



Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd

**Faculté de Technologie
Département d'Électronique**



Thèse

Préparée au sein du Laboratoire d'Automatique Avancée et d'Analyse
des Systèmes (**LAAAS**)

Présentée pour l'obtention du diplôme de :
Doctorat en Sciences en Electronique
Option : Contrôle

Sous le Thème :

**Optimisation des estimateurs stochastiques par
les méthodes intelligentes pour la commande
des systèmes non linéaires**

Présentée le 30/06/2024 par :

ALLAOUI Samia

Devant le jury composé de :

ABDOU Latifa	Prof.	Université de Batna2	Présidente
CHAFAA Kheireddine	Prof.	Université de Batna2	Rapporteur
ZERDOUMI Zahra	MCA	Université de M'sila	Examinatrice
ZEGHLACHE Samir	Prof.	Université de M'sila	Examineur

*"Estimer ne coûte presque rien
Estimer incorrectement coûte cher"*

Vieux proverbe chinois

Résumé

De nos jours, l'évolution consistante en technologie des systèmes informatiques a fait de l'optimisation un moyen de grande importance pour le traitement des problèmes en termes de capacité et de rapidité.

Ce présent travail, met en évidence l'importance croissante de l'optimisation des estimateurs stochastiques, en utilisant des méthodes intelligentes basées sur la population et inspiré de la nature telles que les algorithmes évolutionnaires. En effet, les estimateurs stochastiques jouent un rôle crucial dans la commande sans capteurs de systèmes non linéaires en fournissant des informations précieuses sur l'état du système, malgré la présence de bruit et d'incertitudes. Nos contributions se concentrent sur l'estimation des états et/ou des paramètres de quelques systèmes stochastiques non linéaires à l'aide du filtre de Kalman étendu (FKE) et du filtre de Kalman non parfumé (UKF) dont la qualité de l'estimation est très étroitement liée aux matrices de covariance des bruits d'état (Q) et de mesure (R). Cela nous a offert l'occasion d'examiner de manière plus approfondie deux aspects sensibles et rarement abordés dans le domaine du contrôle des systèmes, à savoir :

- Le choix approprié des composantes des matrices Q et R en utilisant trois algorithmes d'optimisation distincts : (1) l'algorithme d'essaim de particules (PSO), (2) les algorithmes génétiques (AG), et (3) l'algorithme basé sur la biogéographie insulaire (BBO). Cette approche vise à augmenter les performances d'estimation d'état des systèmes en sélectionnant la solution la mieux adaptée parmi une variété de possibilités.

- L'utilisation des deux versions optimisées du filtre de Kalman dans le contexte de modèles stochastiques, qu'ils soient non linéaires ou fortement non linéaires, a été envisagée dans le but de réaliser une estimation d'état, et par conséquent, de mettre en œuvre une commande sans capteur.

En fin, les résultats de simulation obtenus jusqu'à présent montrent que cette approche d'estimation optimisée pourrait jouer un rôle prépondérant dans l'amélioration des performances des systèmes complexes dans divers domaines industriels.

Mots clés : *Métaheuristiques, Optimisation, Système stochastique non linéaire, Algorithme basé sur la biogéographie, Essaim de particules, Filtre de Kalman, MSAP, Pendule inversé.*

Abstract

Nowadays, the steady evolution in the technology of IT systems has made optimization a very important means of dealing with problems in terms of capacity and speed.

This present work highlights the growing importance of optimizing stochastic estimators, using intelligent population based and nature-inspired methods such as evolutionary algorithms. Indeed, stochastic estimators play a crucial role in sensorless control of nonlinear systems by providing valuable information about the system state, despite the presence of noise and uncertainties.

Our contributions focus on estimating the states and/or parameters of some nonlinear stochastic systems using the extended Kalman filter (FKE) and the unscented Kalman filter (UKF) whose quality of estimation is very closely linked to the state noise and measurement covariance matrices (resp. Q and R). This allowed us to go deeper into two delicate and little discussed points in the field of system control, namely:

- The appropriate selection of components for the Q and R matrices using three distinct optimization algorithms: (1) Particle Swarm Optimization (PSO), (2) Genetic Algorithms (GA), and (3) the Biogeography-Based Optimization (BBO) algorithm. This approach aims to enhance the state estimation performance of systems by choosing the most suitable solution from a range of possibilities.
- The use of the two optimized versions of the Kalman filter in the context of stochastic models, whether they are nonlinear or highly nonlinear, has been considered with the aim of performing state estimation and, consequently, implementing sensorless control.

Finally, the simulation results obtained so far indicate that this optimized estimation approach could play a significant role in enhancing the performance of complex systems in various industrial domains.

Keywords: *Metaheuristics, Optimization, Nonlinear Stochastic System, Biogeography-Based Algorithm, Particle Swarm, Kalman Filter, PMSM, Inverted Pendulum.*

ملخص

في الوقت الحاضر، أدى التطور المطرد في تقنية أنظمة تكنولوجيا المعلومات إلى جعل التحسين وسيلة مهمة جداً للتعامل مع المشكلات من حيث السعة والسرعة. يسلط هذا العمل الضوء على الأهمية المتزايدة لتحسين المقدرات العشوائية، باستخدام أساليب ذكية تعتمد على السكان ومستوحاة من الطبيعة مثل الخوارزميات التطورية. في الواقع، تلعب المقدرات العشوائية دوراً حاسماً في التحكم بدون مستشعر في الأنظمة غير الخطية من خلال توفير معلومات قيمة حول حالة النظام، على الرغم من وجود الضوضاء وعدم اليقين. تركز مساهماتنا على تقدير الحالات و/أو المعلمات لبعض الأنظمة العشوائية غير الخطية باستخدام مرشح كالمان الممتد (FKE) ومرشح كالمان غير المعطر (UKF) الذي ترتبط جودة تقديره ارتباطاً وثيقاً بضوضاء الحالة ومصفوفات التغيرات المشتركة للقياس. وقد سمح لنا ذلك بالتعمق في نقطتين دقيقتين لم تتم مناقشتها كثيراً في مجال التحكم بالنظام، وهما:

- الاختيار المناسب لمكونات مصفوفتي Q و R باستخدام ثلاث خوارزميات تحسين متميزة: (1) تحسين سرب الجسيمات (PSO)، (2) الخوارزميات الجينية (GA)، و (3) خوارزمية التحسين المستندة إلى الجغرافيا الحيوية (BBO) يهدف هذا النهج إلى تعزيز أداء تقدير حالة الأنظمة عن طريق اختيار الحل الأنسب من بين مجموعة من الاحتمالات.
- تم النظر في استخدام الإصدارين المحسنين من مرشح كالمان في سياق النماذج العشوائية، سواء كانت غير خطية أو غير خطية بشكل كبير، بهدف إجراء تقدير الحالة، وبالتالي تنفيذ التحكم بدون مستشعر.

وأخيراً، تشير نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها حتى الآن إلى أن نهج التقدير المحسن هذا يمكن أن يلعب دوراً هاماً في تعزيز أداء الأنظمة المعقدة في مختلف المجالات الصناعية.

الكلمات المفتاحية: تصفيات متعددة الأهداف، التحسين، النظام العشوائي غير الخطي، الخوارزمية المبنية على الجغرافيا الحيوية، سرب الجسيمات، مرشح كالمان، المحرك المترامن ذوا لمغناطيس الدائم، النواس المقلوب.

Remerciements

*Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude envers le Professeur **CHAFAA Kheireddine** de l'Université Mostefa Ben Boulaïd Batna 2, pour avoir suggéré le sujet de cette thèse et pour avoir accepté d'en être le rapporteur. Sa guidance tout au long de ces années de recherche a été inestimable. Il a constamment fait preuve de disponibilité, a répondu à mes nombreuses interrogations et s'est montré constamment investi dans l'évolution de mes travaux. Les échanges approfondis que nous avons eus, ainsi que ses avis et recommandations précieuses, ont grandement enrichi mon travail.*

*Je souhaite également exprimer ma profonde gratitude envers le Professeur **ABDOU Latifa** de l'Université Mostefa Ben Boulaïd Batna 2, qui a généreusement accepté de prendre la présidence du jury de ma thèse.*

*J'exprime mes respectueux remerciements à **ZERDOUMI Zahra** Maître de Conférences à l'Université Med Boudiaf de M'sila, qui a bien voulu examiner ce travail et avoir accepté de prendre part du jury de ma thèse.*

*J'adresse mes vifs remerciements à **ZEGHLACHE Samir** Professeur à l'Université Med Boudiaf de M'sila, d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et d'avoir pris la peine de se déplacer pour juger mes travaux lors de ma soutenance.*

Je remercie également toutes les personnes, qu'elles soient proches ou éloignées, qui ont contribué à me faire oublier les moments de travail.

S.Allaoui

Liste des symboles

X_k	Vecteur d'état du système.
\hat{X}_k	Vecteur d'état estimé.
A, B, C	Matrices de transition, de commande et de mesure en continu
A_d, B_d, C_d	Matrices de transition, de commande et de mesure en discret
K	Gain de Kalman
P	Matrice de covariance d'erreur d'état.
Q	Matrice de covariance du bruit d'état.
R	Matrice de covariance du bruit de mesure.
W_k	Bruit d'état.
V_k	Bruit de mesure.
$P_{k+1/k}$	Matrice de covariance d'erreur de prédiction.
$P_{k+1/k+1}$	Matrice de covariance d'erreur d'estimation.
$\hat{X}_{k+1/k}$	Vecteur d'état prédit (estimation a priori).
$\hat{X}_{k+1/k+1}$	Vecteur d'état estimé après correction (estimation a posteriori).
F_{k+1}	Matrice Jacobienne du système
H_{k+1}	Matrice Jacobienne de sortie
a, b, c	Axes rotoriques
d, q	Axes tournants biphasés
i_{ds}, i_{qs}	Courants statoriques dans le repère biphasé d-q (direct et quadrature)
v_{ds}, v_{qs}	Tensions statoriques dans le repère biphasé d-q (direct et quadrature)
ω_s	Vitesse angulaire électrique statorique (vitesse de synchronisme)
$[L_{ss}]$	Matrice d'inductance statorique
L_s	Inductance propre statorique
m_s	L'inductance mutuelle entre phase du stator.
$L_{cs}=L_s-m_s$	Inductance cyclique statorique
φ_{sf}	Flux magnétique d'aimant
R_s	Résistance d'une phase statorique
J	Moment d'inertie du moteur

f	Coefficient de frottement visqueux
p	Nombre de paires de pôles
L_d	Inductance cyclique directe
L_q	Inductance cyclique quadrature
ω_r	Vitesse mécanique de rotation du rotor
ω	Vitesse électrique de rotation du rotor.
θ_r	Position angulaire du rotor
C_{em}	Couple électromagnétique
C_r	Couple résistant

Liste des abréviations

<i>KF</i>	<i>Filtre de Kalman standard (en anglais : Kalman Filter)</i>
<i>EKF</i>	<i>Filtre de Kalman étendu (en anglais : Extended Kalman Filter)</i>
<i>UT</i>	<i>Transformation non parfumée (Unscented Transformation)</i>
<i>UKF</i>	<i>Filtre de Kalman non parfumé (Unscented Kalman Filter)</i>
<i>AG</i>	<i>Algorithmes Génétiques (Genetic Algorithms)</i>
<i>PSO</i>	<i>Optimisation d'essaim de particules (Particle Swarm Optimization)</i>
<i>BBO</i>	<i>Optimisation basée sur la biogéographie (Biogeography-Based Optimization)</i>
<i>MSAP</i>	<i>Machine synchrone à aimant permanent (Permanent Magnet Synchronous Machine)</i>
<i>MMF</i>	<i>Force Magnétomotrice (MagnetoMotive Force)</i>
<i>DSP</i>	<i>Traitement numérique de signal (Digital Signal Processor)</i>
<i>MSE</i>	<i>Erreur quadratique moyenne (Mean Square Error)</i>
<i>FOC</i>	<i>Commande vectorielle (Field Oriented Control)</i>
<i>MLI</i>	<i>Modulation de la largeur d'impulsion (Pulse Width Modulation)</i>
<i>LQE</i>	<i>Estimation linéaire quadratique (Linéaire Quadratic Estimation)</i>
<i>DIPC</i>	<i>Pendule inversé double bras monté sur un chariot (Double Inverted Pendulum mounted on a Cart)</i>
<i>LQG</i>	<i>Commande linéaire quadratique gaussienne (Linear Quadratic Gaussian)</i>
<i>LQR</i>	<i>Commande linéaire quadratique (Linear Quadratic Regulator)</i>
<i>MCO</i>	<i>Méthode des moindres carrés ordinaire</i>

Sommaire

Résumé	ii
Remerciements	iv
Liste des symboles	v
Liste des abréviations	vii
Sommaire	viii
Introduction générale	1
Chapitre .I. Etat de l’art des techniques d’estimation d’état et de paramètres	5
I.1. Introduction	5
I.2. Problématique d’estimation.....	5
I.3. Rappel sur les probabilités et variables aléatoires.....	7
I.3.1. Probabilité	7
I.3.2. Expérience aléatoire	7
I.3.3. Espace d’échantillons.....	7
I.3.4. Événements	8
I.3.5. Propriétés des probabilités	8
I.3.6. Fonctions de répartition et de distribution.....	10
I.3.7. Espérance mathématique, variance et écart type.....	11
I.3.8. Distribution normale ou gaussienne	12
I.4. Propriétés des estimateurs	13
I.4.1. Biais d’un estimateur.....	13
I.4.2. Erreur quadratique moyenne minimale	14
I.4.3. Robustesse d’un estimateur	14
I.4.4. Estimateur asymptotiquement normal.....	15
I.4.5. Variance d’un estimateur	15
I.4.6. Convergence d’un estimateur.....	15
1.4.6.1. Convergence en probabilité.....	16
1.4.6.2. Convergence en moyenne quadratique	16
I.4.7. Efficacité d’un estimateur	16
I.5. Classification des estimateurs	17
I.5.1. Estimateurs de Bayes	17
I.5.2. Estimateur au sens des moindres carrés	18
I.5.3. Estimateur linéaire du maximum de vraisemblance.....	19
I.5.4. Estimateur linéaire à variance minimale	19
I.6. Techniques d’estimation sans capteurs	20
I.6.1. Estimation par injection du signal	21
I.6.2. Estimation à base de modèle	21
I.7. Conclusion.....	23
Chapitre .II. Technique du Filtrage de Kalman	24
II.1 Introduction	24
II.2 Bref historique	24
II.3. Principe du Filtrage de Kalman	25
II.3.1. Méthodes déterministes	25
II.3.2. Méthodes stochastiques	25
II.3.3. Origine des bruits d’état et de mesure	27

II.4	Filtre de Kalman standard.....	27
II.4.1.	Equations du filtre de Kalman standard	28
II.4.2.	Algorithme du filtre de Kalman standard	32
II.4.3.	Limitations du filtre de Kalman standard	33
II.5.	Filtre de Kalman Étendu.....	33
II.5.1.	Algorithme du filtre de Kalman étendu	34
II.6.	Filtre de Kalman non parfumé (UKF).....	36
II.6.1.	Transformation non parfumée	36
II.6.2.	Mise en équations du Filtre UKF	38
II.6.3.	Algorithme du Filtre UKF	40
II.6.4.	Problème d'ajustement de paramètres des filtres EKF et UKF.....	41
II.7.	Conclusion	43
Chapitre .III. Méthodes intelligentes pour l'optimisation des estimateurs stochastiques		44
III.1.	Introduction	44
III.2.	Présentation des méthodes d'optimisation intelligentes	44
III.2.1.	Algorithmes génétiques (GAs).....	46
III.2.1.1.	Principe d'un algorithme génétique	47
III.2.1.2.	Description détaillée des Opérateurs génétiques.....	48
a)	Sélection.....	48
b)	Croisement	48
c)	Mutation	48
III.2.2.	Optimisation par essaim particulaire (PSO).....	50
III.2.2.1.	Principe de la technique d'optimisation PSO	50
III.2.2.2.	Mise en équations de l'algorithme d'essaim de particules.....	51
III.2.2.3.	Algorithme d'essaim de particules	52
III.2.3.	Optimisation fondée sur la biogéographie (BBO).....	53
III.2.3.1.	Principe de la méthode biogéographie(BBO)	54
a)	Migration.....	55
b)	Mutation	56
c)	Élitisme	56
III.2.3.2.	Etapas de l'algorithme BBO	57
III.3.	Simulation et résultats	58
III.3.1.	Approche d'optimisation manuelle	59
III.3.2.	Approches d'optimisation intelligentes : PSO, AG et BBO	60
III.4.	Conclusion.....	66
Chapitre .IV. Estimation en vue de la commande des systèmes stochastiques non linéaires		67
IV.1.	Introduction	67
IV.2.	Estimation d'état des systèmes non linéaire.....	67
IV.2.1.	Système pendule inversé	68
IV.2.1.1.	Description du système	68
IV.2.1.2.	Mise en équations du système.....	69
IV.2.1.3.	Simulation et résultats	71
IV.2.2.	Pendule inversé double bras avec chariot	74
IV.2.2.1.	Description du système	74
IV.2.2.2.	Mise en équations du système.....	74
IV.2.2.3.	Simulation et résultats	76

IV.2.3. Moteur synchrone à aimants permanents (MSAP)	80
IV.2.3.1. Avantages d'utilisation des MSAP	81
IV.2.3.2. Description du système (MSAP).....	81
IV.2.3.3. Hypothèses simplificatrices	82
IV.2.3.4. Mise équations de la MSAP en triphasé (abc)	82
IV.2.3.5. Equations de la MSAP exprimées dans le repère diphasé (d q).....	84
IV.2.3.6. Équations de la MSAP sous forme d'état non linéaire continu	85
IV.2.3.7. Équations de la MSAP sous forme d'état non linéaire discret.....	86
IV.2.3.8. Commande vectorielle sans capteur de la MSAP	87
IV.2.3.9. Simulation et résultats	89
IV.3. Conclusion.....	91
Conclusion générale	92
Références Bibliographiques	95
Annexe A	103
Annexe B	104
Annexe C	105

Introduction générale

La modélisation et le contrôle des systèmes stochastiques non linéaires demeurent un enjeu majeur en ingénierie et en sciences appliquées. En effet, ces systèmes sont souvent complexes et imprévisibles [1][2]. De plus, la non-linéarité des systèmes peut provoquer des comportements inattendus et chaotiques, tels que des oscillations non désirées qui peuvent avoir des conséquences accidentels sur le système dans son ensemble [3]. Enfin, les conditions environnementales et les perturbations externes peuvent également affecter considérablement le comportement du système, ce qui complique encore davantage le contrôle de ces systèmes non linéaires. Pour faire face à l'impact de ces contraintes, il est souvent nécessaire de développer des stratégies de commande robuste pour garantir une certaine stabilité et performance en présence de perturbations et de variations environnementales [4][5].

