III.1.</b> Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite.....	64
<b>Tableau. V.1.</b> Caractéristique de la pompe.....	88
<b>Tableau. V.2.</b> Caractéristique de la pompe.....	96
<b>Tableau. V.3.</b> Caractéristiques de la pompe pour la durée d'arrêt d'une seconde.....	109
<b>Tableau. V.4.</b> Caractéristiques de la pompe pour la durée d'arrêt de 2 secondes.....	109
<b>Tableau. V.5.</b> Paramètres des conduites et du fluide.....	117
<b>Tableau. V.6.</b> CV / temps de la vanne.....	118
<b>Tableau. V.7.</b> CV / temps de la vanne.....	118

# Notations

$A$  : Section de la conduite [m<sup>2</sup>].

$A_H$  : Coefficient de diffusion [m<sup>2</sup>/s].

$C$  : Célérité de l'onde de pression [m/s].

$D$  : Diamètre de la conduite [m].

$e$  : Épaisseur de la paroi [m].

$\vec{e}_x$  : Direction axiale.

$\vec{e}_r$  : Direction radiale.

$\vec{e}_\theta$  : Direction angulaire.

$E_c$  : Module d'Young ou module d'élasticité des matériaux constituant la conduite [N/m<sup>2</sup>].

$E_e$  : Module d'élasticité du liquide ou compressibilité de l'eau [N/m<sup>2</sup>].

$f$  : Coefficient de frottement [-].

$f_r$  : Force de pesanteur le long de x

$f_x$  : Force de pesanteur le long de r

$f_\theta$  : Force de pesanteur le long de  $\theta$

$f_c$  : Paramètre de Coriolis

$F$  : Force de pesanteur

$g$  : Accélération gravitationnelle [m/s<sup>2</sup>].

$h$  : Profondeur totale d'eau [m].

$h_z$  : Hauteur d'immersion [m].

$H$  : Charge hydraulique [m].

$H_g$  : Hauteur géométrique [m].

$H_{mt}$  : Hauteur manométrique total [m].

$k$  : Coefficient de rugosité absolue.

$K$  : Seconde viscosité dynamique du fluide [Kg/m.s].

$L$  : Longueur de la conduite [m].  
 $M$  : Le nombre de mach de l'écoulement.  
 $p$  : Pression locale [N/m<sup>2</sup>].  
 $P$  : Pression moyenne [N/m<sup>2</sup>].  
 $P_{atm}$  : Pression atmosphérique [N/m<sup>2</sup>].  
 $q$  : La valeur de la surpression et de la dépression due au coup de bélier [m<sup>3</sup>/s].  
 $Q$  : Débit volumique [m<sup>3</sup>/s].  
 $Q_0$  : Débit volumique initial [m<sup>3</sup>/s].  
 $R$  : Rayon de la conduite [m].  
 $R_e$  : Nombre de Reynolds.  
 $t$  : Temps [s].  
 $T$  : Duré de fermeture de la vanne [s].  
 $t_{ca}$  : Temps caractéristique du tronçon de la conduite [s].  
 $U$  : Vitesse moyenne du fluide [m/ s].  
 $\mathcal{V}$  : Le volume du fluide [m<sup>3</sup>].  
 $\vec{v}$  : Vecteur vitesse [m/s].  
 $W^+$  : Courbe de la caractéristique plus.  
 $W^-$  : Courbe de la caractéristique moins.  
 $x$  : Abscisse [m].  
 $z$  : Cote géométrique [m].  
 $z_f$  : Dénivellation du fond [m].  
 $z_s$  : Dénivellation de la surface libre d'eau [m].  
 $(u, v, w)$  : Composantes du vecteur vitesse  
 $(u^s, v^s, w^s)$  : Composantes du vecteur vitesse en surface  
 $(u^f, v^f, w^f)$  : Composantes du vecteur vitesse au fond  
 $\alpha$  : Angle formé par la conduite et l'horizontale [rad].  
 $\mu$  : Viscosité dynamique du fluide [Kg/m.s].  
 $\nu$  : Viscosité cinématique du fluide [m<sup>2</sup>/s].  
 $\gamma$  : Poids spécifique [Kg/m<sup>2</sup>.s<sup>2</sup>].

$\sigma$  : Contraintes latérale [N/m<sup>2</sup>].

$\varepsilon$  : La déformation du matériau

$\xi$  : Coefficient de perte de charge.

$\Omega$  : La vitesse angulaire de rotation de la terrestre [rad/s].

$\varphi$  : Latitude du lieu considéré

$\tau_{fx}, \tau_{fy}$  : Composantes du vecteur contrainte  $\vec{\tau}_f$  [N/m<sup>2</sup>].

$\tau_{sx}, \tau_{sy}$  : Composantes du vecteur contrainte  $\vec{\tau}_s$  [N/m<sup>2</sup>].

$\tau_w$  : Contrainte tangentielle [N/m<sup>2</sup>].

$\rho, \rho^0$  : Masse volumique du fluide [Kg/m<sup>3</sup>].

$\Delta h$  : Surpression maximale [m].

$\Delta h_{\max}$  : Variation max du coup de bélier [m].

$\Delta h_s$  : Perte de charge singulière [m].

$\Delta h_t$  : Perte de charge totale [m].

$\Delta H$  : Variation de la charge [m].

$\Delta P$  : Variation de la pression [N/m<sup>2</sup>].

$\Delta t$  : Pas de discrétisation temporelle [s].

$\Delta U$  : Variation de la vitesse moyenne [m/s].

$\Delta x$  : Pas de discrétisation spatiale [m].

$\Delta \rho$  : Variation de la densité de l'eau [Kg/m<sup>3</sup>].

### Introduction générale

L'étude et la maîtrise des régimes transitoires dans les conduites en charge présentent des intérêts remarquables, lors de la conception et l'implantation des réseaux, en ce sens qu'elle permet, lors du dimensionnement d'en tenir compte pour le choix des diamètres des conduites ou pour l'installation d'éléments pouvant atténuer les effets de surpressions et de dépressions indésirables. La prévention de ce régime exige l'utilisation de gros diamètres et d'épaisseurs élevées, ce qui revient toujours cher mais néanmoins garantit une certaine sécurité vis-à-vis des conséquences qu'il peut générer.

Le régime transitoire dans les conduites fermées est caractérisé par des variations des pressions souvent très élevée ou très faible. Ces variations sont accompagnées par le phénomène de propagation des ondes de pression qui parcourent le réseau pendant un certain temps jusqu'à leur amortissement et le rétablissement du régime initiale [1]. Ce régime est source de plusieurs dégâts (détérioration des conduites) qui occasionnent des coûts d'équipements et d'entretien habituellement non prévus [2]. Ce phénomène de propagation des ondes est appelé coup de bélier ou choc hydraulique.

L'étude du phénomène du coup de bélier a fait l'objet de beaucoup des recherches tendant à dégager de la théorie mathématique, des formules pratiques pour ses divers effets. Son importance apparait dans différents domaines, tels que la biologie, stations hydroélectriques, thermiques et nucléaires, système d'injection de carburant et autres problèmes invoquant la transmission de substance ou de fluides divers.

Dans les réseaux hydrauliques, les causes fréquentes occasionnant des coups de bélier sont [3] :

- L'ouverture ou la fermeture des vannes dans les conduites gravitaires en charge.
- La mise en marche ou l'arrêt des pompes sur des conduites de refoulement.
- Vidange ou remplissage inadéquat de la conduite en charge.
- Implosion des poches d'air suite à une cavitation.
- Modification de la vitesse angulaire d'une pompe.
- Coupure électrique inopinée dans une station de pompage qui est la cause la plus fréquente du coup de bélier en hydraulique urbaine.
- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- Variation d'un plan d'eau relié à un réseau en charge.
- Vibration des accessoires de contrôle comme les vannes.

## Introduction générale

---

Donc l'étude du phénomène des écoulements transitoires en charge vise à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement.

Evidemment, en définissant l'étendu d'une étude de coup de bélier, on prévoira l'examen des variations de débit et de pression qui résultent de mauvaise opération du système, de son opération normale et des opérations d'urgence. Le concepteur d'un système de transport de liquide sous pression aura avantage à effectuer le design du réseau en ne perdant jamais de vue les considérations du coup de bélier. En effet, certains choix judicieux au stade de conception peuvent minimiser l'étendue d'un éventuel problème de coup de bélier, et donc réduire le coût du système projeté.

L'objectif de cette thèse est de traiter la théorie du choc hydraulique provoqué par le coup de bélier dans les conduites en charge à section variable et l'effet de la durée d'arrêt de la pompe sur la conduite de refoulement [4, 5]. Pour atteindre cet objectif nous allons étudier le phénomène des écoulements transitoires dans les conduites en charge en passant par l'aspect théorique présenté par les équations de Navier Stokes pour un écoulement compressible, équation de conservation de la masse et équation de conservation de la quantité de mouvement, auxquelles on adjoindra les lois de comportement ou équations d'état du fluide et d'élasticité de la conduite.

A partir de ces équations chaque méthode emploie différentes hypothèses simplificatrices et/ou des procédures de résolutions, telle que les méthodes : analytiques, graphiques, numériques, etc [6]. Compte tenu de la complexité du phénomène, ils n'existent pas vraiment des solutions analytiques complètes qui permettent de résoudre le problème, c'est le cas de la méthode d'Allievi [7, 8], qui nous donne une solution globale du problème, mais ne tient pas en compte des pertes de charges, qui agissent sur l'ampleur du phénomène et les méthodes approximatives graphiques comme la méthode de Schnyder-Bergeron [9, 10]. Ces méthodes ne sont pas vraiment efficaces pour résoudre les cas complexes comme par exemple une conduite présentant plusieurs embranchements, ou une conduite avec des caractéristiques variables, comme des variations de la section, etc. Alors les méthodes numériques de résolution des équations aux dérivées partielles non linéaires, ont donc pris le relais pour nous permettre de quantifier ce type de phénomène.

Parmi les méthodes numériques les plus utilisées dans ce domaine, nous citons [11, 12]:

1. Méthode des caractéristiques (MDC).
2. Méthode des différences finies (MDF).
3. Méthode des éléments finis (MEF).

### 4. Méthodes des volumes finis (MVF).

Les différentes étapes pour modéliser un système complexe [13] :

- Recherche d'un modèle mathématique représentant la physique et mise en équation.
- Elaboration d'un maillage et discrétisation des équations de la physique.
- Résolution des équations discrètes (souvent systèmes linéaires à résoudre).
- Transcription informatique et programmation des relations discrètes.
- Simulation numérique et exploitation des résultats.

La simulation numérique est utilisée afin :

- D'examiner les concepts de base de la modélisation et la simulation numérique de la propagation des ondes élastique dans l'hydraulique transitoire.
- De définir les conditions d'utilisation d'un tel modèle.
- De bien comprendre le phénomène de propagation afin de mieux l'interpréter.
- D'obtenir de résultats bien précis sur l'évolution du phénomène transitoire.
- D'en considérer l'exploitation surtout en matière de protection contre les effets néfastes des variations de pressions, surtout dans les systèmes hydrauliques (réseau de canalisations ...).
- D'obtenir des conditions bien précises en ce qui concerne le dimensionnement des organes de protections (chambre d'équilibre, réservoir d'air, soupape de décharge, ...)
- De bien connaître les pressions produites afin de mieux dimensionner les conduites forcées (leur épaisseur) qui constituent un organe important et coûteux dans les installations hydro-électriques (vu leur développement actuel).
- De bien cerner la vitesse d'écoulement de l'eau dans les conduites (vu la tendance actuelle des industries à augmenter cette vitesse) celles-ci qui ne dépassait pas les 2 ou 3 m/s, atteint aujourd'hui dans certains projets, 5 à 6 m/s ce qui rend encore plus important le phénomène du coup de bélier.

Cette thèse sera organisée en cinq chapitres:

Le premier chapitre présente une étude sur le phénomène des écoulements transitoires, les différents travaux faites dans ce domaine.

Le deuxième chapitre est consacré à l'analyse théorique puis physique du phénomène transitoire en tant que régime d'écoulement.

Le troisième chapitre présente les équations qui permettent d'étudier tous les phénomènes transitoires que l'on rencontre en écoulement monophasique sous pression. Ces équations sont dérivées des équations de Navier Stokes pour un écoulement compressible.

## Introduction générale

---

Le quatrième chapitre sera consacré à la méthode numérique qui est la méthode des caractéristiques, pour analyser les différents cas des phénomènes transitoires rencontrés en pratique dans les installations hydrauliques réelles comme celui de la propagation des ondes élastiques dans les conduites en charges a section variable (gravitaires, forcées, etc.) suite à un arrêt brusque de la pompe.

Enfin dans le cinquième chapitre en utilisant le logiciel AFT impulse, nous allons présenter les résultats numériques de la variation de la hauteur et du débit d'écoulement au cours du temps obtenus avec leurs interprétations.

# CHAPITRE I

*Etat de l'art du  
phénomène des  
écoulements transitoires*

## **I.1. Introduction**

Un régime transitoire est un régime qui permet l'évolution d'un système qui n'a pas encore atteint un état stable ou le régime établi et il peut apparaître lors d'une modification d'un système. Dans le présent chapitre nous allons présenter une étude bibliographique des principaux résultats de recherche théoriques et numériques dans le domaine du calcul des écoulements instationnaires en charge ou à surface libre.

## **I.2. Ecoulements transitoires à surface libre**

Dans les écoulements à surface libre (rivière, irrigation, assainissement), les phénomènes transitoires sont systématiquement présents du fait de la variabilité intrinsèque des débits. Ils se traduisent par une variation, qui peut être brutale dans certains cas de la hauteur d'eau due à la propagation d'une onde de gravité ou d'un ressaut hydraulique. En effet, lors du démarrage d'une pompe ou de l'ouverture d'une vanne, une onde peut rapidement se propager dans le canal [14].

## **I.3. Les écoulements transitoires dans les réseaux d'assainissements**

Lorsque la conduite est ventilée et que l'effet de l'air sur la dynamique de l'écoulement est négligé, on parle d'un écoulement transitoire monophasique. L'écoulement transitoire sera dit diphasique si l'effet de l'air emprisonné dans une conduite non ventilée est intégré dans l'analyse hydraulique du réseau [15]. L'écoulement transitoire accompagne souvent les orages particulièrement sévères pour lesquels le débit de pointe dépasse la capacité d'évacuation du réseau. Le réseau est alors le siège d'une succession de phases qui vont du simple écoulement par gravité à la vidange des eaux en passant par la phase d'inondation [16]. Le passage d'un régime d'écoulement à l'autre obéit à des lois d'instabilité que Yen [17] regroupe en cinq catégories: l'instabilité sur fond sec, l'instabilité de ressaut hydraulique, l'instabilité pulsatoire, l'instabilité transitoire et l'instabilité pressurisée.

### **I.3.1. Instabilité sur fond sec**

Les instabilités sur fond sec sont régies par les forces gravitaires et les forces de tension superficielle. Elles surviennent généralement à l'initialisation de l'écoulement ou lorsque le niveau de l'eau diminue considérablement dans les canalisations de drainage. Lorsque la

gravité est prépondérante, la formation d'un mince film d'eau favorise l'initiation de l'écoulement. Toutefois, si la tension de surface prédomine, l'eau aura tendance à s'accumuler dans des poches isolées, et son écoulement sera inhibé. La modélisation de cet épisode conduit à une certaine volatilité du modèle ou à la génération de profondeurs négatives. Afin d'éviter cet obstacle, une pratique courante consiste à imposer une profondeur minimale dont le seuil dépend de la performance du modèle. Cependant, les volumes d'eau accumulés, même avec la profondeur minimale, peuvent atteindre des quantités considérables dans les grands réseaux. En conséquence, la résolution de cette instabilité ne peut se faire qu'en prenant en compte les forces de tension superficielle dans la formulation mathématique des équations régissant le mouvement de l'eau. Malheureusement, ces forces sont souvent négligées dans les équations habituellement utilisées.

### **I.3.2. Instabilité de transition supercritique-subcritique**

L'instabilité supercritique-subcritique survient lorsque l'écoulement passe du régime torrentiel (supercritique) au régime fluvial (subcritique). Ce changement de régime est généralement accompagné d'un ressaut hydraulique. Cette forme d'instabilité peut induire des profondeurs d'écoulement supérieures à la couronne de l'égout, provoquant alors la transition vers un écoulement en charge ou l'instabilité transitoire lorsque la hauteur du ressaut se rapproche trop près de la couronne de la conduite. En régime fluvial, toute perturbation peut se propager aussi bien vers l'amont que vers l'aval alors qu'elle ne peut se propager que vers l'aval si l'écoulement est torrentiel. La direction de propagation rend difficile le choix des conditions aux limites appropriées lorsque l'écoulement passe aléatoirement du régime torrentiel au régime fluvial à la limite du système. Grâce à la méthode des caractéristiques ou des invariants de Riemann, l'intégration de cette considération dans la modélisation numérique (direction de propagation des perturbations en fonction de la nature du régime d'écoulement) permet de limiter dans certains cas le nombre des conditions aux limites requises par le calcul. Schmidt et al [18] ont par exemple démontré que pour les écoulements torrentiels, l'imposition des conditions frontière supplémentaires à la limite aval n'était pas justifiée. Toutefois, dans les cas où des changements de régime d'écoulement se produisent rapidement, un tel examen peut être difficile à tenir, et une meilleure caractérisation des conditions aux limites de l'écoulement est alors requise. En outre, une variation instantanée de la profondeur d'eau dans la conduite ou à l'une de ses extrémités peut susciter l'initiation d'un front d'onde. L'écoulement, extrêmement complexe dans ces fronts, est généralement

accompagné de fortes turbulences, d'effets non hydrostatiques (entraînement et emprisonnement d'air) et d'apparition de phénomènes pulsatoires. Malheureusement, les modèles actuels sont incapables de simuler ces phénomènes pulsatoires et admettent pour la plupart une discontinuité de l'écoulement au point de ressaut. Une telle hypothèse rencontre cependant certaines lacunes théoriques et numériques à cause de la difficulté d'intégrer ou de dériver les équations d'Alliévi au point de la discontinuité. Pour surmonter cet obstacle, les approches conservatrices par volume fini, y compris la technique Godounov [19, 20], révèlent des perspectives prometteuses en raison de leur capacité à intégrer des fonctions discontinues. Toutefois, pour les cas où la distribution de pression n'est pas hydrostatique, une préoccupation majeure relative aux ressauts en mouvement demeure [21]. Les situations de cette nature conduisent à remettre en cause l'application des équations de St-Venant.

### **I.3.3. Instabilité d'écoulement transitoire**

Du point de vue physique, les ondes linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide sans modifier les propriétés physiques locales (compressibilité, masse spécifique, Elle est caractérisée par une coexistence simultanée du régime en charge et du régime à surface libre dans l'écoulement. La modélisation précise du phénomène transitoire requiert une compréhension poussée de la physique du phénomène tant à l'intérieur qu'aux limites du système d'égout [18]. D'après Yen [17], quatre mécanismes principaux conduisent à la génération de l'écoulement transitoire dans les réseaux d'assainissement urbains (RAU). Le premier mécanisme (le plus courant) découle d'une variation brutale de la hauteur d'eau au point de jonction (regard ou puits de ventilation). Elle est souvent engendrée par la fermeture ou l'ouverture rapide d'une vanne d'arrêt, la mise en marche ou l'arrêt d'une pompe de relève, ou lors des crues exceptionnelles générant un accroissement rapide des débits d'apports [22]. Ce type d'instabilité commence souvent à proximité des limites du système, amplifiant du même coup la nécessité d'une meilleure maîtrise des conditions aux limites. Un autre mécanisme pouvant causer ces instabilités est l'emprisonnement d'air dans les conduites du RAU. Lorsque la ventilation des conduites est inadéquate, une compression de l'air des canalisations devient possible entraînant une augmentation subséquente de la pression partielle. L'évacuation partielle de l'air à une extrémité de la canalisation abaisse momentanément la pression, tout en favorisant l'écoulement gravitaire à travers l'émergence d'une admission d'air frais à l'extrémité opposée, permettant ainsi simultanément une arrivée d'eau importante à cette même extrémité. Ces deux événements génèrent à terme un

accroissement de la pression dans la cavité d'air. Néanmoins, un tel cycle oscillatoire, décrit par Yen [21] et appelé écoulement intermittent par Aimable et Zech [23], doit encore être pleinement formalisé. Dans la même lancée, des études menées par Martin [24] ou Zhou et al [25, 26] sur l'expulsion d'air accompagnée de phénomènes de geyser laissent la place à de meilleures investigations. Notamment, les travaux récents de León et al [27], Vasconcelos et Wright [28], Wright et al [29, 30] offrent de nouvelles perspectives. Le second mécanisme identifié par Yen [21] est lié à l'instabilité de Helmholtz qui se développe à l'interface air-eau, provoquant l'emprisonnement des poches d'air et d'importantes oscillations de pression dans l'écoulement. L'instabilité de Helmholtz se produit dans les régions intérieures de l'égout où il existe de grandes différences entre la vitesse de la couche d'air et de la vitesse de la couche d'eau [22, 24]. Ces différences de vitesse se produisent par exemple quand il y a un ressaut hydraulique ou une onde de choc qui pousse l'air dans le sens opposé à la couche d'eau. Un contre-courant peut également survenir pendant la vidange du réseau: le front de vidange remonte la conduite de l'aval vers l'amont, provoquant une expulsion d'eau de la conduite et son remplacement immédiat par l'air [18]. Le différentiel de vitesse air/eau et la présence inévitable d'ondulation à la surface de l'eau engendrent une variation de pression avec des valeurs minimales et maximales respectivement dans les crêtes et dans les creux des perturbations [31]. Cette différence de pression pousse la crête de la vague vers le haut tandis que la force de gravité agit dans le sens contraire. L'instabilité s'installe lorsque la différence de pression est plus importante que la force gravitationnelle [22]. L'amplitude des ondulations de l'eau peut devenir suffisamment importante pour atteindre la couronne de la conduite piégeant du même coup l'air entre deux colonnes d'eau. La simulation de telles conditions d'écoulement dans les égouts, sans les oscillations parasites des modèles numériques, et l'intégration des instabilités potentielles (comme une initiation du front d'onde) sont des préoccupations majeures pour les chercheurs. Le troisième mécanisme de mise en charge rapporté par Yen [22] et par Schmidt et al [18] résulte de la géométrie des réseaux à sections convergentes pour lesquelles le débit maximal est obtenu à une profondeur d'eau en dessous de la couronne. L'instabilité géométrique survient lorsque le périmètre mouillé et par conséquent les forces de frottements augmentent beaucoup plus rapidement que la force d'inertie à mesure que la profondeur de l'eau augmente. Par la suite, toute augmentation du débit au-delà du niveau correspondant au débit maximum provoquera des oscillations dans l'écoulement et un ressaut brusque vers l'écoulement en charge [21, 32]. Le dernier mécanisme de mise en charge résulte d'une ventilation insuffisante des réseaux d'égouts qui

ne compense pas le déficit d'air créé par l'instabilité de cisaillement à l'interface air eau [18, 21]. La pression négative créée par ce déficit d'air peut entraîner un accroissement des oscillations dans l'écoulement et générer une mise en charge du réseau. L'augmentation de pression dans la phase gazeuse (air) en condition de ventilation insuffisante peut également engendrer un ressaut hydraulique ou la formation d'un courant d'écoulement gravitaire dans les zones où l'air se déplace dans la direction opposée à celle du front de mise en charge [33].

### **I.3.4. Instabilité pulsatoire**

Les ondes pulsatoires peuvent se développer dans les écoulements supercritiques stables lorsque l'écoulement autour de la crête des ondulations rencontre moins de résistance que l'écoulement autour des creux. En effet, en écoulements supercritiques, l'eau se déplace beaucoup plus rapidement à proximité de la surface libre que dans le fond des canalisations. Ainsi, une densité relativement importante de l'eau peut provoquer un écoulement plus rapide en surface, et une friction plus grande près des parois à cause de la viscosité élevée. Divers facteurs entrent en jeu pour déterminer la surface des ondes pulsatoires en fonction du nombre de Froude, le coefficient de résistance ou le nombre de Reynolds [21]. Brock [34] a montré que le nombre de Froude critique pour la transition vers les ondes pulsatoires est d'environ 2 lorsque l'écoulement s'effectue à surface libre sous un régime permanent et uniforme. Ghidaoui et Kolyshkin [35] montrent que la non-uniformité de l'écoulement dans une direction longitudinale a un impact significatif sur la stabilité de l'écoulement. La variabilité spatiale de la force de frottement dans un écoulement non uniforme peut créer les conditions d'instabilités d'ondes pulsatoires dans des situations qui autrement s'écouleraient en régime permanent uniforme. Par ailleurs, en plus de l'altération considérable des frictions, l'hypothèse d'une distribution hydrostatique de la pression n'est pas valide. Ces diverses limites sont, cependant, toujours d'actualité. Les modèles ne considèrent toujours pas les ondes pulsatoires, tout en intégrant avec succès les conditions qui les engendrent. En conduite circulaire, l'interaction air-eau peut provoquer une mise en charge partielle et apporter des instabilités, qui doivent être considérées dans la modélisation des écoulements.

### **I.4. Dérivation des équations de Saint-Venant**

Les équations dites "de Barré de Saint-Venant", publiées en 1871 (Saint-Venant, 1871) [36], occupent encore aujourd'hui une place primordiale dans les études en hydraulique

maritime ou fluviale. Ces équations décrivent les écoulements à surface libre en eaux peu profondes, d'où leur appellation anglaise "Shallow Water Equations". Elles sont obtenues à partir d'une intégration verticale des équations de Navier-Stokes en utilisant un certain nombre d'hypothèses.

Les équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes pour un fluide incompressible sont :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{I.1})$$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta(u) + f_c v \quad (\text{I.2})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta(v) - f_c u \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial wu}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta(w) - g \quad (\text{I.4})$$

Où :  $u$ ,  $v$ , et  $w$ , sont des composantes du vecteur de la vitesse dans le repère cartésien et  $f_c$  le paramètre de Coriolis :  $f_c = 2\Omega \sin \varphi$

### I.4.1. Hypothèses et approximations

Les équations de Saint-Venant peuvent être déduites de l'intégration des équations de Navier-Stokes sur toute la profondeur, avec les hypothèses suivantes :

#### I.4.1.1. Hypothèse de pression hydrostatique

Nous supposons ici que l'accélération du mouvement sur la verticale est négligeable devant l'accélération due à la gravité. Le terme de pression dans l'équation (I.4) devient donc :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (I.5)$$

L'équation (I.5) exprime une distribution linéaire et donc hydrostatique de la pression sur la verticale. Cette hypothèse nous permet de traduire la pression en termes de la hauteur d'immersion.

En effet, par l'intégration de (I.5) sur la verticale en choisissant la constante telle que,  $P_{atm} = 0$  on obtient l'expression de la pression à une coordonnée verticale ascendante  $z$  quelconque:

$$P(x, y, z) = \rho g(z_s - z) = \rho g h_z \quad (I.6)$$

Où  $z_s$  est le niveau de la surface libre et  $h_z = z_s - z$  est la hauteur d'immersion.

#### **I.4.1.2. Hypothèse de l'imperméabilité du fond et de la surface libre**

On suppose qu'il n'y a pas de transfert de masse à travers le fond et la surface libre, et qu'une particule d'eau située sur une de ces deux surfaces y restera au cours du temps. D'après les remarques faites plus haut et en incluant ces hypothèses, nous pouvons donc écrire :

$$u^s \frac{\partial z_s}{\partial x} + v^s \frac{\partial z_f}{y} + \frac{\partial z_s}{\partial t} - w^s = 0 \quad (I.7)$$

$$u^f \frac{\partial z_f}{\partial x} + v^f \frac{\partial z_f}{y} + \frac{\partial z_f}{\partial t} - w^f = 0 \quad (I.8)$$

(I.7) et (I.8) assurent que la surface libre ou le fond soit une ligne de courants.

#### **I.4.1.3. Hypothèse de Boussinesq**

L'hypothèse de Boussinesq nous permet de négliger, dans les équations de quantités de mouvements, les variations de densité de l'eau  $\Delta\rho$  par rapport à la densité de référence  $\rho^0$  ( $\Delta\rho \ll \rho^0$ ), à l'exception de celles rencontrées dans le terme de gravitation (terme de flottabilité). On se place de plus dans le cadre de l'hypothèse d'un fluide incompressible.

$$\rho = \rho^0 + \Delta\rho \approx \rho^0 \quad (\text{I.9})$$

Donc les équations de Barré de Saint-Venant bidimensionnelles sont :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) + \frac{\partial z_s}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.10})$$

- Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} + f(hv) + A_H \Delta(hv) + \frac{\bar{\tau}_{sx}}{\rho} - \frac{\bar{\tau}_{fx}}{\rho} \quad (\text{I.11})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} + f(hu) + A_H \Delta(hv) + \frac{\bar{\tau}_{sy}}{\rho} - \frac{\bar{\tau}_{fy}}{\rho} \quad (\text{I.12})$$

Où :  $A_H$  est le coefficient de diffusion

## **I.5. Ecoulements transitoires en charge**

L'étude du phénomène du coup de bélier a fait l'objet de beaucoup des recherches tendant à dégager de la théorie mathématique, des formules pratiques pour ses divers effets. Son importance apparait dans différents domaines, tels que la biologie, les stations hydroélectriques, thermiques et nucléaires, système d'injection de carburant et autres problèmes invoquant la transmission de substance ou de fluides divers. Nous allons présenter dans cette section une étude des différents travaux réalisés sur le problème des écoulements transitoires en charge.

Ghidaoui et al (2005) déclarent que Menabrea (1885) était le premier chercheur qui a étudié le problème des écoulements transitoires en charge qui est connu aussi par coup de bélier. Après Menabrea d'autres tentatives de développement des expressions reliant le changement de pression dû au changement de vitesse dans une conduite ont été faites par des chercheurs comme Weston (1885), Carpenter (1893) et Frizell (1898). Notons que Frizell (1898) a fourni des résultats remarquables par rapport aux autres. En 1902 Joukowsky et Allievi sont arrivés à réaliser des bonnes recherches dans ce domaine où Joukowsky a

élaboré la fameuse formule dans les écoulements instationnaires, appelée « équation fondamentale du coup de bélier ». Cette formule s'écrit :

$$\Delta P = \pm \rho C \Delta U \quad \text{ou} \quad \Delta H = \pm \frac{C}{g} \Delta U \quad (\text{I.13})$$

Où  $C$  désigne la vitesse de l'onde acoustique,  $P = \rho g(H - z)$  est la pression,  $z$  étant la cote géométrique de l'axe de la conduite par rapport à un plan de référence,  $\rho$  la masse volumique du fluide.

$U = \frac{1}{A} \int_A u dA$ , représente la vitesse moyenne à travers la section transversale  $A$  de la conduite, avec  $u$  la vitesse locale longitudinale, et enfin  $g$  l'accélération de la pesanteur. Le signe positif dans l'équation (I.13) s'applique lorsque l'onde de surpression prend naissance, et le signe opposé quand l'onde de dépression lui succède.

En 1913 Allievi est devenu le premier chercheur qui a pu interpréter mathématiquement le coup de bélier où il l'a donné une théorie générale. Il a pu aussi de démontrer la légitimité de négliger les termes convectifs dans l'équation dynamique du mouvement, et d'intégrer deux importants paramètres adimensionnels caractérisant la conduite et la manœuvre de la vanne ainsi que des abaques pour calculer des suppressions suites à des fermetures linéaires d'un obturateur. Ultérieurement, des nouvelles tentatives apparaissent pour étendre et raffiner les équations de base des écoulements transitoires, comme de Jaeger en 1933 et 1977, Parmakian en 1955 et Wylie et Streeter en 1967.

Les équations de conservation de la masse (continuité) et de conservation de quantité de mouvement (dynamique) pour les écoulements en charge instationnaires unidimensionnels (1D) que nous allons fournir ci-après présentent le fruit de toutes les efforts combinés des chercheurs cités précédemment:

- Equation de continuité

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.14})$$

- Equation dynamique

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4}{\rho D} \tau_w = 0 \quad (\text{I.15})$$

Dans lesquelles  $\tau_w$  est la contrainte tangentielle au voisinage de la paroi de la conduite de diamètre  $D$ .

Le système d'équations (I.14) et (I.15) constitue les équations fondamentales des problèmes d'écoulement non permanent 1D sous pression et représente le modèle mathématique de propagation d'ondes élastiques dans les systèmes de conduites en charge.

Dans ces équations, les termes convectifs  $U\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)$  et  $U\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)$  ont été négligés en raison de leur très faible contribution dans le modèle mathématique complet [12]. Pour valider l'approche unidimensionnelle dans le cas des conduites, nous pouvons citer les recherches de Mitre et Rouleau en 1985 [11] sur le coup de bélier en régime laminaire ainsi que ceux de Vardy et Hwang (1991) pour le cas du régime turbulent.

Pour le calcul de la perte de charge au cours du régime transitoire, plusieurs modèles ont été proposés pour l'évaluation de la contrainte tangentielle  $\tau_w$ , sachant que cette résistance à l'écoulement est essentielle pour garantir une simulation correcte sur de longues périodes. Dans le modèle dit « quasi-stationnaire », on accepte l'hypothèse que l'expression reliant  $\tau_w$  à la vitesse moyenne sur la section de la conduite en régime permanent demeure valide en régime instationnaire [37]. Ce modèle englobe les formules de type Darcy-Weisbach ou Hazen-Williams. Cependant, des désaccords entre les résultats numériques et expérimentaux sont enregistrés en adoptant ce modèle de calcul. Pour pallier à ces anomalies, selon Ghidaoui et al [11], plusieurs modèles empiriques correctifs du précédent modèle ont été introduits, parmi lesquels nous citons celui de Brunone et al. (1991), Vardy et Brown (1995) et Axworthy et al. (2000). L'autre classe de modèles se base quant à elle sur la solution analytique des équations de Navier-Stokes pour la détermination de  $\tau_w$  en régime non permanent, à l'image de l'approche de Zielke (1966) pour le régime laminaire, étendue ultérieurement par Vardy et Brown (1996) pour le régime turbulent.

La célérité de l'onde élastique du coup de bélier est donnée par [37, 38] :

$$\frac{1}{C^2} = \frac{\partial \rho}{\partial P} + \frac{\rho}{A} \frac{\partial A}{\partial P} \quad (\text{I.16})$$

Le premier terme du second membre de l'équation (I.18) représente l'effet de la compressibilité du fluide sur la célérité et le second terme traduit l'effet de l'élasticité de la conduite sur cette célérité, qui selon Korteweg en 1878, est lié au matériau de la conduite ainsi qu'à sa géométrie. Ainsi, en appliquant les lois de la mécanique des milieux continus au fluide et à la conduite et en négligeant la contrainte longitudinale et l'effet d'inertie radiale de l'enveloppe, Korteweg (1878) obtient la formule suivante [39] :

$$C = \sqrt{\frac{E_e / \rho}{1 + \left(\frac{E_e D}{E_c \cdot e}\right)}} \quad (\text{I.17})$$

Dans laquelle  $E_e$  représente la compressibilité de l'eau,  $E_c$  le module de Young et  $e$  l'épaisseur de la conduite.

Ghidaoui (2004), a essayé de réviser la relation entre les équations d'état et la vitesse des ondes dans les écoulements transitoires monophasés, multiphasés et multicomposants où il a formulé des formes variées unidimensionnel et bidimensionnel pour les équations de coups de bélier et il a éclairci les hypothèses inhérentes à ces équations. La dérivation des équations unidimensionnel et bidimensionnel de coups de bélier provient des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles pour un fluide compressible [40].

- Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho w}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{I.18})$$

- Equation dynamique

Suivant l'axe de la conduite

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u w}{\partial \theta} = \\ - \frac{\partial p}{\partial r} - (K + \mu/3) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) + \mu \nabla^2 u + \rho f_x \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Suivant la direction radiale :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w}{\partial \theta} - \rho \frac{w^2}{r} = \\ - \frac{\partial p}{\partial r} - (K + \mu/3) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) + \mu \left( \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \rho f_r \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

Suivant  $\theta$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho w^2}{\partial \theta} + \rho \frac{v w}{r} = \\ - \frac{\partial p}{r \partial \theta} - (K + \mu/3) \frac{\partial}{r \partial \theta} \left( \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} \right) + \mu \left( \nabla^2 w - \frac{w}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \rho f_\theta \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

Où :

$f_x$  : Force de pesanteur le long de x

$f_r$  : Force de pesanteur le long de r

$f_\theta$  : Force de pesanteur le long de  $\theta$

Ghidaoui est arrivé à dériver les équations unidimensionnelles et bidimensionnelles gouvernantes le phénomène du coup de bélier en appliquant un ensemble des hypothèses simplificatrices aux équations de Navier- Stokes.

### **1.6. Techniques de résolution numérique courantes**

Les équations aux dérivées partielles (I.14) et (I.15) régissant le phénomène de propagation d'ondes du coup de bélier dans une conduite en charge sont de type hyperbolique. Sous cette forme, aucune solution analytique ne se présente pour résoudre les problèmes réels, exception faite de certains cas simples (généralement hypothétiques) sans terme dissipatif et des conditions aux limites simplifiées, lesquels n'intéressent pas les applications d'ingénierie. Cependant, et pour contourner cette difficulté, plusieurs méthodes numériques ont été appliquées avec succès pour approcher la solution désirée.

Distinction est faite dans la littérature entre plusieurs modèles, parmi lesquels certaines méthodes n'ont pas réussi à séduire, telles que la méthode spectrale et la méthode d'intégration aux frontières (boundary integral method), bien adaptées à d'autres types de problèmes, néanmoins les méthodes les plus répandues et explorées dans les problèmes de propagation d'ondes sont [11, 12]:

- la méthode des caractéristiques (MDC) ;
- la méthode des différences finies (MDF) ;
- la méthode des éléments finis (MEF) ;
- la méthode aux volumes finis (MVF).

#### **1.6.1. Méthode des caractéristiques**

Après la remarquable méthode graphique développée par Louis Bergeron publiée dans son célèbre ouvrage en 1949, la méthode des caractéristiques (MDC), une méthode numérique de principe similaire, a vu le jour dès les années 1960 suite à l'essor des moyens de calcul informatique. Un développement significatif en matière de résolution des équations hyperboliques a été introduit par Lister en 1960, qui a étudié la méthode des caractéristiques à

grille fixe. Il démontra alors la facilité de cette approche pour le calcul du débit et de la pression dans l'espace à un temps constant [39]. Depuis, la méthode des caractéristiques a reçu une intense application dans le calcul des régimes transitoires en charge. En adoptant la méthode à grille fixe, un pas de temps ( $\Delta t$ ) commun est utilisé pour le calcul des variables dépendantes sur l'ensemble des conduites du réseau. Dans cette situation, la méthode est considérée comme très performante et précise. Cependant, ces conduites pouvant avoir des longueurs et des célérités d'ondes différentes rendant ainsi difficile voire impossible la satisfaction de la condition de Courant-Frederich-Levy ( $C\Delta t / \Delta x \leq 1$ ) si un incrément de temps identique est adopté pour les conduites. Ce problème de discrétisation peut alors être surmonté par des techniques d'interpolation, d'ajustement artificiel de la célérité d'onde ou leur combinaison [41].

Diverses techniques d'interpolation ont été présentées pour traiter ce problème de discrétisation. Selon Ghidaoui et al (2005), Lister (1960) utilisa une interpolation spatiale linéaire pour approximer les variables (H, Q) au pied de chaque ligne caractéristique. Trikha (1975) a suggéré l'utilisation de pas de temps différents pour chacune des conduites afin d'améliorer les délais de calcul en adoptant des incréments plus conséquents, et ainsi éviter les erreurs d'interpolations. Toutefois, l'approche de Trikha (1975) requiert une interpolation aux frontières du domaine de calcul, laquelle peut être source d'imprécisions dans certains cas. Wiggert et Sundquist (1977) proposèrent un schéma unique qui combine deux types d'interpolation spatiale. L'inconvénient est que ce schéma génère des points de calcul supplémentaires induisant alors des temps de calcul et espaces mémoire importants. Ultérieurement, Goldberg et Wylie [42] développèrent une technique d'interpolation à temps rétrograde (reach-back time-line interpolation) utilisant la solution calculée aux pas antérieurs. Ils trouvèrent que cette méthode est plus précise et manifeste moins d'amortissement que l'interpolation spatiale pour une même discrétisation. Lai [43] combine plusieurs méthodes d'interpolation en un seul schéma général appelé « schéma multi-modes ». Ce dernier schéma offre une flexibilité de choix quant à la technique d'interpolation performante à chaque problème particulier. Sibetheros et al [44] montrent que l'interpolation par spline cubique est la plus appropriée quand il s'agit d'une installation hydraulique simple, sans pertes de charge et sujette aussi d'une perturbation simple du régime. Ils comparèrent leur méthode avec le schéma polynomiale de Hermit développé en 1977 par Holly et Preissmann. Les résultats montrèrent que l'interpolation spline aboutit à une même précision, cependant meilleur en général que l'interpolation linéaire. Mais cette technique aussi se heurte à des difficultés aux

limites du domaine. Karney et Ghidaoui [45] mettent au point des techniques efficaces d'interpolation dites hybrides qui permettent des temps d'exécution réduits et une utilisation de l'espace mémoire plus optimisée.

Afshar et Rohani [46] ont proposé de leur côté une méthode des caractéristiques implicite. Dans cette approche, les équations de base de l'élément conduit et des différents appareils sont alors organisées dans un système matriciel ayant pour inconnues les variables  $H$  et  $Q$  au pas de temps considéré. Les auteurs mettent ainsi en relief dans leur travail la supériorité de la méthode face aux limitations de la méthode des caractéristiques classique.

### **I.6.2. Méthode des plans d'ondes**

A côté des schémas numériques basés sur la méthode des caractéristiques, d'autres schémas et méthodes numériques ont pris part dans l'analyse des écoulements transitoires. La méthode dite des « plans d'ondes », développée sur un concept analogue à celle des caractéristiques, repose sur l'approximation de la perturbation par une série d'ondes constantes [47, 48]. Cette approximation est donc de premier ordre dans l'espace et dans le temps, d'où la nécessité d'une fine discrétisation pour une bonne précision dans la solution du problème. La méthode souffre aussi d'une rigueur dans l'incorporation du terme de frottement et la description physique des phénomènes instationnaires liés à la contrainte tangentielle aux parois [12].

### **I.6.3. Méthode des différences finies**

Il est possible, au lieu d'utiliser la méthode des caractéristiques, de faire usage de l'approximation par différences finies pour résoudre les équations aux dérivées partielles du mouvement transitoire sous leur forme conservative ou non conservative. Un bon nombre de schémas aux différences finies implicites et explicites ont été mis au point à cet effet.

Dans la famille des schémas implicites, les variables dépendantes inconnues  $H$  et  $Q$  en un point donné de l'espace à un temps déterminé sont exprimées en terme des valeurs inconnues au même pas de temps aux nœuds adjacents. Les équations algébriques résultant sont résolues simultanément pour le système complet à chaque incrément de temps. Dès le début des années 1970 plusieurs travaux ont été effectués dans ce contexte, à l'image de Wylie et Streeter qui présentèrent une méthode implicite aux différences finies centrées afin de permettre l'usage d'incrément de temps plus grand que les schémas explicites [11]. D'après [12], un nombre d'autres travaux ont vu jour, parmi lesquels nous trouvons ceux de

Bribisca (1981), Han (1983), Anderson (1991), Verwey et Yu (1993), Salgado et al. (1994) et Schohl (2003). Cependant, l'application des schémas implicites augmente le temps de calcul et le stockage mémoire à cause du calcul matriciel nécessaire et la non linéarité des équations algébriques résultants. Outre ces difficultés, sur le plan mathématique, les schémas implicites ne sont pas appropriés aux problèmes de propagation d'ondes dans la mesure où ceux-ci distordent le chemin de propagation emprunté par l'information et dégrade de ce fait la représentativité du modèle mathématique de base [11].

Dans la catégorie des schémas explicites, les dérivées partielles sont remplacées par une approximation aux différences finies tel que les inconnues en un point de la grille de calcul à un temps  $t$  sont exprimées en fonction des variables connues au temps antérieur. Le travail le plus remarquable dans ce sujet revient à Chaudhry et Hussaini [49] qui ont appliqué les schémas de MacCormack, Lambda et Gabutti pour le problème du coup de bélier pour le cas sans pertes de charge. Ces trois méthodes sont des schémas aux différences finies explicites d'une précision de deuxième ordre (en espace et en temps) qui ont reçu aussi des applications dans les problèmes d'écoulement à surface libre [50]. Les auteurs ont fait usage de deux techniques pour le traitement des conditions aux limites, l'une par l'ajout de nœuds fictifs aux frontières et l'autre en exploitant les lignes caractéristiques, qui est la plus facile à implémenter. Il a été ainsi démontré que ces trois schémas donnaient une meilleure solution que la méthode des caractéristiques de premier ordre pour un nombre de Courant  $C_r < 1$ , cependant des oscillations numériques dans le profil de l'onde ont été observées. Ainsi, le Schéma de MacCormack [51] a été utilisé avec succès par Kessal [52] dans la simulation du problème d'écoulement homogène transitoire avec cavitation. Ultérieurement Chaudhry et al [53], appliquèrent le schéma de MacCormack et de Gabutti pour la simulation des écoulements non permanents diphasiques liquide-gaz avec un faible nombre de Mach. Les résultats obtenus par les auteurs montrent que le schéma de MacCormack aboutit à de meilleurs résultats pour l'analyse des écoulements transitoires en charge.

### **I.6.4. Méthode des éléments finis**

La méthode des éléments finis a reçu une large application dans les problèmes de la mécanique des solides et des fluides [54], mais son succès dans le calcul des écoulements transitoires est très restreint. Habituellement, dans ce type de problèmes, des techniques hybrides mettant en œuvre des éléments finis dans le domaine spatiale et les différences finies dans le domaine temporelle sont appliquées [12]. L'avantage principal de la méthode des

éléments finis est son habilité à traiter les géométries complexes du domaine de calcul. A l'opposé, le temps et le volume des calculs restent les inconvénients majeurs de la méthode. Szymkiewicz [55] propose une version modifiée de la méthode des éléments finis appliquées aux équations de transport et des écoulements non permanents. L'approche repose sur une modification de la méthode standard d'intégration dans la méthode de Galerkin. Son application à la résolution des équations de Saint-Venant en écoulement à surface libre, a révélé les mêmes résultats que le schéma de Preissmann avec cependant quelques avantages. Ultérieurement, Szymkiewicz et Mitosek [56], ont appliqué la même approche pour la résolution des problèmes d'écoulements transitoires en charge. La formulation numérique aboutit à un schéma aux différences finies implicite à six points avec deux paramètres de pondération. La méthode ainsi proposée a montré de meilleurs résultats comparativement à la version standard de la méthode aux éléments finis et aux différences finies. Sattar et al [57] ont introduit une nouvelle méthode « Ondelette-Galerkin » pour la résolution des équations hyperboliques du coup de bélier, avec linéarisation du terme de frottement, moyennant l'utilisation de deux types d'ondelettes (Haar et Daubechies) comme base du schéma de Galerkin. Les auteurs mettent en relief la supériorité de la méthode vis-à-vis de la méthode des caractéristiques mais soulignent en parallèle la difficulté d'implémentation de la méthode dans la mesure où l'on se heurte au problème de décomposition du signal en ondelettes, ce qui laisse la méthode loin d'être pratique.

### **I.6.5. Méthode des volumes finis**

Récemment, et depuis quelques années, la méthode des volumes finis (VF) a attiré les chercheurs de par sa robustesse et sa facilité d'application. Ainsi, après avoir fait ses preuves dans la résolution des équations hyperboliques, spécialement la dynamique des gaz [58], la méthode a trouvé application dans les problèmes d'écoulement à surface libre et celui du coup de bélier [59]. D'après Ghidaoui [11], les schémas de type volumes finis ont été appliqués pour la première fois par Guinot (2000) [60]. Ce dernier a développé une solution de type Riemann pour la simulation du coup de bélier, et utilisa cette solution pour développer un schéma de Godunov de premier ordre. Ce schéma ainsi obtenu est très semblable à celui de la méthode des caractéristiques. Ultérieurement Zhao et Ghidaoui [61] formulent et appliquent des schémas aux volumes finis de type Godunov de premier et deuxième ordre pour la résolution de l'équation dynamique de et celle de continuité gouvernant le problème du coup de bélier. Ils montrent alors l'influence négligeable des termes convectifs et aussi la

supériorité de ces solveurs comparés à la classique méthode des caractéristiques en termes de précision et qualité de la solution. Ces résultats ont été confirmés par la suite par le travail de Sabbagh-Yazdi et al [62]. A ce temps, les schémas et solveurs numériques découlant de la méthode aux volumes finis sont en plein essor et ne cessent de progresser par les avantages qu'ils offrent. Nous citons, en guise d'exemple, les travaux de Léon et al [63] dans l'application des schémas de Godunov au problème d'écoulement instationnaire mixte à surface libre-en charge, qui a introduit de nouveaux concepts pour la prédiction des flux numériques aux interfaces pour une meilleure capture d'information ainsi que l'amélioration du traitement des conditions aux limites.

### **I.7. Conclusion**

Dans ce chapitre et dans un premier abord, certaines notions et définitions générales dont l'usage se fera dans la suite du travail, relevant des écoulements transitoire à surface libre ainsi que les écoulements transitoires dans les conduites forcées, ont été présentées.

## CHAPITRE II

*Description des écoulements  
transitoires en charge*

## II.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est l'analyse théorique puis physique du phénomène transitoire en tant que régime d'écoulement dans les conduites sous pression.

Quelques types d'écoulement que l'on rencontrera au cours de notre travail seront définis, puis en se penchant sur l'analyse physique du coup de bélier avec une représentation graphique de deux cas à savoir :

- 1- le cas d'arrêt brusque de la pompe,
- 2- le cas de fermeture instantanée de la vanne.

## II.2. Types d'écoulements

### II.2.1. Écoulement permanent

L'écoulement du fluide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps, c'est à dire :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0, \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$V$  : Vitesse d'écoulement,

$P$  : La pression,

$\rho$  : Masse volumique.

### II.2.2. Écoulement non permanent

L'écoulement du fluide est dit non permanent si la vitesse et la pression varient dans le temps ( $t$ ) en un point donné de l'espace ( $x$ ) rempli de liquide en mouvement, les vitesses et les pressions en écoulement non permanent sont les fonctions de quatre variables indépendantes à savoir : coordonnées ( $x, y, z$ ) du point examiné et le temps ( $t$ ).

On distingue un écoulement non permanent en charge et à surface libre, un écoulement non permanent unidimensionnel, bidimensionnel et tridimensionnel.

### II.2.3. Écoulement uniforme

Un écoulement est dit uniforme lorsque la vitesse du fluide à un instant donné, à une même direction et une même intensité en tout points de ce fluide c'est-à-dire :  $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$ .

### II.2.4. Écoulement non uniforme

Un écoulement est dit non uniforme si la vitesse du fluide varie d'une section à l'autre c'est-à-dire :  $\frac{\partial V}{\partial x} \neq 0$ .

### II.2.5. Écoulement transitoire

On appelle régime transitoire, un phénomène qui se manifeste entre deux régimes stationnaires, autrement dit c'est un écoulement varié, où les paramètres hydrauliques changent :

$$\frac{\partial P}{\partial x} \neq 0, \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0, \frac{\partial V}{\partial x} \neq 0, \frac{\partial V}{\partial t} \neq 0$$

Avec :

V : vitesse d'écoulement.

P : la pression.

Ce phénomène transitoire peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert ou bien dans une conduite en charge, par accroissement ou décroissement du débit.

On pourra citer quelques exemples d'écoulements transitoires dans le cas d'une conduite en charge :

- Écoulement dans les machines hydrauliques à puissance variable.
- Phénomène du coup de bélier.

Donc l'écoulement transitoire est un écoulement non permanent, dans notre travail nous nous intéresserons uniquement au phénomène du coup de bélier.

## II.3. Types d'ondes

### II.3.1. Ondes linéaires

Du point de vue physique, les ondes linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide sans modifier les propriétés physiques locales (compressibilité, masse spécifique, conductivité, viscosité.....).

Voici quelques exemples de ces types d'ondes :

- Les ondes du son,
- Les ondes de lumières,

- les ondes électromagnétiques.

### **II.3.2. Ondes non linéaires**

Les ondes non linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide en provoquant des variations dans les propriétés de ce dernier.

## **II.4. Phénomène du coup de bélier**

### **II.4.1. Définition**

Le coup de bélier étant un cas particulier du régime transitoire, est un phénomène oscillatoire qui se manifeste dans les conduites en charge à écoulement gravitaire ou par refoulement.

On entend aussi sous le terme « coup de bélier » un écoulement non permanent du liquide accompagné des variations pratiquement sensibles de la pression qui peuvent devenir dangereuses pour la tuyauterie. Ces variations résultent d'une perturbation des conditions permanentes d'écoulement.

C'est le nom que l'on donne à une onde de choc hydraulique, lorsqu'un liquide non compressible comme l'eau, est stoppé net dans une canalisation. Autrement dit, c'est l'arrêt brutal de la circulation de l'eau lorsqu'un robinet (ou tout autre appareil) se ferme [3].

### **II.4.2. Causes du coup de bélier**

Le coup de bélier est un phénomène oscillatoire dont les causes les plus fréquentes sont les suivantes [3] :

- L'ouverture ou la fermeture des vannes dans les conduites en charge à écoulement gravitaire.
- La mise en marche ou l'arrêt des pompes dans les conduites en charge par refoulement.
- Le remplissage ou la vidange d'un système d'AEP.
- Modification de la vitesse d'une pompe.
- Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- La disparition de l'alimentation électrique dans une station de pompage qui est la cause la plus répandue du coup de bélier.

- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- Une modification de position de vanne.
- Des opérations incontrôlées.

### **II.4.3. Risques dus aux coups de bélier**

Les conséquences du coup de bélier peuvent être néfastes elles deviennent de plus en plus dangereuses à mesure que les paramètres modificateurs deviennent importants (variation de pressions et de débits dans le temps).

Ces phénomènes se produisant dans une conduite en charge, peuvent provoquer des risques à la suite d'une dépression ou surpression engendrée par les manœuvres brusques [38].

#### **a. Cas de surpression**

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante se produisant à la suite d'une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement ou bien à la suite d'une dépression causée par l'arrêt brusque d'une pompe. Si la pression totale c'est-à-dire la pression en régime permanent majorée de la valeur de surpression due au coup de bélier dépasse la pression maximale admissible des tuyaux il y a risques de rupture de ces derniers et déboîtement des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés).

#### **b. Cas de dépression**

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par l'apparition d'une pression relative négative, à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement. Si cette pression devient inférieure à 10 mCE il se produit une poche de cavitation. Si le profil en long de la canalisation est déformable la canalisation peut être aplatie par implosion et les joints peuvent être aspirés. Le phénomène de cavitation une fois apparu peut provoquer la détérioration de la couche d'enduit intérieur du tuyau.

#### **C. Fatigue de la canalisation**

En régime transitoire les alternances des surpressions et dépressions qui sont une conséquence inévitable du phénomène provoquent la fatigue pour le matériau de la canalisation même si leur amplitude est faible.

## **II.5. Description des phénomènes physiques en jeu**

### **II.5.1. État d'équilibre d'un système hydraulique**

Les phénomènes transitoires hydrauliques apparaissent lorsque l'équilibre des forces agissant sur un système est modifié. Quand un liquide est en mouvement dans une conduite et que ce mouvement ne varie pas dans le temps, il y a un état d'équilibre permanent. En fait, il y a équilibre entre l'énergie disponible (ou potentielle) et les énergies dues au mouvement (cinétique) et perdues par le frottement, ce qui définit un mouvement permanent. Cette vision est macroscopique car, à une échelle plus petite, on observe que les vitesses fluctuent constamment autour d'une valeur moyenne, c'est une manifestation de la turbulence. Pour les besoins de l'analyse que nous ferons ici, nous ne considérerons que les effets globaux, moyens dans le temps, de la turbulence, notamment en ce qui concerne l'évaluation des forces de frottement selon le régime d'écoulement.

### **II.5.2. Coup de bélier de masse et coup de bélier d'onde**

Les variations de régime dans un système sous pression peuvent adopter deux phénomènes distincts qui sont le coup de bélier de masse et le coup de bélier d'onde.

Dans le coup de bélier de masse, la masse volumique du liquide reste quasiment constante, et les conduites peuvent être considérées comme étant indéformables.

Le coup de bélier d'onde est caractérisé par la propagation d'ondes, de surpression et de dépression, qui dépendent entre autre de l'élasticité de l'eau et de l'élasticité des conduites. Dans ce qui suit, nous examinerons avec plus d'attention le phénomène de coup de bélier d'onde car il entraîne des effets plus contraignants sur le matériel que le coup de bélier de masse.

### **II.5.3. Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions**

Si on considère la conduite dans laquelle coule un liquide en régime permanent, le niveau de la pression est fort raisonnable, soit inférieur à celui de la pression hydrostatique dans des conditions d'écoulement nul. Qu'advient-il lorsque, pour une raison ou une autre, il y a une modification temporelle de l'écoulement par accélération ou décélération? La réponse du physicien se base sur les principes de la mécanique newtonienne. Il y aura un transfert d'énergie entre les énergies potentielle et cinétique pour chercher à atteindre un nouvel

équilibre en tenant compte des pertes et sa transgresser le principe de conservation de l'énergie.

Cette réponse, toute rigoureuse qu'elle soit, peut nous paraître bien aride et nous pouvons nous demander comment cela peut s'appliquer au simple cas de la masse d'eau qui circule en régime permanent dans une conduite et qui voit son mouvement modifié. Partant des principes que, dans un fluide, l'énergie potentielle se traduit par une énergie de pression et que, d'autre part, l'eau n'est pas absolument incompressible et que la conduite admet des déformations élastiques.

## II.6. Valeur numérique du coup de bélier

### II.6.1. Manœuvres rapides (formule de Joukowsky)

Nous avons considéré, jusqu'à présent, une manœuvre instantanée, d'une durée  $T = 0$ , ce qui est physiquement impossible.

Dans la réalité, la variation de débit, provoquée par l'arrêt d'une pompe par exemple, se fait en un temps  $T \neq 0$  et des ondes élémentaires sont engendrées, au fur et à mesure que s'opère l'arrêt.

Dans le cas d'une variation de débit rapide, temps d'annulation du débit inférieur au temps correspondant à l'allée et venue d'une onde élastique, on montre que [64] :

$$\Delta h = \pm \frac{C \Delta U}{g} \quad \text{Loi de Joukowsky} \quad (\text{II.1})$$

### II.6.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement

Lors de la fermeture rapide de la vanne de sectionnement, la valeur maximale du coup de bélier était de  $\Delta h_{\max} = \frac{CU}{g}$  [65].

Avec :

$U$  : vitesse moyenne de l'écoulement (m/s),

$C$  : vitesse de propagation (m/s),

$g$  : Accélération terrestre (m/s<sup>2</sup>).

Considérons une conduite horizontale "ab", de diamètre intérieur  $D$  de longueur  $L$  alimentée en "a" par un réservoir à niveau constant (Figure (II.1)).

Soit  $Q_0$  le débit au temps  $t = 0$  et supposons qu'il passe encore après un temps

$\frac{2L}{C}$ , un débit  $q$  La valeur de la surpression et de la dépression due au coup de bélier est :

$$h = \frac{C}{gA} (Q_0 - q) \quad (\text{II.2})$$

Où :  $A$  e la section de la conduite ( $\text{m}^2$ ).

Supposons que le temps de fermeture de la vanne soit  $T = n \frac{2L}{C}$  et que pendant ce temps le débit varie linéairement.

Nous avons :

$$Q_0 - q = \frac{Q_0}{n} \quad (\text{II.3})$$

$$Q_0 - q = Q_0 \frac{2L}{CT}$$

Donc :

$$h = \frac{C}{gA} Q_0 \frac{2L}{CT} = \frac{2LQ_0}{gAT} \quad (\text{II.4})$$

Finalement :  $h = \frac{2LU}{gT}$  c'est la formule dite de Michaud.

La formule de Joukowsky ne s'applique que dans le cas de manœuvres rapides.

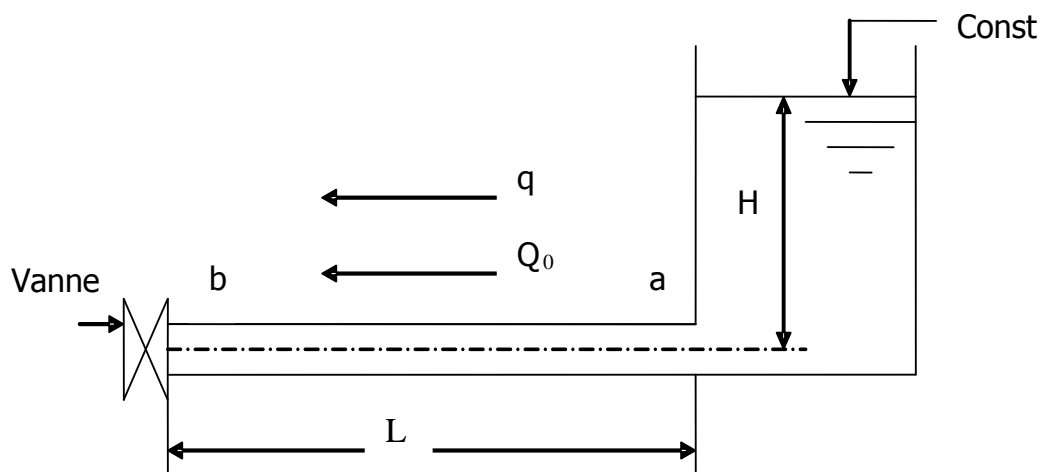


Figure. II.1. Fermeture lente d'une vanne de sectionnement

Remarquons que si, dans cette formule, on remplace par  $T = \frac{2L}{C}$ , on retrouve la valeur de coup de bélier par fermeture brusque.

En conclusion :

- Si  $T < \frac{2L}{C}$ , le coup de bélier a pour valeur maximale  $h = \frac{CU}{g}$ .
- Si  $T > \frac{2L}{C}$ , le coup de bélier est moins important et a pour valeur maximale  $h = \frac{2LU}{gT}$ .

## II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie

### II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe

Considérons donc un système, analogue à une situation de refoulement, où l'eau coule à une vitesse  $U_0$  pour alimenter un réservoir dont le niveau est gardé constant. Le phénomène peut être décrit en quatre phases [41] :

1) Au temps  $t = 0$ , le débit à travers la pompe est brusquement interrompu. La vanne clapet située à l'amont du système est fermée, immédiatement et à proximité de la vanne, la vitesse d'écoulement s'annule, donc l'énergie cinétique fait de même et doit être compensée par un gain d'énergie potentielle sous forme d'une dépression puisque le mouvement initial de l'eau a tendance à tirer sur la partie de la colonne d'eau qui est immobile. Cette énergie de dépression se traduit mécaniquement par une énergie de déformation qui tend à réduire le diamètre de la conduite. Ce phénomène se poursuit jusqu'à ce que toute la conduite soit mise en compression, ce qui prend un temps égal au rapport de la longueur 'L' sur la célérité de l'onde de déformation  $C$ .

2) Lorsque que l'onde de dépression atteint le réservoir, celle-ci se dissipe puisqu'il règne à cet endroit une pression constante. À ce moment précis, plus rien ne retient la mise en compression de la conduite et elle commence à reprendre sa forme à proximité du réservoir. L'augmentation de volume ainsi créée, entraîne le remplissage de la conduite à une vitesse équivalente à la vitesse initiale du fluide puisque la déformation initiale de la conduite est

directement liée à cette dernière. Ce phénomène a la même durée que celle de l'étape précédente.

3) Au moment où toute la conduite a repris sa forme, la vitesse de l'eau doit s'annuler en frappant la vanne fermée. Encore une fois, on doit avoir transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle par contre, cette fois, l'énergie de pression est positive puisque l'inertie de l'eau tend à comprimer la partie immobile de la colonne d'eau. Cette surpression met en tension la conduite qui se dilate. La vitesse de l'onde de déformation  $C$  étant constante, la durée de cette étape est identique à celle des précédentes.

4) Le surplus d'eau dû à l'augmentation du volume de la conduite commence à s'évacuer près du réservoir à une vitesse  $U_0$  de façon à ce que la conduite reprenne son diamètre initial. À la fin de cette étape, toute la conduite aura retrouvé les conditions initiales et l'étape 1 pourra recommencer. Ce cycle de période  $T = \frac{4L}{C}$  se répéterait indéfiniment, s'il n'y avait pas de frottement. Les effets du frottement agissent essentiellement sur l'amortissement de l'amplitude de la variation de pression.

### II.7.2. Cas d'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite

Dans le cas de l'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite, la manœuvre d'une vanne à l'aval du système entraîne une surpression au voisinage de la vanne semblable à celle observée à l'étape 3 du cas précédent. Le phénomène suit alors les étapes 4, 1, et 2.

Au bout du temps  $t = \frac{L}{C}$  serait engendrée dans le réservoir une onde d'équilibre qui se propagerait jusqu'à la vanne, où elle arriverait dans le temps  $t = \frac{2L}{C}$  (Phase 4).

À ce moment-là prendrait naissance une onde de dépression, qui atteindrait le réservoir dans le temps  $t = \frac{3L}{C}$  (phase 1), suivie d'une onde d'équilibre, qui attendrait la vanne dans le temps  $t = \frac{4L}{C}$  semblable à la phase 2, et le phénomène recommencerait s'il n'y n'avait pas de frottement.

### II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques

Les variations de pression et de vitesse affectant au cours du temps les points a et b ainsi que le milieu M de la conduite sont représentées respectivement sur les diagrammes de la figure (II.2).

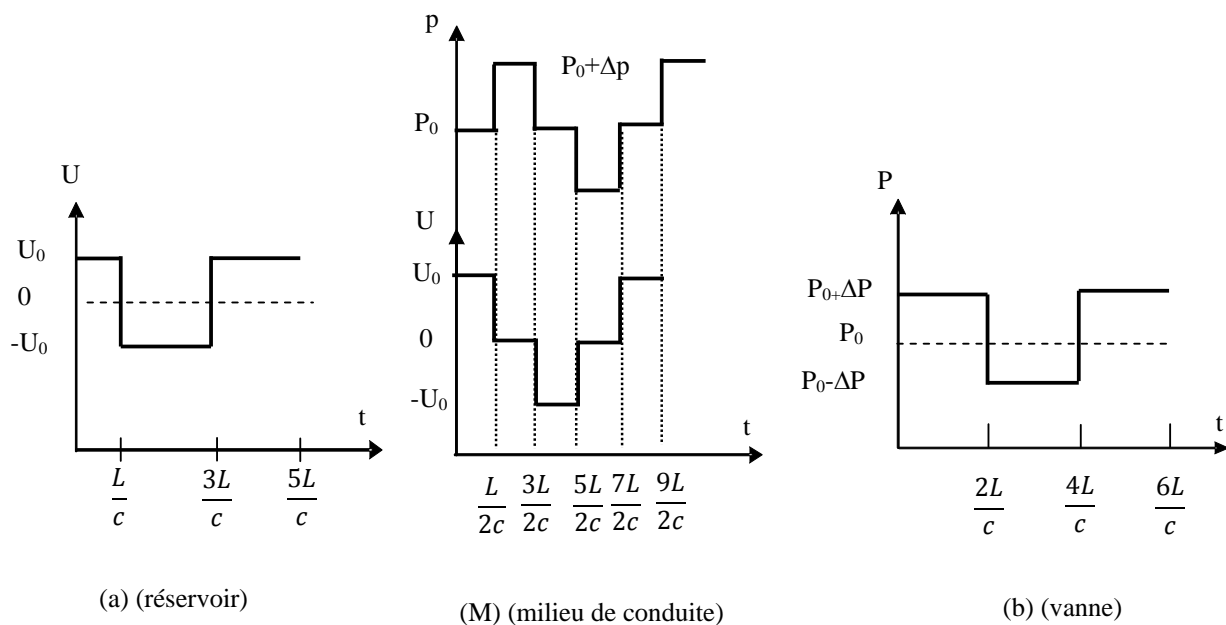


Figure. II.2. Évolution de la pression et de la vitesse au cours du temps, aux points caractéristiques [66].

### II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite

De la même façon, on peut également tracer le diagramme permettant de déterminer l'évolution de la pression au cours du temps en chaque point de la conduite. D'après la figure (II.3), on peut conclure que le temps pendant lequel un point quelconque de la conduite est en surpression (dépression) et d'autant plus petit qu'il se trouve plus près du réservoir.