De nos jours, la plupart des méthodes de commande de systèmes ont souvent recours à des mesures de grandeurs physiques, qui sont généralement obtenues au moyen de capteurs physiques. Cependant, ces derniers présentent de nombreux inconvénients tels que : le coût, la fragilité, l'encombrement de l'installation et le manque de précision. Par conséquent, avec le progrès des calculateurs numériques, il y a tendance actuellement de remplacer ces capteurs par des algorithmes d'estimation [6][7]. Les contextes d'application peuvent être déterministes ou probabilistes (stochastiques), et les estimations résultantes doivent avoir certaines propriétés d'optimalité et de fiabilité [2].

Les estimateurs stochastiques sont largement utilisés dans de nombreux domaines, tels que l'ingénierie, la robotique, la finance, la biologie, la météorologie, ...etc. Ces derniers, permettent notamment de prendre en compte la complexité de ces systèmes en prenant en considération les incertitudes et les non-linéarités. [8][9].

L'un des algorithmes d'estimation stochastiques les plus largement utilisés est le filtre de Kalman, un algorithme qui génère des estimations des variables du système contrôlé en traitant les mesures des capteurs disponibles. Le filtre de Kalman, sous ses différentes formes, est devenu un outil fondamental pour analyser et résoudre une large classe de problèmes d'estimation en tenant compte du bruit et des incertitudes. Le filtre de Kalman standard (KF) convient aux systèmes linéaires avec bruit gaussien. Cependant, le KF peut rencontrer des limitations lorsque le système est non linéaire ou lorsque le bruit n'est pas gaussien [10][11].

Le filtre de Kalman étendu (EKF) est utilisé pour les systèmes non linéaires, l'EKF étend le filtre de Kalman standard en linéarisant le modèle autour de l'estimation courante de l'état [12][13][8]. Bien que largement utilisé, l'EKF peut présenter des incohérences lorsque les non-linéarités sont importantes, tandis que le filtre de Kalman non parfumé (UKF) est une version améliorée qui évite la linéarisation pour des résultats plus précis dans les systèmes fortement non linéaires. L'UKF est une amélioration de l'EKF, qui cherche à éviter la linéarisation en utilisant un ensemble de points sigma pour capturer la propagation des incertitudes à travers les non-linéarités. Cela le rend plus précis que l'EKF pour des systèmes fortement non linéaires [14][15][16].

Néanmoins, la conception d'estimateurs qui peuvent fournir des résultats précis et fiables, tout en étant capable de gérer les incertitudes et les non-linéarités des systèmes, reste une tâche complexe, car cela nécessite la résolution de problèmes d'optimisation difficiles [13][17].

L'optimisation des estimateurs stochastiques est un domaine clé de la commande des systèmes non linéaires. Elle vise à améliorer les performances des algorithmes de commande en utilisant des techniques d'optimisation avancées pour estimer les états du système et les paramètres inconnus. En effet, la plupart des techniques traditionnelles échouent souvent à résoudre les problèmes d'optimisation qui comportent de nombreux optima locaux [14][18][19].

Par conséquent, afin de résoudre ces défis, au cours des trois dernières décennies, des approches d'optimisation utilisant des métaheuristiques basées sur la population et inspirées de la nature ont été élaborées [17]. Ces méthodes sont appliquées à de nombreux problèmes d'optimisation en ingénierie et se sont avérées efficaces pour résoudre certains types de problèmes spécifiques [8][13]. Ces techniques d'optimisation comprennent particulièrement : Les Algorithmes Génétiques (GA) [20], qui s'appuient sur le principe de la théorie darwinienne de la survie du plus apte et de l'évolution des êtres vivants ; Les Algorithmes Immunitaires Artificiels (AIA) [21], qui fonctionnent selon le principe du système immunitaire humain ; L'Optimisation par Colonie de Fourmis (ACO) [22], qui se base sur le comportement de recherche de nourriture des fourmis ; L'Optimisation par Essaim de Particules (PSO) [23], qui repose sur le comportement de recherche de nourriture d'un essaim d'oiseaux ; La Colonie d'Abeilles Artificielles (ABC) [24], qui s'inspire du comportement de recherche de nourriture d'une abeille ; L'Optimisation Basée sur la Biogéographie (BBO) [25], qui fonctionne selon le principe de l'immigration et de l'émigration des espèces

d'un endroit à un autre.

L'objectif de notre présent travail porte d'une part, sur l'utilisation de trois techniques d'optimisation distinctes souvent inspirées de la nature, notamment les algorithmes génétiques (AG), l'optimisation par essaim de particules (PSO) et la technique basé sur la biogéographie insulaire (BBO), pour ajuster les paramètres Q et R des deux estimateurs stochastiques (EKF et UKF) de manière à obtenir une meilleure précision, une convergence plus rapide et une résistance accrue aux perturbations. Cela peut conduire à des estimateurs plus robustes et performants, particulièrement dans des contextes où les approches traditionnelles (ex. essais-erreurs) pourraient être limitées par la complexité des systèmes ou les variations imprévisibles. D'autre part, nous envisageons également à appliquer ces deux variantes de filtres de Kalman à l'estimation simultanée des états et paramètres de quelques systèmes stochastiques non linéaires couramment utilisés dans le domaine de contrôle des systèmes à savoir le moteur synchrone à aimant permanent (MSAP) et le pendule inverse simple et pendule inverse double bras monté sur un chariot (DIPC). En effet, le filtre de Kalman est un ensemble d'équations mathématiques (i.e. algorithme) qui fournit un moyen de calcul efficace pour estimer l'état d'un processus de manière à minimiser la moyenne de l'erreur quadratique. Il peut également être utilisé pour estimer la position et la vitesse d'un objet en mouvement. En outre, il peut également prédire la position de l'objet à l'avance.

Nous avons choisi de structurer notre travail en suivant le plan ci-dessous :

Le premier chapitre de ce manuscrit est consacré à un état de l'art sur l'estimation d'état et de paramètres des systèmes dynamiques non linéaires. Cela est suivi d'un rappel sur les notions fondamentales de la théorie des probabilités ainsi qu'un aperçu sur les propriétés que doit disposer un estimateur. Nous terminerons ce chapitre par une analyse des différentes techniques d'estimation existantes en présentant leurs points faibles et leurs points forts.

Dans le deuxième chapitre, nous évoquerons la technique du filtrage de Kalman, tout en expliciteront les algorithmes des trois variantes du filtre de Kalman étudiés à savoir : le KF, l'EKF et l'UKF. A la fin de ce chapitre, une attention particulière est portée à la question de l'ajustement des paramètres du filtre de Kalman, ainsi qu'à son influence sur les performances de l'estimation, en fournissant une analyse détaillée de ces aspects.

Dans le chapitre 3, nous avons d'abord exposé les idées et les structures très fondamentales des techniques d'optimisation stochastiques qui sont largement utilisées au

cours des deux dernières décennies. Dans notre étude, on s'intéressera aux métaheuristiques basées sur la population et inspirées de la nature et plus particulièrement à l'optimisation par PSO, AG et BBO permettant l'ajustement évolutif des paramètres R et Q des deux filtres EKF et UKF. L'application du FKE à l'estimation d'état de la MSAP avec l'ajustement de ces matrices de covariances, sera exposée dans la deuxième partie du chapitre 3. L'estimation d'état en vue de réaliser une commande sans capteurs des systèmes non linéaires types a fait partie du chapitre 4.

À la fin de cette étude, une conclusion générale qui récapitule les résultats obtenus à la fin de chaque chapitre, en offrant également plusieurs perspectives et possibilités d'extension pour les travaux futurs.

Les travaux présentés dans cette thèse ont principalement abouti à la publication de deux articles scientifiques ainsi qu'à la présentation de deux communications internationales, énumérées ci-dessous :

Publications Internationales

1. **Samia ALLAOUI, Y.LAAMARI, Kheireddine CHAFAA, S. SAAD (2021)** "Position and speed estimation of PMSM based on extended Kalman filter tuned by biogeography-based-optimization", **Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)**, Vol. 54, No.4, pp.559-568. **ISSN: 12696935**
<https://doi.org/10.18280/jesa.540405>
2. **Y. LAAMARI, Samia ALLAOUI, Kheireddine CHAFAA, A.BENDAIKHA (2021)**, "Highly Nonlinear Systems Estimation using Extended and Unscented Kalman Filters". **Przeglad Electrotechniczny**, R.97 NR 5/2021, pp.111-115. **ISSN 0033-20097**
http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=12581&lang=1

Communications Internationales

1. **Samia ALLAOUI, K.CHAFAA, Y.LAAMARI, B.ATHAMENA**, "Induction motor state estimation using tuned Extended Kalman Filter", **4th International Conference on Electrical Engineering (ICEE)**, Boumerdès, Algérie, 13-15 Dec. 2015.
DOI: 10.1109/INTEE.2015.7416676, <https://ieeexplore.ieee.org/document/7416676>
2. **Y.LAAMARI, Samia ALLAOUI, K.CHAFAA, B.ATHAMENA**, "An optimal extended Kalman filter for the rotor fault diagnosis of an Induction Motor drive", **2nd International Conference on Pure and Applied Sciences, Yildiz Technical University, Istanbul, Turkey, de 01 au 05 Juin 2016.**
<http://icpam-04.naturalspublishing.com/>

Chapitre .I. Etat de l'art des techniques d'estimation d'état et de paramètres

I.1. Introduction

L'estimation d'état et de paramètres est un domaine de la théorie des systèmes qui concerne l'analyse et la conception de méthodes pour estimer les états et les paramètres d'un système dynamique à partir de mesures. Les contextes d'application peuvent être déterministes ou probabilistes, et les estimations résultantes doivent avoir certaines propriétés d'optimalité et de fiabilité [26].

L'estimation est souvent caractérisée comme une prédiction, un filtrage ou un lissage, selon les objectifs visés et les informations d'observation disponibles [8][19]. L'un des algorithmes d'estimation les plus largement utilisés est le fameux filtre de Kalman, un algorithme qui génère des estimations des variables du système contrôlé par le traitement des mesures des capteurs disponibles. La théorie du filtre de Kalman, dans ses diverses formes, est devenue un outil fondamental pour analyser et résoudre une large classe de problèmes d'estimation [12][18].

Dans le présent chapitre, nous exposerons des concepts fondamentaux concernant la modélisation statistique des signaux stochastiques, tels que la notion de probabilité, les variables aléatoires, ainsi que les propriétés des estimateurs. Nous ferons ensuite une synthèse des différentes méthodes d'estimation, qui servira de préambule à l'introduction du filtrage de Kalman dans le prochain chapitre.

I.2. Problématique d'estimation

L'estimation d'état ou de paramètres inconnus est une tâche fondamentale dans de nombreux domaines scientifiques et techniques, notamment en ingénierie, en physique, en biologie, en économie, en finance et en statistiques [12][18]. Elle consiste à déduire des informations sur un système ou un phénomène à partir de données mesurées ou observées. Cependant, l'estimation peut être confrontée à diverses difficultés (voir figure 1.1), telles que des données bruyantes ou incomplètes, des modèles imparfaits ou incomplets (erreurs de modèle), des hypothèses de distribution non vérifiées, la convergence de l'algorithme d'estimation, des biais d'échantillonnage ou des erreurs de mesure (bruit de mesure). Ces problèmes peuvent conduire à des estimations imprécises, biaisées ou inutiles.

La problématique d'estimation vise donc à identifier et à résoudre ces difficultés pour obtenir des estimations fiables, précises et utiles. Elle implique souvent la conception et l'utilisation d'algorithmes d'estimation sophistiqués, ainsi que la prise en compte de l'incertitude et des limites inhérentes à l'estimation. La résolution de problèmes d'estimation est donc une compétence essentielle pour de nombreux professionnels dans divers domaines [19].

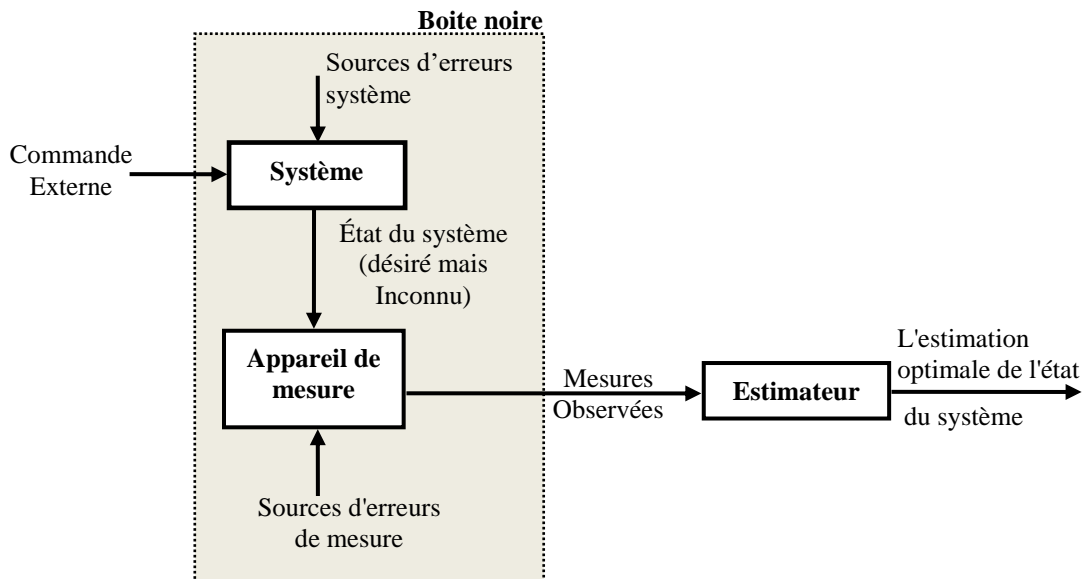


Figure 1.1. Schéma illustrant la problématique d'estimation [12]

Néanmoins, la problématique d'estimation est étroitement liée à la théorie des probabilités. En effet, la théorie des probabilités permet de décrire la distribution de probabilité des données, des paramètres inconnus et des erreurs de mesure. Elle permet également de calculer les probabilités d'erreur d'estimation et de choisir les méthodes d'estimation optimales [12][18]. Dans la section suivante, nous verrons les fondements mathématiques de la théorie des probabilités essentiels pour résoudre les problèmes d'estimation de manière rigoureuse et fiable.

La figure 1.2 montre les concepts fondamentaux de la théorie du filtrage de Kalman. Bien que cela montre le filtrage de Kalman comme le sommet d'une pyramide, il fait lui-même partie des fondements d'une autre discipline, la théorie de contrôle "moderne", et un sous-ensemble approprié de la théorie de la décision statistique [12].

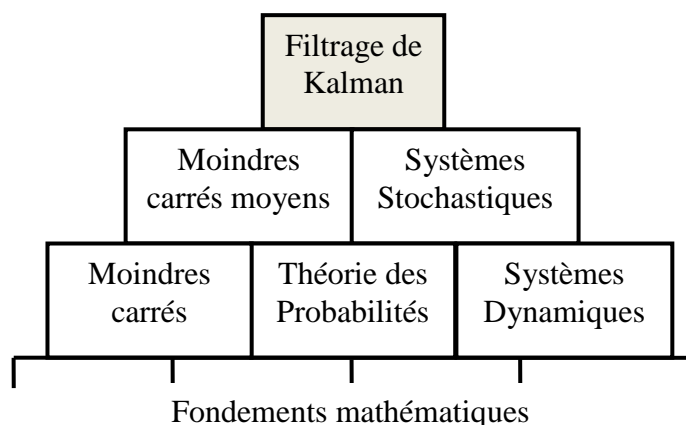


Figure 1.2. Concepts fondamentaux du filtrage de Kalman [12]

I.3. Rappel sur les probabilités et variables aléatoires

I.3.1. Probabilité

Le mot "**probable**" vient du latin **probare**, qui signifie tester, prouver. De manière informelle, « probable » est souvent remplacé par « possible », « incertain » ou « peut-être ». La théorie des probabilités tente de quantifier la notion de probable. En effet, son objectif est l'étude mathématique des phénomènes caractérisés par le hasard et l'incertitude [26][27].

La caractéristique d'une expérience aléatoire est que le comportement quantitatif ou qualitatif de grandeurs tentant de décrire le phénomène, ne peut pas être complètement prédite vu les conditions expérimentales dépendantes du hasard [28][29].

La probabilité d'un événement caractérise la possibilité qu'il se produise. Lorsque nous ne sommes pas certains du résultat d'une expérience, on parle alors de la probabilité qu'un événement se réalise, c'est à dire la chance qu'il a pour se produire.

I.3.2. Expérience aléatoire

On appelle expérience aléatoire un événement dont l'occurrence est régie par certains phénomènes aléatoires. Elle est donc un processus dans lequel intervient le hasard, et dont on ne peut prévoir le résultat par avance [28]. Dans l'étude des probabilités, les résultats de ces observations s'appellent les sorties de l'expérience (réalisation). On peut citer comme exemples : lancé une pièce de monnaie ou faire tourner une roue de roulette.

I.3.3. Espace d'échantillons

L'espace d'échantillons d'une expérience aléatoire est l'ensemble de tous les résultats possibles de cette expérience, noté Ω . Chaque résultat d'une expérience aléatoire correspond à une réalisation [27][29][30].

I.3.4. Événements

On appelle un événement relié à une expérience aléatoire tout sous-ensemble de l'espace des épreuves Ω . On note habituellement les événements par A, B, C, \dots tel que A, B et $C \subseteq \Omega$. Un élément de Ω est souvent connu sous le nom d'un événement élémentaire [28] [29].

D'un point de vue mathématique, un événement est caractérisé par :

- Si A est un élément de S (ou appartient à S), alors nous écrivons: $A \in S$
- Si A n'est pas un élément de S (ou n'appartient pas à S), alors nous écrivons: $A \notin S$

I.3.5. Propriétés des probabilités

Un événement A correspond à n'importe quelle partie de l'ensemble S à laquelle on attribue une importance spécifique. Si nous répétons l'expérience un certain nombre de fois (noté N), et que l'évènement en question se réalise M fois au cours de ces essais, le rapport M/N exprime la fréquence relative d'apparition de cet évènement lors de ces N expériences [27][28][30].