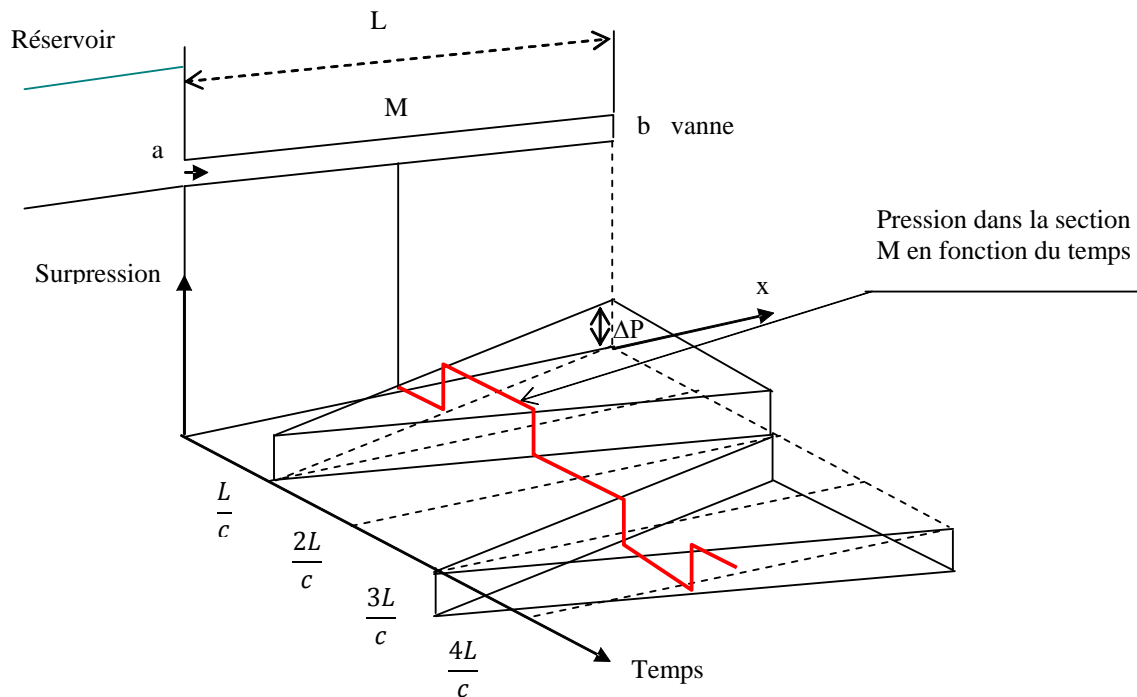


Figure. II.3. Évolution de la pression le long de la conduite [67].

## II.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu comment s'évolue un régime transitoire après une manipulation de la pompe, ainsi que la description physique du phénomène du coup de bélier et les causes induisant le problème.

# CHAPITRE III

## *Modélisation mathématique*

### III.1. Introduction

Le troisième chapitre aborde l'aspect théorique des problèmes posés par les mouvements transitoires. La modélisation mathématique de ce phénomène étudié se base essentiellement sur la dérivation des équations de Navier-Stokes, qui sont associées aux lois de comportement pour le fluide supposé barotrope, newtonien et le matériau de la paroi de la conduite élastique (acier). L'écoulement est turbulent, unidimensionnel, de vitesse moyenne très faible par rapport à celle de la perturbation des ondes acoustiques dans le fluide.

### III.2. Modélisation mathématique

#### III.2. 1. Hypothèse

Le développement des équations fondamentales invoqué ici repose sur les hypothèses suivantes :

- La conduite cylindrique circulaire, rectiligne, à paroi mince et dont le matériau constitutif est supposé homogène, isotrope et à un comportement élastique linéaire
- Le fluide est newtonien, compressible, visqueux, homogène, monophasique et barotrope
- L'écoulement est turbulent, unidirectionnel, et sans transfert de chaleur et avec une vitesse moyenne très faible par rapport à la célérité du son de coup de bélier c.à.d. que le nombre de Mach de l'écoulement très faible, ce qui permet de négliger les termes convectifs.

#### III.2.2. Equations générales du mouvement dans une conduite en régime transitoire

Le traitement du comportement dynamique du fluide envisagé fait appel aux équations du mouvement déduites des principes de conservation de la masse, et de la quantité de mouvement,

Nous exprimerons ces équations dans un système de coordonnées cylindriques  $(x, r, \theta)$ , le champ du vecteur de vitesse peut être modélisé sous la forme :

$$\vec{v} = u(x, r, \theta)\vec{e}_x + v(x, r, \theta)\vec{e}_r + w(x, r, \theta)\vec{e}_\theta$$

Avec :

$(\vec{e}_x, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  Base associée au repère cylindrique

### III.2.2.1. Équation de conservation de la masse

Cette équation se traduit en absence de porosité de la paroi de la conduite et de source interne, par l'expression locale :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$\rho$  : Masse volumique du fluide

$\vec{V}$  : Vecteur de vitesse

Où l'opérateur  $\frac{d\rho}{dt}$  désigne la dérivée particulaire

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\operatorname{grad}}$$

La projection de l'équation (III.1) dans le repère cylindrique se ramène à l'équation (I.18) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho w}{\partial \theta} = 0$$

### III.2.2.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement de Navier-Stokes, sous forme vectorielle, s'écrit:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\operatorname{grad}} \vec{V} \right) = \rho \vec{F} - \vec{\operatorname{grad}} p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \left( \frac{1}{3} \mu + K \right) \vec{\operatorname{grad}} \operatorname{div} \vec{V} \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$F$  : Force de pesanteur

$p$  : Pression du fluide

$\mu$  : La viscosité dynamique du fluide.

$K$  : Seconde viscosité dynamique du fluide

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} : \text{Opérateur de Laplace en coordonnées}$$

cylindriques.

La projection des équations vectorielle dans le repère cylindrique se ramène aux équations (I.19), (I, 20) et (I, 21) respectivement :

Suivant l'axe de la conduite

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u w}{\partial \theta} = \\ & - \frac{\partial p}{\partial r} - (K + \mu/3) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) + \mu \nabla^2 u + \rho f_x \end{aligned}$$

Suivant la direction radiale :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w}{\partial \theta} - \rho \frac{w^2}{r} = \\ & - \frac{\partial p}{\partial r} - (K + \mu/3) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) + \mu \left( \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \rho f_r \end{aligned}$$

Suivant  $\theta$  :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho w^2}{\partial \theta} + \rho \frac{v w}{r} = \\ & - \frac{\partial p}{r \partial \theta} - (K + \mu/3) \frac{\partial}{r \partial \theta} \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) + \mu \left( \nabla^2 w - \frac{w}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \rho f_\theta \end{aligned}$$

Où :

$f_x$  : Force de pesanteur le long de  $x$

$f_r$  : Force de pesanteur le long de  $r$

$f_\theta$  : Force de pesanteur le long de  $\theta$

### III.2.3. Mise en équation du problème

Nous supposons dans ce travail que l'écoulement est unidirectionnel (1D), c'est-à-dire les composantes du vecteur vitesse  $v$  et  $w$  sont nulles, les équations de conservations de la masse et de conservation de la quantité de mouvement se réécrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{K + 4\mu/3}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ & \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + f_x \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Où :  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  viscosité cinématique de l'eau

En multipliant l'équation (III.3) par  $2\pi r dr$ , en intégrant de 0 à  $\frac{D}{2}$  et en utilisant la règle de Leibnitz (voir [68]), pour échanger la différenciation de l'ordre, l'intégration conduit à:

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \rho A U}{\partial x} - 2\rho A \frac{1}{R} \left( \frac{\partial r}{\partial t} + u \frac{\partial r}{\partial x} \right)_{r=D/2} = 0 \quad (\text{III.5})$$

Le dernier terme de l'équation (III.5) représente le flux massique sur la paroi de la conduite. Un tel flux est non nul s'il y a une fuite dans la conduite. S'il n'y a pas de fuite, cependant, ce terme s'annule parce que les vitesses tangentielle et normale à la paroi sont nulles [40]. En l'absence de fuite, l'équation (III.5) devient:

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \rho A U}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.6})$$

Cette équation généralisée laisse la possibilité aux trois variables (masse volumique, section de passage et vitesse) d'évoluer au cours du temps et dans l'espace. Elle pourra néanmoins être simplifiée selon les hypothèses acceptées lors des coups de bélier de masse ou d'ondes.

En développant les termes de l'équation (III.6) et en utilisant la définition des dérivées totales, nous obtenons :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{III.7})$$

- Le terme  $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$  prend en compte la compressibilité du fluide, et peut être exprimée en utilisant la définition de module d'élasticité du fluide [69] :

$$E_e = -\mathcal{V} \frac{dp}{d\mathcal{V}} \quad (\text{III.8})$$

Avec :

$E_e$  : Le module d'élasticité du fluide

$\mathcal{V}$  : Le volume du fluide

D'après le principe de la conservation de la masse

$$dm = d(\rho \mathcal{V}) = \rho d\mathcal{V} + \mathcal{V} d\rho = 0 \quad (\text{III.9})$$

La combinaison les équations (III.8) et (III.9) conduit à :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{E_e} \frac{dP}{dt} \quad (\text{III.10})$$

L'équation (III.10) est valable pour les fluides légèrement compressibles dans le cas où les effets thermodynamiques sont négligeables [70].

- Le terme  $\frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$  prend en compte l'élasticité transversale de la conduite. Nous considérons que la conduite est construite avec des joints de dilatations ce qui permet une déformation longitudinale libre c'est-à-dire les contraintes axiales sont nulles.

Selon la théorie de résistance des matériaux, la contrainte latérale pour une conduite circulaire, élastique et qui se déforme comme si elle est constituée d'anneaux indépendants, et que son épaisseur est relativement faible pour admettre que la contrainte est uniforme sur l'épaisseur comme le montre la figure (III.1), nous obtenons l'équation de comportement suivante [71] :

$$\sigma = \frac{PD}{2e} \quad (\text{III.11})$$

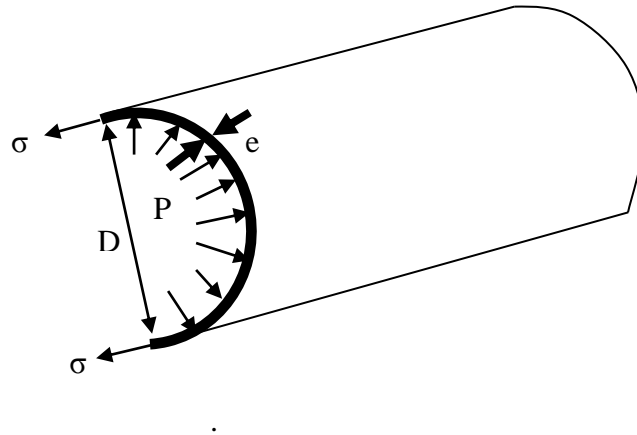


Figure.III.1. Contraintes latérales dans une conduite à paroi mince.

En utilisant la définition de la déformation du matériau, à savoir :

$$d\varepsilon = \frac{dR}{R} \tag{III.12}$$

Où :  $R$  est le rayon de la conduite.

Et en introduisant le module d'élasticité du matériau  $E_c$ , défini par :

$$\sigma = E_c \varepsilon \tag{III.13}$$

Cette contrainte mécanique latérale s'explique comme :

$$d\sigma = E_c \frac{dR}{R} \tag{III.14}$$

En combinant les expressions (III.11) et (III.14), sachant que  $dA = 2\pi R dR$  et faisant l'hypothèse que l'épaisseur  $e$  de la paroi est constante pendant le processus de déformation de la conduite on obtient:

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{e \cdot E_c} \frac{dP}{dt} \tag{III.15}$$

Ainsi en combinant les expressions (III.7), (III.10) et (III.15), on obtient l'expression suivante de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \left( \frac{1}{E_e} + \frac{D}{E_c \cdot e} \right) \frac{dP}{dt} = 0 \tag{III.16}$$

On voit que le terme  $\left( \frac{1}{E_e} + \frac{D}{E_c \cdot e} \right)$  dépend d'une part de la compressibilité de l'eau  $E_e$  et d'autre part des caractéristiques de la conduite  $\left( \frac{D}{E_c \cdot e} \right)$ .

Ce terme est donc en général une caractéristique de l'installation sur laquelle on étudie le coup de bélier. On pose donc :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left( \frac{1}{E_e} + \frac{D}{E_c \cdot e} \right) \quad (\text{III.17})$$

Comme la pression n'est fonction uniquement que de  $x$  et de  $t$  :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x}$$

Ce qui donne comme nouvelle expression de l'équation de conservation de la masse :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{C^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{III.18})$$

Comme il s'agit d'un modèle uniquement propagatif, la célérité du son du coup de bélier est très grande par rapport à la vitesse de l'écoulement, c'est-à-dire que le nombre de mach de l'écoulement ( $M$ ) est très faible, ce qui permet de négliger les termes convectifs du type  $U \frac{\partial P}{\partial x}$  :

$$M = \frac{U}{C} \quad (\text{III.19})$$

. La pression au sein du fluide peut être donnée par :  $P = \gamma h = \rho g (H - z)$

Avec :

$\gamma = \rho g$  : Poids spécifique.

$H$  : Hauteur piézométrique.

D'où :  $\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t}$

On considère une conduite ne subissant pas de déplacements verticaux c'est dire  $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$

En tenant compte des points précédents on aura la première équation du coup de bélier (I.14) pour un écoulement unidirectionnel (1D) [69]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Où :  $C$  est la vitesse de propagation de l'onde de pression, définie par la relation suivante :

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho \left( \frac{1}{E_e} + \frac{D}{e.E_c} \right)}} \quad (\text{III.20})$$

En multipliant l'équation (III.4) par  $2\pi r dr$ , intégrant de 0 à  $\frac{D}{2}$  et en utilisant la règle de Leibnitz [68], pour échanger la différenciation d'ordre, l'intégration conduit à :

$$\frac{\partial AU}{\partial t} + \frac{\partial \beta AU^2}{\partial x} = -\frac{A}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{K + 4\mu/3}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial UA}{\partial x} \right) + \pi D v \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=D/2} + A f_x \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$\beta = \int_A u^2 dA / U^2 : \text{Coefficient de correction de quantité de mouvement}$$

Dénoter :

$$\tau_w = -\mu \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=D/2} : \text{Contrainte de cisaillement sur la paroi de la conduite}$$

$f_x = -\gamma \sin \alpha$  : Force gravitationnelle le long de l'axe  $x$ , où  $\alpha$  : l'angle entre la conduite et la direction horizontale

En utilisant la règle de différenciation du produit à l'équation (III.21), et en divisant tout par  $\rho A$ , on obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial(\beta-1)U^2}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \alpha + \frac{\tau_w \pi D}{\rho A} = \frac{K + 4\mu/3}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right) \quad (\text{III.22})$$

Pour le phénomène de propagation étudié, la célérité du son de coup de bélier est très grande par rapport à la vitesse de l'écoulement, c'est-à-dire que le nombre de mach de l'écoulement ( $M$ ) est très faible, ce qui permet de négliger les termes convectifs, l'équation (III.22) devient :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \alpha + \frac{\tau_w \pi D}{\rho A} = 0 \quad (\text{III.23})$$

La pression au sein du fluide peut être donné par :  $P = \rho g h = \rho g (H - z)$

Avec :

$H$  : Hauteur piézométrique

$Z$  : Altitude du point considère

Le sinus de l'angle de l'inclinaison de la conduite est :  $\sin \alpha = \frac{\partial z}{\partial x}$

Les deux égalités précédentes implique que :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \alpha = g \frac{\partial H}{\partial x}$$

Par la prise en compte des points précédents, nous obtenons la deuxième équation du coup de bélier (I.15) pour un écoulement unidirectionnel (1D) [70]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4\tau_w}{\rho D} = 0 \quad (\text{I.15})$$

Exprimons  $\tau_w$  en fonction d'un coefficient de perte de charge stationnaire  $f$  par la définition de Darcy-Weisbach :

$$\tau_w = \frac{\rho f U^2}{8} \quad (\text{III.24})$$

Par la prise en compte des points précédents, nous obtenons l'équation :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (\text{III.25})$$

La valeur absolue garantit que le dernier terme est bien dissipatif et pour préciser que les forces de frottements sont opposées au sens d'écoulement.

En regroupant les équations (I.14) et (III.25) on obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \frac{C^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Or :  $Q = AU$

Avec :  $Q$  Le débit volumique.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \text{Et} \quad \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x}$$

En remplaçant les dérivées partielles par leurs expressions dans les équations simplifiées on trouve :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Avec :

$$\frac{fQ|Q|}{2DA} : \text{Le terme de frottement.}$$

### III.2.4. Conditions initiales

Les conditions initiales sont obtenues en admettant que l'écoulement était permanent avant l'arrêt brusque de la pompe et l'apparition du régime transitoire  $\left( \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \right)$ , donc en éliminant les termes de dérivation en fonction du temps du système (III.27).

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$$

Ainsi à l'instant initial  $t = 0$ , les conditions seront :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \Rightarrow Q = Q_0 \quad (\text{III.28})$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{fQ|Q|}{2gDA^2} \Rightarrow \Delta H = \frac{f\Delta x Q|Q|}{2gDA^2} \quad (\text{III.29})$$

### III.2.5. Conditions aux limites

La conduite de longueur  $L$  est reliée à un réservoir de niveau constant  $H_g$  à l'extrémité aval et dans son extrémité amont se trouve une pompe qui assure un débit constant  $Q_0$  et une hauteur manométrique totale  $H_{mt}$ .

#### coté amont de la pompe

$$H(x = 0, t) = H_{mt} \quad (\text{III.30})$$

$$Q(x = 0, t) = Q_0 \quad (\text{III.31})$$

#### coté aval du réservoir

$$H(x = L, t) = H_g \quad (\text{III.32})$$

$$Q(x = L, t) = 0 \quad (\text{III.33})$$

### III.3. Analyse des paramètres

Les équations de continuité et de quantité de mouvement établies précédemment, décrivent l'écoulement d'un fluide en régime transitoire dans les conduites à parois élastiques.

Dans ces équations figurent différents paramètres et variables dont deux indépendantes  $x$  et  $t$  et deux dépendantes  $P$  et  $U$ . Les autres paramètres  $D$ ,  $\rho$ ,  $C$  et  $f$  représentent les caractéristiques du système et sont habituellement considérés indépendants du temps.

#### - Paramètre $D$ :

Il représente le diamètre de la conduite, il n'est fonction que de la distance  $x$  (variations de la section de conduite suivant la longueur).

- **Paramètre  $\rho$  :**

Il représente la masse volumique du fluide légèrement variable en régime transitoire.

- **Paramètre  $C$  :**

Il représente la vitesse de propagation de l'onde en régime transitoire, elle dépend des caractéristiques du système et des propriétés du fluide.

Elle peut être déterminée par l'expression (III.20).

Les deux facteurs essentiels qui interviennent dans la vitesse de propagation de l'onde de pression sont surtout la compressibilité de l'eau  $E_e$  et l'élasticité du matériau constituant la conduite  $E_c$ .

- **Paramètre  $f$  :**

Ce paramètre représente le coefficient de frottement, nous allons le considérer comme celui d'un écoulement turbulent permanent uniforme. Pour toutes les conduites, nous ne considérons que l'équation de Colebrook comme étant la plus acceptable pour calculer le coefficient de frottement  $f$ .

Cette équation ou,  $f = f(\text{Re}, k / D)$  est calculée :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (\text{III.34})$$

Du fait que l'équation est difficile à résoudre puisque la formule est implicite en  $f$ , nous allons utiliser une approximation explicite de cette équation qui est donnée par la formule de Colebrook White :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{k}{3.7D} + \frac{5.1268}{\text{Re}^{0.89}} \right) \quad (\text{III.35})$$

Le rapport  $k / D$  représente la rugosité relative

Avec :

$k$  : Rugosité absolu qui représente la hauteur moyenne des aspérités des incrustations des dépôts et autres irrégularités présentes sur la surface interne des conduites.

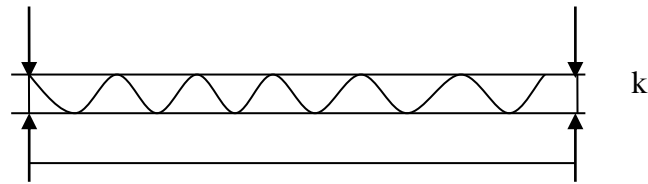


Figure.III.2. Paroi de la conduite.

### III.4. Types des conduites

Dans l'étude de la propagation des ondes, on est confronté à deux types de conduites : certaines ont sur toute leur longueur la même épaisseur, le même diamètre et la même nature du matériau, ce sont des conduites à caractéristique unique ; c'est la théorie de M. Allievi et Joukowski où l'étude des coups de bélier se ramène à l'équation de d'Alembert des cordes vibrantes [72].

Mais on sait que le plus souvent, les conditions industrielles sont plus épaisses à leur extrémité aval et plus mince à leur extrémité amont. Elles sont constituées par des tronçons d'épaisseurs différentes et parfois de diamètres différents. De pareilles conduites sont dites à caractéristiques variables ou multiples. M de Sparre a étudié de façon complète ces types de conduites.

Considérons par exemple une conduite à caractéristiques variables, pour chaque tronçon de longueur  $L_i$  on peut déterminer la vitesse de propagation  $C_i$  en appliquant la formule (III.20), on obtient ainsi le temps  $t_{ca} = \theta_i = \frac{L_i}{C_i}$  que met l'onde pour parcourir la longueur  $L_i$  de ce tronçon. Si l'on désigne par  $T$  le temps mis par l'onde pour aller de la vanne jusqu'au réservoir on obtient  $\theta = \sum \theta_i = \sum \frac{L_i}{C_i}$  et en posant  $L = \sum L_i$  alors la vitesse moyenne  $C$  pour une conduite à caractéristiques variables ou multiples sera calculée

par la formule:  $C = \frac{L}{\theta} = \frac{\sum L_i}{\sum \frac{L_i}{C_i}}$ . D'après M. de Sparre, on peut assimiler une conduite

à caractéristiques variables à une conduite formée de deux ou trois tronçons.

**III.5. Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite**

En ce qui concerne la célérité et le type de matériau constituant la conduite, elle peut aller de 15 m/s pour le caoutchouc à 180 m/s pour les matières plastiques, jusqu'à  $C \geq 1000$  m/s pour l'acier et la fonte et le maximum quelle pourrait atteindre correspondrait à la vitesse de propagation du son dans l'eau soit  $\sim 1430$  m/s pour eau incompressible et conduite indéformable ou très rigide ( $E_e = 0, E_c = \infty$ ).

Exemple pour les matières courantes :

Pour PVC :  $E_c = 2.76 * 10^3 \text{ Mpa}$

Pour fonte ductile :  $E_c = 1.03 * 10^5 \text{ Mpa}$

Pour acier :  $E_c = 2 * 10^5 \text{ Mpa}$

Voici à titre d'exemple le tableau (III.1) et la figure (III.3) qui indiquent la relation entre cette célérité et les propriétés de la conduite (les unités des modules d'élasticité sont en MPa, le module d'élasticité de l'eau est pris égal à 2070 MPa [73]).

**Tableau III.1.** Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite.

M	Module d'élasticité $E_c$ (MPa)	Vitesse en m/s								
		D/e								
		0	5	10	20	30	40	50	75	100
Acier	$2 * 10^5$	1438.7	1402.9	1369.6	1309.6	1256.8	1209.9	1167.9	1079.5	1008.5
Cuivre	$11 * 10^4$	1438.7	1375.5	1319.9	4226.4	1150.2	1086.7	1032.7	926.5	847.5
PVC	$25 * 10^2$	438.71	34.66	72.37	343.3	283	246.3	221	181.1	157.2

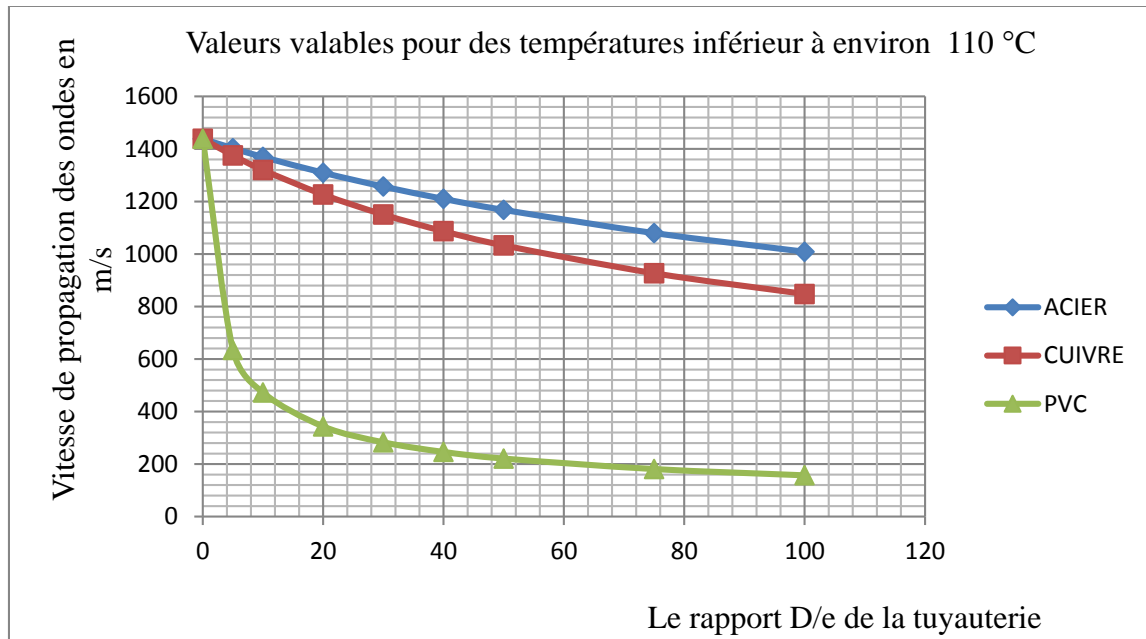


Figure.III.3. Vitesse de propagation de l'onde de pression dans l'eau pour différents types de tuyauterie.

Remarque :

Le rapport  $D/e$  augmente  $\Leftrightarrow C = f\left(\frac{D}{e}\right)$  diminue.

La variation de la célérité en fonction du rapport  $(D/e)$  est plus visible pour le PVC.

Il y'a d'autres relation qu'on peut analyser vue que la célérité est :  $C = f(D, e, E_c)$  c'est-à-dire fonction du diamètre intérieur de la conduite, de son épaisseur et de son module d'élasticité.

Pour  $C = f(E_c)$  avec le rapport  $D/e = Cte$  :  $E_c$  augmente  $\Leftrightarrow C$  augmente.

Pour  $C = f(D)$  avec  $e = Cte$  et  $E_c = Cte$  :  $D$  augmente  $\Leftrightarrow C$  diminue.

Pour  $C = f(e)$  avec  $D = Cte$  et  $E_c = Cte$  :  $e$  augmente  $\Leftrightarrow C$  augmente.

### III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé les équations de base décrivant les écoulements transitoires dans les conduites en charge, ces équations sont déduites à partir des équations de Navier-Stokes pour un écoulement unidirectionnel et un fluide compressible.

# CHAPITRE IV

## *Méthode numérique de résolution*

## IV.1. Introduction

Le calcul des écoulements transitoires en charge par les méthodes numériques a beaucoup évolué dans les dernières années. Aujourd'hui, l'ingénieur concepteur n'effectue habituellement plus lui-même ce type d'analyse. En effet, la complexité des problèmes que l'on traite maintenant exige souvent l'utilisation de programmes sophistiqués de simulation. Donc, l'apparition des ordinateurs a favorisé le développement rapide de la modélisation mathématique et en conséquence la résolution des équations fondamentales des écoulements des fluides, paraboliques, hyperboliques et elliptiques, par des méthodes numériques telles que:

- La méthode des caractéristiques (MDC)
- La méthode des différences finies (MDF)
- La méthode des éléments finis (MEF)
- La méthode spectrale (MS)
- La méthode de l'intégration selon les limites (boundary-integral method) (MIL).

La MDC est certainement la plus populaire et actuellement la plus utilisée. Les avantages de la MDC sont une simulation correcte d'onde à front raide, une illustration simple de sa propagation, une programmation présentant peu de difficultés et une efficacité en terme de calcul.

La MDF peut entraîner soit des schémas explicites ou implicites. Ces derniers sont avantageux en termes de rapidité, mais sont plus sophistiqués du point de vue de la programmation.

Les trois dernières méthodes ne sont pas avantageuses pour la résolution de problèmes unidimensionnels ou n'ont même pas été appliquées à de tels problèmes.

Dans ce chapitre, nous allons consacrer notre étude à la méthode numérique la plus efficace, adoptée dans ce travail, qui est la méthode des caractéristiques, et ce pour analyser les différents cas de phénomènes transitoires rencontrés en pratique dans les installations hydrauliques réelles comme celui de la propagation des ondes élastiques dans les conduites

en charges à section variable ( reffoulement, gravitaires, etc.) suite à une manoeuvre brusque de la pompe.

## IV.2. Méthode des caractéristiques

La méthode des caractéristiques consiste à transformer un système d'équations aux dérivées partielles en un autre système d'équations aux dérivées ordinaires [3]. Ainsi, l'équation de continuité et l'équation dynamique formant un système d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique, est converti en quatre équations aux dérivées totales. Ces dernières équations peuvent être alors résolues numériquement par un schéma aux différences finies. La solution du problème est obtenue à l'aide de l'outil informatique.

les équations différentielles gouvernant les régimes transitoires en charge, obtenues précédemment (système d'équations (III.26)), elles peuvent s'écrire sous forme simplifiée:

$$L_1 = \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (\text{IV.1})$$

et

$$L_2 = \frac{C^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.2})$$

Les équations  $L_1$  et  $L_2$  donnent deux équations aux dérivées partielles non linéaires avec deux inconnues  $H$  et  $U$  qui sont fonctions de  $x$  et  $t$ . Il n'y a pas de solution connue de ces équations, mais elles peuvent être résolues par la méthode des caractéristiques.

Les deux équations  $L_1$  et  $L_2$  peuvent être combinées avec un multiplicateur inconnu comme  $\lambda$  tel que:

$$L_1 + \lambda L_2 = 0 \quad (\text{IV.3})$$

Donc :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fU|U|}{2D} \right) + \lambda \left( \frac{C^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{IV.4})$$

Après un certain arrangement, on trouve :

$$\lambda \left( \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{g}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \left( \frac{\lambda C^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial t} \right) + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (\text{IV.5})$$

En notant que les fonctions recherchées  $H$  et  $U$  sont dépendantes des variables  $x$  et  $t$ , alors :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{IV.6})$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial t} \quad (\text{IV.7})$$

donc ces équations sont aussi linéairement dépendantes:

$$\lambda \frac{dH}{dt} + \frac{dU}{dt} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Soit :

$$\lambda \left( \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial t} \right) + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (\text{IV.9})$$

En examinant les termes des équations (IV.5) et (IV.9), on peut noter que :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda C^2}{g} \quad (\text{IV.10})$$

La solution de l'équation (IV.10) donne deux racines réelles distinctes, soit :

$$\lambda = \pm \frac{g}{C} \quad (\text{IV.11})$$

En substituant la valeur de  $\lambda$  dans l'équation (IV.10), la manière particulière dont  $x$  et  $t$  sont liés est :

$$\frac{dx}{dt} = \pm C \quad (\text{IV.12})$$

Ceci montre le changement de position de l'onde liée au changement du temps par la vitesse de propagation des ondes  $C$ .

La substitution des valeurs de  $\lambda$  dans l'équation (IV.8) conduit à deux paires d'équations, lesquelles sont regroupées et notées, équations  $W^+$  et  $W^-$  :

$$W^+ \begin{cases} \frac{g}{C} \frac{dH}{dt} + \frac{dU}{dt} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \\ \frac{dx}{t} = +C \end{cases} \quad \begin{matrix} (IV.13) \\ (IV.14) \end{matrix}$$

$$W^- \begin{cases} -\frac{g}{C} \frac{dH}{dt} + \frac{dU}{dt} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \\ \frac{dx}{t} = -C \end{cases} \quad \begin{matrix} (IV.15) \\ (IV.16) \end{matrix}$$

Ainsi, les deux valeurs réelles de  $\lambda$  ont permis de transformer les équations aux dérivées partielles de départ à ce système d'équations aux dérivées ordinaires où la variable indépendante est seul le temps  $t$ . Les deux premières équations (IV.13) et (IV.15) du système sont dites "équations de compatibilités". Alors que les deux autres, c'est-à-dire celles donnant  $\frac{dx}{dt}$  sont appelées "équations des caractéristiques". Cependant, il est à noter que les équations (IV.13) et (IV.15) de compatibilité ne sont valides que le long des lignes caractéristiques  $\frac{dx}{dt} = \pm C$  du système, alors que le système d'équations (IV.1) et (IV.2) est valable dans tout le plan  $x, t$ .

Pour comprendre la signification de ces quatre équations, il convient de les examiner en utilisant la figure ci-dessous (Figure. (IV.1)).

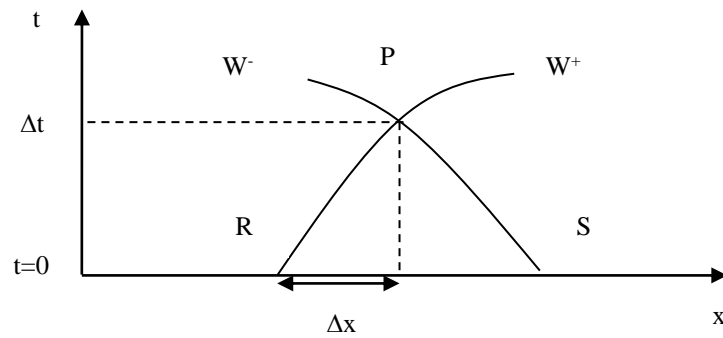


Figure. IV.1. Schéma des caractéristiques [3].

La résolution des équations (IV.13) et (IV.15) par la méthode de caractéristiques consiste à déterminer la hauteur et la vitesse au point P connaissant les valeurs initiales aux points R et S.

En multipliant l'équation (IV.13) par  $C \frac{dt}{g} = \frac{dx}{g}$  et en intégrant le long de la caractéristique  $W^+$  et après avoir remplacé la vitesse par le débit, on trouve :

$$\int_R^P dH + \frac{C}{gA} \int_R^P dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_R^P Q|Q|dx = 0 \quad (IV.17)$$

$$H_P - H_R + \frac{C}{gA}(Q_P - Q_R) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_R |Q_R| = 0 \quad (IV.18)$$

Le terme de frottement peut être évalué, en supposant le débit constant de R à P comme suit :  $\int_R^P Q|Q|dt = Q_R |Q_R| dt$

De même pour l'équation (IV.15), le long la caractéristique  $W^-$

$$H_P - H_S - \frac{C}{gA}(Q_P - Q_S) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_S |Q_S| = 0 \quad (IV.19)$$

Dans les relations précédentes, on peut écrire :

$$W^+: H_P = H_R - B(Q_P - Q_R) - GQ_R |Q_R| \quad (IV.20)$$

Et

$$W: H_p = H_s + B(Q_p - Q_s) + GQ_s|Q_s| = 0 \quad (\text{IV.21})$$

$$\text{Or } B = \frac{C}{gA} \quad \text{et} \quad G = \frac{f\Delta x}{2gDA^2}$$

Chacune des équations caractéristiques peut être intégrée à montrer que :

$$\Delta x = C\Delta t \quad (\text{IV.22})$$

Sachant que la précision dans les calculs est généralement satisfaisante mais la méthode présente l'inconvénient de lier le pas d'espace au pas de temps. Alors afin de mieux saisir cet inconvénient on va prendre des conduites à caractéristiques variables ; constituées de deux ou trois tronçons de caractéristiques (L, D, e, etc...) complètement différentes. Dans le tronçon de longueur  $L_1$  on dispose de la condition suivante (qui est la condition de Courant entre le pas d'espace et le pas de temps) :  $\frac{\Delta x_1}{\Delta t} = C_1$ .

Telle que :  $L_1 = N_1 \Delta x_1$  (dans ce cas le 1<sup>er</sup> point aura pour numéro 1 et le dernier point aura le numéro  $N_1 + 1$  et par conséquent nous aurons discrétisé le tronçon de longueur  $L_1$  en  $(N_1)$  tronçons élémentaires de longueur  $\Delta x_1$ ).

Au point de raccordement des deux tronçons, l'intégration correspondant au tronçon de longueur  $L_2$  doit être effectuée avec le même pas de temps  $\Delta t$ , or dans ce tronçon la vitesse de l'onde est  $C_2$ , donc on impose  $\Delta x_2 = C_2 \Delta t$ .

On voit donc que ce tronçon doit avoir une longueur  $L_2$  divisible par  $\Delta x_2$  et par conséquent ne peut être quelconque.

Il est maintenant possible de construire une grille de caractéristiques comme indiqué dans la Figure (IV.2).

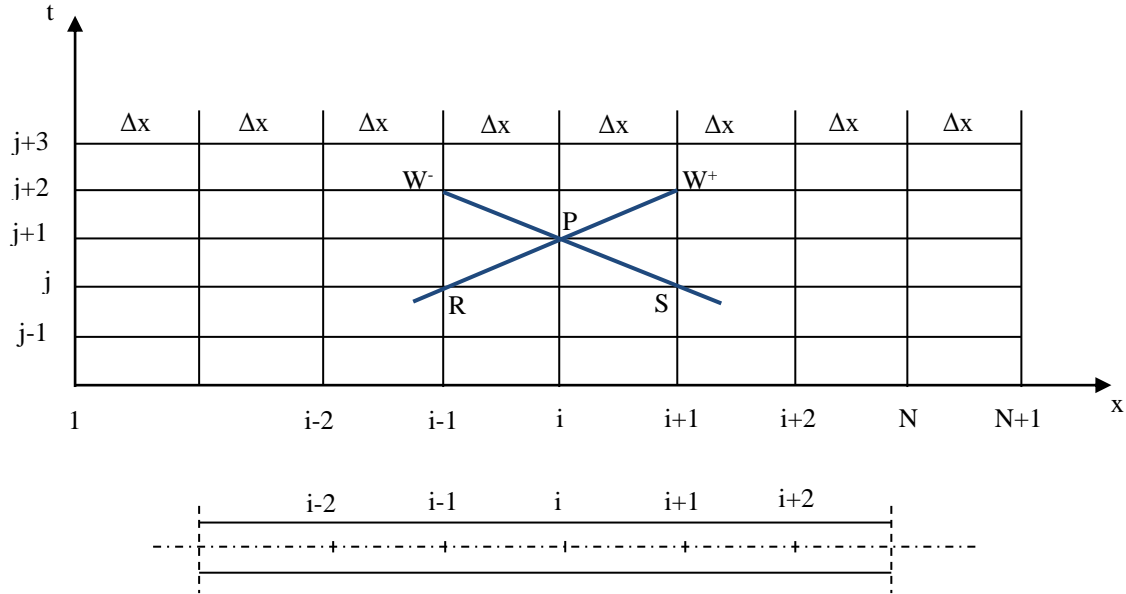


Figure. IV.2. Discretisation du domaine d'étude.

En multipliant (IV.13) par  $dt$  et en intégrant le long la caractéristique  $W^+$  et après avoir remplacé  $dh$  et  $dv$  par des différences finies, on trouve :

$$H_i^{j+1} - H_{i-1}^j + \frac{a}{gA} (Q_i^{j+1} - Q_{i-1}^j) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_{i-1}^j |Q_{i-1}^j| = 0 \quad (IV.23)$$

De même pour l'équation (IV.15), le long la caractéristique  $W^-$  :

$$H_i^{j+1} - H_{i+1}^j - \frac{a}{gA} (Q_i^{j+1} - Q_{i+1}^j) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_{i+1}^j |Q_{i+1}^j| = 0 \quad (IV.24)$$

En additionnant les deux équations,  $H_{pi}$  sera éliminé et :

$$H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[ H_{i-1}^j + \frac{a}{gA} (Q_{i-1}^j - Q_{i+1}^j) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} (Q_{i-1}^j |Q_{i-1}^j| - Q_{i+1}^j |Q_{i+1}^j|) = 0 \right] \quad (IV.25)$$

Connaissant  $H_i^{j+1}$ , on peut utiliser l'une des équations (IV.23) ou (IV.24) pour calculer  $Q_i^{j+1}$  :

$$W^+ : Q_i^{j+1} = Q_{i-1}^j - \frac{gA}{C} \left[ H_i^{j+1} - H_{i-1}^j + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_{i-1}^j |Q_{i-1}^j| \right] \quad (IV.26)$$

Ou

$$W^- : Q_i^{j+1} = Q_{i+1}^j + \frac{gA}{C} \left[ H_i^{j+1} - H_{i+1}^j - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_{i+1}^j |Q_{i+1}^j| \right] \quad (IV.27)$$

L'ensemble d'équations caractéristiques ci-dessus peut être encore simplifié

$$H_i^{j+1} - H_{i-1}^j + B(Q_i^{j+1} - Q_{i-1}^j) + TQ_{i-1}^j |Q_{i-1}^j| = 0 \quad (IV.28)$$

Avec  $B = \frac{a}{gA}$  et  $T = \frac{f}{2gDA^2} (x_i - x_{i-1})$

Regroupons les termes avec l'indice (i) dans la première partie et ceux avec l'indice (i-1) dans la seconde partie :

$$H_i^{j+1} + BQ_i^{j+1} = H_{i-1}^j + Q_{i-1}^j [B - T |Q_{i-1}^j|] \quad (IV.29)$$

Ou  $H_i^{j+1} + BQ_i^{j+1} = WP$  (IV.30)

Avec  $WP = H_{i-1}^j + Q_{i-1}^j [B - T |Q_{i-1}^j|]$

Le WP est le référence à la caractéristique plus (W<sup>+</sup>).

Par la même procédure on trouve le long de la caractéristique W<sup>-</sup> :

$$H_i^{j+1} - BQ_i^{j+1} = WM \quad (IV.31)$$

Le WM est le référence à la caractéristique moins (W<sup>-</sup>).

Avec  $WM = H_{i+1}^j - Q_{i+1}^j [B - T |Q_{i+1}^j|]$

Ou  $T = \frac{f}{2gDA^2} (x_i - x_{i+1})$

Pour déterminer les deux inconnues H<sub>i,j+1</sub> et Q<sub>i,j+1</sub>, il suffit de résoudre les deux équations (IV.32) et (IV.33) ; ainsi :

$$H_i^{j+1} = \frac{WP + WM}{2} \quad (IV.32)$$

$$Q_i^{j+1} = \frac{WP - WM}{2B} \quad (IV.33)$$

Si on divise la canalisation en N tronçons, on aura N+1 sections (Figure.(IV.2)), les inconnues  $H_{i,j+1}$  et  $Q_{i,j+1}$  sont déterminées à chaque noeud des points intérieurs de 2 à N en utilisant l'équation (IV.25) et l'une des équations (IV.26) ou (IV.27). Les inconnues des deux extrémités de la canalisation sont déterminées en utilisant l'équation appropriée parmi les équations (IV.23) pour l'extrémité droite ou (IV.24) pour l'extrémité gauche ensemble avec l'équation définissant la condition à la limite droite ou à la limite gauche. Quand les variables  $H_{i,j+1}$  et  $Q_{i,j+1}$  sont évalués à chaque section de la canalisation, le temps est augmenté de  $\Delta t$  et la procédure est répétée. A la fin de chaque pas de temps, les valeurs H et Q à chaque section sont remplacées par les valeurs nouvellement calculées de  $H_{i,j+1}$  et  $Q_{i,j+1}$ .

### IV.3. Conditions aux limites

Ces conditions entraînent en général une relation, à l'extrémité amont ou aval, soit pour le débit, pour la hauteur de pression ou pour les deux, en fonction du temps.

Les conditions aux limites sont :

- En  $x = 0$  le débit est égale le debit de la pompe  $Q = Q_0$  ,
- En  $x = L$  à l'arré brusque de la pompe ; le débit est nulle  $Q = 0$  .

$$\begin{cases} \text{pour } i = 1, x_1 = 1 \\ Q_1^{j+1} = Q_0 \end{cases} \quad (IV.34)$$

et

$$\begin{cases} \text{pour } i = N + 1, x_{N+1} = L \\ H_{N+1}^{j+1} = H_g \end{cases} \quad (IV.35)$$

Le protocole de résolution numérique consiste, pour chaque étape de calcul, en tenant compte des conditions aux limites précédentes, à déterminer au point générique spatio-temporel (i, n+1) les valeurs de la charge et du débit par les relations suivantes:

$$H_1^{j+1} = H_2^j + \frac{a}{gA} (Q_1^{j+1} - Q_2^j) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_2^j |Q_2^j| = 0 \quad \text{pour } i = 1 \quad (IV.36)$$

$$\begin{cases} H_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[ H_{i-1}^j + \frac{a}{gA} (Q_{i-1}^j - Q_{i+1}^j) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} (Q_{i-1}^j |Q_{i-1}^j| - Q_{i+1}^j |Q_{i+1}^j|) \right] \\ Q_i^{j+1} = \frac{1}{2} \left[ Q_{i-1}^j + Q_{i+1}^j + \frac{gA}{C} \left( H_{i-1}^j - H_{i+1}^j - \frac{\lambda\Delta x}{2gDA^2} (Q_{i-1}^j |Q_{i-1}^j| + Q_{i+1}^j |Q_{i+1}^j|) \right) \right] \end{cases}$$

pour  $i = 2 \dots N$  (IV.37)

$$Q_{N+1}^{j+1} = Q_N^j - \frac{gA}{C} \left[ H_s^{j+1} - H_N^j + \frac{f\Delta x}{2gDA^2} Q_N^j |Q_N^j| \right] \quad \text{pour } i = N+1 \quad (IV.38)$$

Le calcul des grandeurs  $H_{i,j+1}$  et  $Q_{i,j+1}$  dans le cas de raccordement de deux conduites Figure (IV.3), en utilisant les expressions (IV.30) et (IV.31) adaptés aux tronçons 1 et 2 s'effectue comme suite :

Tronçon 1 :

$$H_i^{j+1} + B_1 Q_i^{j+1} = WP \quad \text{avec } WP = H_{i-1}^j + Q_{i-1}^j (B_1 - T_1 |Q_{i-1}^j|) \quad (IV.39)$$

Tronçon 2 :

$$H_i^{j+1} - B_2 Q_i^{j+1} = WM \quad \text{avec } WM = H_{i+1}^j - Q_{i+1}^j (B_2 - T_2 |Q_{i+1}^j|) \quad (IV.40)$$

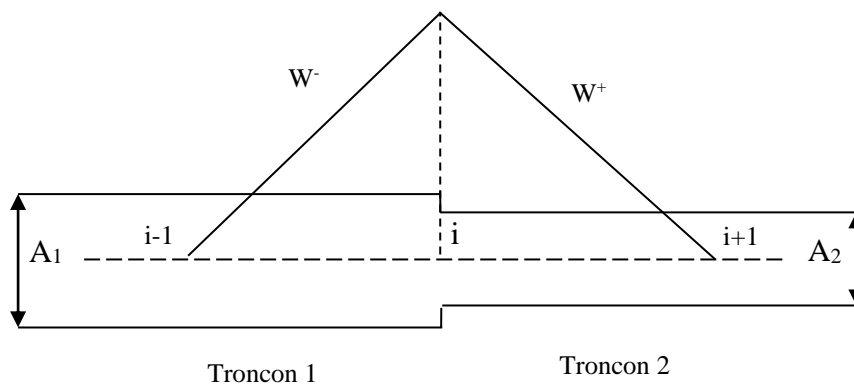


Figure.IV.3. Deux conduites en series.

#### IV.4. Perte de charge singulière

Les pertes de charge singulieres sont exprimees alors par la relation :

$$\Delta h_s = \xi \frac{U^2}{2g} \quad (\text{IV.41})$$

Avec :  $\xi$  coeffecient de perte de charge

Dans le cas d'un retrecissement brusque Figure (IV.3), le coefficient de pertes de charge singulièrees peut etre évalue a l'aide de la formule suivante :

$$\xi = 0.5 \left( 1 - \frac{A_2}{A_1} \right) \quad (\text{IV.42})$$

#### IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode la plus appropriée pour la résolution numérique des équations caractérisant l'écoulement transitoire en charge, qui est la méthode des caractéristiques. Cette méthode necessite de convertir les équations aux dérivées partielles en équations ordinaires EDO.

# *CHAPITRE V*

## *Simulations Numériques et résultats*

**V.1. Introduction**

Dans cette partie nous présentons des applications de la modélisation théorique et numérique des phénomènes physiques de propagation d'ondes dans les écoulements transitoires en conduites, avec prise en compte, du changement de section de la conduite.

Pour la simulation numérique nous allons utiliser le logiciel AFT impulse qui est basé sur la méthode des caractéristiques afin de résoudre les équations des écoulements transitoires en charge.

**V.2. Modélisation et calcul du coup de bélier dans les réseaux de canalisation par le logiciel AFT Impulse****V.2.1. Description générale de AFT Impulse**

AFT Impulse est un logiciel qui permet de réaliser des calculs hydrauliques et le calcul du coup de bélier et de phénomènes transitoires dans des systèmes de tuyauteries, quelles que soient leur taille et leur complexité (systèmes ouverts ou fermés, réseaux complexes et boucles). C'est le tout premier logiciel à réaliser le calcul hydraulique et la simulation de transitoires hydrauliques avec des fluides contenant des solides en suspension pouvant se sédimenter ou non (Slurry, boue, eaux résiduelles, etc).

AFT Impulse calcule le comportement dynamique des fluides, tenant compte de leurs propriétés, des conditions de service et du mode d'opération du système défini. Les modèles de AFT Impulse peuvent être simplifiés, permettant à l'utilisateur d'avoir des conclusions importantes depuis les phases initiales du projet, ou très détaillés, représentant en toute précision le système de tuyauteries.

AFT Impulse est un outil permettant d'augmenter la productivité des ingénieurs et d'améliorer l'efficacité énergétique des installations hydrauliques. AFT Impulse est validé, éprouvé et accepté internationalement. Cette technologie est utilisée pour mener à bien multitude de projets dans le monde et bénéficie de service au niveau mondial.

AFT Impulse utilise deux algorithmes de calcul: Un qui applique des techniques matricielles de Newton- Raphson, pour résoudre les équations du régime stationnaire, l'autre étant la méthode des caractéristiques pour résoudre les équations du régime transitoire. L'étude de l'état transitoire peut être réalisée dans un intervalle de temps donné ou par une succession d'événements se produisant dans le système à cause de:

1. Ouvertures et fermetures de vannes.
2. Démarrages et arrêts de pompes.

Cet outil permet d'étudier et de simuler le comportement dynamique d'un système et d'évaluer la grandeur des effets produits par les phénomènes transitoires, y-compris le contrôle de la cavitation. AFT Impulse est doté de bibliothèques de liquides, de tuyauteries, de matériaux et d'accessoires. Il permet de réaliser de différentes configurations pour chaque modèle.

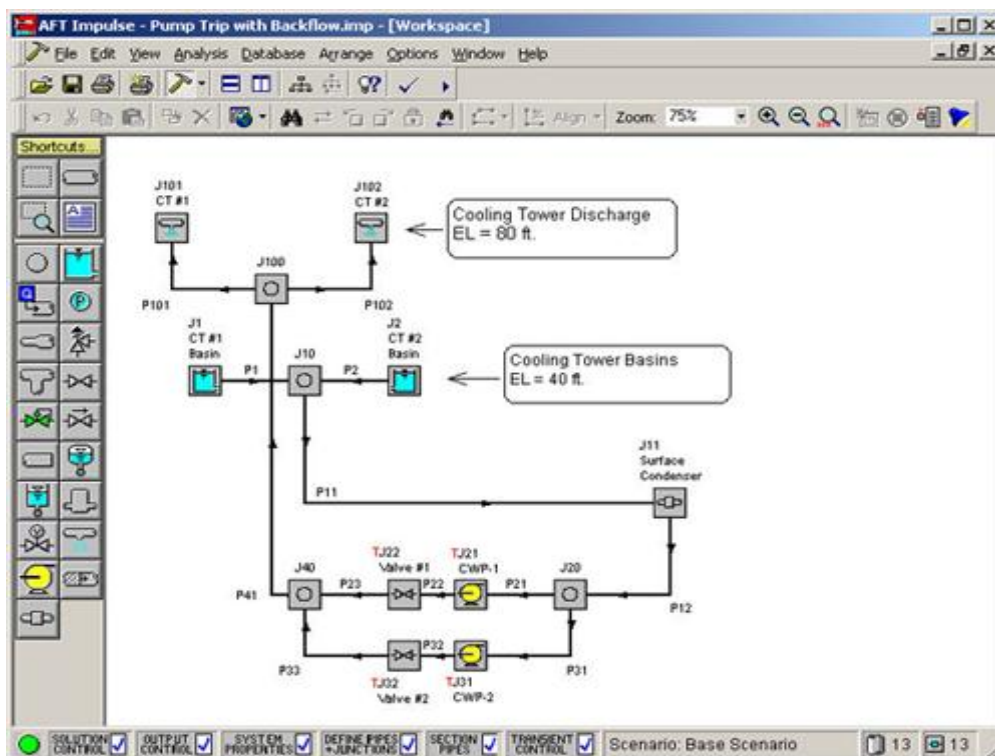


Figure. V.1. L'interface de logiciel AFT Impulse.

## V.2.2. Caractéristiques de AFT Impulse

- ✓ Le logiciel a été conçu de façon à permettre l'étude et l'analyse des phénomènes transitoires et du coup de bélier.
- ✓ Il peut modéliser des systèmes de n'importe quelle configuration générale et de n'importe quelle taille: systèmes ouverts ou fermés, réseaux complexes et boucles.
- ✓ Interface graphique avancée.
- ✓ Il peut modéliser des fluides aux propriétés variables et des fluides non newtoniens.

- ✓ Il peut modéliser des mélanges de fluides aux propriétés constantes ou variables.
- ✓ Il permet de créer de différents scénarios.
- ✓ Il est doté de bibliothèques de liquides, de tuyauteries, de matériaux et d'accessoires.
- ✓ Il admet les unités anglaises et celles du SI.
- ✓ Il calcule la variation des forces hydrauliques se générant dans les tuyauteries durant un phénomène transitoire.

### **V.2.3. Composants modélisables par AFT Impulse**

- AFT Impulse gère des ramifications de jusqu'à 25 tuyauteries par nœud, sans limite du nombre de nœuds.
- Il peut modéliser des phénomènes transitoires en alimentation ou dans des orifices d'écoulement.
- Il permet de définir des conditions de contour par pression ou débit et celles-là peuvent varier dans le temps.
- Il permet de modéliser les pompes:
  - À vitesse variable.
  - Effets de l'inertie de la pompe.
  - Tous les types de pompes sont modélisables.
  - Possibilité de faire des corrections par viscosité.
  - On peut définir des pompes en parallèle ou en série.
- Il simule le comportement des vannes de contrôle. Il permet de définir tous les types de vannes.
- Il permet de définir et de simuler le comportement des vannes de sécurité, des vannes casse-vidé, etc.
- Des accumulateurs de gaz et de liquide (poumons d'air).
- Des chambres ou cheminés de section constante ou variable. Réservoirs d'alimentation.

#### **Et concernant les résultats :**

- Ils sont présentés sous la forme de tableaux avec les valeurs obtenues des différents paramètres.

- L'utilisateur peut personnaliser les champs visibles dans les résultats.
- L'utilisateur peut obtenir des graphiques de tous les paramètres calculés.
- L'utilisateur peut obtenir des schémas de l'installation, colorés selon les résultats obtenus dans chaque tuyauterie.
- Les résultats et les graphiques peuvent être exportés sur MS-Office.

La Figure (V.2) présente les différentes étapes de fonctionnement du logiciel :

- 1) Lecture de données initiales : du débit, de la pression, etc.
- 2) Calcul du régime permanent avant la propagation de l'onde de pression dans la conduite.
- 3) Calcul du régime transitoire, et c'est la partie la plus importante dans le programme avec laquelle on va obtenir des résultats de visualisations numériques et graphiques.

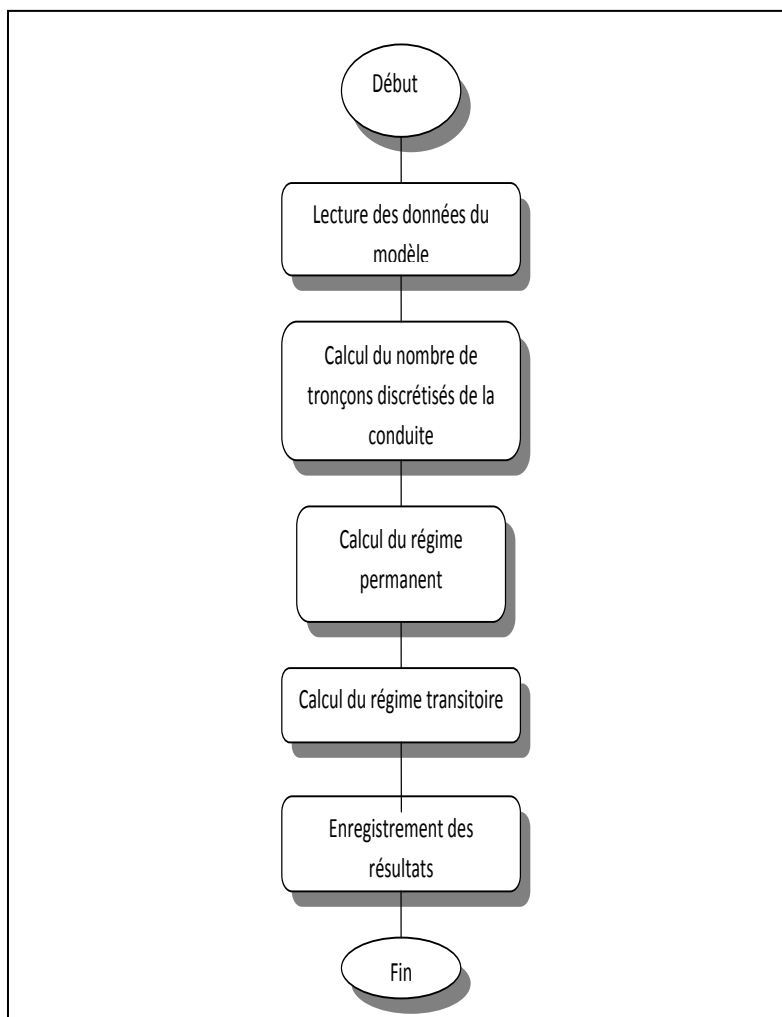


Figure. V.2. Schéma du fonctionnement du logiciel AFT Impulse.

### V.3. Description détaillé d'AFT Impulse

#### V.3.1. Principe de base du fonctionnement d'AFT Impulse

Le logiciel AFT Impulse inclus un moteur de calcul de l'état stationnaire ou permanent et le résout pour des conditions initiales du système. Les résultats obtenus sont utilisés pour initialiser automatiquement le modèle transitoire.

Le moteur de calcul de la solution du régime stationnaire est basé sur des techniques standard utilisées depuis longtemps dans l'industrie. La méthode de Newton-Raphson est utilisée pour résoudre les équations fondamentales de continuité et de mouvement:

$$\rho C^2 \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (\text{V.1})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{fU|U|}{2D} = 0 \quad (\text{V.2})$$

La solution est obtenue par des itérations et des méthodes matricielles d'optimisations qui sont employées pour obtenir la convergence.

Parmi les méthodes matricielles utilisées la méthode d'élimination de Gauss qui est une méthode très robuste est usuellement utilisée avec laquelle on peut obtenir une convergence rapide. Pour les systèmes complexes les méthodes d'élimination de gauss avec pivot et de décomposition LU sont les plus convenables dans ces cas.

Une fois que la solution stationnaire est obtenue, l'AFT Impulse résout les équations du coup de bélier ou du choc hydraulique en utilisant la méthode des caractéristiques, puisqu'elle représente la méthode la plus répandue pour résoudre les problèmes transitoires.

Dans la simulation transitoire, un pas de temps commun doit être utilisé pour toutes les conduites. La méthode des caractéristiques exige que chaque tronçon d'une conduite doit satisfaire la relation  $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  ou  $\Delta x = \frac{L}{N}$  et  $\Delta t = \frac{L}{NC}$  sachant que le pas de temps max est obtenu pour la conduite qui a la plus petite valeur de  $L / C$  cette conduite aura un tronçon (N=1) et le pas de temps sera ainsi :

$$\Delta t_{\max} = \frac{L}{C} \Big|_{\min} \quad (\text{V.3})$$

Dans chaque système de conduite il y'a une conduite de contrôle avec laquelle on choisit le pas de temps et qui a le moindre nombre de discrétisation qui est en générale un, une fois que cette conduite est identifiée le pas de temps est déterminé en résolvant l'équation (V.3). Donc le nombre de tronçon dans les conduites restantes est obtenu par :

$$n_i = \frac{L_i}{C_i \Delta t} \quad (\text{V.4})$$

La célérité est quelque peu analogue à la vitesse sonique du liquide, cependant elle est affectée par la structure de la conduite. Le programme utilise la formule précédente (III.24 du chap. III).

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho \left( \frac{1}{E_e} + \frac{D}{E_c \cdot e} \right)}}$$

### V.3.2. Le solveur du régime stationnaire ou permanent

Avant la simulation du modèle du coup de bélier, les conditions initiales de l'état stationnaire sont demandées. Le logiciel obtient la solution de l'état stationnaire en utilisant l'algorithme matriciel de Newton-Raphson pour obtenir l'équilibre entre les équations de mouvement et de continuité.

Le programme peut aussi fonctionner en mode stationnaire ou la modélisation se fait seulement pour l'écoulement stationnaire dans les conduites hydrauliques, lorsque on est en mode transitoire, la solution de l'écoulement stationnaire est utilisée pour initialiser automatiquement la solution transitoire.

### V.3.3. Le solveur du régime transitoire ou non permanent

Le programme AFT Impulse emploie la méthode traditionnelle des caractéristiques pour résoudre les équations transitoires d'écoulement dans les conduites. Un équilibre des équations de continuité et de mouvement est exécuté dans chaque point de calcul dans chaque

conduite représentant exactement la propagation des ondes de pression transitoire dans tout le système.

La méthode des caractéristiques est une technique de solution explicite, ou la durée du temps de fonctionnement du solveur est indiquée par l'utilisateur.

### V.3.4. Les fenêtres du logiciel AFT Impulse

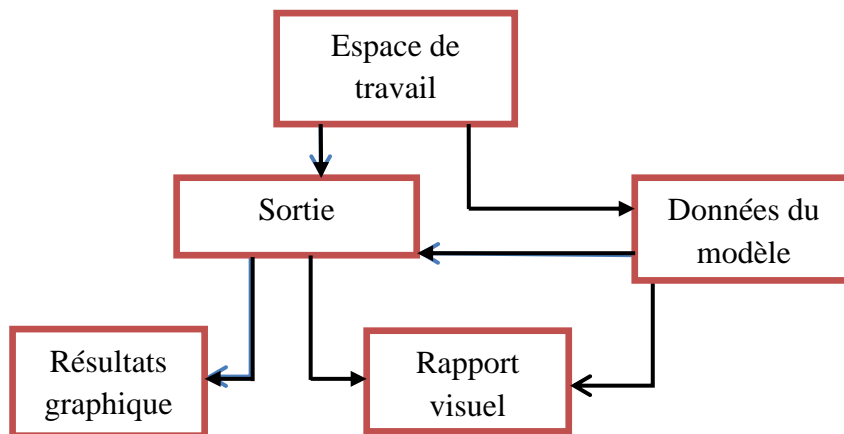


Figure. V. 3. Les fenêtres primaires du logiciel AFT Impulse [74].

Dans les cinq fenêtres primaires deux sont des fenêtres d'entrées, deux sont des fenêtres de sorties et un qui affiche les informations d'entrée et de sortie. Le schéma de la figure (V.3) montre la relation qui existe entre ces fenêtres primaires.

#### A) Les fenêtres d'entrées

Les deux fenêtres qui fonctionnent exclusivement comme des fenêtres d'entrées sont la fenêtre espace de travail et la fenêtre donnée du modèle. Ces deux fenêtres, une graphique et l'autre textuelle travaille permettent de traiter les données d'entrée du modèle avec une immense flexibilité. Les outils fournis dans ces deux fenêtres permettent de modéliser une large variété de réseaux de conduites.

La fenêtre rapport visuel peut fonctionner comme un support des données d'entrées et de sorties. Comme une fenêtre d'entrée elle permet de voir les données d'entrées superposées au schéma de modèle créé dans l'espace de travail.

### B) Les fenêtres de sorties

Les deux fenêtres qui fonctionnent exclusivement comme des fenêtres de sorties sont la fenêtre sortie et la fenêtre résultats graphiques. La fenêtre de sortie est textuelle alors que la fenêtre résultats graphiques est graphique. Ces deux fenêtres offrent une gamme puissante et diverse de dispositifs pour passer en revue les résultats d'analyses afin de modéliser les erreurs, d'obtenir une compréhension exacte du comportement des systèmes de conduites et de préparer les résultats pour une documentation.

Comme une fenêtre de sortie la fenêtre rapport visuel permet de voir les résultats de sorties superposées sur le schéma du modèle créé dans l'espace de travail. Les cinq fenêtres primaires forment un système étroitement intégré et fortement efficace pour l'entrée, le traitement, l'analyse, et la documentation sur les systèmes de conduites.

### V.4. Les étapes fondamentales d'utilisation du logiciel

- ❖ Construction du modèle (conduites, jonctions, vannes, réservoirs,...) dans la première fenêtre qui apparaît au démarrage qui est la fenêtre espace de travail.
- ❖ Exécution des trois premières conditions de la liste de contrôle, cette liste comprend :
  - Spécification de contrôle de la solution stationnaire
  - Spécification de contrôle de sortie
  - Spécification des propriétés du système
  - Définition de toutes les conduites et les jonctions
  - Discrétisation des conduites
  - Spécification de contrôle du régime transitoire.
- ❖ Entrée des données des conduites, des jonctions, des réservoirs, des vannes
- ❖ Discrétisation des conduites (nombre de tronçons), pour cela chaque conduite doit avoir sa longueur et sa célérité pour effectuer la relation précédente  $n_i = \frac{L_i}{C_i \Delta t}$
- ❖ Spécification du contrôle transitoire, c'est-à-dire le temps où commence et où fini le régime transitoire
- ❖ Enregistrement du modèle
- ❖ Lancement du solveur ; on peut choisir deux types de solveurs comme cité auparavant (solveur du régime stationnaire et solveur du régime transitoire)

- ❖ Revue des résultats ou sortie ; où on peut choisir le type de résultats à afficher avec la deuxième condition de la liste de contrôle « spécification de contrôle de sortie » et l'utilisation de la fenêtre de sortie comme par exemple:
  - Affichage des résultats stationnaires et transitoires
  - Affichage des données du régime transitoire à chaque pas de temps
  - Affichage des valeurs minimales et maximales lors du régime transitoire
- ❖ Visualisation graphique
- ❖ Rapport visuel.

**V.4.1. Discrétisation des conduites**

Une fois que la conduite est divisée en sections, le calcul se fera au point où les sections se joignent, celles-ci s'appellent les stations de la conduite, le nombre de stations est égal au nombre de sections plus un. La station qui est au début de la conduite prend le nombre zéro. Voir la figure(V.4):

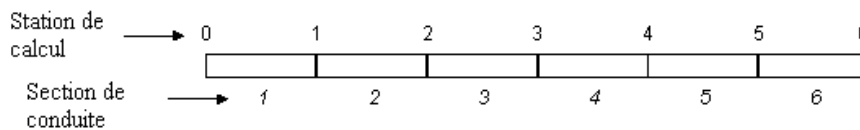


Figure. V.4. Les stations de calcul.

**V.5. Modèle d'étude N°01 :** Le cas d'un simple pompage à partir d'un réservoir vers un autre à l'aide d'une pompe débitant  $0,9 \text{ m}^3/\text{mn}$  au début de la simulation et qui s'arrête au bout de 1 seconde.