- La probabilité que se produise A est définie comme la valeur vers laquelle tend la fréquence relative de A lorsque N approche l'infini.

$$\text{Prob}(A) = \frac{\text{résultats possibles favorisant l'évènement } A}{\text{nombre total de résultats possibles}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} \quad (1.1)$$

De façon alternative, on peut dire que A est un événement impossible si sa probabilité $P(A)$ est égale à 0 (ce qui signifie que $A = \phi$ car $P(\phi) = 0$), et qu'il est qualifié de certain lorsque sa probabilité $P(A)$ est égale à 1.

Dans la situation où $P(A)$ est égal à 1, l'ensemble des résultats possibles de l'évènement A est identique à l'ensemble de toutes les épreuves possibles S (car $P(S) = 1$).

- Si A représente un événement quelconque, son complément est désigné par \bar{A} ou A^c .
Il est à noter que dans cette situation : $A \cup \bar{A} = S$ et $A \cap \bar{A} = \phi$, par conséquent $P(A \cup \bar{A}) = P(S) = 1 = P(A) + P(\bar{A})$, alors :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (1.2)$$

- Si A et B sont deux évènements disjoints (exclusifs $A \cap B = \phi$), alors la probabilité d'apparition de l'évènement $C = A \cup B$ est :

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (1.3)$$

Ou d'une façon générale, si A_1, A_2, \dots, A_n sont des événements exclusifs dans S

$(A_i \cap A_j = \emptyset \text{ pour } i \neq j)$, alors

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (1.4)$$

Et si encore les événements A_1, A_2, \dots, A_n dans S forment une partition, alors $\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$

- Si A et B sont deux événements non disjoints, alors la probabilité d'apparition de l'évènement $D = A \cup B$ est :

$$P(D) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (1.5)$$

Le terme $P(A \cap B)$ est la probabilité conjointe mesurant les chances de réalisation de l'évènement $A \cap B$. Notant que si $A \cap B = \emptyset$, alors :

$$P(A \cap B) = 0 \quad (1.6)$$

- La probabilité d'apparitions de l'évènement A sachant que l'évènement B a été déjà réalisé est appelée la probabilité conditionnelle, et elle est donnée par:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (1.7)$$

- La probabilité d'apparition de l'évènement $D = A \cup B$, avec A et B deux événements non disjoints :

$$Prob(D) = Prob(A \cup B) = Prob(A) + Prob(B) - Prob(A \cap B) \quad (1.8)$$

Le terme $Prob(A \cap B)$ est la probabilité conjointe (ou composée) mesurant les chances de réalisation de l'évènement $A \cap B$.

$$\text{➤ Si : } A \cap B = \emptyset \Rightarrow Prob(A, B) = 0 \quad (1.9)$$

Deux événements A et B sont statistiquement indépendants si:

$$\begin{cases} P(A/B) = P(A) \\ P(B/A) = P(B) \end{cases} \quad (1.10)$$

Par conséquent, en combinant (1.7) et (1.10) on obtient:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \quad (1.11)$$

Ou d'une manière générale, si A_1, A_2, \dots, A_n sont des événements indépendants dans S , alors

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (1.12)$$

La probabilité conditionnelle nous mène à un théorème fondamental en probabilité appelé

théorème de Bayes. Nous avons $P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ et $P(B / A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$, ce qui donne

$$P(A / B) = \frac{P(B / A)}{P(B)} P(A) \quad (1.13)$$

I.3.6. Fonctions de répartition et de distribution

Une variable aléatoire est une grandeur réelle dont la valeur dépend du hasard. Cette dépendance est exprimée par une loi de probabilité caractérisée par une fonction de densité de probabilité $f(x)$ et une autre fonction de distribution de probabilité.

La distribution d'une variable aléatoire X peut être définie soit par sa fonction de répartition $F(x)$, soit par sa densité de probabilité $f(x)$ [28][29].

La fonction de répartition de la variable aléatoire X sera définie par :

$$F(x) = \text{Pr ob}(X \leq x) \quad (1.14)$$

Ou par :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(\tau) d\tau \quad (1.15)$$

La fonction de répartition (figure 1.3) a les propriétés suivantes:

- $F(-\infty) = 0$
- $F(+\infty) = 1$
- $F(x)$ est une fonction non décroissante.

La densité de probabilité (figure 1.2) est définie par la dérivée de la fonction de répartition

comme suit :

$$f(x) = \frac{dF(x)}{d(x)} \quad (1.16)$$

Pour Δx petit, la quantité $f(x)\Delta x$ définit la probabilité d'avoir $x \leq X \leq x + \Delta x$, donc :

$$f(x)\Delta x \approx \text{Pr ob}(x \leq X \leq x + \Delta x) \quad (1.17)$$

Généralement, pour deux points éloignés, a et b , la probabilité $\text{Pr ob}(a \leq X \leq b)$ sera définie

par :

$$\text{Pr ob}(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (1.18)$$

La densité de probabilité (figure 1.2) a les propriétés suivantes :

- $f(x)$ une fonction non négative
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = 1$.

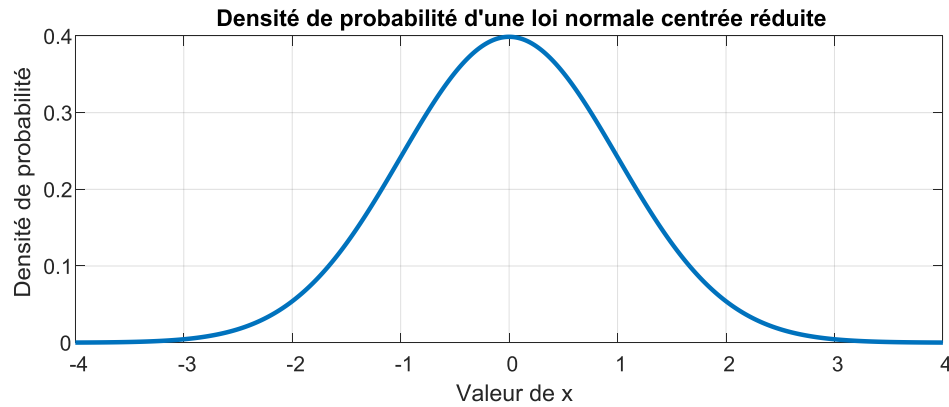


Figure 1.2 Densité de probabilité

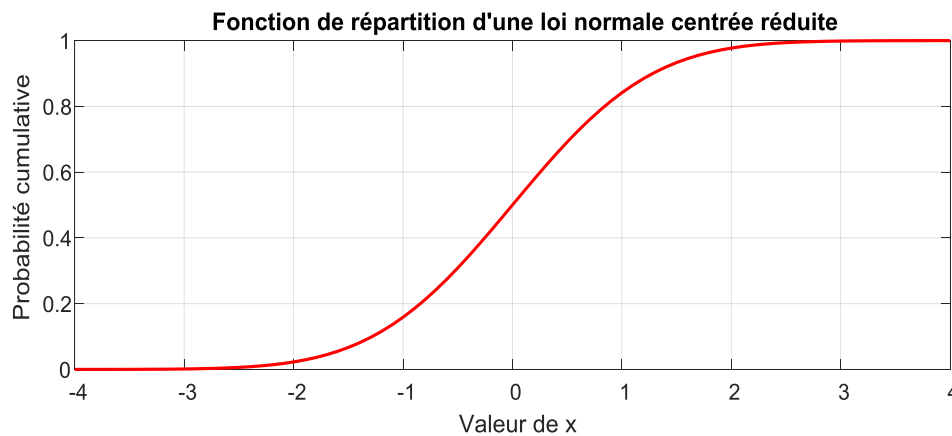


Figure 1.3 Fonction de répartition

I.3.7. Espérance mathématique, variance et écart type

Soit une variable aléatoire discrète x , à n états et N réalisations. L'état x_1 apparaît N_1 fois, l'état x_2 apparaît N_2 fois, etc., avec $N_1 + N_2 + \dots + N_n = N$ [28][29][31].

La valeur moyenne statistique de x est:

$$\bar{x} = (x_1 N_1 + x_2 N_2 + \dots + x_n N_n) / N \quad (1.19)$$

L'espérance mathématique de x est la valeur moyenne statistique lorsque N tend vers l'infini. Celle-ci, notée μ_x , est égale, en tenant compte de l'équation 1.19, à:

$$\mu_x = E[x] = \lim_{N \rightarrow \infty} \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i) \quad (1.20)$$

Par analogie avec le cas discret, l'espérance mathématique continue est donnée par :

$$\mu_x = E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (1.21)$$

Les équations (1.20) et (1.21) peuvent être appliquées à des fonctions aléatoires de

variable x comme suit :

$$E(g(x)) = \sum_{i=1}^n g(x_i)P(g(x_i)) \quad (1.22)$$

et

$$E(g(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(g(x))dx \quad (1.23)$$

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire est aussi connue comme le premier moment statistique (moment d'ordre 1). Pour les moments d'ordre supérieur, la fonction $g(x)$ des équations (1.22) et (1.23) sera remplacée par x^k , pour obtenir le *kième* moment statistique. Le *kième* moment statistique d'une variable aléatoire continue x est donné par :

$$E(x^k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)dx \quad (1.24)$$

D'intérêt particulier en général, et à nous particulièrement, est le deuxième moment de la variable aléatoire. Le deuxième moment est donné par:

$$E(x^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx \quad (1.25)$$

La variance d'une variable aléatoire peut être calculée en considérant l'espérance mathématique de la variable aléatoire moins sa moyenne comme suit [36]:

$$Var(x) = E[(x - E(x))^2] = E(x^2) - E(x)^2 = \sigma_x^2 \quad (1.26)$$

La variance est une mesure statistique très utile pour les signaux aléatoires, sa connaissance nous fournit une information sur la dispersion du signal aléatoire autour de sa valeur moyenne.

La racine carrée de la variance, connue sous le nom d'écart type, est également une unité de mesure statistique utile parce qu'elle nous donne une grandeur à la même unité que celle du signal. L'écart type de x est donné par :

$$\sigma_x = \sqrt{var(x)} \quad (1.27)$$

I.3.8. Distribution normale ou gaussienne

C'est une distribution de probabilité spécifique, connue sous le nom de distribution normale ou gaussienne (figure 1.4), qui semble correspondre à de nombreux processus aléatoires naturels. En réalité, dans certaines conditions, il est possible d'observer que la somme de variables aléatoires, quelles que soient leurs distributions, tend vers une distribution normale. Cette propriété est formellement énoncée dans le théorème de limite centrale [27]. La fonction de densité gaussienne est exprimée par [29][30][31]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.28)$$

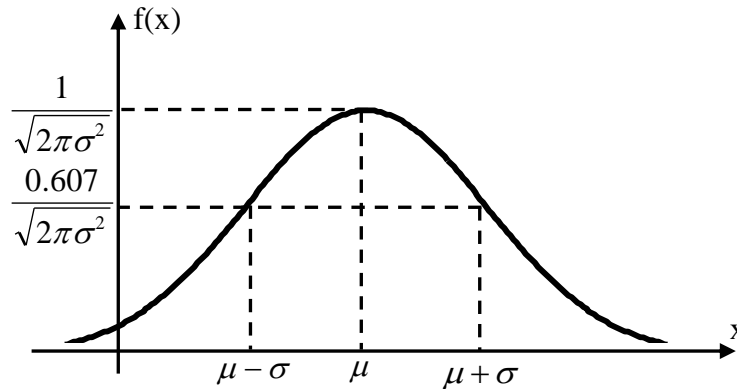


Figure 1.4 : Fonction de densité gaussienne

I.4. Propriétés des estimateurs

Les propriétés des estimateurs sont des caractéristiques qui permettent d'évaluer la qualité et la fiabilité des estimations produites par ces estimateurs [33]. Parmi ces propriétés, on peut distinguer les plus couramment utilisées à savoir: le biais, la variance, la consistance, l'efficacité et la robustesse...etc.

I.4.1. Biais d'un estimateur

Le biais d'un estimateur est une mesure de la différence entre la valeur attendue de l'estimateur et la vraie valeur du paramètre à estimer. Un estimateur sans biais est préférable car il produit des estimations centrées autour de la vraie valeur du paramètre à estimer.

Un estimateur $\hat{\theta}_n$ de paramètre θ est dit sans biais si $E(\hat{\theta}_n) - \theta = 0$ pour toutes les valeurs possibles de θ . Nous définissons $E(\hat{\theta}_n)$ comme la valeur attendue ou l'espérance de l'estimateur $\hat{\theta}_n$. Dans le cas d'estimateurs biaisés, ce biais serait représenté par: [32][33]

$$b_{\theta}(\hat{\theta}_n) = E(\hat{\theta}_n) - \theta \quad (1.29)$$

On note que le signe a un sens ici. Un estimateur possèdera un biais positif si en moyenne il surestime la vraie valeur θ . Il aura un biais négatif sinon.

Le biais d'un estimateur peut être calculé analytiquement ou empiriquement, en utilisant des simulations ou des données réelles. Il est important de prendre en compte le biais d'un estimateur dans l'interprétation des résultats et dans la comparaison de différents estimateurs.

Cependant, le biais ne doit pas être considéré comme la seule mesure de la qualité d'un estimateur, et d'autres propriétés, telles que la variance, la précision ou l'efficacité, doivent également être prises en compte [32][34].

I.4.2. Erreur quadratique moyenne minimale

La qualité d'un estimateur peut se mesurer à l'aide d'une distance au paramètre qui peut être par exemple $|\hat{\theta}_n - \theta|$ ou $(\hat{\theta}_n - \theta)^2$. Pour obtenir un indicateur numérique on peut alors déterminer la valeur moyenne de cette distance. L'indicateur généralement retenu, car il se prête facilement aux calculs, est l'erreur quadratique moyenne d'un estimateur $\hat{\theta}_n$ définie par [33][35][36]:

$$EQM_{\theta}(\hat{\theta}_n) = E_{\theta}(\hat{\theta}_n - \theta)^2 \quad (1.30)$$

Dans la littérature anglophone on note (1.2) par **MSE** dont le sens est Mean Squared Error. On peut exprimer le MSE en fonction de la variance et du biais carré comme suit:

$$MSE = \text{var}_{\theta}(\hat{\theta}_n) + b_{\theta}^2(\hat{\theta}_n) \quad (1.31)$$

On note que si $\hat{\theta}_n$ est un estimateur sans biais de θ , alors :

$$MSE = \text{var}_{\theta}(\hat{\theta}_n) \quad (1.32)$$

Par conséquent, on peut aussi écrire alors:

$$MSE = (1/n) \sum (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2 \quad (1.33)$$

Où θ_i est la valeur réelle de l'ième observation, $\hat{\theta}_i$ est la valeur prédite par le modèle pour cette observation, et n est le nombre total d'observations

Plus l'MSE d'un estimateur est minimal plus l'estimateur est considéré précis. Il mesure la moyenne des carrés des écarts entre les valeurs prédites par le modèle et les valeurs réelles. C'est pourquoi il est souvent utilisé comme mesure de la performance des modèles de régression. Cependant, il est important de noter que l'MSE n'est pas la seule mesure de la qualité d'un modèle de régression, et qu'elle peut être affectée par des valeurs aberrantes (ou "outliers") dans les données. Il est donc souvent utile d'utiliser plusieurs mesures de la qualité d'un modèle pour avoir une évaluation plus complète de sa performance [33].

I.4.3. Robustesse d'un estimateur

Un estimateur est dit robuste s'il est peu sensible aux valeurs aberrantes dans les données. C'est une propriété importante car elle garantit que l'estimateur est fiable même en présence de données aberrantes [36].

I.4.4. Estimateur asymptotiquement normal

Un estimateur est dit asymptotiquement normal s'il suit une loi de distribution normale lorsque la taille de l'échantillon augmente. Cette propriété est importante car elle permet d'appliquer des tests statistiques et des intervalles de confiance qui reposent sur l'hypothèse d'une distribution normale [36].

I.4.5. Variance d'un estimateur

La variance d'un estimateur mesure la dispersion des valeurs de l'estimateur autour de sa valeur moyenne ou espérance. Elle permet d'évaluer la précision de l'estimateur. D'un point de vue, elle est définie comme étant le carré de l'écart type. Plus formellement, si x est une variable aléatoire et θ est un paramètre inconnu qu'on cherche à estimer, un estimateur de θ est une fonction $T(x)$ qui prend en entrée les observations de la variable aléatoire x et qui retourne une estimation de θ . La variance de l'estimateur $T(x)$ est définie par [32]:

$$\text{Var}(T(x)) = E[(T(x) - E[T(x)])^2] \quad (1.34)$$

Où $E[.]$ désigne l'espérance mathématique

Intuitivement, un estimateur avec une faible variance est préférable car il produit des estimations plus précises et plus fiables. En effet, si la variance est grande, cela signifie que les valeurs de l'estimateur peuvent varier considérablement autour de sa valeur moyenne, ce qui peut rendre l'estimation peu fiable.

Il existe plusieurs méthodes pour réduire la variance d'un estimateur, comme par exemple en augmentant la taille de l'échantillon ou en utilisant des méthodes d'estimation plus sophistiquées. En d'autres termes, la variance de l'estimateur est la moyenne des carrés des différences entre les valeurs de l'estimateur et sa valeur attendue. Plus la variance est faible, plus l'estimateur est précis et vice versa.

I.4.6. Convergence d'un estimateur

Un estimateur est dit consistant s'il converge vers la vraie valeur du paramètre à estimer lorsque la taille de l'échantillon augmente. C'est une propriété importante car elle garantit que l'estimateur est fiable et qu'il peut être utilisé en toute confiance pour des échantillons de plus en plus grands [31][36].

Si un estimateur est sans biais ou asymptotiquement sans biais et si sa variance tend vers 0, alors il est convergent. Cependant, il convient à présent de déterminer dans quelle mesure un estimateur $\hat{\theta}_n$ converge effectivement vers la (bonne) valeur θ .

1.4.6.1. Convergence en probabilité

On dit qu'un estimateur $\hat{\theta}_n$ est convergent si la suite de variable aléatoire converge en probabilité vers la valeur (θ) vers la valeur du paramètre, c'est-à-dire pour tout θ de

$$\hat{\theta}_n \xrightarrow{P} \theta \Leftrightarrow P_\theta \left(\left| \hat{\theta}_n - \theta \right| < \varepsilon \right) \rightarrow 1, \forall \varepsilon > 0, n \rightarrow \infty \Leftrightarrow P_\theta \left(\left| \hat{\theta}_n - \theta \right| > \varepsilon \right) \rightarrow 0$$

Il existe un moyen en général simple de vérifier cette propriété de convergence, à partir de conditions suffisantes faisant intervenir les deux premiers moments de l'estimateur, et que nous énonçons dans le théorème ci-après [31][36].

- **Théorème**

Tout estimateur sans biais dont la variance tend vers zéro est convergent : $E(\hat{\theta}_n) = \theta$

1.4.6.2. Convergence en moyenne quadratique

On dit que l'estimateur $\hat{\theta}_n$ converge en moyenne quadratique vers θ si et seulement si $\hat{\theta}_n \xrightarrow{L^2} \theta$. On dit aussi que l'erreur quadratique $(E(|\hat{\theta}_n - \theta|^2))^{1/2}$ tends vers 0.

Remarquons tout d'abord que l'identité du Huygens assure que

$$(E(|\hat{\theta}_n - \theta|^2))^{1/2} = \text{Var}(\hat{\theta}_n) + (\theta - E(\hat{\theta}_n))^2 \quad (1.35)$$

Par cette identité, nous voyons que pour assurer la convergence en moyenne quadratique de vers il faut et il suffit qu'à la fois $\lim_{n \rightarrow +\infty} \text{Var}(\hat{\theta}_n) = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} E(\hat{\theta}_n) = \theta$

1.4.7. Efficacité d'un estimateur

Un estimateur est dit efficace s'il a la plus faible variance possible parmi tous les estimateurs non biaisés. C'est une propriété importante car elle garantit que l'estimateur est le plus précis et le plus fiable possible. En d'autres termes, un estimateur efficace est caractérisé par une variance ou une erreur quadratique moyenne petite, indiquant une faible déviance entre la valeur « estimée » et la valeur « réelle » [31][36].

Étant donné deux estimateurs sans biais $\hat{\theta}_n$ et $\tilde{\theta}_n$, d'un paramètre θ , l'efficacité relative de $\hat{\theta}_n$ par rapport à $\tilde{\theta}_n$ est donnée par:

$$\text{eff}(\hat{\theta}_n, \tilde{\theta}_n) = \frac{\text{var}(\tilde{\theta}_n)}{\text{var}(\hat{\theta}_n)} \quad (1.36)$$

Si l'efficacité est inférieure à un, $\hat{\theta}_n$ a plus grande variance que $\tilde{\theta}_n$.

Remarque : Il est important de noter que les propriétés ci-dessus ne sont pas indépendantes les unes des autres et qu'un estimateur peut avoir des avantages sur certains critères et des inconvénients sur d'autres. Le choix d'un estimateur dépend donc de l'objectif de l'estimation et des caractéristiques des données à estimer.

I.5. Classification des estimateurs

Les techniques d'estimation sont des méthodes statistiques utilisées pour estimer des paramètres inconnus à partir de données observées. Les estimateurs peuvent être classés en différentes catégories selon leurs propriétés. Dans ce qui suit, on donne quelques classifications les plus courantes :

I.5.1. Estimateurs de Bayes

La théorie Bayésienne a été découverte à l'origine par le chercheur britannique Thomas Bayes dans une publication posthume en 1763 [37]. Cette théorie de la décision Bayésienne combine des connaissances préalables sur les paramètres inconnus avec les données observées pour produire une estimation de la valeur de ces paramètres. Plus précisément, les estimateurs de Bayes utilisent la loi de Bayes pour calculer la probabilité a posteriori de chaque valeur possible du paramètre inconnu, étant donné les données observées et les connaissances préalables sur le paramètre. Cette probabilité a posteriori est ensuite utilisée pour déterminer la meilleure estimation du paramètre inconnu. [31][38]

En utilisant cette méthode on peut déterminer la probabilité a posteriori d'un événement en intégrant des informations a priori (connues avant l'observation des données) et des informations a posteriori (observées après l'événement). Pour cela on utilise la formule de Bayes (1.13) citée précédemment, qui est la suivante :

$$P(A / B) = \frac{P(B / A) P(A)}{P(B)}$$

Où $P(A / B)$ est la probabilité a posteriori de l'événement A sachant que B est survenu,

$P(B / A)$ est la probabilité de l'événement B sachant que l'événement A est survenu,

$P(A)$ est la probabilité a priori de l'événement A ,

$P(B)$ est la probabilité de l'événement B .

En utilisant cette formule, on peut mettre à jour notre estimation de la probabilité de l'événement A en fonction des données observées (l'événement B).

L'estimation de Bayes est utilisée dans de nombreux domaines, tels que la médecine, la finance, la météorologie et la sécurité. Elle permet de prendre des décisions éclairées en tenant compte de l'incertitude et de l'information disponible [31][36].

Les estimateurs de Bayes ont plusieurs avantages par rapport aux autres méthodes d'estimation statistique. Tout d'abord, ils permettent de prendre en compte les connaissances préalables sur les paramètres inconnus, ce qui peut améliorer la précision des estimations. Cependant, les estimateurs de Bayes nécessitent des connaissances préalables sur les paramètres inconnus, appelées priors, qui peuvent être subjectives ou difficiles à spécifier. De plus, le calcul de la probabilité a posteriori peut être intensif, en particulier pour des modèles complexes ou des ensembles de données volumineux [31].

I.5.2. Estimateur au sens des moindres carrés

L'estimateur au sens des moindres carrés (Least Squares : LS) est une méthode courante utilisée pour estimer les paramètres d'un modèle mathématique. Elle consiste à minimiser la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées et les valeurs prédites par le modèle. [39]

Plus formellement, si on a un ensemble de données $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ et un modèle mathématique $f(x, \theta)$ avec un ensemble de paramètres θ , l'estimateur LS cherche à trouver les valeurs de θ qui minimisent la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs prédites $f(x_i, \theta)$: $\min \sum (y_i - f(x_i, \theta))^2$.

L'estimateur *LS* est couramment utilisé en régression linéaire, où l'on cherche à ajuster une droite aux données. Dans ce cas, le modèle mathématique est $f(x_i, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x$ et les paramètres θ_0 et θ_1 sont estimés en minimisant la somme des carrés des résidus :

$$\min \sum (y_i - (\theta_0 + \theta_1 x_i))^2$$

Les estimations des paramètres θ_0 et θ_1 sont données par :

$$\theta_0 = \bar{y} - \theta_1 \bar{x}$$

$$\theta_1 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Où \bar{x} et \bar{y} sont les moyennes des variables x et y respectivement

L'estimateur LS a plusieurs avantages, notamment sa simplicité et sa robustesse pour les grands échantillons. Cependant, il peut être sensible aux valeurs aberrantes (outliers) et peut être biaisé pour les petits échantillons. Il est également important de vérifier les hypothèses sous-jacentes au modèle de régression pour s'assurer de la validité de l'estimation.

I.5.3. Estimateur linéaire du maximum de vraisemblance

Estimer un paramètre par la méthode du maximum de vraisemblance (en anglais : Maximum Likelihood) consiste à proposer la valeur pour laquelle la probabilité de l'observation dans le modèle est la plus forte. Cette méthode consiste donc à estimer les paramètres inconnus de manière que la probabilité d'observer les Y soit aussi forte que possible, c'est-à-dire soit maximale » [40].

Si le principe pour la méthode des moindres carrés ordinaire (MCO) est de trouver le paramètre qui minimise la somme des carrés des erreurs, la méthode du maximum de vraisemblance cherche par contre à trouver le paramètre à même (ayant une forte probabilité) de reproduire les vraies valeurs de l'échantillon (celles réellement observées), soit trouver la valeur la plus vraisemblable du paramètre d'une population partant d'un échantillon donné [41].

L'estimateur linéaire du maximum de vraisemblance a plusieurs avantages, notamment sa simplicité et sa robustesse pour les grands échantillons. Cependant, il peut être biaisé pour les petits échantillons et il ne fournit pas d'information sur la qualité de l'estimation [41] [42].

I.5.4. Estimateur linéaire à variance minimale

L'estimateur linéaire à variance minimale est un estimateur qui minimise la variance de l'erreur entre l'estimateur et la vraie valeur inconnue à estimer [42]. Plus précisément, si l'on a une variable aléatoire Y qu'on souhaite estimer à partir d'une combinaison linéaire des variables aléatoires X_1, X_2, \dots, X_n , l'estimateur linéaire à variance minimale est de la forme: $a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n$

Où les coefficients a_1, a_2, \dots, a_n sont choisis de telle sorte que la variance de l'erreur soit minimale. La variance de l'erreur est donnée par la formule suivante :

$$\text{Var}(Y - a_1X_1 - a_2X_2 - \dots - a_nX_n)$$

Ainsi, parmi la classe des estimateurs sans biais de θ , l'estimateur sans biais à variance

minimale est celui qui a la plus petite variance. L'estimateur linéaire à variance minimale est important en statistique car il permet de trouver la meilleure estimation possible d'une variable aléatoire, en minimisant l'erreur de l'estimation. Cela permet notamment de réduire les risques d'erreur dans la prise de décision basée sur des données statistiques [40][41].

I.6. Techniques d'estimation sans capteurs

L'estimation sans capteurs est une technique qui permet d'estimer les grandeurs physiques d'un système sans avoir recours à des capteurs dédiés. Cette technique repose sur l'analyse des signaux existants dans le système, tels que des signaux de commande ou des signaux de mesure indirects.

La technique d'estimation sans capteurs est largement utilisée dans les domaines de la robotique, de la navigation, de la surveillance environnementale et de la commande de processus industriels. Cette technique permet d'estimer les états du système en utilisant uniquement les signaux disponibles, sans avoir besoin d'installer des capteurs supplémentaires coûteux ou encombrants. En effet, de nombreuses méthodes d'estimation sans capteurs, ont été développées récemment [43, 44, 45]. Celles-ci, peuvent être classées en deux grandes catégories, comme le montre la Figure 1.5 ci-dessous.

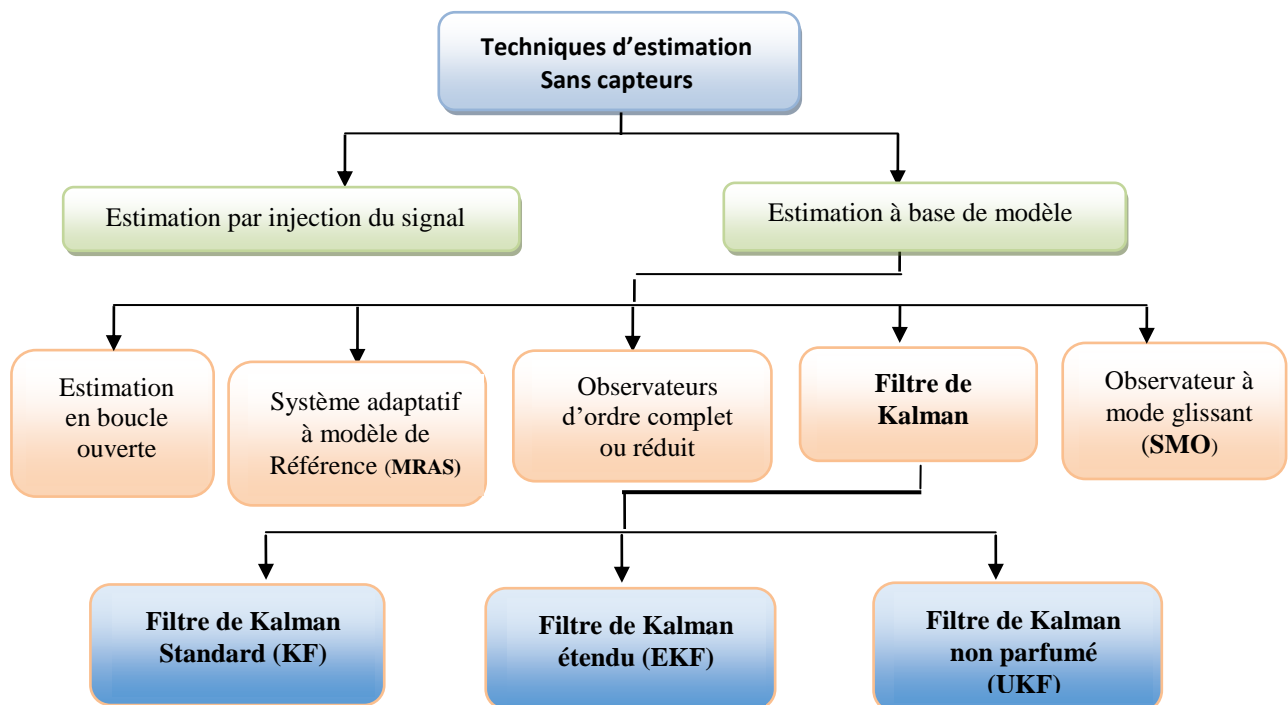


Figure (1. 5) Techniques d'estimation sans capteurs [45]

I.6.1. Estimation par injection du signal

C'est une technique utilisée pour estimer les paramètres d'un système en injectant un signal connu dans le système et en mesurant la réponse du système à ce signal. Cette technique repose sur l'hypothèse que la réponse du système à un signal d'injection est linéaire par rapport aux paramètres du système [45]. En mesurant la réponse du système à un signal d'injection connu, il est possible d'estimer les paramètres inconnus en utilisant des techniques d'estimation statistique, telles que la méthode des moindres carrés ou la méthode de maximum de vraisemblance.

Cette technique est largement utilisée dans les domaines de la communication sans fil, de la surveillance environnementale, de la détection d'anomalies, de la navigation et de la géo-localisation. En résumé, l'estimation par injection de signal est une technique puissante pour estimer les paramètres inconnus d'un système en utilisant un signal connu [45].

I.6.2. Estimation à base de modèle

C'est une technique d'estimation qui utilise un modèle mathématique pour décrire la relation entre les variables d'entrée et de sortie d'un système. La technique d'estimation à base de modèle consiste à ajuster les paramètres du modèle pour qu'il corresponde aux données expérimentales ou mesurées. Les paramètres du modèle sont ajustés en utilisant des méthodes d'optimisation pour minimiser l'écart entre les valeurs prédites par le modèle et les données expérimentales.

Les modèles utilisés dans l'estimation à base de modèle peuvent être de différents types, tels que des modèles linéaires, non linéaires, statiques ou dynamiques. Les modèles peuvent également être paramétriques ou non paramétriques. Les modèles paramétriques ont des paramètres numériques qui peuvent être ajustés à partir de données, tandis que les modèles non paramétriques sont des modèles de fonction dont les formes sont déterminées par les données. L'estimation à base de modèle est largement utilisée dans l'ingénierie pour la conception et le contrôle de systèmes, la prédiction de performances, la calibration de capteurs et la simulation de systèmes [46].

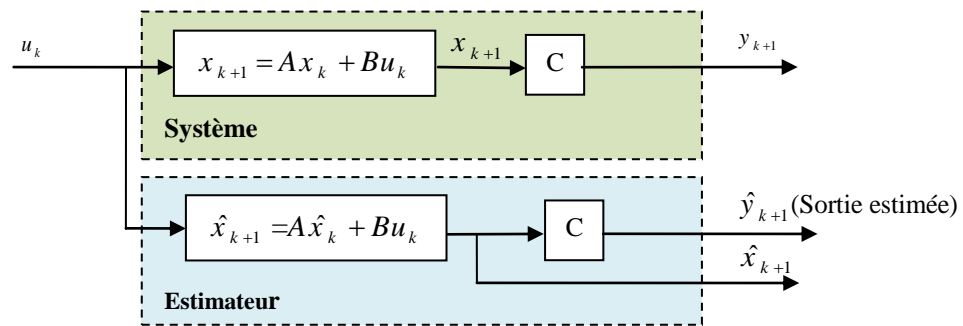


Figure 1.6. Estimateur d'état à base de modèle en boucle ouverte

Les estimateurs en boucle ouverte (figure 1.6) sont généralement sensibles aux variations des paramètres du système. En effet, lorsque ces paramètres s'écartent de leurs valeurs nominales, les performances de ces estimateurs se trouvent dégradés. Cependant, cette sensibilité peut être atténuée en optant pour des estimateurs en boucle fermée (figure 1.7), également désignés comme des observateurs. La configuration d'un observateur implique en premier lieu un estimateur opérant en boucle ouverte, possédant la même dynamique que le système. Ensuite, l'ajout d'une matrice de gains K permet d'imposer la dynamique spécifique à cet observateur. Un observateur peut estimer le vecteur d'état complet (observateur d'ordre complet) ou seulement une partie (observateur d'ordre réduit) [46].

Notons, que certains observateurs donnent une estimation optimale des états en se basant sur des critères stochastiques. Ils se basent sur la présence de bruits ce qui est souvent le cas. L'algorithme du filtre Kalman illustre bien cette application.

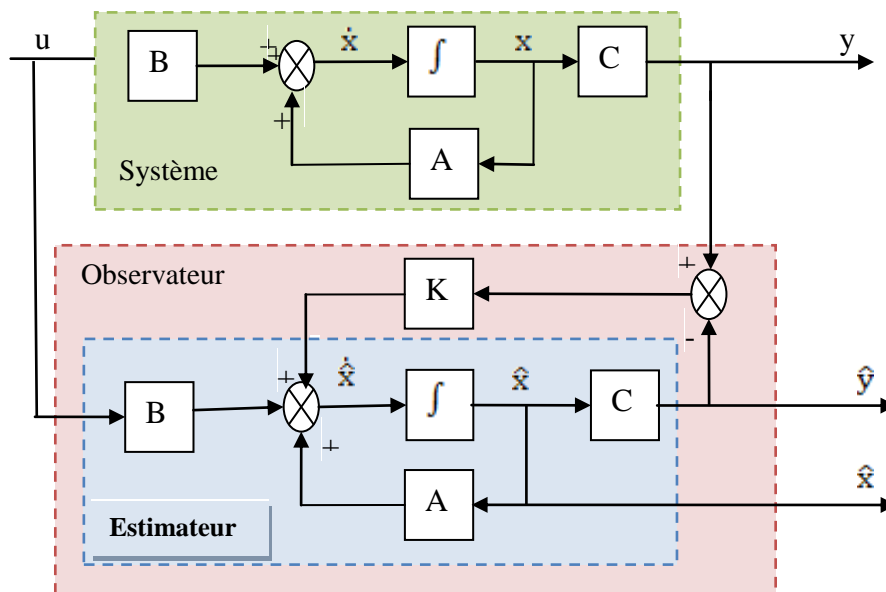


Figure 1.7 Schéma de principe d'un estimateur en boucle fermée

I.7. Conclusion

L'estimation d'état et de paramètres est un domaine de recherche en constante évolution avec de nombreuses techniques avancées pour améliorer la précision et l'efficacité de l'estimation. Les choix de techniques dépendent de la nature du système étudié, des caractéristiques des mesures disponibles et des objectifs de l'estimation. Le choix de la technique dépend également de l'objectif de l'estimation, de la précision requise et des ressources disponibles.