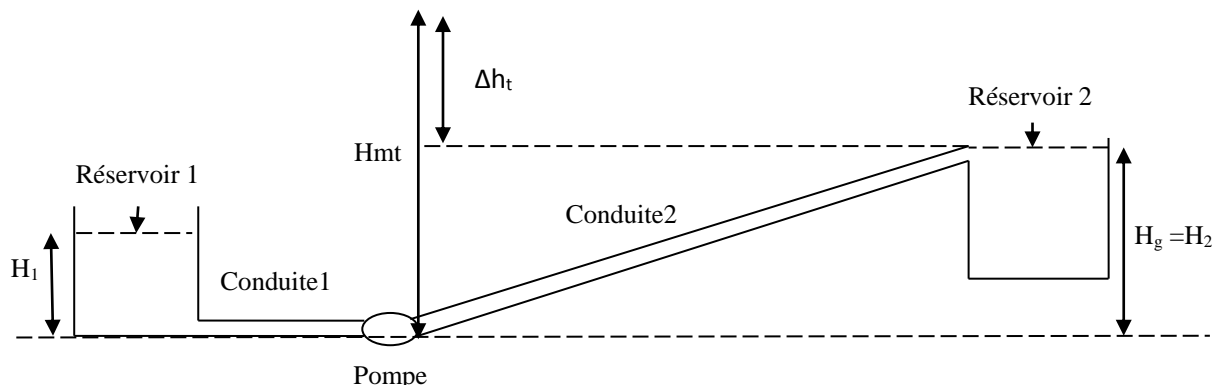


Figure. V.5. Schéma du modèle N°01.

**V.5.1. Les données du modèle N°01****Les Réservoirs :**

R1 à une hauteur de 3 m, R2 à une hauteur de 60.m,.

La pression de surface est la pression atmosphérique =1 atm.

**Propriétés du fluide constantes :**

Température : 24°C

Densité : 997,4203 kg / m<sup>3</sup>.

Module d'élasticité : 2068,70 MPa.

Viscosité : 9,0864 x 10<sup>-4</sup> kg / s.m.

**Modèle de viscosité :** Newtonien.

**Propriétés des conduites :**

**Matériau des conduites :** Acier.

L<sub>1</sub> = 3 m, D<sub>1</sub> = 102.26 mm, e = 6.019mm, K = 0.04572 mm

L<sub>2</sub> = 302 m, D<sub>2</sub> = 102.26 mm, e = 6.019mm, K = 0.04572 mm

**Débit de la pompe :** 0.9 m<sup>3</sup>/min

**Temps de simulation :** 10 secondes.

**Tableau. V.1 Caractéristiques de la pompe**

T (s)	0	0.10	0.33	0.55	0.77	1
Q (m <sup>3</sup> /min)	0.9	0.8	0.6	0.4	0.2	0

Vitesse de la pompe 1760 tr/min.

**V.5.2. Résultats graphiques du modèle N°01**

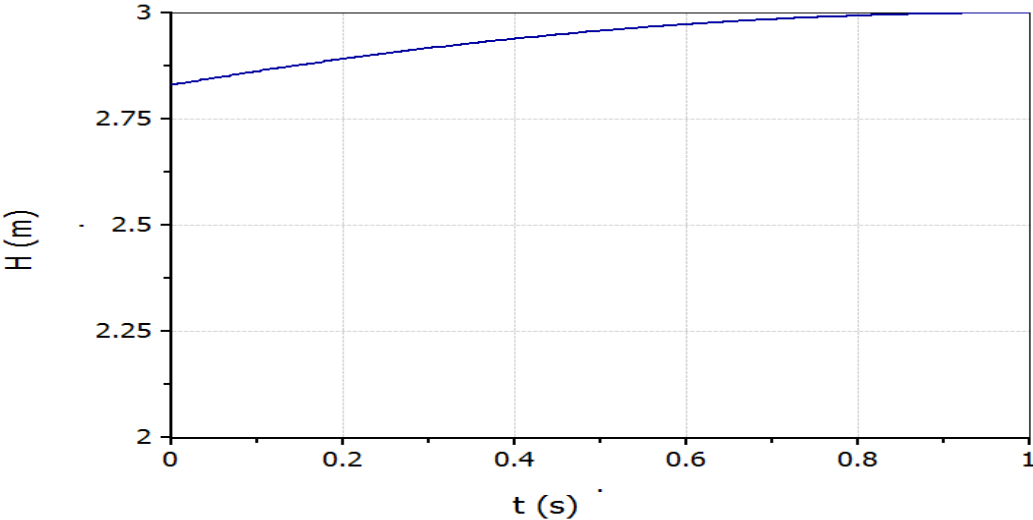


Figure. V.5.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1.

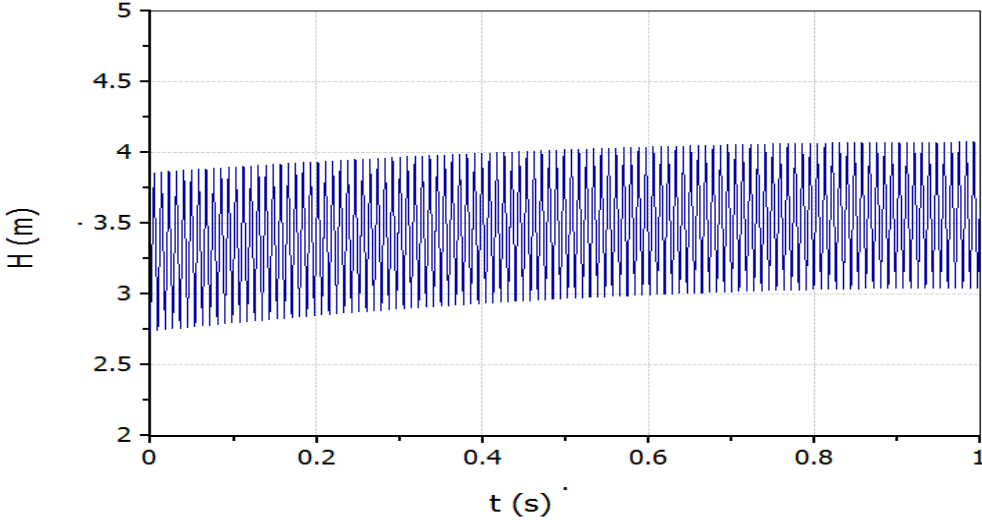


Figure. V.5.2. Variation de la hauteur dans la conduite 1 à l'entrée de la

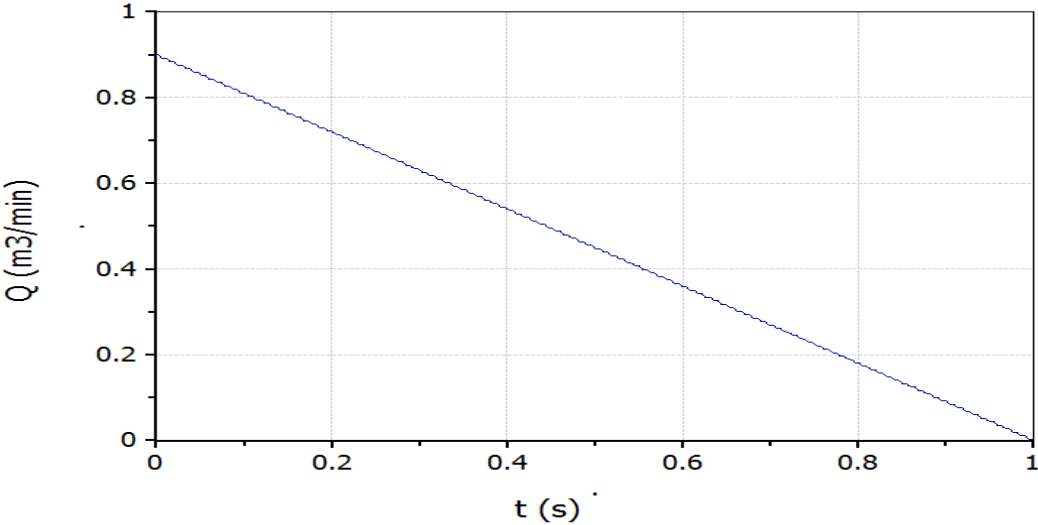


Figure. V.5.3. Variation du débit dans la conduite 1 à la sortie du réservoir 1.

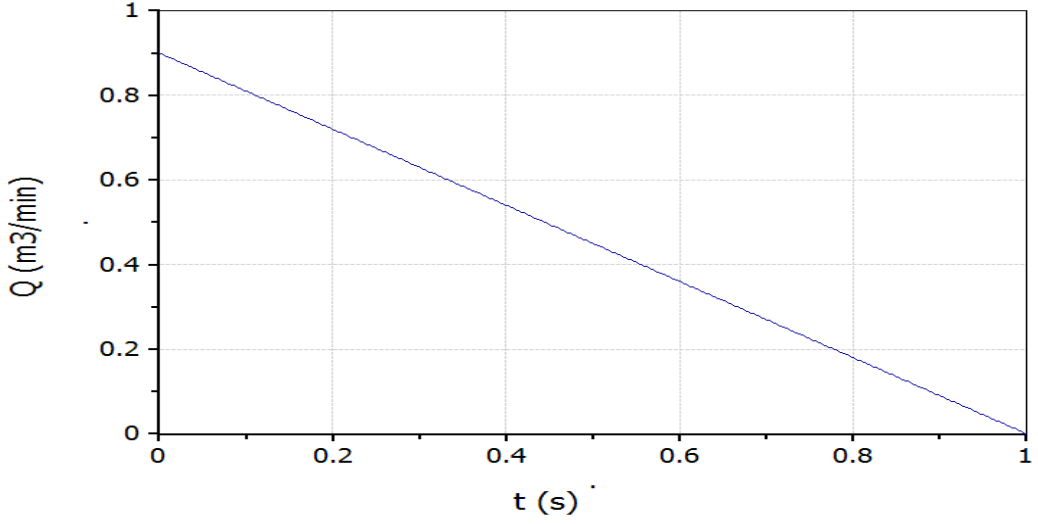


Figure. V.5.4. Variation du débit dans la conduite 1 à l'entrée de la pompe.

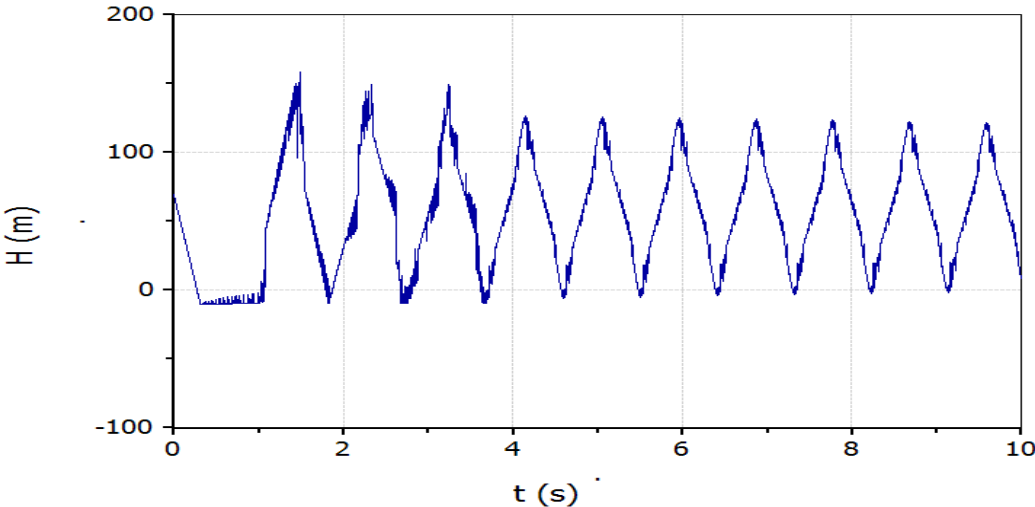


Figure. V.5.5. Variation de la hauteur dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.

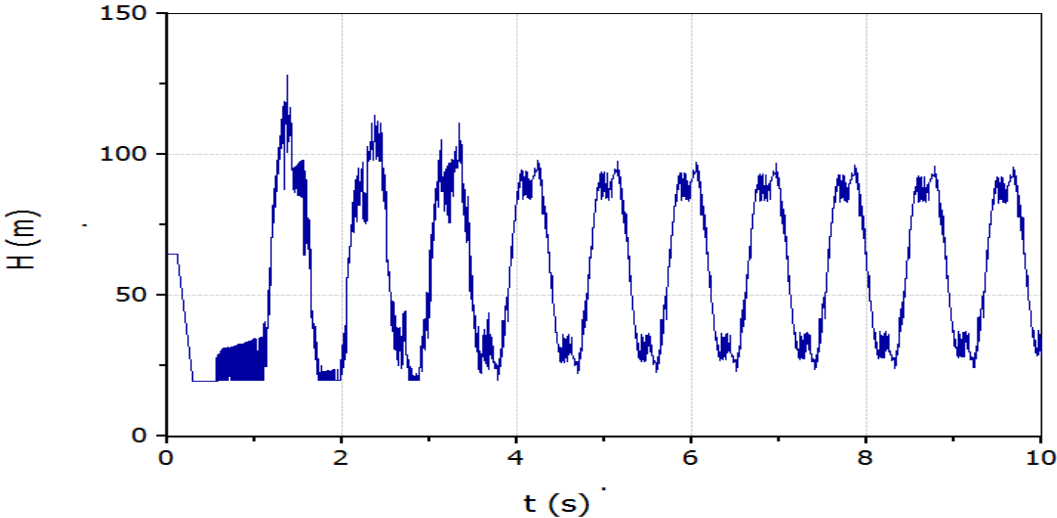


Figure. V.5.6. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point médian.

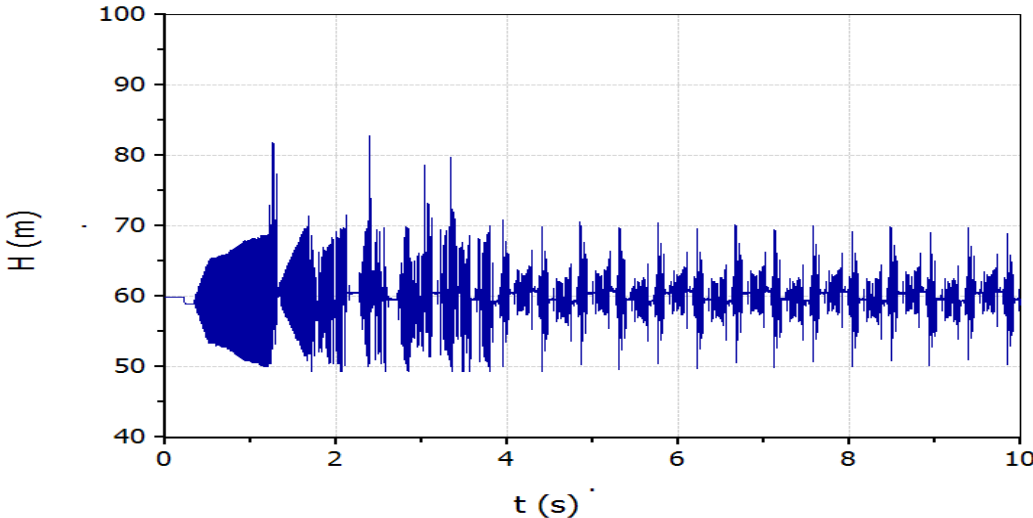


Figure. V.5.7. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point avant le réservoir 2.

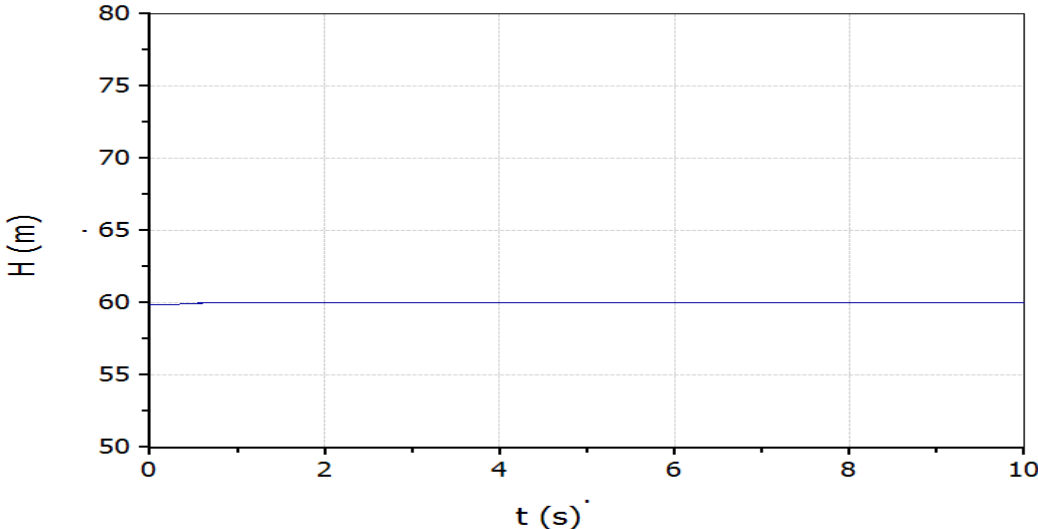


Figure. V.5.8. Variation de la hauteur dans le réservoir 2.

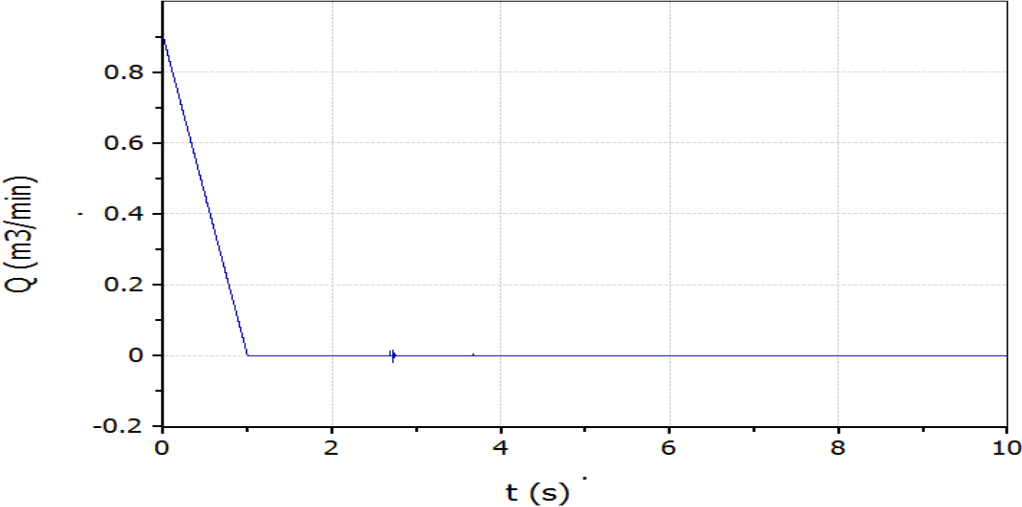


Figure. V.5.9. Variation du débit dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.

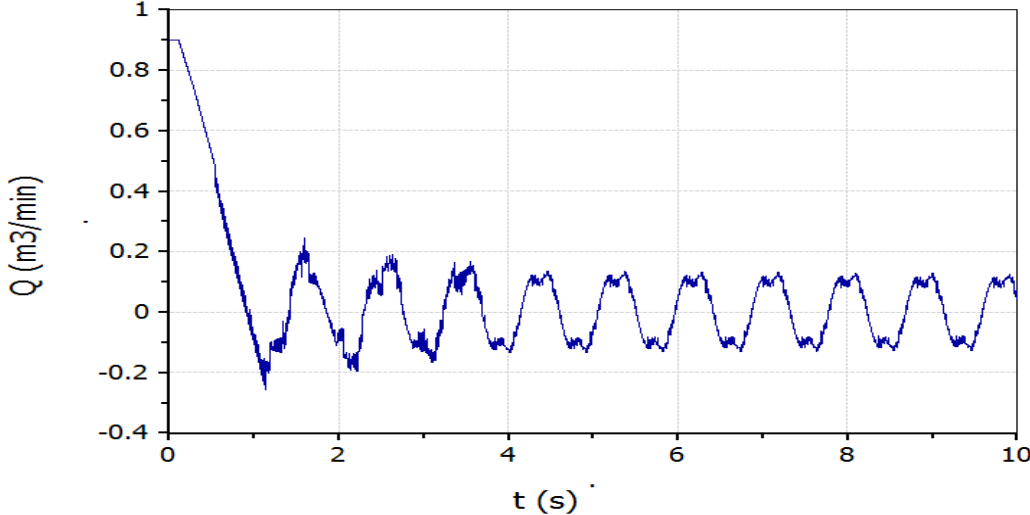


Figure. V.5.10. Variation du débit dans la conduite 2 au point médian.

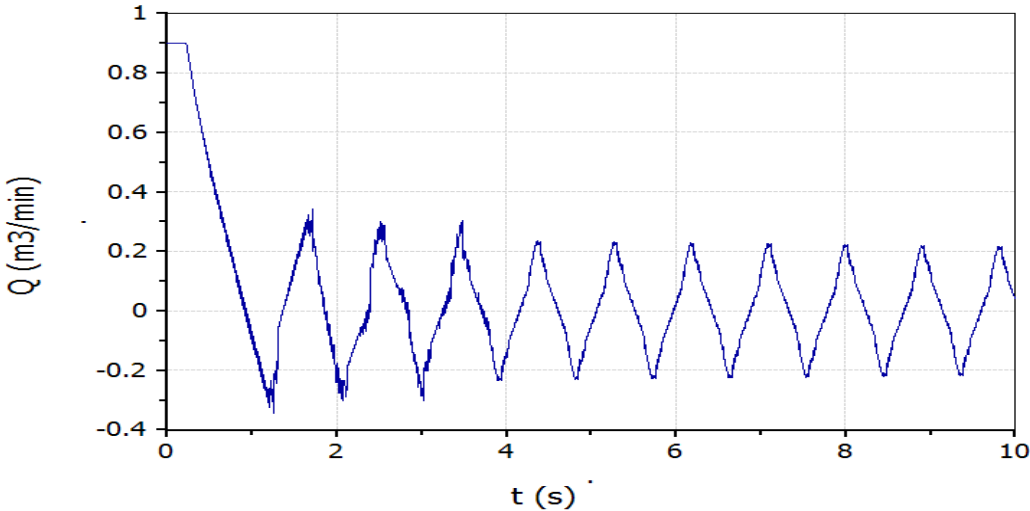


Figure. V.5.11. Variation du débit dans la conduite 2 avant le réservoir 2.

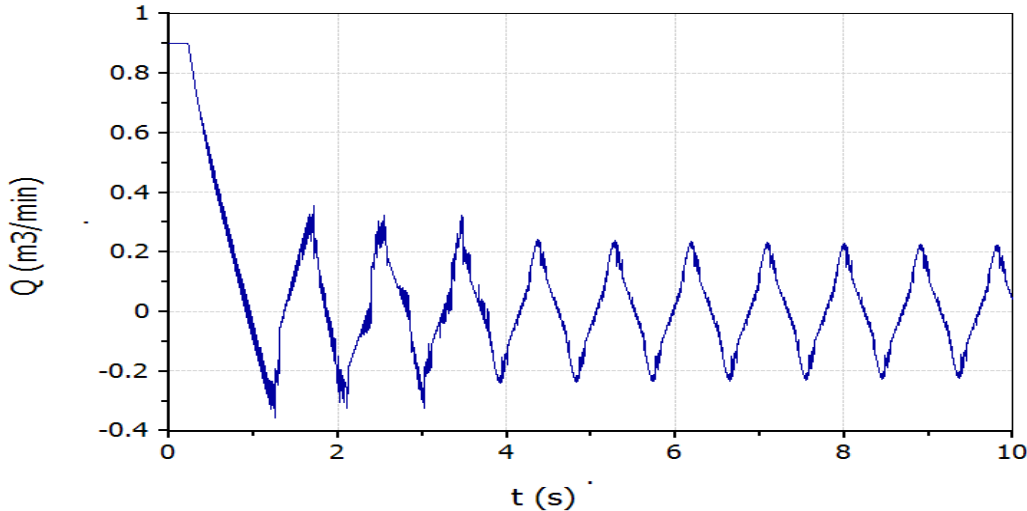


Figure. V.5.12. Variation du débit dans le réservoir 2.

### V.5.3. Interprétation du modèle N°01

C'est le cas d'un simple pompage à partir d'un réservoir vers un autre à l'aide d'une pompe débitant  $0,9 \text{ m}^3/\text{mn}$  au début de la simulation et qui s'arrête au bout de 1 seconde.

- Au niveau de la conduite d'aspiration la variation de la hauteur est faible dans le temps mais avec des fluctuations très rapides et très accentuées.
- Au niveau de la conduite de refoulement l'amplitude des fluctuations de la hauteur est plus importante au début du pompage avec des oscillations accentuées et rapides et qui s'atténuent dans le temps et dans l'espace en se rapprochant du réservoir final.
- Les variations du débit et de la vitesse sont en harmonie et correspondent aux caractéristiques de la pompe.
- D'après les courbes de variation de la hauteur dans la conduite de refoulement, on remarque qu'elle prend la valeur maximale au début de la conduite juste après la pompe et s'atténue en progressant vers le réservoir pour obtenir en fin la valeur de la pression atmosphérique.

**V.6. Modèle d'étude N°02 :** Le cas d'un pompage à partir d'un réservoir vers un autre passant par une conduite a section variable à l'aide d'une pompe débitant  $0,9 \text{ m}^3/\text{mn}$  au début de la simulation et qui s'arrête après 1 seconde.

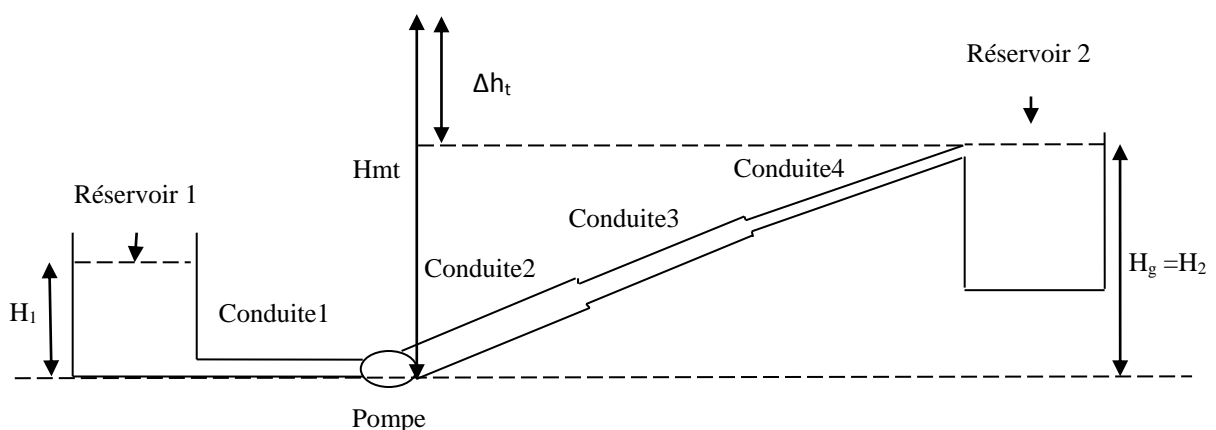


Figure. V.6. Schéma du modèle N°02.

**V.6.1. Les données du modèle N°02****Les Réservoirs :**

R1 à une hauteur de 3 m, R2 à une hauteur de 60.m.,

La pression de surface est la pression atmosphérique =1 atm.

**Propriétés du fluide constantes :**

Température : 24°C

Densité : 997,4203 kg / m<sup>3</sup>.

Module d'élasticité : 2068,70 MPa.

Viscosité : 9,0864 x 10<sup>-4</sup> kg / s.m.

**Modèle de viscosité :** Newtonien.

**Propriétés des conduites :**

**Matériau des conduites :** Acier.

L<sub>1</sub> = 3 m, D<sub>1</sub> = 102.26 mm, e = 6.019 mm, K = 0.04572 mm

L<sub>2</sub> = 100 m, D<sub>2</sub> = 102.26 mm, e = 6.019 mm, K = 0.04572 mm

L<sub>3</sub> = 100 m, D<sub>3</sub> = 77.92 mm, e = 5.846 mm, K = 0.04572 mm

L<sub>4</sub> = 102 m, D<sub>4</sub> = 52.50 mm, e = 3.911 mm, K = 0.04572

**Débit de la pompe :** 0.9 m<sup>3</sup>/min

**Temps de simulation :** 10 secondes.

**Tableau. V.2. Caractéristiques de la pompe**

T (s)	0	0.10	0.33	0.55	0.77	1
Q (m <sup>3</sup> /min)	0.9	0.8	0.6	0.4	0.2	0

Vitesse de la pompe 1760 tr/min.

**V.6.2. Résultats graphiques du modèle N°02**

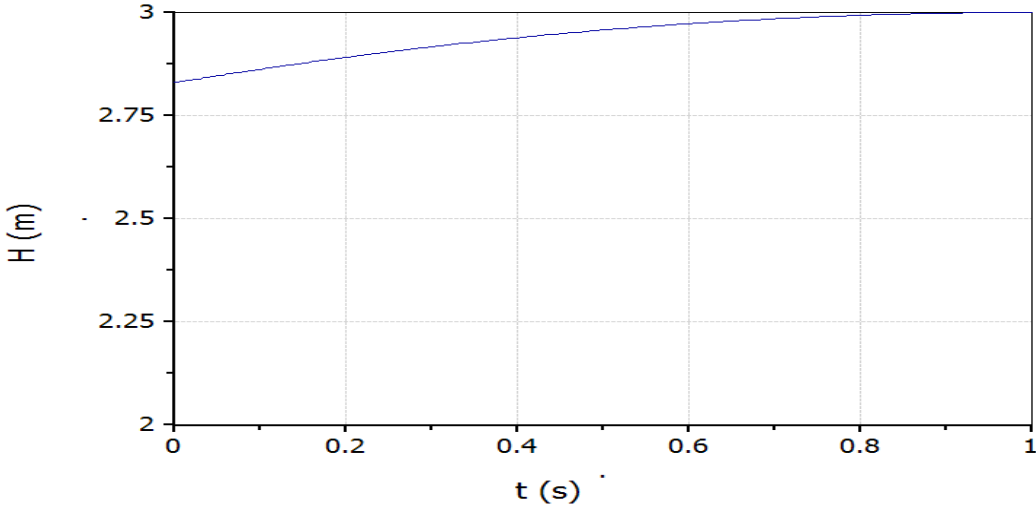


Figure. V.6.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1.

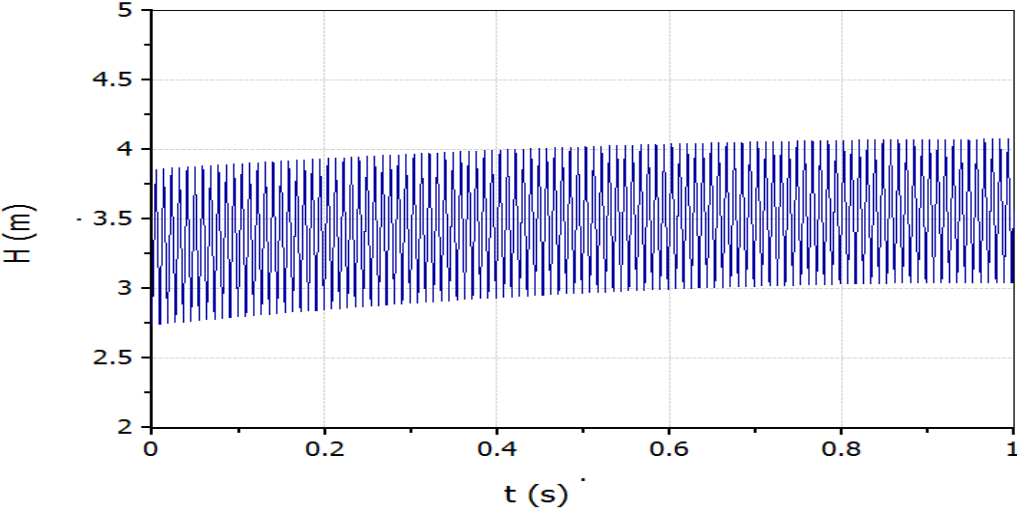


Figure. V.6.2. Variation de la hauteur de la conduite 1 à l'entrée de la pompe.

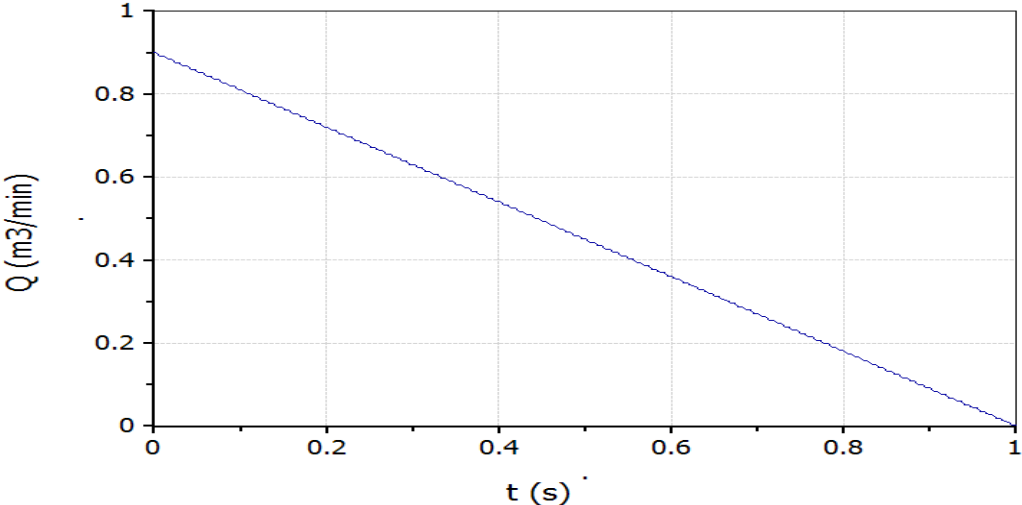


Figure. V.6.3. Variation du débit dans la conduite 1 à la sortie du réservoir 1.