L'estimation sans capteurs présente plusieurs avantages, tels que la réduction des coûts et la diminution de la complexité de la mise en œuvre. Cependant, elle peut également présenter des limitations, telles que des erreurs d'estimation accrues et une sensibilité aux bruits et aux perturbations. Pour pallier à ces limitations, le filtre de Kalman est une solution optimale basée sur les principes bayésiens pour minimiser l'erreur quadratique moyenne entre l'état estimé et l'état réel, sous certaines hypothèses sur la dynamique du système et les caractéristiques des mesures, qui seront examinées en détail dans le chapitre suivant.

Chapitre .II. Technique du Filtrage de Kalman

II.1 Introduction

La technique du filtrage de Kalman, également connu sous le nom d'estimation linéaire quadratique (LQE), est l'une des méthodes d'estimation les plus efficaces et les plus largement utilisées dans de nombreuses applications, telles que la navigation [47], la communication [48] et la détection de défauts [49]. D'une manière générale, la fonction du filtrage consiste à estimer une information utile qui est polluée par un bruit.

Le filtre de Kalman est l'un des développements mathématiques les plus intéressants dans la théorie de l'estimation linéaire qui a été introduit au début des années soixante [10][11]. Ce filtre permet de donner un estimé de l'état du système à partir d'une information a priori sur l'évolution de cet état (modèle) et des mesures réelles.

Dans ce chapitre nous rappelons, tout d'abord, le principe du filtrage de Kalman et ensuite, nous présenterons de manière plus ou moins détaillée, le fonctionnement du filtre de Kalman (KF) standard et celui des deux variantes à savoir: le filtre de Kalman étendu (EKF) et le filtre de Kalman non parfumé (UKF). A la fin de ce chapitre, le problème lié au réglage des paramètres et à la convergence de ce type du filtre est exposé.

II.2 Bref historique

Le filtre de Kalman doit son nom au professeur Rudolf Emil Kalman, né le 19 mai 1930 à Budapest, Hongrie (décédé en 2016). En 1958, alors qu'il travaillait au Research Institute for Advanced Studies à Baltimore, il eut l'idée originale d'employer le formalisme des équations d'état au filtre de Wiener [50], ce qui lui permet de construire l'estimateur que nous connaissons de nos jours. Avant l'introduction du filtre de Kalman, le filtre de Wiener jouait un rôle important dans les applications de traitement optimal du signal. En effet, Le filtre de Wiener est également un filtre linéaire optimal utilisé pour produire une estimation d'un processus aléatoire souhaité ou cible par filtrage linéaire invariant dans le temps (LTI) d'un processus bruyant observé, en supposant des spectres de signal et de bruit stationnaires connus, et un bruit additif. Le filtre de Wiener minimise l'erreur quadratique moyenne entre le processus aléatoire estimé et le processus souhaité [12][50]. Le filtre de Wiener a été le

premier filtre conçu statistiquement à être proposé et a ensuite donné lieu à de nombreux autres dont le filtre de Kalman.

En 1960, R.E. Kalman publie ses recherches sur le filtrage linéaire et la prédiction de problème [10]. Durant cette année et lors de sa visite au Nasa, un des responsables, F. Schmidt vit la possibilité d'appliquer les résultats de Kalman pour le projet « Apollo » pour l'estimation et la commande de la trajectoire. Cette application fut la première réelle implémentation du filtre de Kalman [11][12]. Depuis lors, grâce aux progrès de l'informatique numérique, le filtre de Kalman a fait l'objet de nombreuses recherches et applications, notamment dans le domaine de la navigation autonome ou assistée. Une grande variété de filtres de Kalman a été, depuis, développée à partir de la formulation originale dite filtre de Kalman simple.

II.3. Principe du Filtrage de Kalman

Les grandeurs physiques caractéristiques d'un processus, non accessibles et non mesurables par une méthode directe, seront le plus souvent reconstruites et estimées à partir d'un modèle d'état du système. En effet, le filtrage de Kalman fusionne les mesures et le modèle physique pour construire une meilleure estimation de l'état du système. Or, les estimations issues sont sensibles aux variations des paramètres du système. Ainsi, pour réduire l'effet des erreurs de modèle et les perturbations, des estimateurs en boucle fermée ont été introduits, ces derniers, sont souvent connus sous le nom d'observateurs [51].

Deux méthodes principales sont proposées pour l'observation :

II.3.1. Méthodes déterministes

Ces méthodes ne tiennent pas compte des bruits de mesures et des fluctuations aléatoires des variables d'état, l'environnement est donc déterministe. Ces méthodes se caractérisent la plupart du temps par une sensibilité aux perturbations et aux variations paramétriques. Parmi celles-ci on peut citer l'observateur de Luenberger et l'observateur à grand gain [51].

II.3.2. Méthodes stochastiques

Ce type de techniques est caractérisé par la prise en compte des bruits d'état et de mesure. Elles donnent une estimation optimale des états en utilisant des algorithmes stochastiques qui tendent à minimiser la variance de l'erreur d'estimation [52]. Parmi ces

méthodes, on cite le fameux filtre de Kalman.

Dans la littérature, on trouve plusieurs types du filtre de Kalman, dans notre cas on s'intéresse seulement aux variantes suivantes :

- Filtre de Kalman standard (KF)
- Filtre de Kalman étendu (EKF)
- Filtre de Kalman non parfumé (UKF)

Le filtre de Kalman est très puissant grâce à l'utilisation d'un retour (feedback) : il estime (prédiction) l'état du système puis améliore (correction) son résultat en utilisant des informations bruitées (mesures) fournies par les capteurs. Pour le principe de fonctionnement du filtre de Kalman, qu'il soit standard, étendu ou non parfumé on en distingue généralement deux phases principales (Figure 2.1):

- **Phase de prédiction** : à partir d'un modèle d'état, il effectue une prédiction $\hat{x}_{k+1/k}$ de l'état du processus.
- **Phase de correction** : à partir des mesures effectuées sur le processus réel à l'instant $k+1$, il corrige la valeur des variables d'état issues de la prédiction pour obtenir $\hat{x}_{k+1/k+1}$.

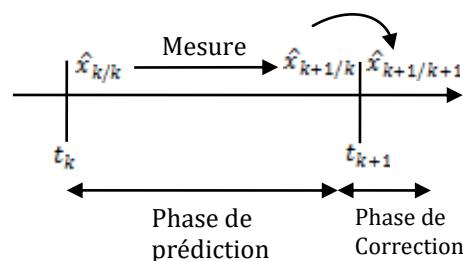


Figure 2.1 Principe de fonctionnement du filtre de Kalman [53]

La phase de prédiction est souvent assez précise. En effet, elle utilise le modèle du système. Néanmoins, la modélisation n'est qu'une approximation de la réalité, les paramètres du système pouvant varier au cours du temps. La deuxième étape corrige alors les résultats de la phase prédictive.

Les performances satisfaisantes du filtre de Kalman associées à des algorithmes complexes, demandent en contrepartie des processeurs de calcul puissants comme les systèmes à base de DSP (Digital Signal Processor) [54].

Les différentes variantes du filtre de Kalman vont être présentées en détails dans les sections suivantes, mais avant ça nous allons donner un petit aperçu sur le concept des bruits (bruits d'état et bruit de mesure).

II.3.3. Origine des bruits d'état et de mesure

Les bruits d'état tiennent compte des imperfections des modèles par rapport aux systèmes réelles. Ils ont pour origine les erreurs de mesure sur les entrées et les erreurs de modélisation (dues aux hypothèses simplificatrices, à la discrétisation, aux calculateurs numériques et incertitudes sur les paramètres...). Quant aux bruits de mesure, ils sont liés essentiellement aux erreurs de mesure sur les sorties du système (i.e. les capteurs et les convertisseurs analogiques-numériques (CAN)) [19][55].

Toutefois, il faut noter que la majorité de ces bruits d'état et de mesure sont prépondérants dans le cas des bancs expérimentaux et pas dans des essais de simulation par un ordinateur numérique [19].

II.4 Filtre de Kalman standard

Le filtre de Kalman standard a été proposé pour les systèmes linéaires. Il consiste en un algorithme mis en parallèle avec le système en utilisant son modèle sous forme d'équations d'état (Figure 2.2). Cet algorithme permet de reconstruire ou d'estimer toutes les variables d'état, si le système est observable [54]. La sortie du filtre KF est asservie à la sortie réelle du système. L'observateur de Kalman est donc équivalent à un asservissement et donc à un filtre passe-bas. Ainsi dans un environnement stochastique, on parle du filtre au lieu d'observateur et de filtrage au lieu de reconstruction du vecteur d'état.

En effet, les bruits qui affectent le modèle sont supposés centrés et blancs et en plus ils sont décorrélés des états estimés et des bruits de mesure. Grâce à ces hypothèses, le KF devient un algorithme d'identification que l'on peut en interpréter comme un algorithme des moindres carrés récursifs perfectionné qui tend à minimiser la variance de l'erreur d'estimation [54].

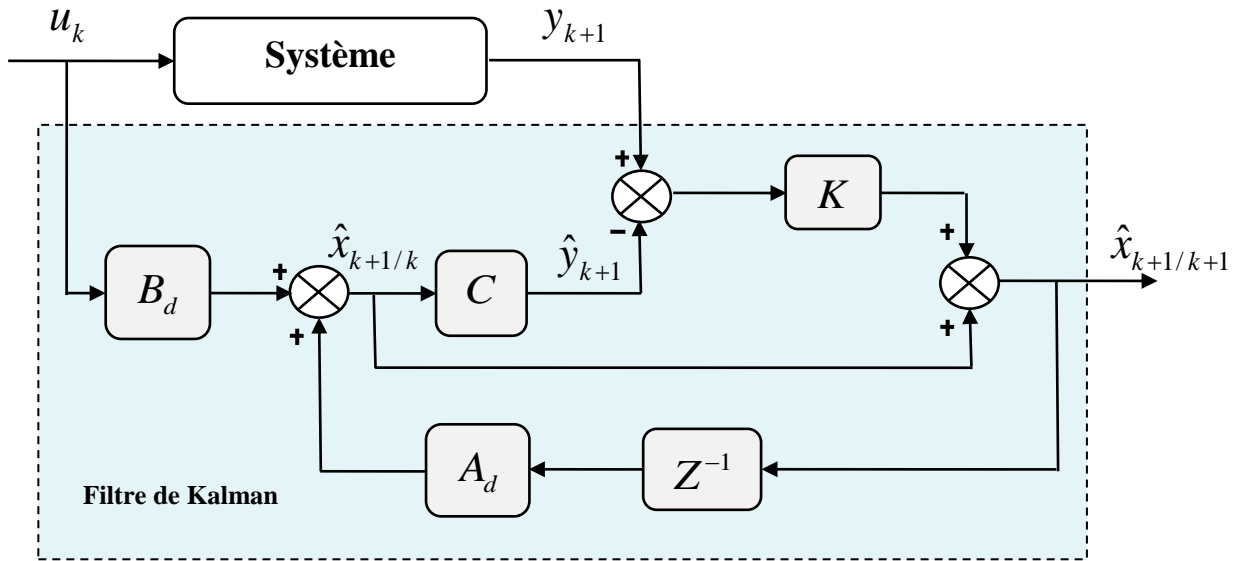


Figure 2.2 Schéma bloc d'un filtre de Kalman standard discret [55]

Le filtre de Kalman est un estimateur récursif. Cela signifie que pour estimer l'état courant, seule l'estimation de l'état précédent et les mesures actuelles sont nécessaires. Ceci est une propriété très importante qui rend l'implémentation du filtre très pratique.

II.4.1. Equations du filtre de Kalman standard

Différentes formulations des équations du filtre de Kalman peuvent être recensées. Dans ce qui suit, nous allons considérer le cas général d'un système linéaire stochastique discret, multi-entrées, multi-sorties, non stationnaire, décrit par les relations récursives suivantes [46,54]:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k + w_k \\ y_{k+1} = C x_{k+1} + v_k \end{cases} \quad (2.1)$$

Les bruits d'état et de mesure w_k et v_k sont supposés centrés, blancs et indépendants. Ils sont caractérisés par des matrices de covariance Q et R qui décrivent leurs propriétés statistiques respectives. Ils sont censés avoir les propriétés statistiques suivantes [54][55]:

- Esperance mathématique (moyenne) nulle :

$$E[w_i] = 0 \text{ et } E[v_j] = 0 \quad \forall i, j \quad (2.2)$$

- Auto-corrélation : Les matrices de covariance des bruits d'état et de mesure sont définies respectivement par :

$$Q = Cov(w) = E[w_k w_k^T] \quad (2.3)$$

$$R = Cov(v) = E[v_k v_k^T]$$

- Absence de corrélation entre les bruits :

$$E[v_i w_j^T] = 0 \quad \forall i, j, \quad E[w_i w_j^T] = 0 \quad \text{et} \quad E[v_i v_j^T] = 0 \quad \forall i \neq j \quad (2.4)$$

- Absence de corrélation entre les bruits et l'état initial :

$$E[x_0 w^T] = 0 \quad \text{et} \quad E[x_0 v^T] = 0 \quad (2.5)$$

- En plus, nous supposons que l'état initial x_0 vérifie les conditions suivantes :

$$E[x_0] = \hat{x}_{0/0} \quad (2.6)$$

$$E[(x_0 - \hat{x}_{0/0})(x_0 - \hat{x}_{0/0})^T] = P_{0/0} \quad (2.7)$$

Sous ces hypothèses, le filtre de Kalman est un observateur d'état optimal pour la minimisation de la variance de l'erreur d'estimation. La détermination des matrices de covariance Q et R est délicate mais nécessaire pour la bonne convergence du filtre de Kalman [54,49]. Nous détaillerons ce point dans la suite de ce chapitre.

Comme le montre la figure (2.7), la tâche principale du filtre de Kalman consiste à estimer le vecteur d'état $\hat{x}_{k+1/k+1}$ du système en minimisant les effets des bruits w et v .

Soit x_k l'état exact du système et $\hat{x}_{k/k}$ son estimation à l'instant k . On définit l'erreur d'estimation à l'instant k par :

$$e_k = x_k - \hat{x}_{k/k} \quad (2.8)$$

Et la variance de l'erreur d'estimation par :

$$P_{k/k} = E\{e_k e_k^T\} = E\{(x_k - \hat{x}_{k/k})(x_k - \hat{x}_{k/k})^T\} \quad (2.9)$$

On se propose de déterminer $\hat{x}_{k+1/k+1}$ en minimisant la variance de l'erreur d'estimation.

Alors, après la phase d'initialisation où le vecteur d'état $x_{0/0}$ et la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $P_{0/0}$ sont définis, la procédure d'estimation par le filtre de Kalman se décompose en deux étapes (l'étape de prédiction et l'étape de correction) qui sont exécutées à chaque période d'échantillonnage T (voir figure 2.3).

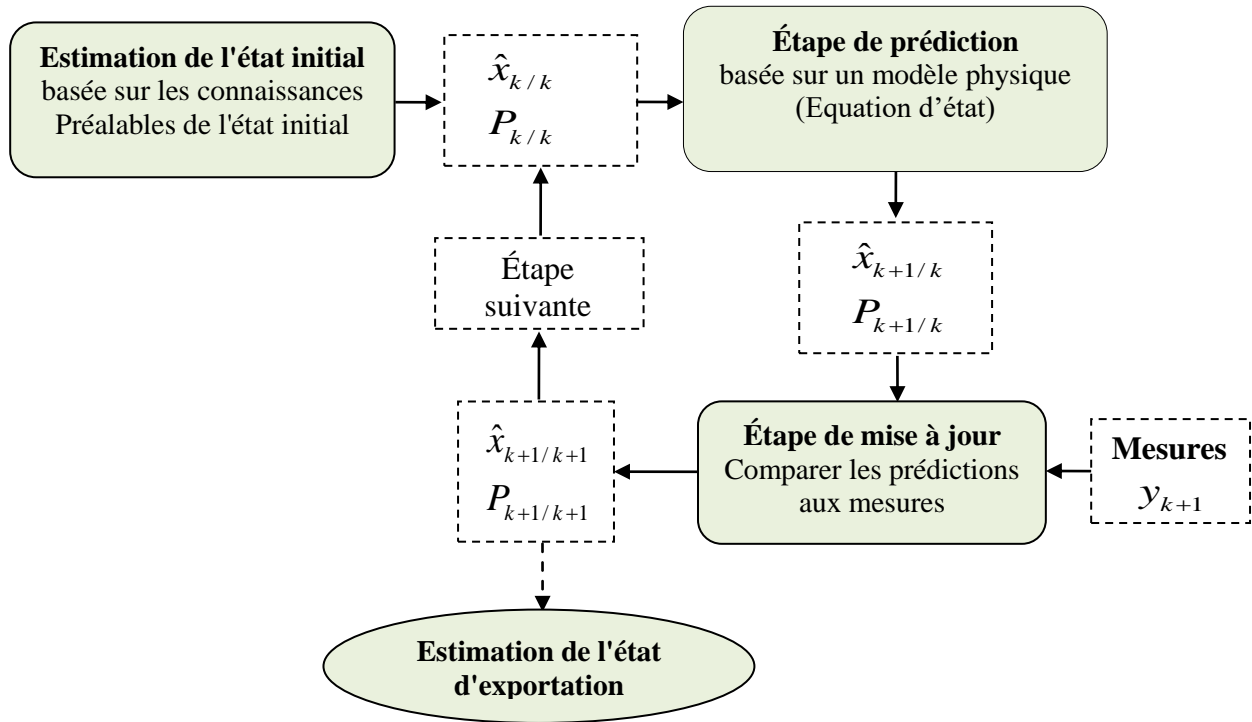


Figure 2.3 Schéma de structure du filtre de Kalman [52]

Phase de prédiction :

A partir de l'information $\hat{x}_{k/k}$ disponible à l'instant k on peut en déduire la meilleure estimation de x_{k+1} qui égale à :

$$\hat{x}_{k+1/k} = A_d \hat{x}_{k/k} + B_d u_k \quad (2.10)$$

On cherche à déterminer sa variance :

$$P_{k+1/k} = E \left\{ (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k})^T \right\} \quad (2.11)$$

Pour dériver les équations du filtre de Kalman, nous commençons par trouver une équation qui permet de calculer l'état estimé a posteriori $\hat{x}_{k+1/k+1}$ comme combinaison linéaire de l'estimé a priori $\hat{x}_{k+1/k}$, et une différence pondérée entre la mesure réelle y_{k+1} et la mesure de prédiction $\hat{x}_{k+1/k}$ comme le montre l'équation (2.12) :

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} [y_{k+1} - C \hat{x}_{k+1/k}] \quad (2.12)$$

La différence $[y_{k+1} - C \hat{x}_{k+1/k}]$ est appelée l'innovation de mesure ou résiduel [46].