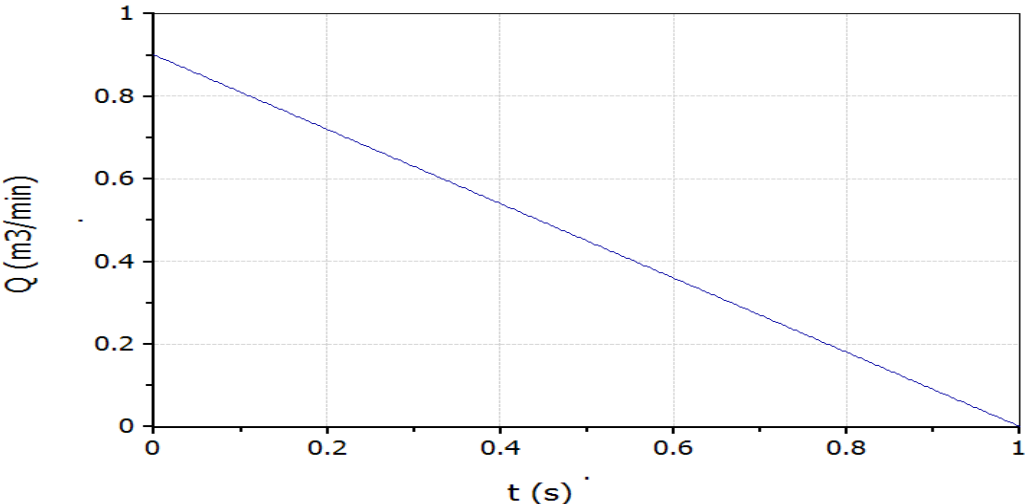


Figure. V.6.4. Variation du débit dans la conduite 1 à la sortie de la pompe.

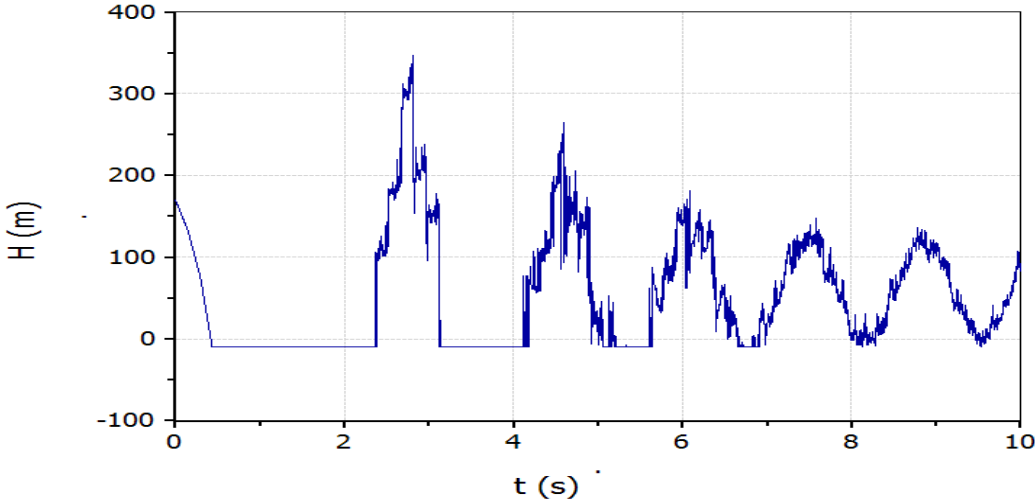


Figure. V.6.5. Variation de la hauteur dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.

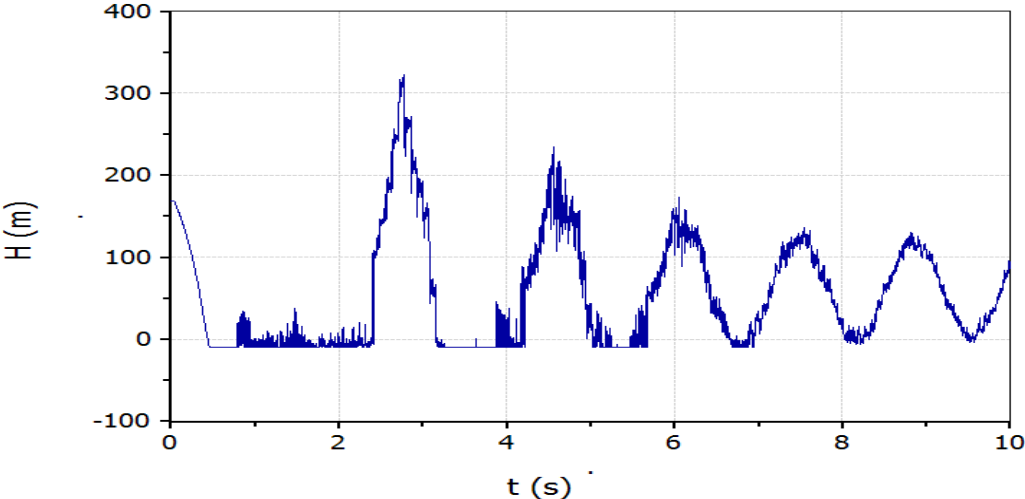


Figure. V.6.6. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point médian.

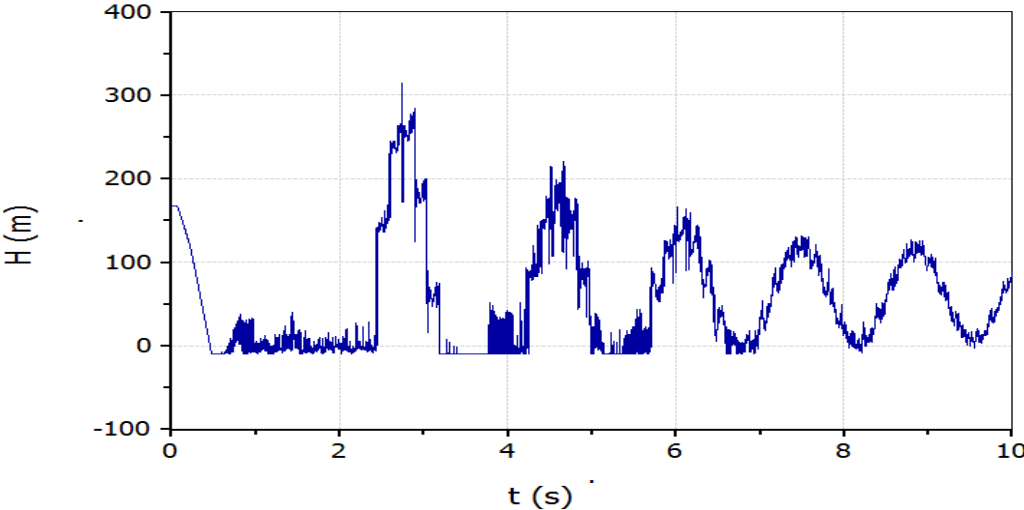


Figure. V.6.7.Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point de changement de la section.

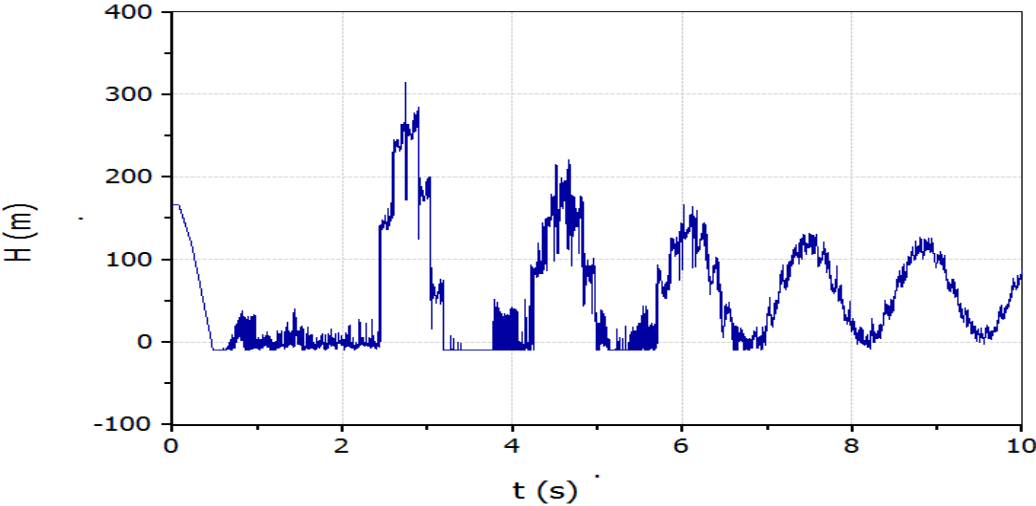


Figure. V.6.8.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point de changement de la section.

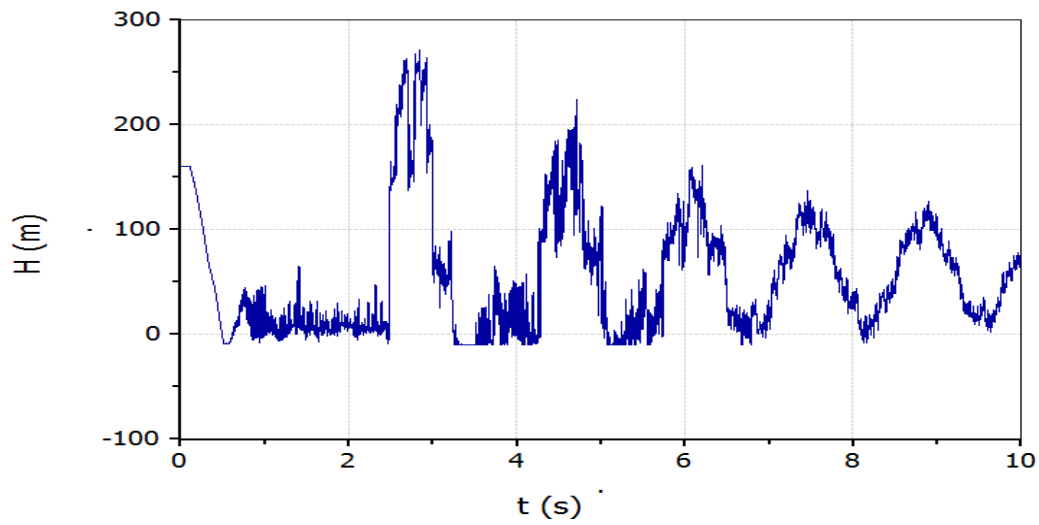


Figure. V.6.9.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian.

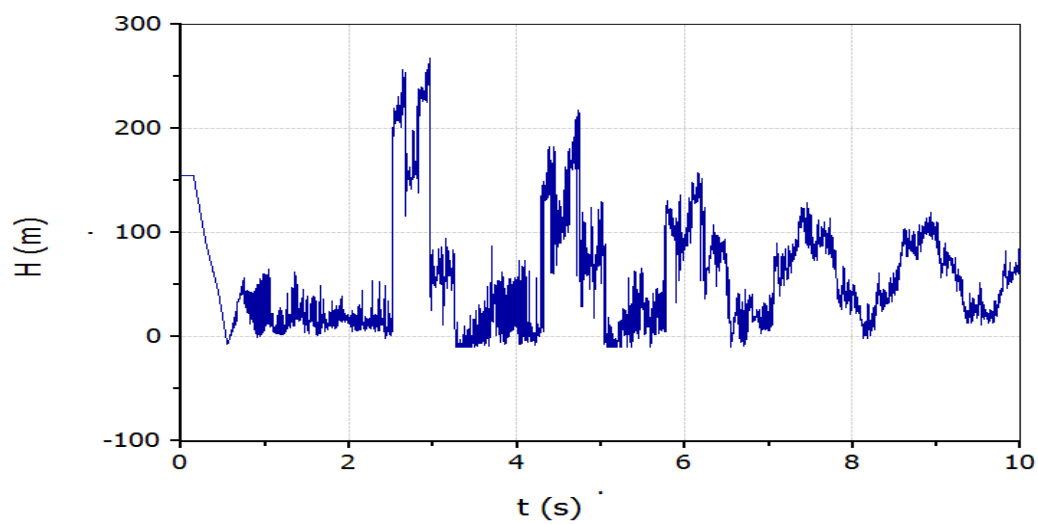


Figure. V.6.10.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point de changement de section avec la conduite 4.

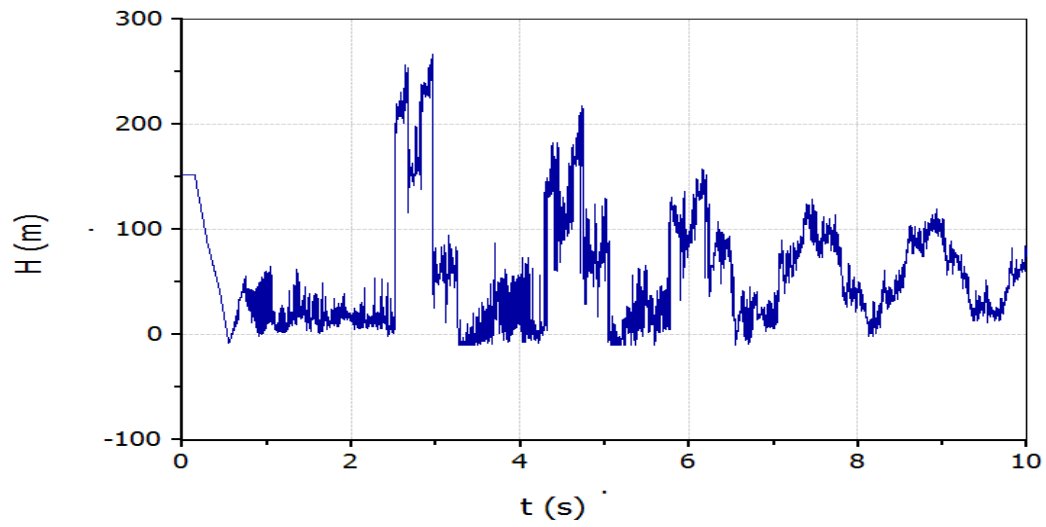


Figure. V.6.11. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point de changement de section avec la conduite 3.

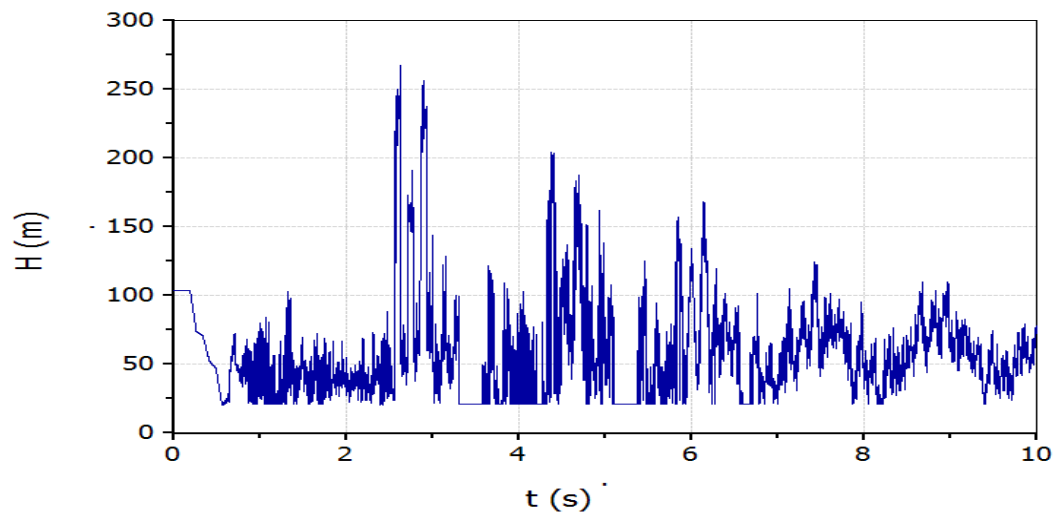


Figure. V.6.12. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point médian.

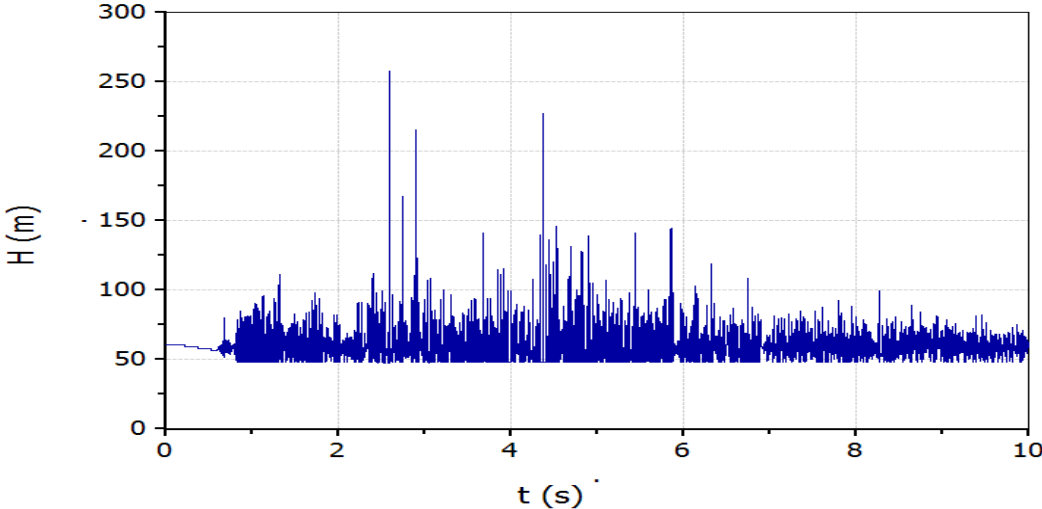


Figure. V.6.13.Variation de la hauteur dans la conduite 4 avant le réservoir 2.

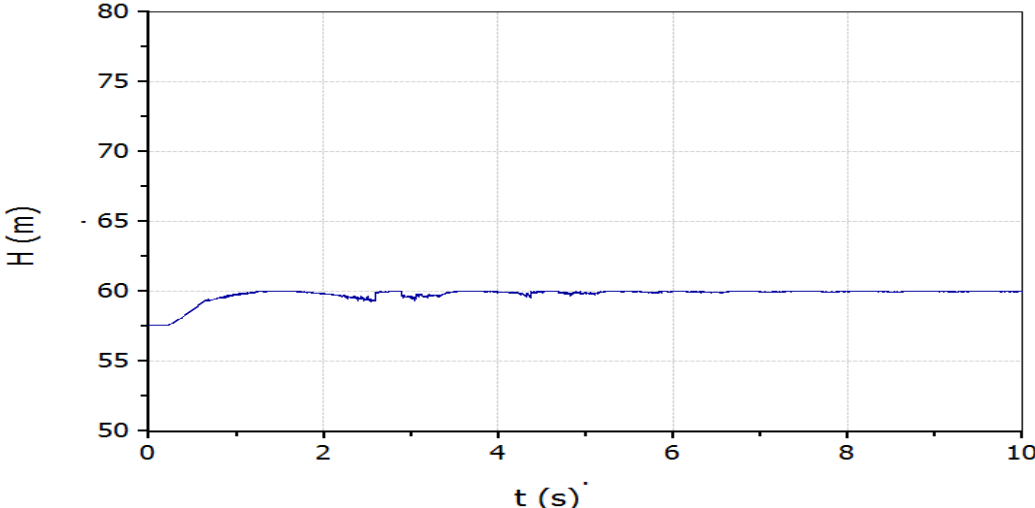


Figure. V.6.14.Variation de la hauteur de la conduite 4 dans le réservoir 2.

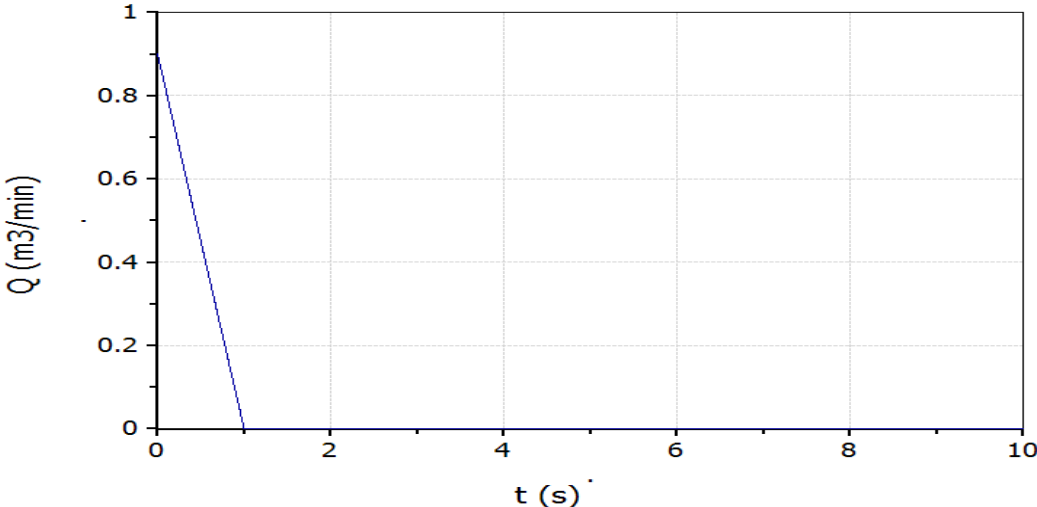


Figure. V.6.15.Variation du débit dans la conduite 2 à la sortie de la pompe.

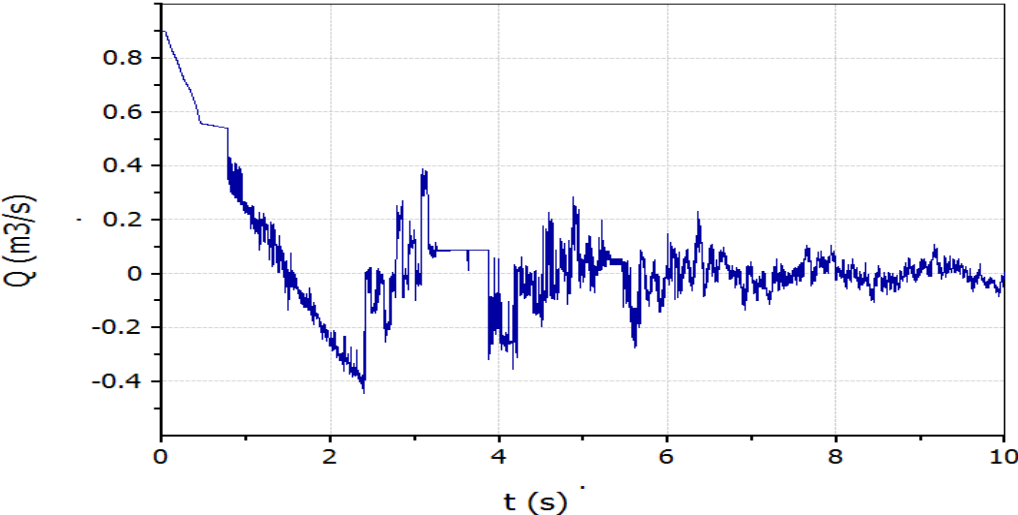


Figure. V.6.16.Variation du débit dans la conduite 2 au point médian.

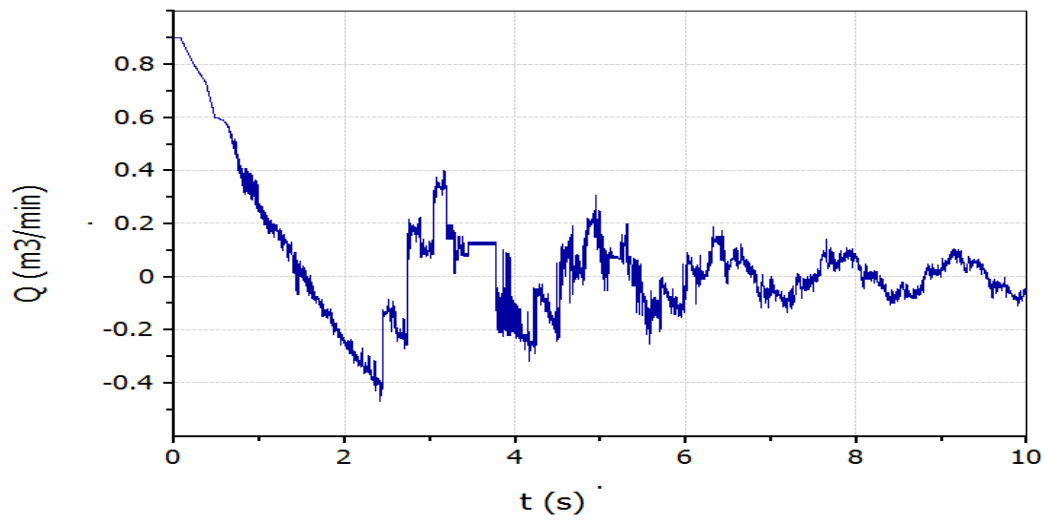


Figure. V.6.17. Variation du débit dans la conduite 2 au point de changement de section

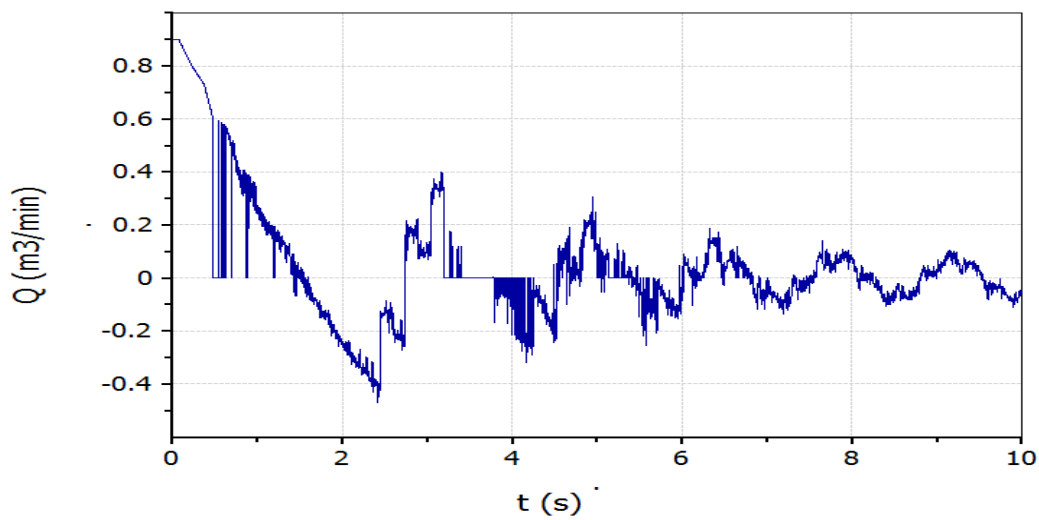


Figure. V.6.18. Variation du débit dans la conduite 3 au point de changement de section avec la conduite 2.

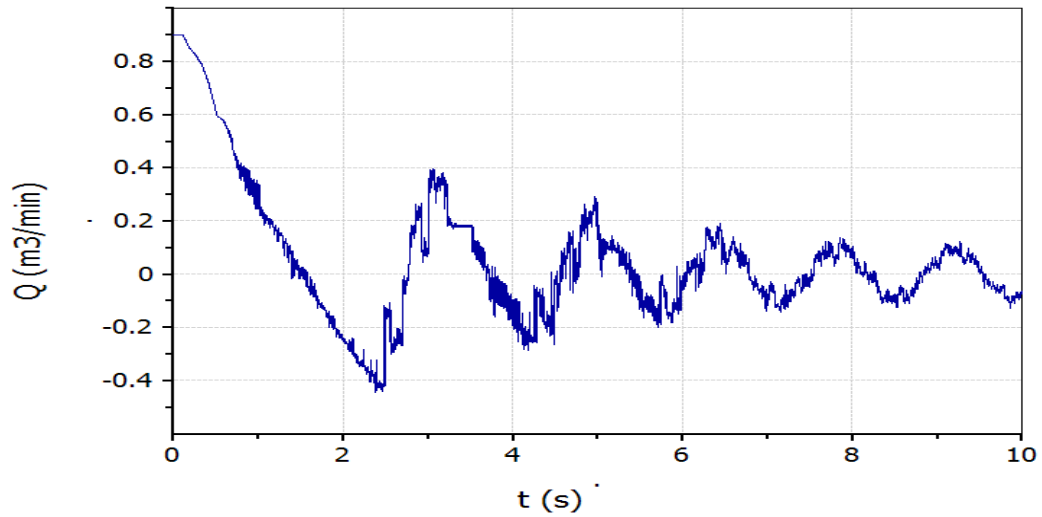


Figure. V.6.19. Variation du débit dans la conduite 3 au point médian.

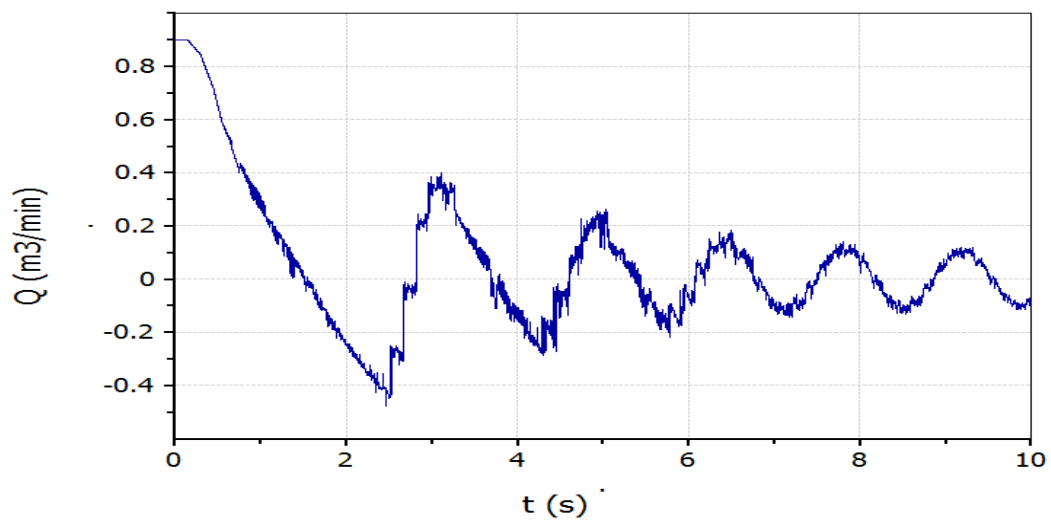


Figure. V.6.20. Variation du débit dans la conduite 3 au point de changement de section avec la conduite 4.

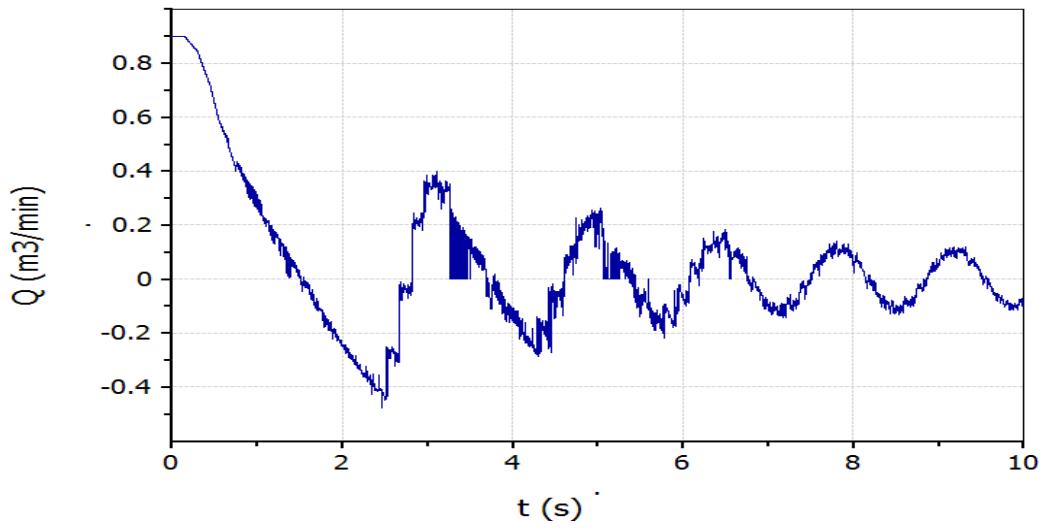


Figure. V.6.21. Variation du débit dans la conduite 4 au point de changement de section avec la conduite 3.

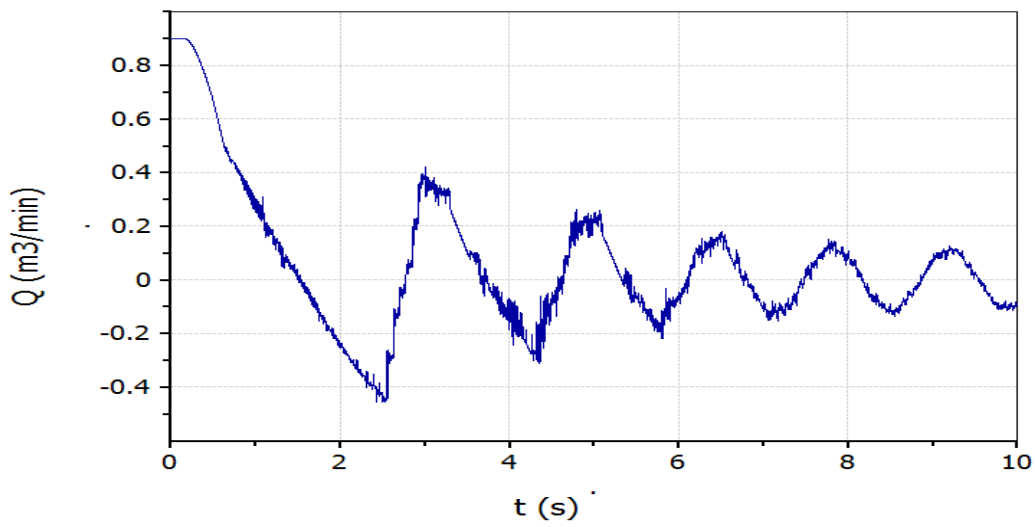


Figure. V.6.22. Variation du débit dans la conduite 4 au point médian.

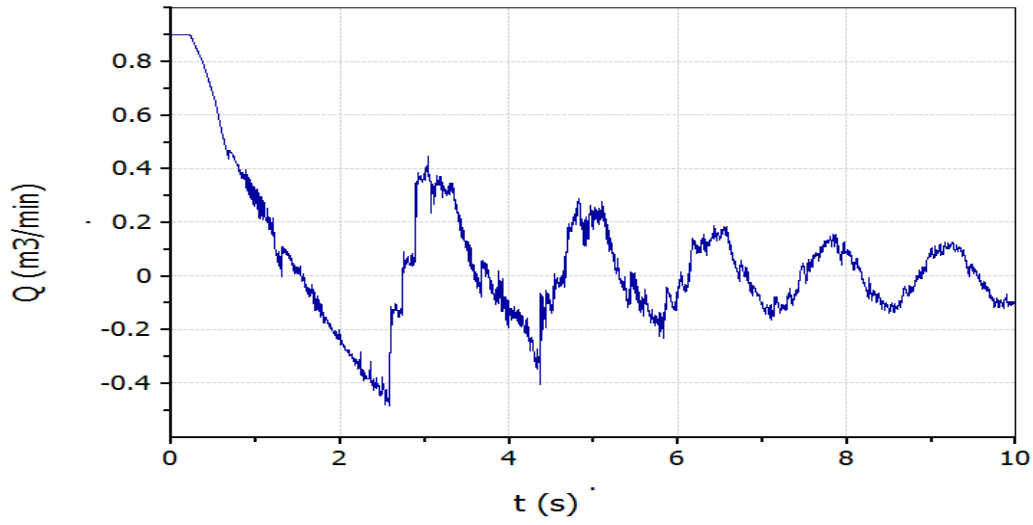


Figure. V.6.23. Variation du débit dans conduite 4 au point avant le réservoir 2.