L'innovation reflète l'anomalie entre la prédiction de mesure $C \hat{x}_{k+1/k}$ et la mesure réelle y_{k+1} .

Innovation nulle veut dire que les deux mesures sont en parfaite égalité.

Nous pouvons alors définir les erreurs d'estimation à priori et à posteriori, respectivement

comme suit :

$$e_{k+1/k} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k} \quad (2.13)$$

$$e_{k+1/k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k+1} \quad (2.14)$$

La covariance de l'erreur d'estimation à priori est alors :

$$P_{k+1/k} = E \left\{ (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k})^T \right\} = E \left\{ e_{k+1/k} e_{k+1/k}^T \right\} \quad (2.15)$$

Et la covariance de l'erreur d'estimation à postérieure est alors :

$$P_{k+1/k+1} = E \left\{ (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k+1})^T \right\} = E \left\{ e_{k+1/k+1} e_{k+1/k+1}^T \right\} \quad (2.16)$$

La matrice K_{k+1} dans l'équation (2.12) est appelée gain de Kalman, et elle est choisie de telle sorte que la covariance d'erreur à posteriori dans l'équation (2.17) soit minimisée. Cette minimisation sera présentée dans les paragraphes qui suivent :

Pour trouver une relation récurrente entre $P_{k+1/k}$ et $P_{k/k}$ nous avons

$$P_{k+1/k} = E \left\{ (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k})^T \right\} \quad (2.17)$$

Des équations (2.1) et (2.10) nous obtenons

$$x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k} = A.(x_{k+1} - \hat{x}_{k/k}) + w_k \quad (2.18)$$

En substituant l'équation (2.17) dans (2.18) on obtient

$$P_{k+1/k} = AP_{k/k}A^T + Q \quad (2.19)$$

Nous avons aussi :

$$P_{k+1/k+1} = E \left\{ (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k+1})^T \right\} \quad (2.20)$$

✚ Phase de correction :

A partir des équations (2.1) et (2.10) nous trouvons

$$x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1}C)(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1/k}) - K_{k+1}v_{k+1} \quad (2.21)$$

Le gain K_{k+1} est choisi de telle sorte à minimiser la covariance d'erreur d'estimation a posteriori. On montre que cela revient à minimiser la trace de $P_{k+1/k+1} = E \left\{ e_{k+1} e_{k+1}^T \right\}$.

Après calcul, on obtient:

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1}C)P_{k+1/k} (I - K_{k+1}C)^T + K_{k+1}RK_{k+1}^T \quad (2.22)$$

La valeur de K_{k+1} qui minimise la trace de $P_{k+1/k+1}$ est donnée par :

$$\frac{\partial \text{Trace}(P_{k+1/k+1})}{\partial K_{k+1}} = 0 \quad \text{est donnée par :}$$

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} C^T (C P_{k+1/k} C^T + R)^{-1} \quad (2.23)$$

En remplaçant l'équation (2.23) dans (2.22) nous obtenons la matrice de covariance de l'erreur d'estimation suivante :

$$P_{k+1/k+1} = P_{k+1/k} - K_{k+1} C P_{k+1/k} \quad (2.24)$$

Finalement, les formules (2.10), (2.12), (2.19), (2.23) et (2.24) représentent l'ensemble des équations caractéristiques du filtre de Kalman standard discret. Le filtre est initialisé alors par la variance des bruits d'état et de mesure, par l'état initial estimé ainsi que la matrice de covariance de l'erreur d'estimation associée.

La présente version du filtre de Kalman fournit l'estimé optimal de l'état ainsi que la variance de l'erreur d'estimation [54].

II.4.2. Algorithme du filtre de Kalman standard

Les équations qui décrivent le fonctionnement du filtre de Kalman standard, telles qu'elles ont été présentées précédemment, peuvent être organisées pour aboutir à la formulation de l'algorithme du filtre de Kalman standard donné ci-dessous :

Algorithme du Filtre de Kalman standard (KF)

Initialisation pour k=0 :

$$\hat{x}_{0/0} = E[x_0],$$

$$P_{0/0} = E[(x_0 - \hat{x}_{0/0})(x_0 - \hat{x}_{0/0})^T],$$

$$Q = Cov(w) = E[(w_k - \bar{w})(w_k - \bar{w})^T] = E[w_k w_k^T],$$

$$R = Cov(v) = E[(v_k - \bar{v})(v_k - \bar{v})^T] = E[v_k v_k^T].$$

Pour k = 1, 2, ... faire

Projection en avant :

$$\hat{x}_{k+1/k} = A_d \hat{x}_{k/k} + B_d u_k$$

$$P_{k+1/k} = A_d P_{k/k} A_d^T + Q$$

Calcul du gain de Kalman :

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} C^T (C P_{k+1/k} C^T + R)^{-1}$$

Mise à jour de l'état estimé :

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} [y_{k+1} - C \hat{x}_{k+1/k}]$$

Mise à jour de la covariance d'erreur :

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} C) P_{k+1/k}$$

Fin pour

II.4.3. Limitations du filtre de Kalman standard

Le filtre de Kalman standard est optimal dans le sens des erreurs quadratiques moyennes minimales et de l'estimation de vraisemblance maximale, à condition que le modèle du système soit linéaire et connu avec précision a priori et que les bruits de processus et de mesure soient de moyenne nulle, complètement indépendants et conjointement gaussiens avec des matrices de covariance connues. Cependant, dans la pratique, ces exigences peuvent rarement être entièrement satisfaites pour les raisons suivantes [50] :

- Les systèmes pratiques sont généralement non linéaires bien que beaucoup d'entre eux puissent être approximés par des systèmes linéaires.
- Le filtre de Kalman standard exige que les bruits de processus et de mesure soient des bruits aléatoires de moyenne nulle. Cependant, dans certaines applications, le bruit peut être biaisé et sa moyenne ou espérance mathématique peut être inconnue.
- En générale, la matrice de covariance des bruits de processus et de mesure n'est souvent pas connue à l'avance. Ainsi, pour appliquer le filtre de Kalman classique, il est nécessaire de dériver d'abord les propriétés statistiques de ces bruits, généralement obtenues à partir d'expériences pratiques approfondies.
- En pratique, la distribution de probabilité des bruits d'état et de mesure peut ne pas être une distribution normale (i.e. non gaussien), ce qui entraîne souvent la dégradation des performances du filtre de Kalman standard.

Pour surmonter ces problèmes pratiques dans une certaine mesure, certaines extensions ou variantes du filtre de Kalman standard ont été proposées dans la littérature à savoir : le filtre de Kalman étendu (EKF) et le filtre de Kalman non parfumé (UKF)...etc.

II.5. Filtre de Kalman Étendu

Le filtre du Kalman étendu (EKF) est une autre variante du filtre du Kalman conventionnel, qui a été développé spécifiquement pour les systèmes ayant des modèles dynamiques non linéaires. Son principe consiste à linéariser le modèle du système étudié autour de sa moyenne et de sa covariance actuelles par la méthode d'approximations de Taylor. L'extension la plus simple est obtenue par développement au premier ordre (autour de l'estimée précédente pour l'équation d'état et de la prédiction pour l'équation de mesure) [56][57].

Pour un système non linéaire stochastique discret ayant un vecteur d'état x_k et un

vecteur d'observation y_k , le modèle dynamique peut être formulé comme suit.

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k, w_k), \\ y_{k+1} = h(x_k, v_k) \end{cases} \quad (2.25)$$

Où $f(\cdot)$ est la fonction non linéaire de x_k , $h(\cdot)$ est la fonction non linéaire reliant l'état x_k et la mesure y_k , u_k est le vecteur d'entrée, v_k et w_k représentent les bruits du système et de la mesure avec des matrices de covariance Q et R , respectivement [57].

Les états du système non linéaire peuvent être obtenus en linéarisant les équations (2.25) autour des estimations \hat{x}_k , $\hat{w}_k = 0$ et $\hat{v}_k = 0$ comme suit :

$$\begin{cases} x_{k+1} \approx f(\hat{x}_k, 0) + F_k(x_k - \hat{x}_k) + B_k(u_k - \hat{u}_k) + W_k(w_k - 0) \\ y_{k+1} \approx h(\hat{x}_k, 0) + H_k(x_k - \hat{x}_k) + V_k(v_k - 0) \end{cases} \quad (2.26)$$

Où : F_k est la matrice Jacobienne de f par rapport à \hat{x}_k :

$$F_k = \left. \frac{\partial f(x, u_k, 0)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \quad (2.27)$$

- B_k est la matrice Jacobienne de f par rapport à \hat{u}_k :

$$B_k = \left. \frac{\partial f(x, u_k, 0)}{\partial u} \right|_{u=\hat{u}_k} \quad (2.28)$$

- W_k est la matrice Jacobienne f par rapport à $\hat{w}_k = 0$:

$$W_k = \left. \frac{\partial f(\hat{x}_k, w)}{\partial w} \right|_{w=\hat{w}_k=0} \quad (2.29)$$

- H_k est la matrice Jacobienne h par rapport à \hat{x}_k :

$$H_k = \left. \frac{\partial h(x, 0)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \quad (2.30)$$

- V_k est la matrice Jacobienne de h par rapport à $\hat{v}_k = 0$:

$$V_k = \left. \frac{\partial h(\hat{x}_k, v)}{\partial v} \right|_{v=\hat{v}_k=0} \quad (2.31)$$

II.5.1. Algorithme du filtre de Kalman étendu

Le processus d'application du filtre EKF au système décrit par les équations (2.25) consiste à suivre les étapes successives suivantes : prédiction de l'état futur en utilisant les informations antérieures, puis correction de cette prédiction en tenant compte des mesures récentes pour obtenir une estimation plus précise de l'état actuel du système.

Algorithme du Filtre de Kalman Etendu (EKF)

Initialisation pour k=0 :

$$\hat{x}_0 = E[x_0]$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$$

$$Q_0 = E[(w - \bar{w})(w - \bar{w})^T]$$

$$R_0 = E[(v - \bar{v})(v - \bar{v})^T]$$

Pour k = 1, 2, ... Faire

Phase de prédiction:

a) Calculez les Jacobiennes du modèle de processus :

$$F_k = \nabla_x f(x_k, u_k, 0)_{x=\hat{x}_k}$$

$$W_k = \nabla_w f(\hat{x}_k, u_k, 0)_{w=\hat{w}_k=0}$$

b) Calculer la moyenne et la covariance de l'état prédit (time update) :

$$\hat{x}_{k+1/k} = f(\hat{x}_{k/k}, u_k)$$

$$P_{k+1/k} = F_k P_{k/k} F_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T$$

Phase de correction:

Calculer les Jacobiennes du modèle d'observation :

$$H_k = \nabla_x h(x, u_k, 0)_{x=\hat{x}_k}$$

$$V_k = \nabla_v h(\hat{x}_k, u_k, 0)_{v=\hat{v}_k}$$

Mettre à jour les estimations avec les dernières observations (mises à jour des mesures)

$$K_k = P_{k+1/k} H_k C^T (H_k P_{k+1/k} H_k^T + V_k R V_k^T)^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_k (y_k - h(\hat{x}_{k+1/k}, 0))$$

$$P_{k+1/k+1} = P_{k+1/k} - K_k H_k P_{k+1/k}$$

Fin pour

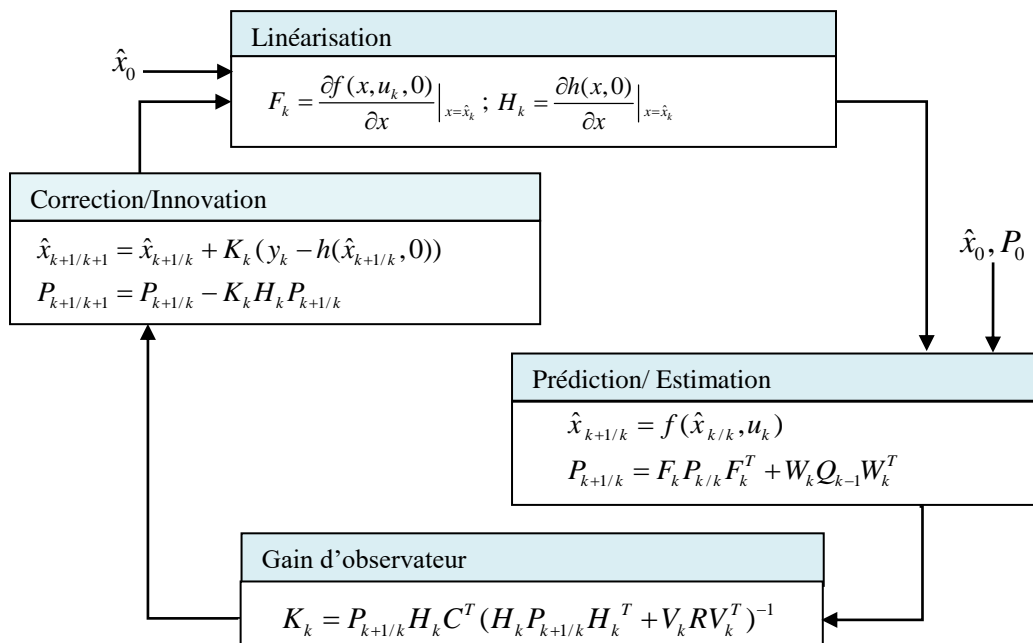


Figure 2.6 Schéma structurel de l'algorithme du Filtre de Kalman étendu discret

II.6. Filtre de Kalman non parfumé (UKF)

Le filtre de Kalman non parfumé (UKF) est un filtre non linéaire proposé pour la première fois (1995) par Simon Julier et Jeffrey Uhlmann [58][59][60]. Contrairement à l'EKF, qui est basé sur la linéarisation de la fonction non linéaire à l'aide d'approximations de Taylor, l'algorithme UKF est basé sur la transformation non parfumée (UT), en éliminant le besoin de calculer les Jacobiennes à chaque étape au point de fonctionnement (figure 2.4).

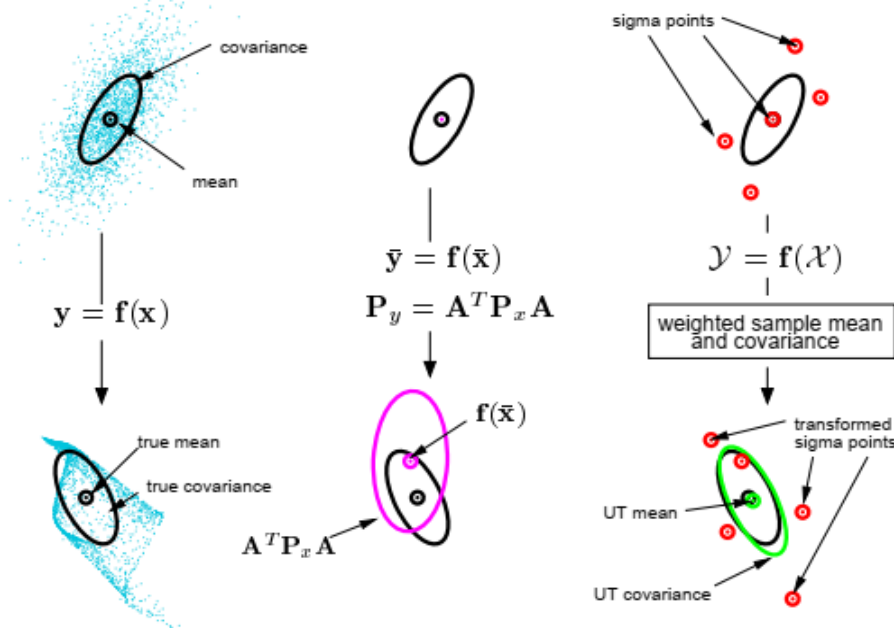


Figure 2.4. Exemple de transformation non parfumée (UT) pour la propagation de la moyenne et de la covariance [61]

a) actuelle, b) linéarisation d'ordre un (EKF), c) UT (UKF)

II.6.1. Transformation non parfumée

Comme le montre la figure 2.5 ci-dessous, l'idée de base de la transformation (UT) est d'abord de représenter approximativement une variable aléatoire par un ensemble de points sigma (points bleus), générés en fonction de la moyenne initiale (étoile rouge) et de la covariance (ellipse rouge), et puis les projetés via la fonction non linéaire pour générer un ensemble de nouveaux points sigma (à droite). Ces nouveaux points sigma sont ensuite utilisés pour calculer la nouvelle moyenne (étoile verte) et la covariance (ellipse verte) [52].

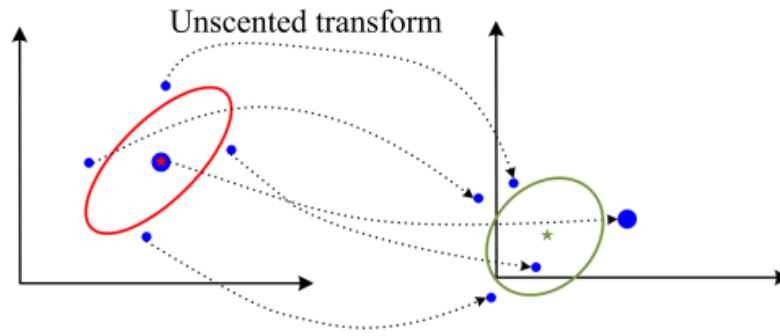


Figure 2.5 Schéma de la transformation non parfumée [62]

Pour expliquer comment la transformation sans parfum (UT) suit les statistiques d'une variable aléatoire qui ait propagée à travers une fonction non linéaire, nous considérons une variable aléatoire $x \in R^n$ et une fonction non linéaire $y = g(x)$. On suppose que la moyenne et la covariance de x sont \bar{x} et P_x (connues), respectivement [62][63][64]. Tout d'abord, un ensemble de points sigma $\{x^i, i=0,1,\dots,2n\}$ peuvent être générés de manière déterministe, de sorte qu'ils capturent la moyenne et la variance. Une procédure de sélection est la suivante :

$$x^0 = \bar{x} \quad (2.32)$$

$$x^i = \bar{x} + \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_x} \right]_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.33)$$

$$x^{i+n} = \bar{x} - \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_x} \right]_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.34)$$

Où $[\cdot]_i$ représente la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice et la racine carrée de la matrice est définie par $\sqrt{P_x} \sqrt{P_x}^T = P_x$ réalisable par la décomposition de Cholesky. Les points sigma se répartissent dans l'espace autour de \bar{x} . La largeur de propagation dépend de la covariance P_x et du paramètre d'échelle λ , où $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$. En règle générale, α est une petite valeur positive (par exemple, 10^{-3}), et κ est généralement défini sur 0 ou $3 - n$. Ensuite, les points sigma sont propagés à travers la fonction non linéaire $g(\cdot)$ pour générer les points sigma pour la variable transformée y , c'est-à-dire [58] :

$$y^i = g(x^i), i = 0, 1, \dots, 2n.$$

La moyenne et la covariance de y sont alors estimées comme suit :

$$\bar{y} = E[g(x)] \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} y^i \quad (2.35)$$

$$P_y = E\left[(g(x) - \bar{y})(g(x) - \bar{y})^T \right] \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (y^i - \bar{y})(y^i - \bar{y})^T \quad (2.36)$$

Où les poids sont :

$$W_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \tag{2.37}$$

$$W_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \tag{2.38}$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, i = 1, 2, \dots, 2n \tag{2.39}$$

Le paramètre β dans (2.38) peut être utilisé pour inclure des informations a priori sur la distribution de x . Lorsque x est gaussien, $\beta = 2$ est optimal [7][61].

La procédure UT est schématiquement illustrée par la Figure 2.6.

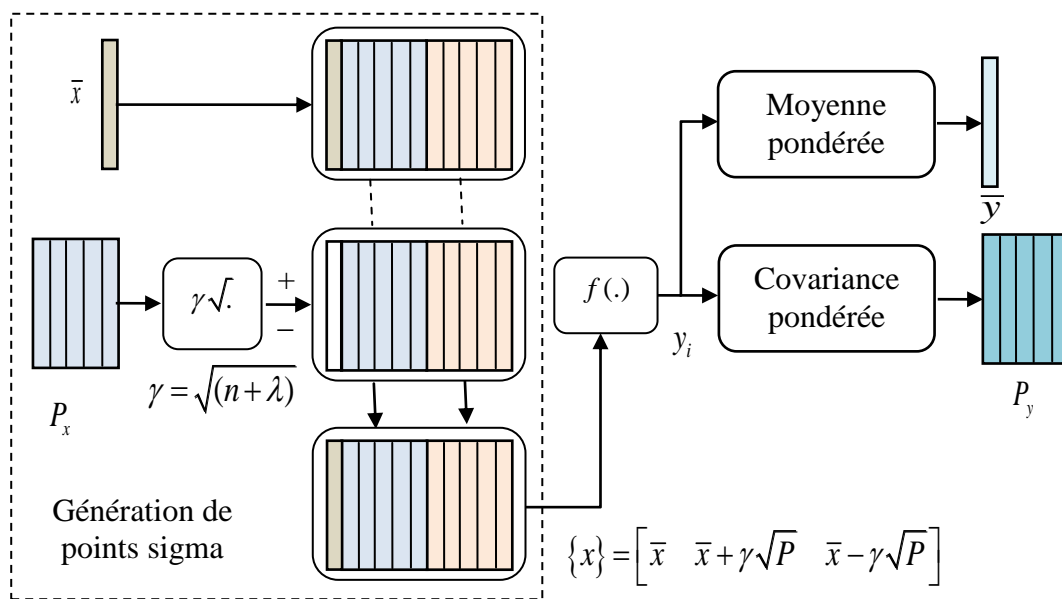


Figure 2.6 Schéma structurel de l'algorithme UT [7]

II.6.2. Mise en équations du Filtre UKF

Le filtre UKF, comme sa forme classique, est basé sur deux étapes: la prédiction et la correction. Pour la formulation générale de l'UKF appliqué au système non linéaire décrit par l'équation (2.25), il est nécessaire d'appliquer UT aux étapes de prédiction et de mise à jour, qui impliquent des transformations d'état non linéaires basées sur f et h , respectivement.

Pour la **prédiction**, supposons que la moyenne et la covariance de x_{k-1} , $\hat{x}_{k-1/k-1}$ et $P_{k-1/k-1}$ soient données.

Pour commencer, les points sigma pour x_{k-1} sont générés comme suit [61][62]:

$$x_{k-1/k-1}^{(0)} = \hat{x}_{k-1/k-1} \quad (2.40)$$

$$x_{k-1/k-1}^{(i)} = \hat{x}_{k-1/k-1} + \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_{k-1/k-1}^x} \right]_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.41)$$

$$x_{k-1/k-1}^{(i+n)} = \hat{x}_{k-1/k-1} - \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_{k-1/k-1}^x} \right]_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.42)$$

Ensuite, ils sont propagés vers l'avant à travers la fonction non linéaire $f(\cdot)$, c'est-à-dire

$$x_{k/k-1}^{(i)} = f\left(\hat{x}_{k-1/k-1}^{(i)}\right), i = 0, 1, \dots, 2n \quad (2.43)$$

Ces nouveaux points sigma sont considérés comme capables de capturer la moyenne et la covariance de $f(x_{k-1})$. Par conséquent, la prédiction de x_k peut être obtenue comme suit :

$$\hat{x}_{k/k-1} = E\left[f(x_{k-1})|Y_{k-1}\right] = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \hat{x}_{k/k-1}^{(i)} \quad (2.44)$$

$$P_{k/k-1}^x = Cov\left[f(x_{k-1})|Y_{k-1}\right] + Q = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k/k-1}\right) \left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k/k-1}\right)^T + Q \quad (2.45)$$

Par analogie, les points sigma pour x_k doivent d'abord être générés afin d'effectuer la mise à jour, qui sont

$$\hat{x}_{k/k-1}^{(0)} = \hat{x}_{k/k-1} \quad (2.46)$$

$$\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} = \hat{x}_{k/k-1} + \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_{k/k-1}^x} \right]_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.47)$$

$$\hat{x}_{k/k-1}^{(i+n)} = \hat{x}_{k/k-1} - \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_{k/k-1}^x} \right]_i, i = n + 1, \dots, 2n \quad (2.48)$$

En les propageant à travers $h(\cdot)$, nous pouvons obtenir les points sigma pour $h(x_k)$, donnés par :

$$\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} = h\left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)}\right), i = 0, 1, \dots, 2n \quad (2.49)$$

La moyenne et la covariance prévues de y_k et la covariance croisée entre x_k et y_k sont les suivantes :

$$\hat{y}_{k/k-1} = E\left[y_k | Y_{k-1}\right] = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \hat{y}_{k/k-1}^{(i)} \quad (2.50)$$

$$P_{k/k-1}^y = Cov\left[h(x_k)|Y_{k-1}\right] + R = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left(\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1}\right) \left(\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1}\right)^T + R \quad (2.51)$$

$$P_{k/k-1}^{xy} = Cov\left[x_k, h(x_k)|Y_{k-1}\right] = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k/k-1}\right) \left(\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1}\right)^T \quad (2.52)$$

Les équations ci-dessus (2.51) et (2.52), peuvent être exploitées pour permettre la projection de l'estimation prédite $\hat{x}_{k/k-1}$ vers l'estimation mise à jour $\hat{x}_{k/k}$.

$$K_k = P_{k/k-1}^{xy} \left(P_{k/k-1}^y \right)^{-1} \quad (2.53)$$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left(y_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1} \right) \quad (2.54)$$

$$P_{k/k}^x = P_{k/k-1}^x - P_{k/k-1}^{xy} \left(P_{k/k-1}^y \right)^{-1} \left(P_{k/k-1}^{xy} \right)^T = P_{k/k-1}^x - K_k \left(P_{k/k-1}^{xy} \right)^T \quad (2.55)$$

Où Q et R sont respectivement les covariances du bruit de processus et du bruit de mesure, toutes deux supposées être connues a priori.

En résumant les équations ci-dessus, on aboutit au Filtre UKF schématisé par la Figure 2.7.

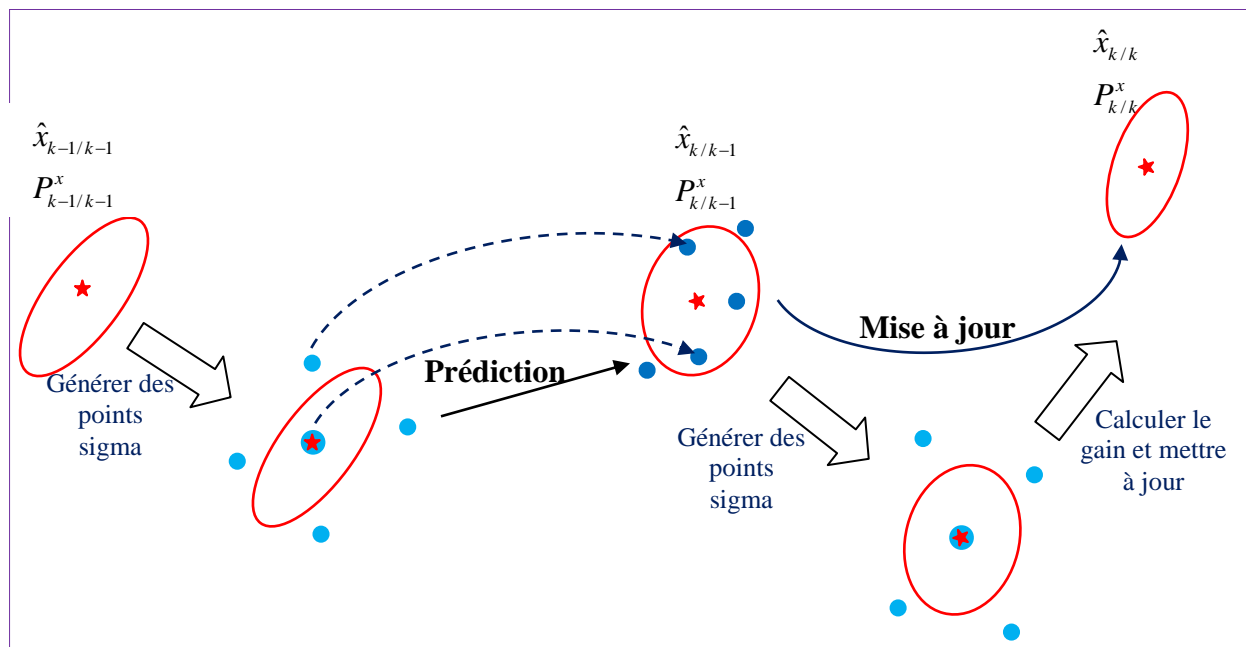


Figure. 2.7 Etapes de fonctionnement du filtre UKF [52]

Dans cette illustration, on peut observer qu'après la mise à jour de prédiction, l'UKF suit la moyenne et la covariance de l'état x_k en utilisant des points sigma sélectionnés de manière déterministe. Une estimation d'état est représentée graphiquement par une moyenne en étoile rouge entourée d'une ellipse de covariance, et les points sigma sont colorés en points bleus [52].

II.6.3. Algorithme du Filtre UKF

L'algorithme du filtre UKF combine les étapes du filtre de Kalman traditionnel avec la génération et la propagation de points sigma à travers le modèle non linéaire pour capturer les caractéristiques non linéaires du système. Cela permet d'obtenir une estimation plus précise de

l'état du système par rapport aux méthodes linéaires traditionnelles.

Les étapes principales de l'algorithme du filtre UKF peuvent être résumées ainsi [61][63][65][66][67]:

Algorithme du Filtre UKF

Entrées: u, y, Q, R, f, h

Sorties : x, P

Initialisation :

$$\hat{x}_0 = E[x_0]$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$$

Pour $k = 1, 2, \dots$ **faire**

Prédiction:

$$x_{k-1/k-1}^{(i)} = \left[\hat{x}_{k-1/k-1} \quad \hat{x}_{k-1/k-1} \pm \sqrt{n + \lambda} \left[\sqrt{P_{k-1/k-1}^x} \right] \right], i = 1, 2, \dots, n \quad \gg \text{Calculer les points sigma}$$

$$x_{k/k-1}^{(i)} = f\left(\hat{x}_{k-1/k-1}^{(i)}\right), i = 0, 1, \dots, 2n \quad \gg \text{Propagation des points sigma}$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \hat{x}_{k/k-1}^{(i)} \quad \gg \text{Prédiction les états suivants}$$

$$P_{k/k-1}^x = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k/k-1} \right) \left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k/k-1} \right)^T + Q \quad \gg \text{Prédiction de la covariance}$$

$$\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} = h\left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)}\right), i = 0, 1, \dots, 2n \quad \gg \text{Propager les points sigma transformés}$$

$$\hat{y}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \hat{y}_{k/k-1}^{(i)} \quad \gg \text{Mesure prévue}$$

$$P_{k/k-1}^y = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left(\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1} \right) \left(\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1} \right)^T + R \quad \gg \text{Prédire la covariance de mesure}$$

$$P_{k/k-1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left(\hat{x}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k/k-1} \right) \left(\hat{y}_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1} \right)^T \quad \gg \text{Matrice de corrélation croisée}$$

Mise à jour (Correction):

$$K_k = P_{k/k-1}^{xy} \left(P_{k/k-1}^y \right)^{-1} \quad \gg \text{Gain de Kalman}$$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k \left(y_{k/k-1}^{(i)} - \hat{y}_{k/k-1} \right) \quad \gg \text{Corriger l'état}$$

$$P_{k/k}^x = P_{k/k-1}^x - K_k P_{k/k-1}^y K_k^T \quad \gg \text{Corriger la covariance}$$

Fin pour

II.6.4. Problème d'ajustement de paramètres des filtres EKF et UKF

Plusieurs auteurs [64][68][69][70] ont confirmé que pour avoir une bonne qualité

de l'estimation d'état des systèmes non linéaires, certains paramètres des filtres EKF et UKF, doivent être ajustés convenablement. En effet, six paramètres doivent être sélectionnés dans le cadre du filtre UKF, comprenant l'état initial x_0 , la covariance d'erreur initiale P_0 , la covariance du bruit de processus Q , la covariance du bruit de mesure R , ainsi que les paramètres de la transformation non parfumée (UT) à savoir α et β . Cependant, les valeurs de x_0 et P_0 ont généralement une influence asymptotiquement négligeable sur les résultats d'estimation, aussi bien pour l'EKF que l'UKF. De plus, les valeurs de α et β n'affectent que les termes d'ordre supérieur de l'estimation non linéaire et ont peu de relation avec la précision ou la stabilité de l'UKF [61][64].

Ainsi, les matrices de covariance Q et R sont les seuls paramètres possibles que les techniques d'optimisation pourraient mettre à jour pour améliorer la qualité d'estimation. En effet, la sélection de Q et R a une influence significative sur les performances du filtre UKF [71][72].

C'est similaire à ce qui se passe avec le filtre de Kalman étendu (EKF) appliqué à un système non linéaire. Le filtre (UKF) subit une dégradation des performances voire même une perte de stabilité si les connaissances a priori de Q et R , ne correspondent pas aux valeurs appropriées. Habituellement, les éléments des matrices Q et R sont obtenus par des essais expérimentaux (essais-erreurs), jusqu'à ce qu'ils atteignent le comportement transitoire et le régime permanent souhaités de l'estimation d'état [64][68].

Il est à noter que si Q et/ou R sont trop petits au début du processus d'estimation, l'intervalle d'incertitude autour de la valeur estimée pourrait probablement se resserrer et une solution biaisée pourrait apparaître. D'autre part, des valeurs de Q et/ou R trop grandes pourraient probablement entraîner une divergence du filtre de Kalman [68][73].

Dans les références [64][68][74], l'influence des paramètres Q et R sur les performances de l'estimation a été étudiée et vérifiée par des essais en simulation, où nous constatons qu'en augmentant R , la réponse du filtre EKF devient lente ce qui donne une faible erreur d'estimation, par contre, la diminution de R accélère la convergence du filtre ce qui donne une grande erreur d'estimation. Ces dernière constatation ont confirmé que les paramètres Q et R doivent être réglés d'une manière optimale. Pour surmonter ce problème, des approches d'optimisation basées sur des techniques intelligentes et évolutionnaires telles que : AG, PSO et BBO ont été introduites dans le chapitre suivant.

II.7. Conclusion

En conclusion, les trois variantes du filtre de Kalman évoquées dans ce chapitre, à savoir le filtre de Kalman standard, le filtre de Kalman étendu (EKF) et le filtre de Kalman non parfumé (UKF), offrent des approches adaptatives et puissantes pour l'estimation d'état des systèmes dynamiques complexes. Le filtre de Kalman classique constitue une base solide pour l'estimation linéaire et est particulièrement efficace lorsque les modèles sont bien caractérisés et que les incertitudes sont relativement faibles. En revanche, le filtre de Kalman étendu (EKF), étale la capacité du filtre de Kalman classique à des systèmes non linéaires en utilisant une linéarisation locale. Bien que moins précis dans des environnements hautement non linéaires, l'EKF demeure une option solide pour les systèmes modérément non linéaires. Enfin, le filtre de Kalman non parfumé (UKF) est excellent dans la gestion de non-linéarités intenses et d'incertitudes importantes.

En effet, chaque variante présente ses avantages et ses limitations, et le choix entre elles dépendra des caractéristiques spécifiques du système et des objectifs d'estimation.

Chapitre .III. Méthodes intelligentes pour l'optimisation des estimateurs stochastiques

III.1. Introduction

L'optimisation des estimateurs stochastiques est un domaine de recherche crucial dans de nombreuses disciplines scientifiques, allant de la finance à la biologie en passant par la physique. Les estimateurs stochastiques sont des outils statistiques utilisés pour estimer les états ou les paramètres d'un modèle à partir de données bruitées ou incomplètes [52][75]. Les méthodes traditionnelles d'optimisation ont des limites en termes de vitesse de convergence et de précision. En revanche, les méthodes intelligentes, telles que les algorithmes génétiques (GAs), l'optimisation par essaim particulaire (PSO) et l'optimisation basée sur la biogéographie "Biogeography-Based Optimization" (BBO) peuvent aider à surmonter ces limites en utilisant des approches d'optimisation plus avancées et plus efficaces.