V.1.

A

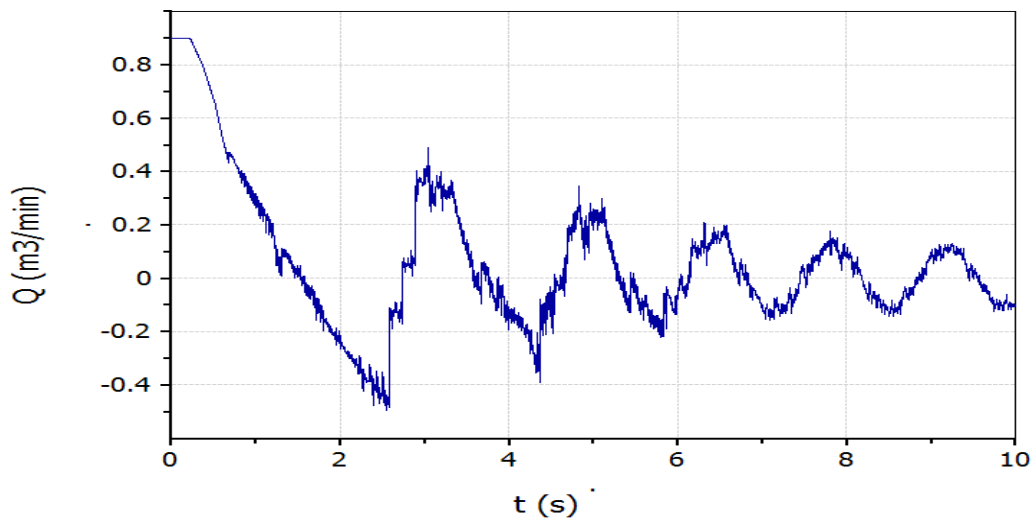


Figure. V.6.24. Variation du débit dans conduite 4 dans le réservoir 2.

### V.6.3. Interprétation du modèle N°02

C'est le cas d'un pompage à partir d'un réservoir vers un autre passant par une conduite a section variable à l'aide d'une pompe débitant 0,9 m<sup>3</sup>/mn au début de la simulation et qui s'arrête au bout de 1seconde.

- Au niveau de la conduite d'aspiration la variation de la hauteur est faible dans le temps mais avec des fluctuations très rapides et très accentuées.
- Au niveau des conduites C2, C3 et C4 : l'amplitude des variations de la hauteur piézométrique atteignent des valeurs très élevées et qui s'atténuent dans le temps et dans l'espace en se rapprochant du réservoir final.
- L'amplitude des fluctuations du débit dans le temps est très importante dans le réservoir puis celle-ci diminue le long de la conduite de refoulement jusqu' a devenir minimale au niveau de la pompe.
- L'amplitude des fluctuations de la hauteur piézométrique devient importante le long de la conduite de refoulement et qu'elle prend la valeur maximale au début de la conduite juste après la pompe et s'atténue en avançant vers le réservoir.

### V.6.4. Comparaison entre les modèles 1 et 2

- Dans le cas du modèle 2 on observe des fluctuations plus accentuées et plus rapides que dans le cas du modèle 1.
- Alternativement les fluctuations atteignent des valeurs maximales et minimales, et l'alternance des fluctuations du débit entre les valeurs positives et négatives explique nettement le mouvement du liquide dans les deux sens d'écoulement provoquant un coup de bélier dans la conduite.

**V.7. Modèle d'étude N°03:** Comparaison de deux pompes à partir d'un réservoir vers un autre à l'aide d'une pompe débitant  $0,9 \text{ m}^3/\text{mn}$  et qui s'arrête alternativement à 1 et 2 secondes.

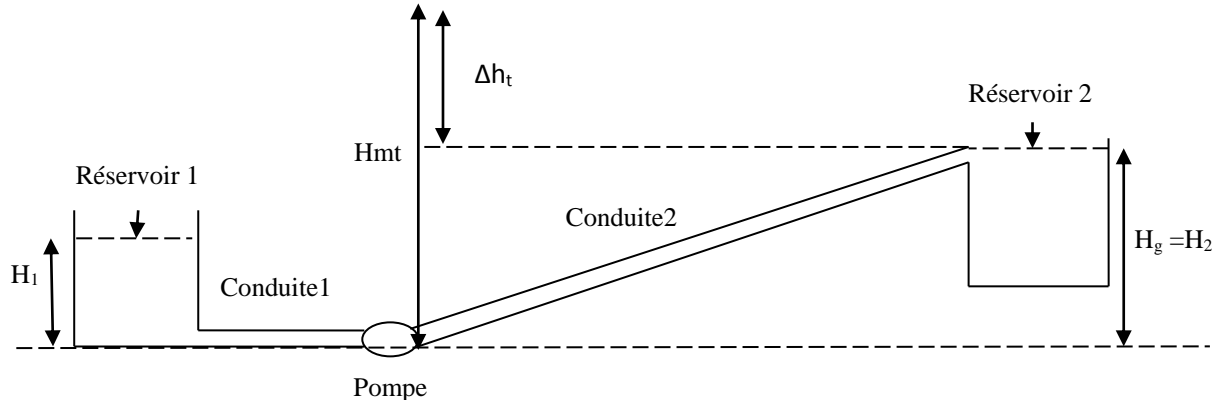


Figure. V.7. Schéma du modèle N°03.

### V.7.1. Les données du modèle N°03

#### Les Réservoirs :

R1 à une hauteur de 3 m, R2 à une hauteur de 60.m.,

La pression de surface est la pression atmosphérique =1 atm.

#### Propriétés du fluide constantes :

Température :  $24^\circ\text{C}$

Densité :  $997,4203 \text{ kg / m}^3$ .

Module d'élasticité :  $2068,70 \text{ MPa}$ .

Viscosité :  $9,0864 \times 10^{-4} \text{ kg / s.m}$ .

Modèle de viscosité : Newtonien.

#### Propriétés des conduites :

Matériau des conduites : Acier.

$L_1 = 3 \text{ m}$ ,  $D_1 = 102.26 \text{ mm}$ ,  $e = 6.019\text{mm}$ ,  $K = 0.04572 \text{ mm}$

$L_2 = 302 \text{ m}$ ,  $D_2 = 102.26 \text{ mm}$ ,  $e = 6.019\text{mm}$ ,  $K = 0.04572 \text{ mm}$

Débit de la pompe :  $0.9 \text{ m}^3/\text{min}$

Temps de simulation : 10 secondes.

**Tableau. V.3. Caractéristiques de la pompe pour la durée d'arrêt d'une seconde**

T (s)	0	0.10	0.33	0.55	0.77	1
Q (m <sup>3</sup> /min)	0.9	0.8	0.6	0.4	0.2	0

Vitesse de la pompe 1760 tr/min.

**Tableau. V.4. Caractéristiques de la pompe pour la durée d'arrêt de 2 secondes**

T (s)	0	0.5	1	1.5	1.8	2
Q (m <sup>3</sup> /min)	0.9	0.7	0.45	0.25	0.05	0

Vitesse de la pompe 1760 tr/min.

**V.7.2. Résultats graphiques du modèle N°03**

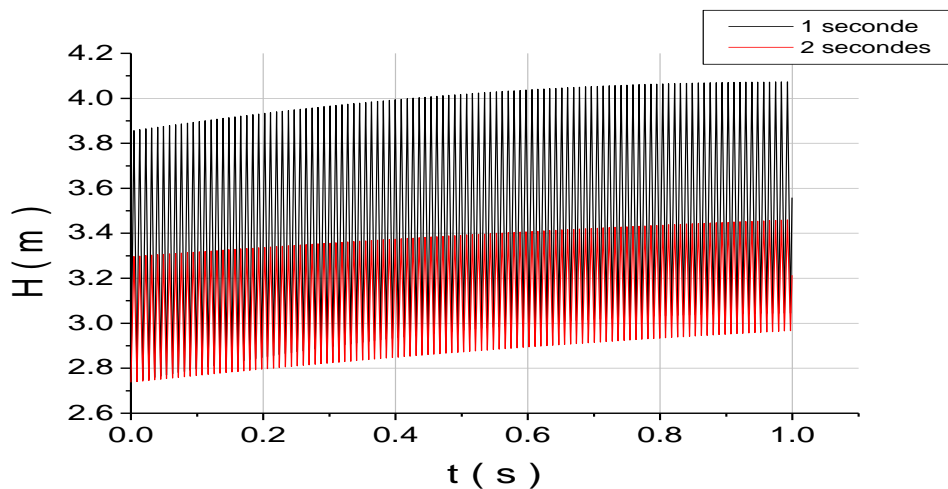


Figure. V.7.1. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite d'aspiration 1 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

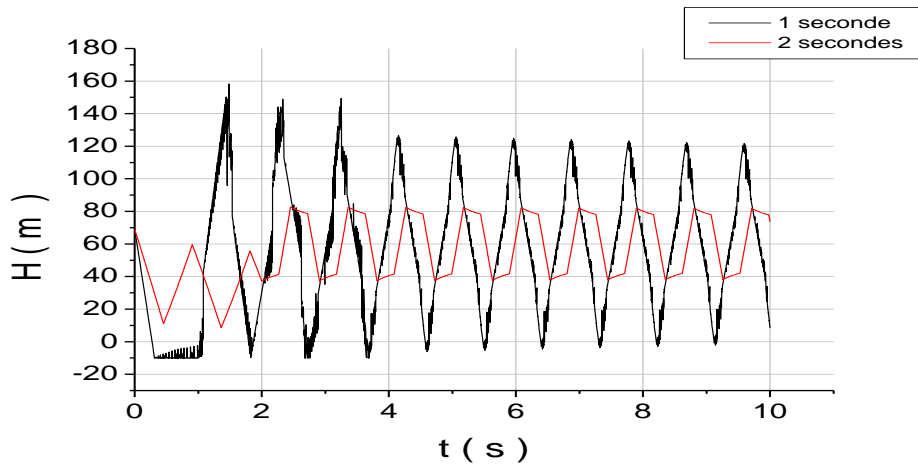


Figure. V.7.2. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite de refoulement 2 a la sortie de la pompe pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

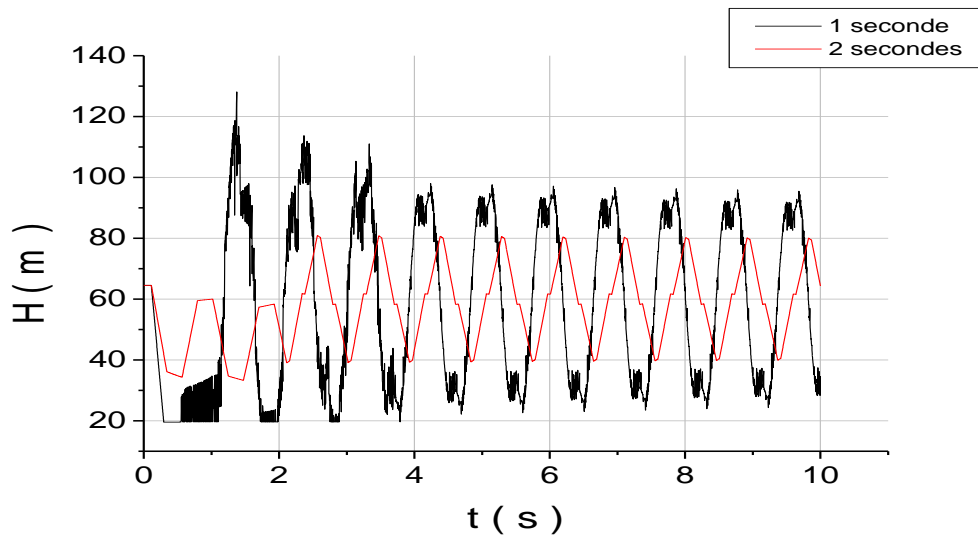


Figure. V.7.3. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite de refoulement 2 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

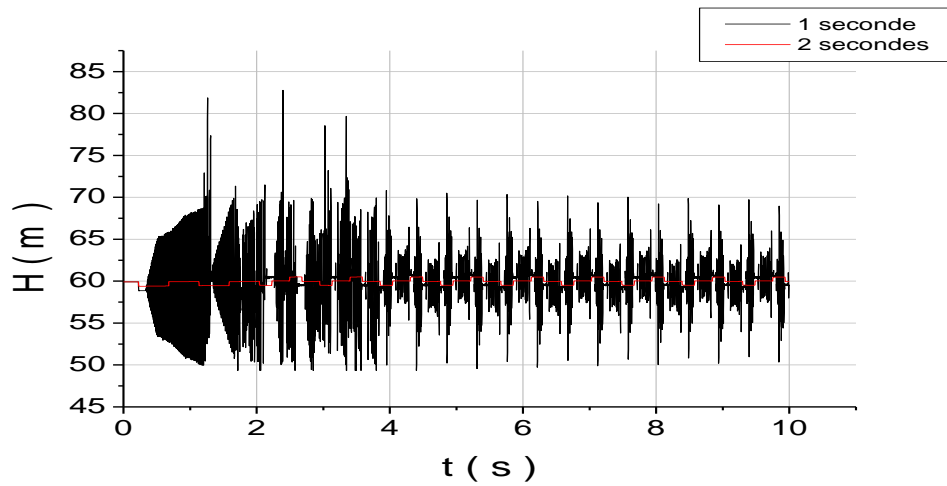


Figure. V.7.4. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 2 à la section juste avant le réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

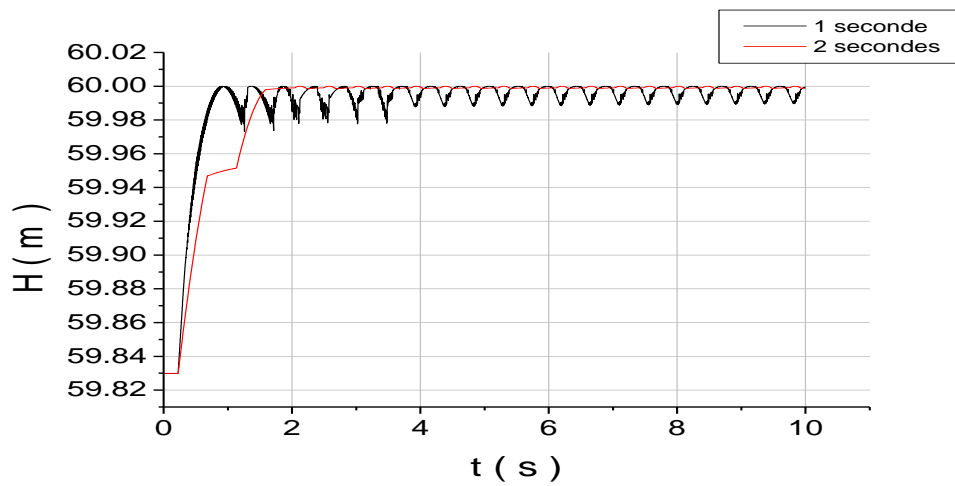


Figure. V.7.5. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 2 à la section du réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

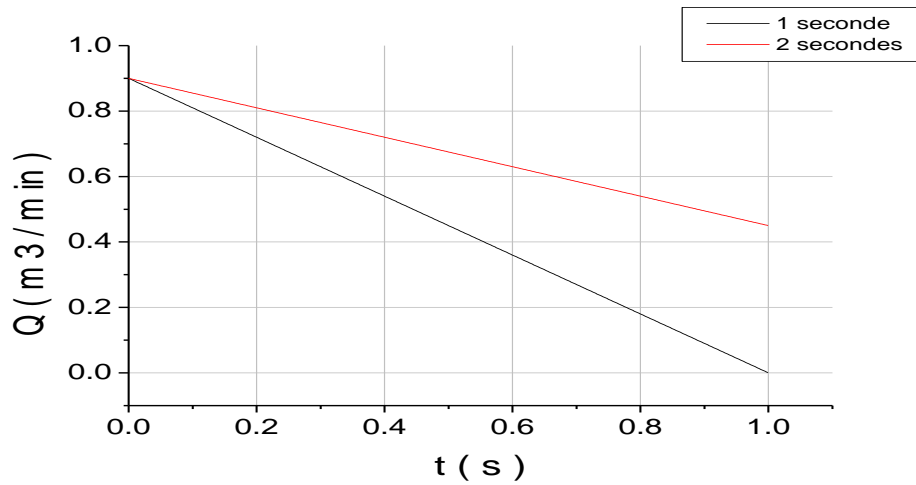


Figure. V.7.6. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 1 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

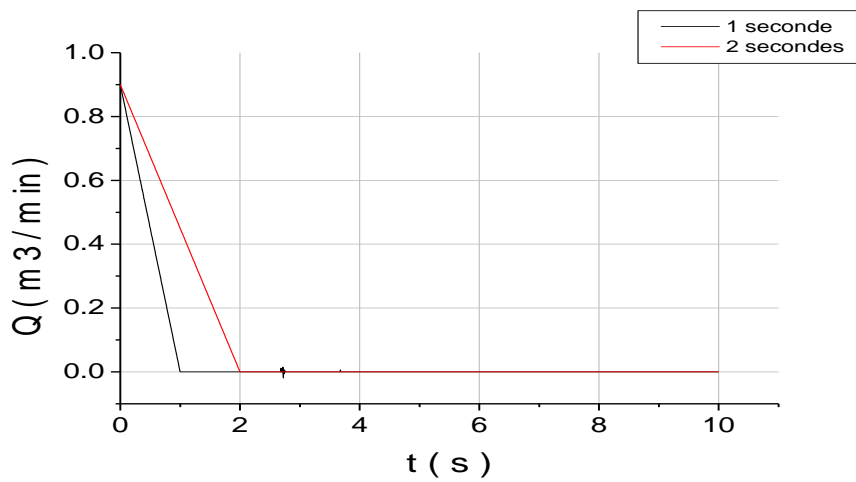


Figure. V.7.7. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 a la sortie de la pompe pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

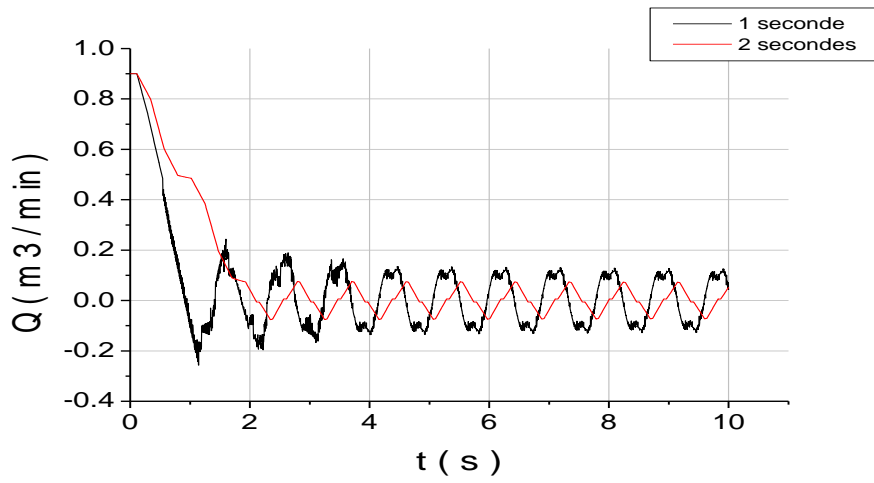


Figure. V.7.8. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

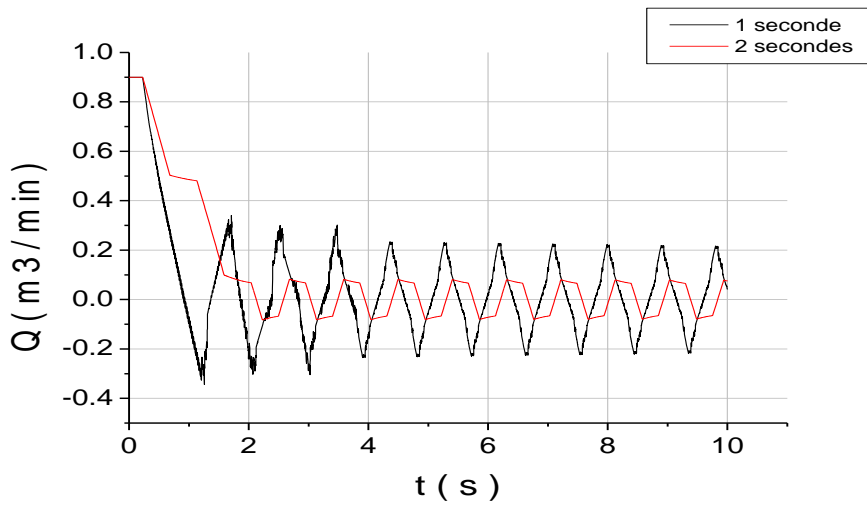


Figure. V.7.9. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 à la section juste avant le réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

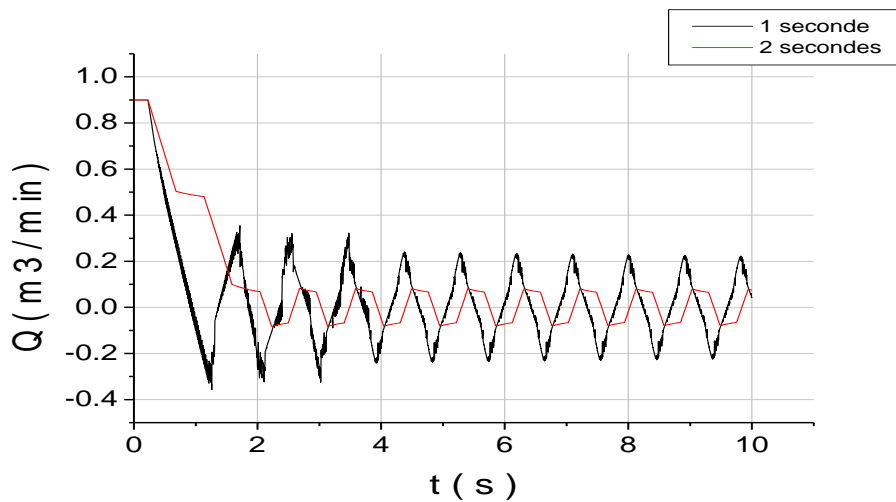


Figure. V.7.10. variation du débit en fonction du temps dans la conduite 2 à la section du réservoir 2 pour différentes durées d'arrêt de la pompe.

### V.7.3. Interprétation du modèle d'étude N°03

C'est le cas de l'analyse du coup de bélier pour différentes durées d'arrêt de la pompe, (1 et 2 secondes).

- la variation de la hauteur dans la conduite d'aspiration 1 pour une durée d'arrêt de la pompe de 2 secondes est faible par rapport à la courbe de variation de la hauteur pour une durée d'arrêt de la pompe égale à 1 seconde.
- Au niveau de la conduite de refoulement l'amplitude des fluctuations de la hauteur pour une durée d'arrêt de la pompe égale à 1 seconde est plus importante que l'amplitude des fluctuations de la hauteur pour une durée d'arrêt de la pompe égale à 2 secondes.
- D'après les courbes de variation de la hauteur dans la conduite de refoulement, on retient que la durée d'arrêt de la pompe augmente entraînant une diminution de la hauteur dans la conduite en raison de l'effet de coup de bélier qui devient négligeable.
- Les fluctuations du débit sont plus grandes et plus variées dans le cas où la durée d'arrêt de la pompe diminue et deviennent de plus en plus rapides chaque fois que l'on s'approche du réservoir 2.

**V.8. Modèle d'étude N°04:** Comparaison de deux modèles d'un écoulement gravitaire avec une analyse de deux cas (fermeture lent et fermeture rapide de la vanne) comme le montre les deux schémas.

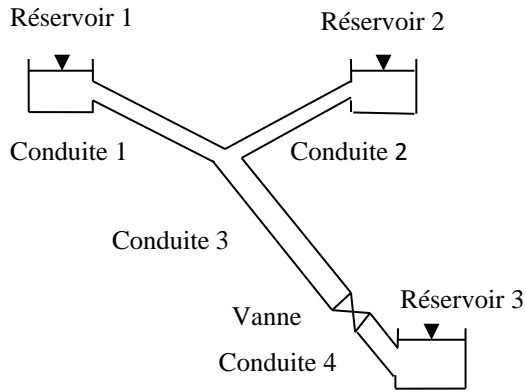


Figure. V.8. Schémas du modèle 4a, conduite de diamètre constant.

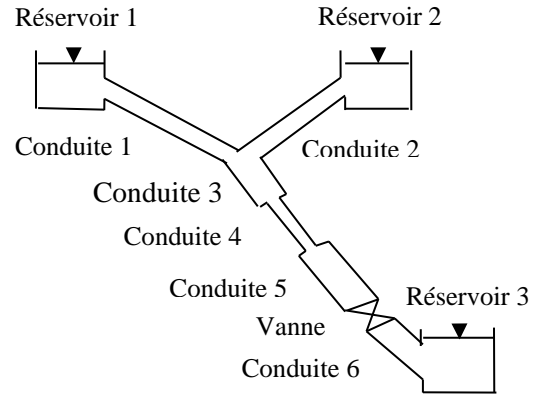


Figure. V.8.1. Schémas du modèle 4b, conduite de diamètre variable.

**V.8.1. Les données du modèle d'étude N°04**

**Tableau. V.5. Paramètres des conduites et du fluide**

	Conduite acier	L (m)	D (mm)	e (mm)	k (mm)	E <sub>c</sub> MPa	E <sub>1</sub> MPa	Réservoirs		
								H <sub>1</sub> (m)	H <sub>2</sub> (m)	H <sub>3</sub> (m)
Modèle 4a	L <sub>1</sub>	400	202.71	3.22	0.04572	2*10 <sup>5</sup>	2053	161	161	20
	L <sub>2</sub>	400	202.71	3.22						
	L <sub>3</sub>	1990	202.71	3.22						
	L <sub>4</sub>	100	202.71	3.22						
Modèle 4b	L <sub>1</sub>	400	202.71	3.22						
	L <sub>2</sub>	400	202.71	3.22						
	L <sub>3</sub>	800	202.71	3.22						
	L <sub>4</sub>	400	154.05	2.80						
	L <sub>5</sub>	790	202.71	3.22						
	L <sub>6</sub>	100	202.71	3.22						

**1er Cas: fermeture lente de la vanne.**

La vanne est à une hauteur de 0 m.  $C_v=50$

**Tableau. V.6. CV / temps de la vanne**

T (s)	0	1	2	3	5	10
$C_v$	50	40	30	20	10	0

**2eme Cas: fermeture rapide de la vanne.**

La vanne est à une hauteur de 0 m.  $C_v=50$

**Tableau. V.7. CV / temps de la vanne**

T (s)	0	0.1	0.3	0.5	0.8	1
$C_v$	50	40	30	20	10	0

**V.8.2. Résultats graphiques du modèle N°04a**

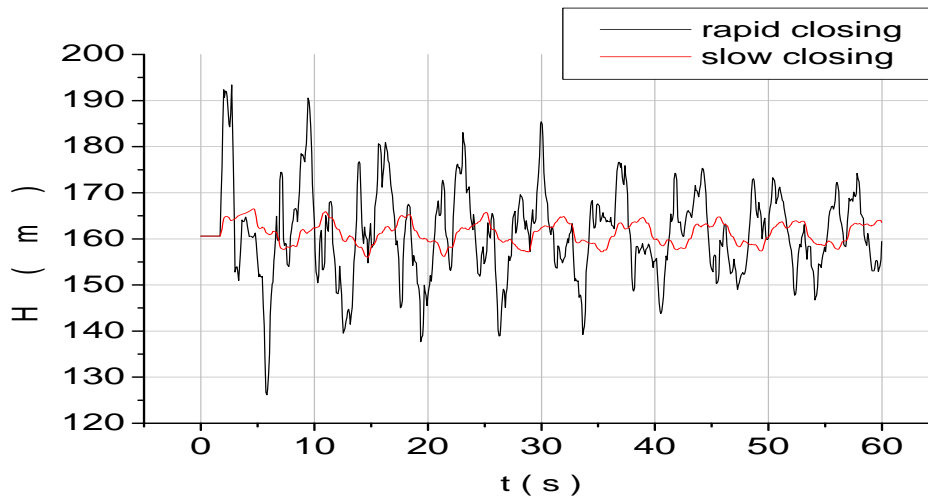


Figure. V.8.3. variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

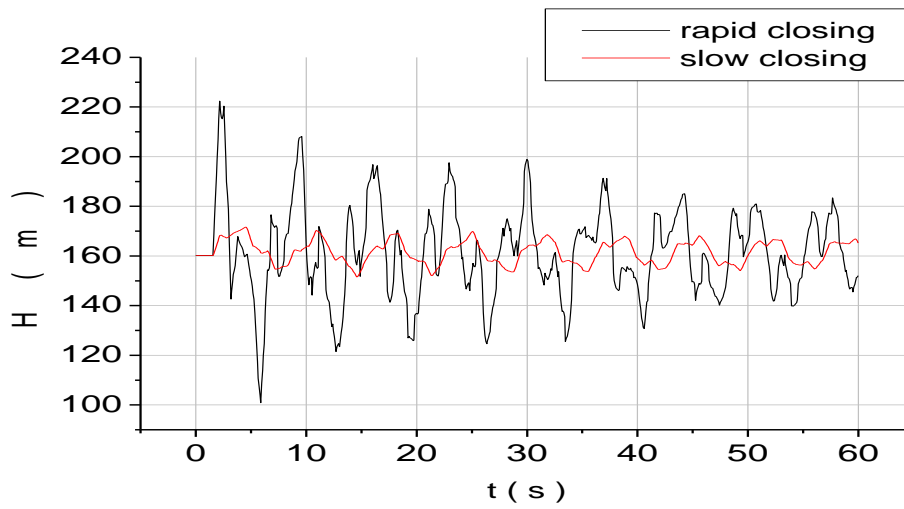


Figure. V.8.4. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

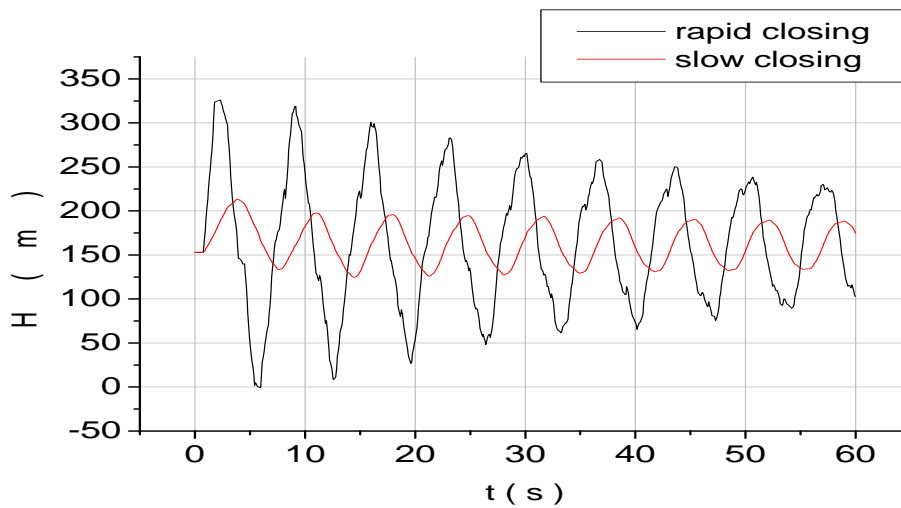


Figure. V.8.5. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

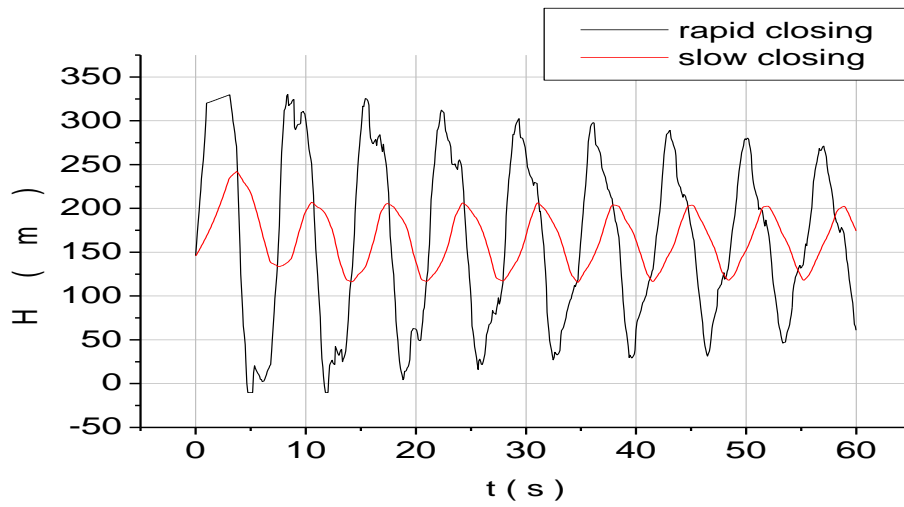


Figure. V.8.6. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

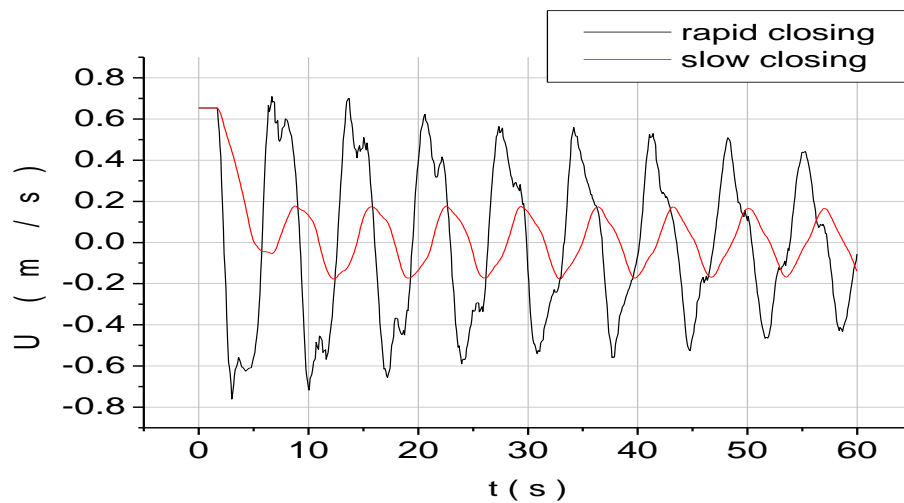


Figure. V.8.7. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

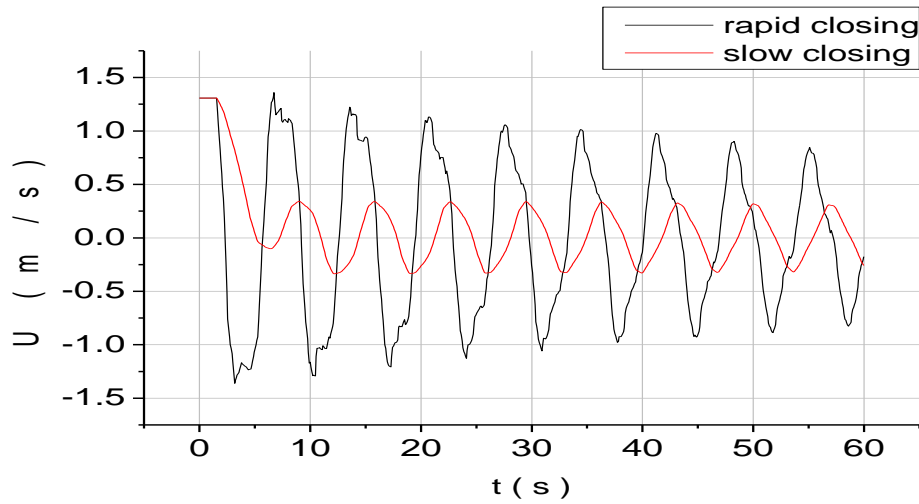


Figure. V.8.8. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

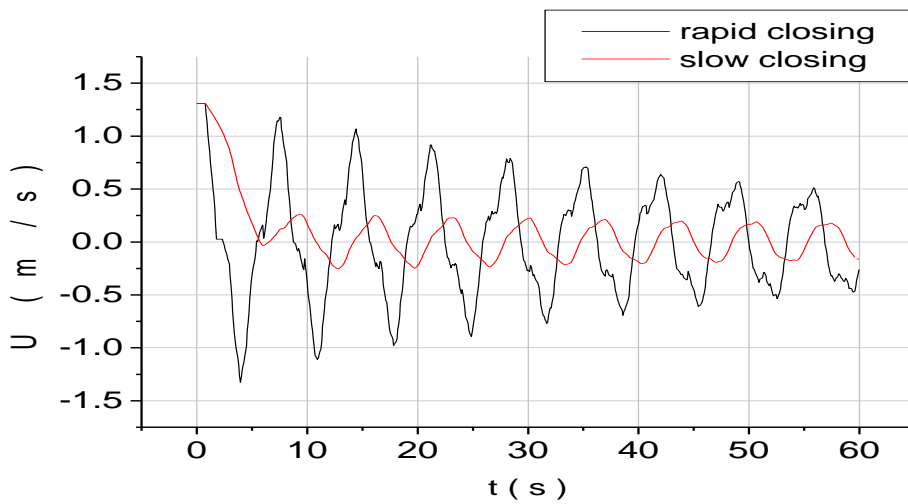


Figure. V.8.9. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

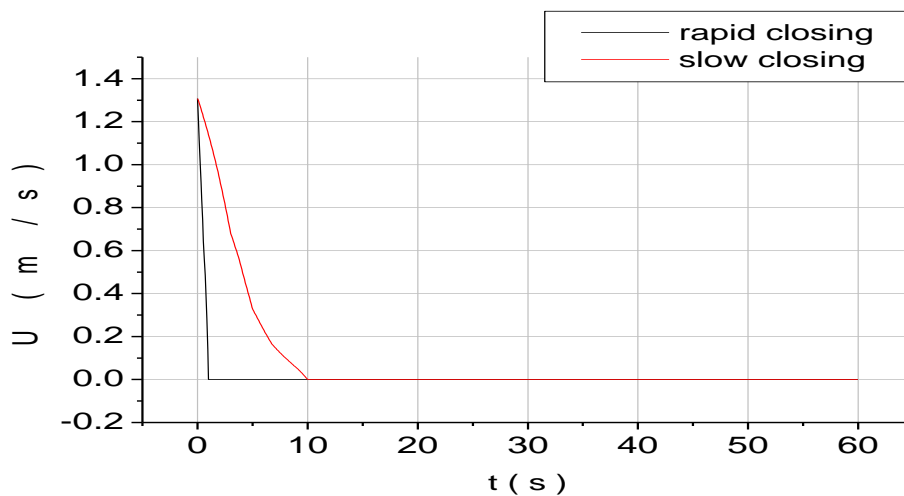


Figure. V.8.10. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

### V.8.3. Interprétation du modèle d'étude N°04a

- Dans le cas de la fermeture rapide de la vanne des fluctuations plus accentuées et plus rapide sont observées que dans le cas de fermeture lente.

- Des fluctuations atteignent des valeurs maximales et minimales alternativement, et l'alternance des fluctuations de la vitesse entre les valeurs positives et négatives explique nettement le mouvement du liquide dans les deux sens d'écoulement provoquant des coups de bélier dans la conduite.

- L'amplitude des fluctuations de la vitesse dans le temps est très importante dans le réservoir puis celle ci diminue le long de la conduite jusqu'à devenir minimale au niveau de la vanne.

- L'amplitude des fluctuations de la hauteur piézométrique devient importante le long de la conduite et atteint des valeurs maximales au niveau de la vanne.

V.8.4. Résultats graphiques du modèle N°04b

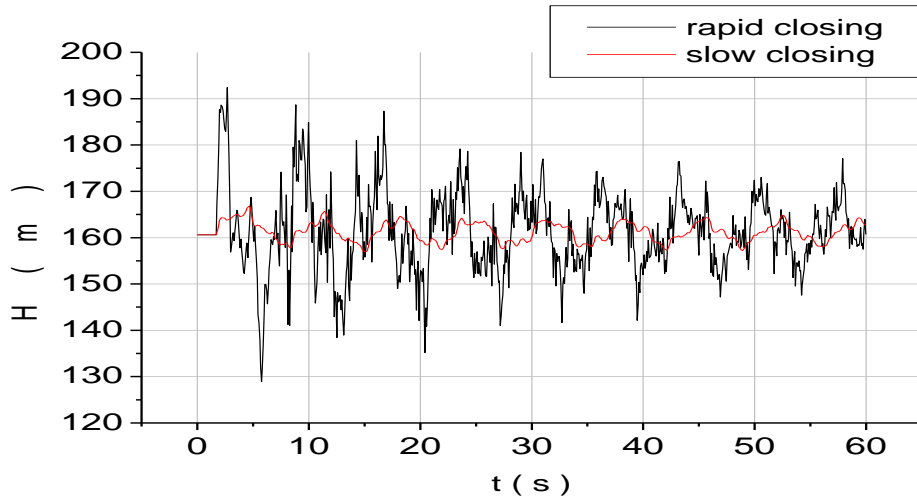


Figure. V.8.11. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

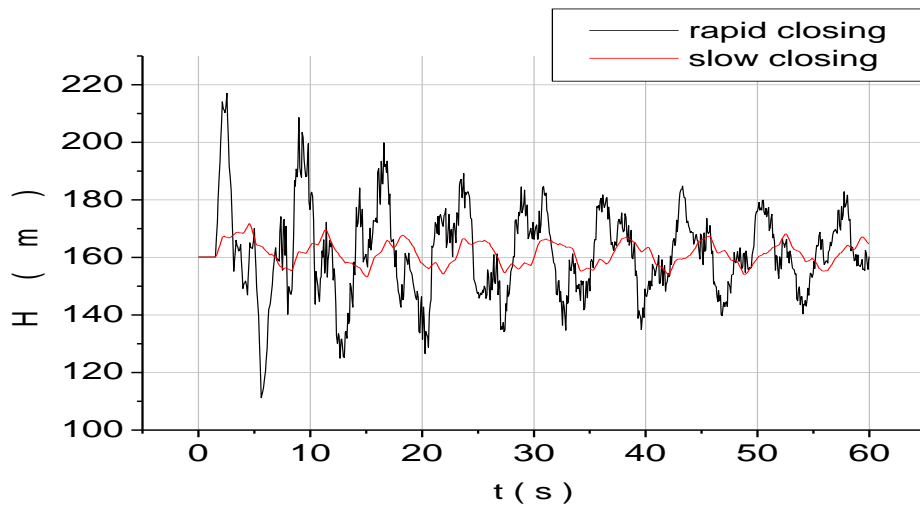


Figure. V.8.12. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

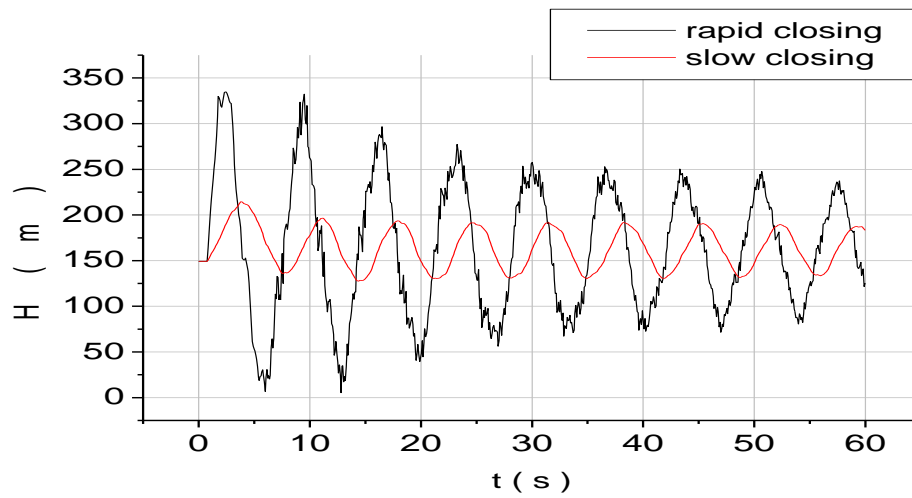


Figure. V.8.13. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 4 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

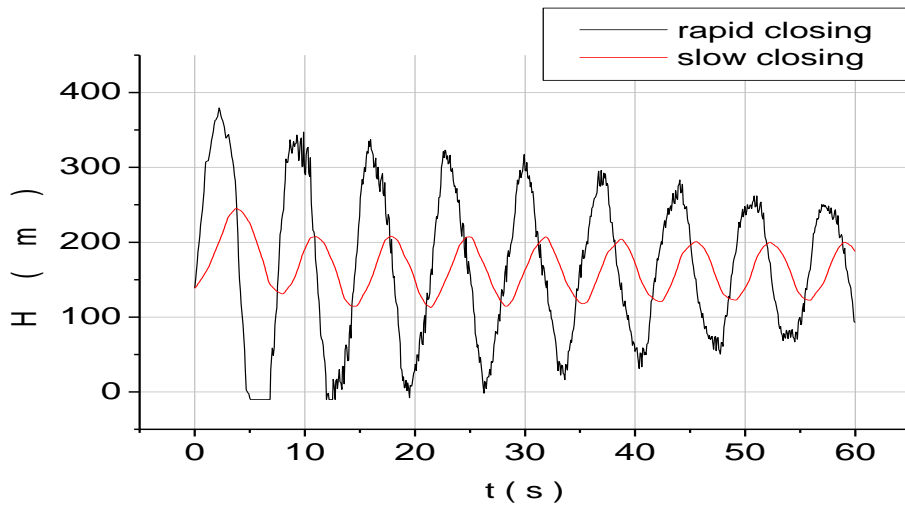


Figure. V.8.14. Variation de la hauteur en fonction du temps dans la conduite 5 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

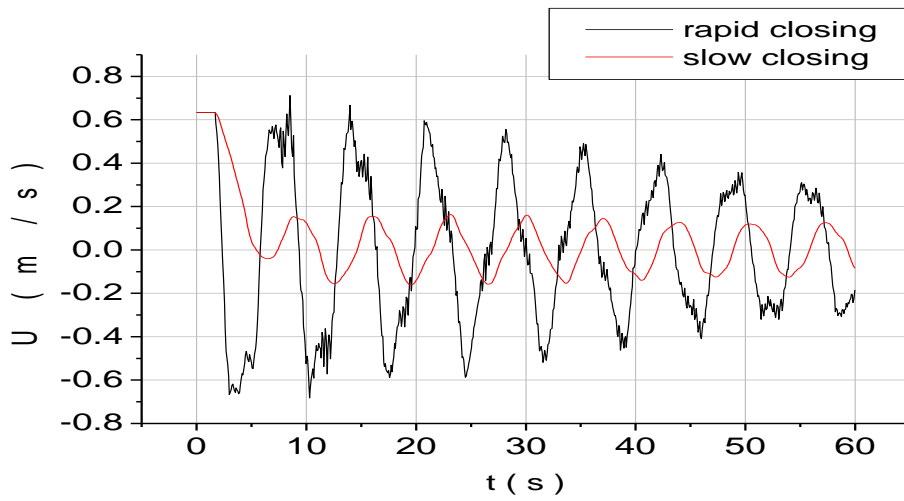


Figure. V.8.15. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 1 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

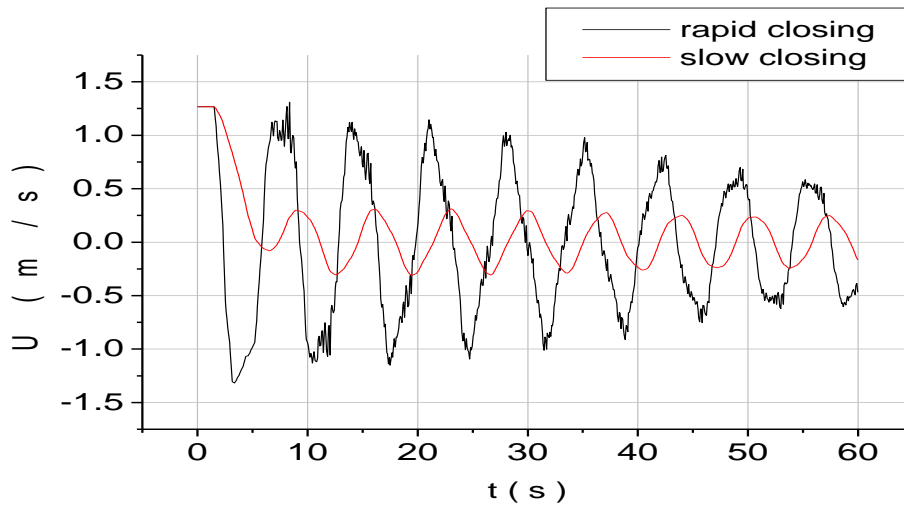


Figure. V.8.16. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 3 au point d'intersection pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

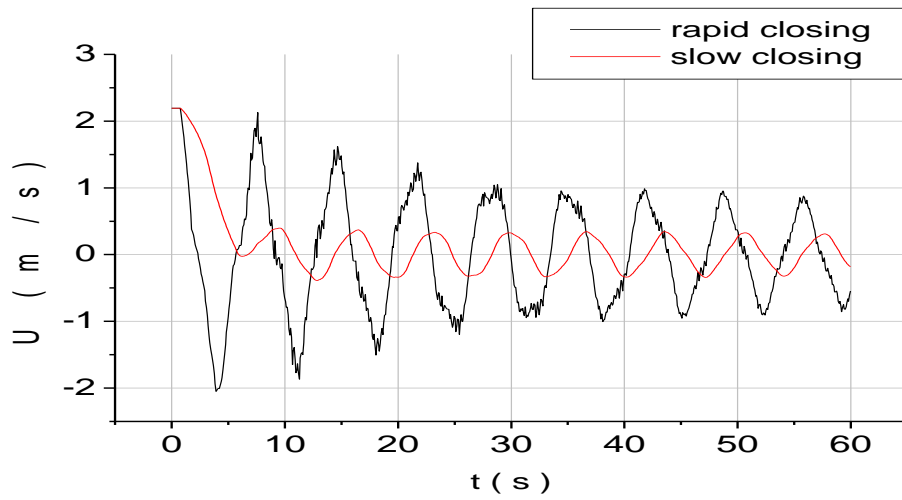


Figure. V.8.17. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 4 à la section médiane pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

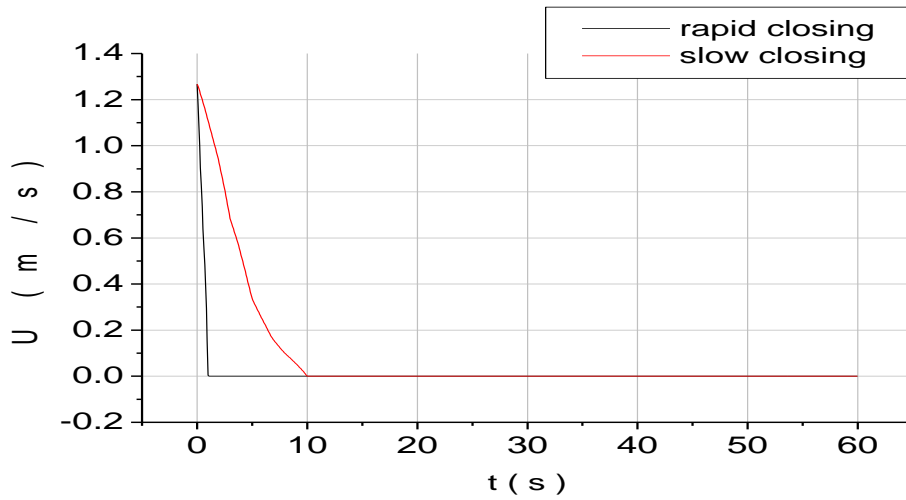


Figure. V.8.18. Variation de la vitesse en fonction du temps dans la conduite 5 à la section de la vanne pour différentes durées d'arrêt de la vanne.

### V.8.5. Interprétation du modèle d'étude N°04b

Entre les deux cas de fermetures rapide et lente une nette différence de l'influence sur les fluctuations de la hauteur et de la vitesse dans le temps dans les différents points de notre modèle est observée.

- Dans des conduites C1, C2 et C3: les fluctuations de la hauteur et de la vitesse atteignent des valeurs très élevées dans le cas de la fermeture rapide.

- Dans la conduite C4: L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique est plus importante que celle des canalisations précédente. les pertes de charges sont importantes à la sortie de la conduite.

- Les fluctuations de la vitesse sont plus importantes au niveau de la fermeture rapide

- Dans la conduite C5 : Les fluctuations de la vitesse sont très variées dans le temps et deviennent de plus en plus rapides à chaque fois qu'on se rapproche de la vanne et puis atteignent paradoxalement des valeurs maximales et minimales dans le cas de la fermeture rapide.

### V.8.6. Comparaison entre les modèles 4a et 4b

- Les changements de manœuvres de la vanne qui influent sur les fluctuations des hauteurs sont beaucoup plus importants dans le cas du modèle 2 que dans le cas du modèle 1

- Les variations des sections dont l'influence sur les fluctuations des vitesses sont plus remarquables dans le point où la section de la conduite est réduite que dans le point où la section de la conduite s'élargit.

Nous devons mentionner que les résultats obtenus par les différentes simulations ont fait l'objet de deux publications dans les revues scientifique suivantes : *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics* [4] et *journal Scientific Bulletin Series D Mechanical Engineering* [5].

## V.9. Conclusion

Les résultats obtenus de la méthode des caractéristiques ont permis de tester un grand nombre de cas et d'étudier plusieurs variantes par la modification des données d'entrée, afin de choisir la solution optimale. Ils ont permis également de calculer les paramètres recherchés (débit, vitesse, hauteur) en fonction du temps aux divers points du réseau quelque soit sa complexité.

### Conclusion générale

Le coup de bélier s'avère comme un phénomène complexe qui engendre des effets très préjudiciables aux canalisations hydrauliques, tels que la fatigue, l'implosion, voire même des cassures franches, surtout dans le cas des conduites à caractéristiques variables.

C'est pour cela que notre étude qui prend en considération les variations des sections s'est intéressée directement à l'effet du changement de section sur l'évaluation du phénomène du choc hydraulique engendré par les manœuvres imprévisibles des pompes.

Après la présentation du phénomène transitoire, nous avons donc vu, dans le deuxième chapitre de notre travail, une description physique de ce phénomène, et enfin les causes qui produisent le problème en question.

Nous nous sommes également appuyés sur les équations de base hyperboliques, en l'occurrence l'équation de conservation de la masse et l'équation de conservation de quantité de mouvement pour évaluer ces phénomènes transitoires.

Comme, nous avons examiné la méthode utilisée pour la solution des systèmes d'équations représentant les écoulements transitoires en charge à l'aide des hypothèses simplificatrices limitant l'application de ces équations aux écoulements parfaits.

Dans notre travail de thèse dont le but est d'approcher le problème numériquement, nous avons utilisé le programme industriel AFT Impulse pour la simulation des phénomènes transitoires dans des modèles d'installations hydrauliques complexes et des systèmes hydrauliques en charges.

D'après les résultats numériques obtenus de la variation de la hauteur piézométrique et du débit d'écoulement dans le temps, la durée d'arrêt de la pompe doit être suffisante pour éviter une augmentation de la hauteur dans la conduite en raison de coup de bélier. Il est nécessaire aussi d'éviter le changement des sections des conduites et surtout de les calculer pour qu'elles résistent à ces phénomènes alternants de surpression et de dépression, et en particulier elles devront résister à l'écrasement dû à la pression dans le cas où la dépression est suffisante pour créer la cavitation.

De plus notre étude a été basée sur le cas d'un écoulement unidimensionnel sans tenir compte des changements extérieurs comme les changements de la température de l'eau, etc.

En perspective d'autres études en 2D tenant compte des paramètres tels que la variation de la pression et de la température peuvent être envisagés.

## Références bibliographiques

- [1] Salah B., Kettab A., Massouh F., Bangangoye B., "Célérité de l'onde de coup de bélier dans les réseaux enterrés", revue la Houille Blanche, n<sup>o</sup> 3/4, 2001.
- [2] Elaoud S., Hadj-Taïeb E., "Influence of pump starting times on transient flows in pipes", Nuclear Engineering and Design 2011, 241, pp 3624-3631.
- [3] Wylie E. B., Streeter, V. L., "Fluid transients". MacGraw-Hill, 1978.
- [4] Ramoul S., Fourar A., Massouh F., "Numerical modeling of transient flows in load pipes with complex geometry ", Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, Poland 2017, JAMCM 16(x), Iss 4, pp 67-78.
- [5] Ramoul S., Fourar A., Massouh F., " Numerical modeling of unstable flows in conducts with variable geometry ", journal Scientific Bulletin, Bucharest 2018, U.P.B. Sci. Bull., Series D, 80, Iss. 3, pp 231-242.
- [6] Blommaert G., "Etude du comportement dynamique des turbines francis, contrôle actif de leur stabilité de fonctionnement", Ph.D. thesis, Polytechnical School Fédérale de Lausanne 2000.
- [7] Allevi L., "Theorie general du mouvement varie de l'eau dans les tuyaux de conduit", Revue of Mechanics, Paris, France 1904, 14, pp 10-22 et pp 230-259.
- [8] Allevi L., "Colpo d'ariete e la regolazione delle turbine", Electrotecnica 1932, 19, 146.
- [9] Bertgeron L., "Etude des variations de regime dans les conduits d'eau, Solution graphique generale", General Revue of Hydraulic 1935, 1, pp 12-69.
- [10] Bergeron L., "Etude des coups de bélier dans les conduites, nouvel exos de la méthode graphique", Revue La Technique Moderne 1936, 28, pp 33-75.
- [11] Ghidaoui M. S., Zhao M., McInnis D. A., Axworth, D. H., "A review of Water hammer Theory and Practice". Transactions of the ASME 2005, 58, pp 49-76.
- [12] Young il Kim, "Advanced Numerical and Experimental Transient Modelling of Water and Gas Pipeline Flow Incorporating Distributed and Local Effects", Thèse de Doctorat , Université d'Adelaïde, Australie, 2008.
- [13] Goncalves E., " Méthodes et Analyse Numériques", Engineering school. Institut Polytechnique de Grenoble 2007, 99.
- [14] Chanson H., "The hydraulics of open chanel flow an introduction", Elseiver house, oxford, 200 wheeler Road, Burlington, MA01803, 2004.

- [15] Daynou M., "Contributions à la modélisation hydrodynamique des écoulements transitoires dans les réseaux de drainage urbain : théories et études de cas", Thèse de doctorat, département des génies civil, géologique et des mines école polytechnique de Montréal 2012.
- [16] Fuamba M., "Contribution on transient flow modelling in storm sewers", *Journal of Hydraulic Research* 2002, 40(6), pp 685-693.
- [17] Yen B.C., "Hydraulics of Sewers", *Advances in Hydrosience* 1986, 14, 1-122.
- [18] Schmidt A.R., Ghidaoui M.S., León A.S., M.H., G., Communication présentée à XXXI Iahr Congress : "Water Engineering for the future-Choices and Challenges", Review of sewer surcharging phenomena and models, Seoul, Korea 2005, XXXI, pp 1094-1105.
- [19] Guinot V., "Godunov-type schemes: an introduction for engineers Amsterdam", Elsevier, 2003 xxiv, 483.
- [20] Toro E. F., "Shock capturing methods for free surface shallow flows" Wiley 2001, 326.
- [21] Yen B.C., "Hydraulic Instabilities of Storm Sewer Flows", Communication presenter à urban storm drainage: proc. of the inter. Conf. held at the University of Southampton, London, England 1978, pp 282-293.
- [22] Hamam M.A., McCorquodale J.A., "Transient conditions in the transition from gravity to surcharged sewer flow", *Canadian Journal of Civil Engineering* 1982, 9(2), pp 189-196.
- [23] Aimable R., Zech Y., "Experimental results on transient and intermittent flows in a sewer pipe model", Proc. 30th IAHR Congress, Delft, The Netherlands 2003, pp 377-384.
- [24] Martin C.S., "Entrapped Air in Pipelines", Proceedings of the 2nd International Conference on Pressures Surges, London, England. Edited by H.S. Stephens, A.L. King and C.A. Stapleton 1976.
- [25] Zhou F., Hicks F., Steffler P., "Analysis of effects of air pocket on hydraulic failure of urban drainage infrastructure", *Canadian Journal of Civil Engineering* 2004, 31(1), pp 86-94.
- [26] Zhou F., Hicks F.E., Steffler P.M., "Transient flow in a rapidly filling horizontal pipe containing trapped air", *Journal of Hydraulic Engineering* 2002, 128(6), pp 625-634.
- [27] León A.S., Ghidaoui M.S., Schmidt A.R., Garcia, M.H., "A robust two equation model for transient-mixed flows", *Journal of Hydraulic Research* 2010, 48, pp 44-56.
- [28] Vasconcelos J.G., Wright S.J., "Comparison between the two-component pressure approach and current transient flow solvers". *Journal of Hydraulic Research* 2007, 45(2), pp 178-187.
- [29] Wright S.J., Lewis, J.W., Vasconcelos J.G., "Geysering in Rapidly Filling Storm Water Tunnels", *Journal of Hydraulic Engineering* 2011, 137(1), pp 112-115.

- [30] Wright S.J., Lewis J.W., Vasconcelos J.G., "Physical Processes Resulting in Geysers in Rapidly Filling Storm-Water Tunnels", *Journal of Irrigation and Drainage Engng* 2011, 137(3), pp 199-202.
- [31] León A.S., "Improved modeling of unsteady free surface, pressurized and mixed flows in storm-sewer systems", These de doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois 2007, 211.
- [32] Vasconcelos J.G., Wright S.J., "Experimental investigation of surges in a storm water storage tunnel", *Journal of Hydraulic Engineering* 2005, 131(10), pp 853-861.
- [33] Vasconcelos J.G., Wright S.J., "Surges associated with air expulsion in near horizontal pipelines", Honolulu, HI, United states 2003, 2 D, pp 2897-2905.
- [34] Brock R.R., "Development of roll-wave trains in open channels", *Journal of the Hydraulics Division* 1969, 95(HY4), pp 1401-1427.
- [35] Ghidaoui M.S., Kolyshkin A.A., "Roll Waves and Surges in Channels: Onset and Initial Development", The 2nd International Symposium on Flood Defense, September 10- 13, Beijing, China 2002.
- [36] Saint-Venant A.J.C., "Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit", *Compte-Rendu à l'Académie des Sciences de Paris* 1871, N° 73, pp 147-154.
- [37] De Almeida B., Koelle E., "Fluid transients in pipe networks", *Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science, Glasgow*, 1992.
- [38] Meunier M., "Les coups de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression", *Ecole Nationale du Génie Rural des Eaux et des Forêts, Paris, ENGREF*, 1980.
- [39] Nguyen Dinh Tam., "Fluid transients in complex systems with air entrainment", *Thèse de Doctorat, Université nationale de Singapour*, 2009.
- [40] Ghidaoui M.S., "On the fundamental equations of water hammer". *Urban Water Journal* 2004, 1, 2, pp 71-83.
- [41] Ouragh Y., "Ecoulements forcés en hydraulique", Deuxième partie, *Office des Publications Universitaires, OPU, Alger*, 1994.
- [42] Goldberg D., Wylie E.B., "Characteristics method using time-line interpolations", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 1983, 109(5), pp 670-683.
- [43] Lai C., "Comprehensive Method of Characteristics Models for Flow Simulation", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 1988, 114(9), pp 1074-1097.
- [44] Sibertheros I. A., Holley E. R., Branski J. M., "Spline Interpolations for Water Hammer Analysis", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 1991, 117(10), pp 1332-1351.

- [45] Karney B.W., Ghidaoui M. S., "Flexible Discretization Algorithm for Fixed Grid MOC in Pipeline Systems", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE 1997, 123(11), pp 1004-1011.
- [46] Afshar M. H., Rohani M., "Water hammer simulation by implicit method of characteristic", *International Journal of Pressure vessels and piping* 2008, 85, pp 851-859.
- [47] Wood Don J., "Water hammer Analysis—Essential and Easy and Efficient". *Journal of Environmental Engineering* 2005, 131, N° 8, pp 1123-1131.
- [48] Ramalingam D., Lingireddy S., Wood J., "Using the WCM for transient modeling of water distribution networks", *American Water Work Association* 2009, 101, N° 2, pp 75-89.
- [49] Chaudhry M. H., Hussaini M. Y., "Second-Order Accurate Explicit Finite Difference Schemes for Water Hammer Analysis", *Journal of Fluids Engineering*, ASME 1985, 107, pp 523–529.
- [50] Fennema R. J., Chaudhry M. H., "Explicit Numerical Schemes for Unsteady Free-Surface Flows with Shocks". *Water Resources Research* 1986, 22, N° 13, pp 1923-1930.
- [51] McCormack R. W., "Numerical solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer", *Lectures notes in physics*, Springer-Verlag 1971, 8, pp 151-163.
- [52] Kessal M., "Modélisation en écoulement homogène des phénomènes de cavitation lors des régimes transitoires en conduite", *Thèse de Docteur-Ingénieur en Mécanique*, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1987.
- [53] Chaudhry M. H., Bhallamudi S.M., Martin, C.S., Naghash M., "Analysis of Transient Pressures in Bubbly, Homogeneous, Gas-Liquid Mixtures", *Journal of Fluids Engineering*, ASME 1990, 112, pp 225–231.
- [54] Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., "The Finite Element Method" Butterworth-Heinemann, 2000. 1. 459.
- [55] Szymkiewicz R., "Method to Solve 1D Unsteady Transport and Flow Equations", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE 1995, 121(5), pp 396-403.
- [56] Szymkiewicz R., Mitosek, M., "Analysis of unsteady pipe flow using the modified finite element method". *Communications in Numerical Methods in Engineering* 2005, 25, pp 1983-199.
- [57] Sattar A., Dickerson J. R., Chaudhry M. H., "Wavelet-Galerkin Solution to the Water Hammer Equations", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE 2009, 135(4), pp 283–295.
- [58] Leveque Randall J., "Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems", Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [59] Toro Eleuterio F., Garcia-Navarro P., "Godunov-type methods for free-surface shallow flows: A review", *Journal of Hydraulic Research* 2007, 45, N° 6, pp736–7 51.

- [60] Guinot V., "Riemann Solvers for Water Hammer Simulations by Godunov Method", *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 2000, 49, pp 851–870.
- [61] Zhao, M., Ghidaoui M. S., "Godunov-type solutions for water hammer flows", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 2004, 130(4), pp 341-348.
- [62] Sabbagh-Yazdi S. R., Mastorakis N. E., Abbasi A., "Water hammer modeling by Godunov type finite volume method". *International Journal of Mathematics and Computer in simulation* 2007, 1, pp 350-355.
- [63] Leon A.S., Ghidaoui M.S., Schmidt A. R., Garcia M. H., "Application of Godunov-type schemes to transient mixed flows". *Journal of Hydraulic Research* 2009, 47, N° 2, pp 147–156.
- [64] Lencastre A., "Hydraulique générale", Edition Eyrolles, paris 1983.
- [65] Dupont Andre., "Hydraulique urbaine", Tome II Eyrolles, paris 1977.
- [66] Sedille M., "Turbomachines hydrauliques", Tome 2, Edition Masson et Cie, Paris 1966
- [67] Comolet R. "Mécanique expérimentale des fluides", Tome 1, Edition Masson et Cie, Paris 1979.
- [68] Chaudhry M.H., "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold, New York 1987.
- [69] Streeter V.L., Wylie E. B., "Fluid mechanics", McGraw Hill, Book company, Inc, New York, USA 1985.
- [70] Wylie, E. B, et Streeter, V. L, "Fluid transients in systems", Prentice Hall, Englewood Cliffs, USA 1993.
- [71] Swaffield J. A., and Boldy A. P., "Pressure surge in pipe and duct systems", Avebury technical, Aldershot, England 1993.
- [72] Camichel, C., Eydoux D., Gariel M., "étude théorique et expérimentale des coups de bélier ", *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, 3<sup>e</sup> série, Tome 8, 1916, p 251.*
- [73] AFCP / CETIM "Guide acoustique des installations de pompage. En collaboration avec EDF France". Publication CETIM 1997, p 240.
- [74] AFT Impulse, version 5, Water hammer modeling in piping systems. Manuel d'utilisateur, USA 2015.