Dans ce chapitre, nous allons étudier comment les méthodes intelligentes peuvent améliorer l'optimisation des estimateurs stochastiques et leur performance, en particulier en ce qui concerne les deux variantes de Kalman présentées dans le chapitre précédent : l'EKF et l'UKF.

III.2. Présentation des méthodes d'optimisation intelligentes

Les problèmes d'optimisation sont souvent caractérisés par un grand nombre de solutions non optimales, ce qui rend difficile la recherche de la meilleure solution. En pratique, l'objectif n'est pas nécessairement de trouver l'optimum absolu, mais plutôt d'obtenir une solution satisfaisante tout en s'assurant qu'il n'y a pas de solution notablement meilleure. Afin d'atteindre cet objectif en un temps de calcul raisonnable, il est nécessaire d'utiliser des méthodes d'optimisations dites "intelligentes" [76][77][78].

Un grand nombre de méthodes d'optimisation, produisent des solutions proches de l'optimum, ont été développées pour les problèmes d'optimisation combinatoire difficiles. La plupart d'entre elles sont conçues spécifiquement pour un type de problème donné. D'autres, sont capables de s'adapter à différents types de problèmes, combinatoires ou même continus et permettent la résolution de problèmes pour lesquels il est difficile de trouver un optimum global ou de bons optimums locaux par des méthodes plus classiques [77][79][80].

Cependant, les méthodes d'optimisation peuvent être classées en plusieurs catégories, en fonction de leur principe de fonctionnement et de leur complexité. Sur la figure 3.1, on présente une classification générale des principales méthodes d'optimisation [76]:

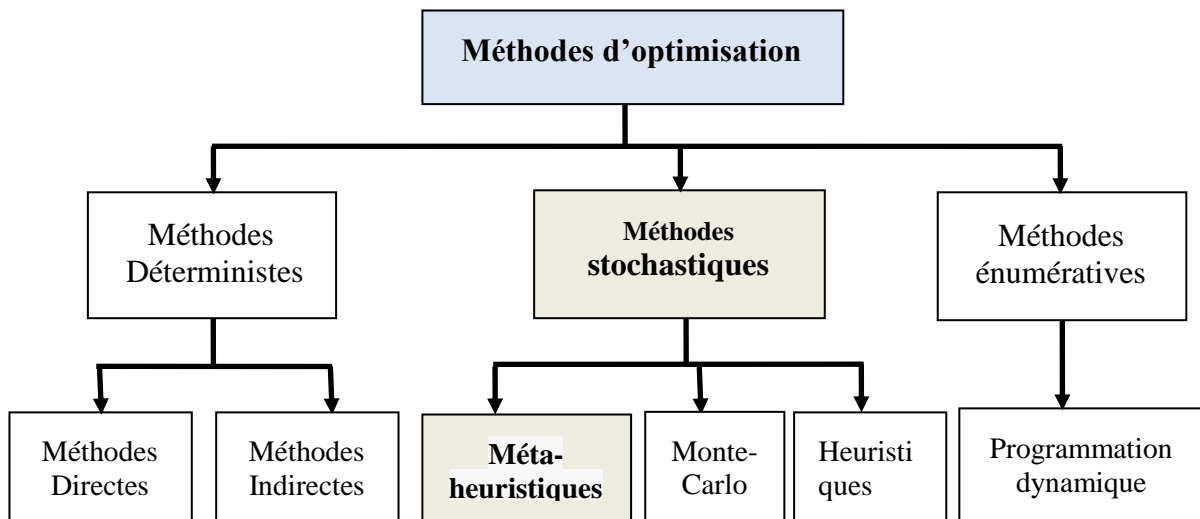


Figure 3.1. Classification globale des méthodes d'optimisation

Selon les références [76][81][82], les métaheuristiques peuvent être classées en solutions uniques et algorithmes avec des populations, comme indiqué dans la Figure 3.2.

Les algorithmes métaheuristiques à base unique, se fondent sur le principe de générer une seule solution à chaque exécution. Cette solution est améliorée en explorant les solutions voisines, grâce à un mécanisme de voisinage. Parmi ces algorithmes on peut citer le recuit simulé (SA) [83], la recherche locale guidée (GLS) [84] et la recherche taboue (TS) [85].

D'un autre côté, les algorithmes métaheuristiques basés sur une population nécessitent la génération d'un ensemble de solutions multiples (population) à chaque exécution. On trouve parmi ces méthodes, les algorithmes évolutionnaires (EA) qui s'inspirent des phénomènes évolutifs dans la nature en utilisant trois opérateurs principaux (à savoir la sélection, la recombinaison et la mutation). Certains algorithmes évolutionnaires bien considérés sont : l'algorithme génétique (GA) [86], la différenciation évolutive (DE) [87], la programmation génétique (GP) [88], et l'optimiseur basé sur la biogéographie (BBO) [89] [90]. La deuxième catégorie comprend les approches d'intelligence de groupe (SI), dans lesquelles la source d'information est les comportements collectifs dans la nature (par exemple, les oiseaux, les fourmis, les abeilles, etc.). Les principaux atouts de ces algorithmes sont leur simplicité, leur flexibilité, leur robustesse, leur extensibilité et leur auto-organisation

[91]. Les deux algorithmes SI les plus populaires sont l'optimisation par essaim de particules (PSO) [92] [93] et l'optimisation par colonies de fourmis (ACO) [94].

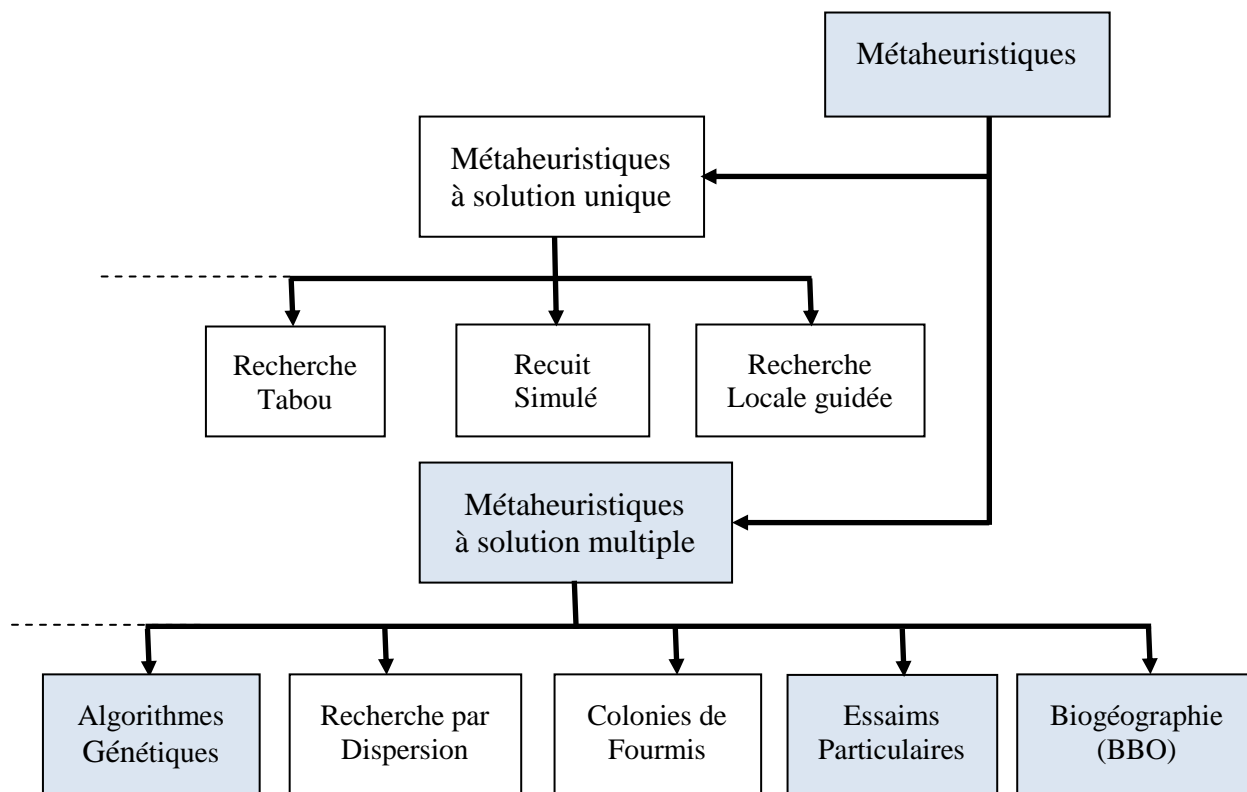


Figure 3.2. Classification des métaheuristiques

Dans le cadre de notre travail, une attention particulière est portée aux techniques stochastiques évolutionnaires les plus couramment utilisées pour l'optimisation de problèmes complexes, à savoir : les algorithmes génétiques (AG), l'optimisation par essaim de particules (PSO) et l'optimisation basée sur la biogéographie (BBO).

III.2.1. Algorithmes génétiques (GAs)

Les Algorithmes Génétiques (GAs) sont des outils d'optimisation stochastique qui s'inspirent des mécanismes de sélection naturelle et de génétique découverts par Darwin et Mendel. Ils ont été initialement développés en 1975 par John Holland et ses collègues de l'université du Michigan [95]. Ensuite, David Goldberg a formalisé leur application aux problèmes d'optimisation [96][97]. Les GAs utilisent des opérateurs génétiques tels que la sélection, le croisement et la mutation pour générer de nouvelles solutions optimales en se basant sur la population actuelle. Les individus nouvellement créés remplacent l'ancienne population, et ce processus d'évolution se poursuit jusqu'à ce que certains critères de terminaison soient satisfaits [95][98].

III.2.1.1. Principe d'un algorithme génétique

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction définie sur un espace de données. Pour l'utiliser, on doit disposer des concepts de base suivants: [96] [98]:

- **Codage des solutions** : Les solutions candidates sont représentées sous forme de chromosomes ou de gènes, généralement sous la forme de chaînes binaires. Ce codage permet de manipuler les solutions dans le processus d'évolution.
- **Population initiale** : Une population initiale de solutions est créée de manière aléatoire ou basée sur des heuristiques. Cette population forme le premier ensemble de solutions avec lesquelles l'algorithme travaille.
- **Fonction d'évaluation (Fitness)** : Chaque solution dans la population est évaluée à l'aide d'une fonction d'évaluation, également appelée fonction de fitness. Cette fonction mesure la qualité ou l'aptitude d'une solution donnée.
- **Sélection** : Les solutions sont sélectionnées pour la reproduction en fonction de leur fitness. Les solutions de meilleure qualité ont plus de chances d'être sélectionnées, simulant ainsi le principe de sélection naturelle.
- **Opérateurs génétiques** :
 - **Croisement (Crossover)** : des parties des chromosomes de deux solutions parentes sont échangées pour créer de nouvelles solutions, combinant les caractéristiques des parents.
 - **Mutation** : des modifications aléatoires sont apportées aux chromosomes pour introduire de la diversité dans la population et éviter la convergence prématurée vers un optimum local.
 - **Sélection (Survivor Selection)** : les meilleures solutions de la génération actuelle sont choisies pour survivre et former la population de la génération suivante.
- **Paramètres de dimensionnement du problème** : tels que la taille de la population, le nombre total de générations ou critère d'arrêt de l'algorithme, les probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation.
- **Boucle d'évolution** : Les étapes de sélection, croisement, mutation et sélection se répètent pour plusieurs générations, permettant à la population d'évoluer et de converger vers des solutions de meilleure qualité.
- **Critère d'arrêt** : L'algorithme génétique s'arrête lorsque l'une des conditions prédéfinies est atteinte, telles qu'un nombre maximal de générations, une amélioration suffisante de la fitness, ou un temps d'exécution défini.

En utilisant ces concepts, les algorithmes génétiques permettent d'explorer efficacement l'espace des solutions et de trouver des solutions optimales ou proches de l'optimal pour des problèmes d'optimisation complexes.

III.2.1.2. Description détaillée des Opérateurs génétiques

a) Sélection

La procédure de sélection met en œuvre la sélection naturelle ou le principe de la survie du plus apte et sélectionne les bons individus de la population actuelle pour générer la population suivante en fonction de leur aptitude attribuée. Les opérateurs de sélection existants peuvent être largement classés en deux catégories : (1) les schémas proportionnels, tels que sélection à la roulette et sélection universelle stochastique (2) schémas ordinaux tels que la sélection par tournoi et la sélection par troncature [17][98].

b) Croisement

Le croisement, également appelé opérateur de recombinaison, échange des parties de solutions provenant de deux individus ou plus, appelés parents, et combine ces parties pour générer de nouveaux individus, appelés enfants, avec une probabilité de croisement. Il existe de nombreuses façons de mettre en œuvre un opérateur de recombinaison. Les opérateurs de croisement bien connus comprennent le croisement à un point. Lorsque l'on utilise le croisement à un point, un seul point de croisement est choisi au hasard, par exemple, supposons qu'il y ait deux chaînes parentales A1 et A2 telles que [17][98].:

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 \ 1 \ 1 \ 1 \mid 1 \ 1 \\ A_2 &= 0 \ 0 \ 0 \ 0 \mid 0 \ 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Ensuite, le croisement à un point recombinera A1 et A2 et produira deux descendants A-1 et A-2 comme suit :

$$\begin{aligned} A_{-1} &= 1 \ \uparrow \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ A_{-2} &= 0 \ \emptyset \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

c) Mutation

La mutation modifie généralement certaines parties des individus pour former des solutions perturbées. Contrairement au croisement, qui agit sur deux individus ou plus, la mutation agit sur un seul individu. L'un des opérateurs de mutation les plus courants est la mutation bit à bit, dans laquelle chaque bit d'une chaîne binaire est complétementé avec une probabilité de mutation [17]. Par exemple :

$$\begin{aligned} A &= 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ A_{-1} &= 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'implémentation pas à pas des algorithmes génétiques est représentée comme suit :

Début

Générer une population initiale aléatoire

Évaluer la qualité de chaque individu (fonction d'évaluation)

Répéter

Sélectionner les individus pour la reproduction (méthode de sélection)

Appliquer des opérateurs de reproduction (croisement/mutation) pour créer de nouvelles solutions

Évaluer la qualité des nouveaux individus

Jusqu'à ce que (le critère d'arrêt choisi soit atteint)

Afficher le meilleur individu trouvé (solution optimale)

Fin

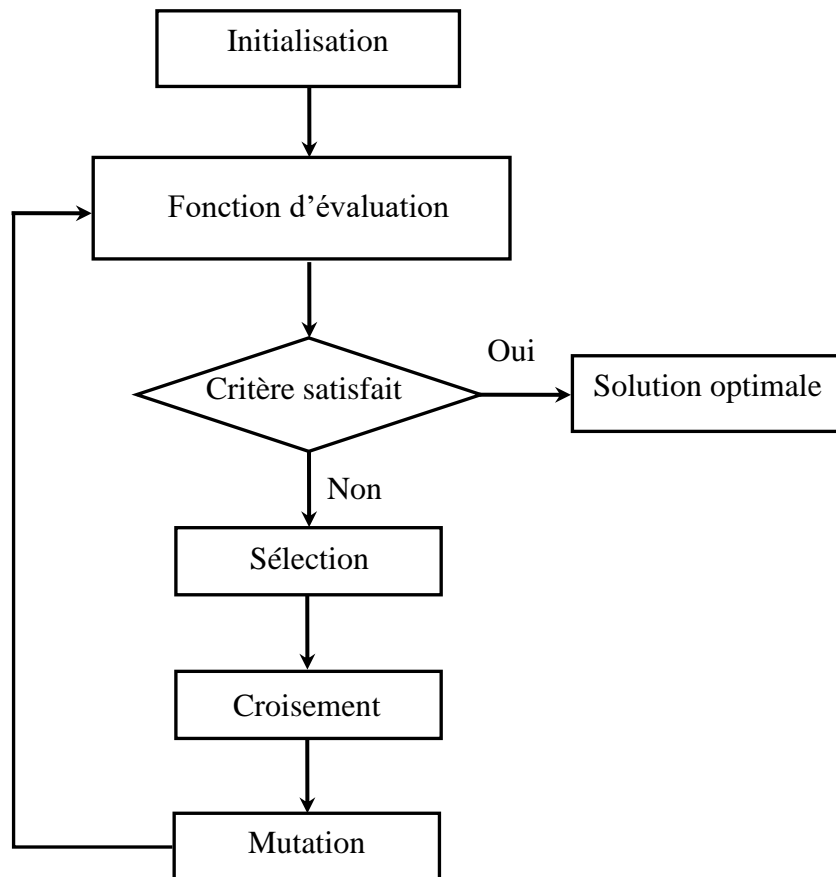


Figure 3.3 : Organigramme des algorithmes génétiques

III.2.2. Optimisation par essaim particulaire (PSO)

Le concept d'essaim de particules a été développé pour simuler un système social simplifié. En effet, les algorithmes d'optimisation par essaim de particules sont des techniques évolutionnaires inspirés des mouvements collectifs observés chez certains animaux sociaux tels que les poissons et les oiseaux migrateurs. Ces algorithmes sont introduits pour la première fois par Russel Eberhart, ingénieur en électricité, et Jim Kennedy, socio-psychologue [79][99]. Leur objectif initial était de représenter graphiquement la chorégraphie élégante et imprévisible du vol des oiseaux. En effet, les oiseaux se déplacent en groupe en suivant une direction commune, puis se dispersent pour éviter les obstacles ou les prédateurs, avant de se regrouper à nouveau. Ces mouvements sont régis par des règles simples, telles que rester proche des autres individus, se déplacer dans la même direction et à la même vitesse. Ces règles permettent aux animaux de se protéger des prédateurs en se dispersant rapidement, puis de se réunir à nouveau tout en maintenant la cohésion du groupe [17][79].

III.2.2.1. Principe de la technique d'optimisation PSO

L'algorithme à essaim de particules repose sur la collaboration des individus, appelés "particules", au sein d'une population connue sous le nom d'"essaim". L'idée fondamentale de cette méthode d'optimisation est que même des individus peu intelligents peuvent générer une organisation globale complexe. Les particules se déplacent dans l'espace des solutions en suivant des règles de déplacement simples. Elles peuvent ainsi converger progressivement vers un optimum local. Chaque particule a une vision locale de son environnement et son comportement est le résultat d'une combinaison d'attractions et de répulsions générées par son environnement immédiat, régies par des règles très simples pour guider son mouvement [17]:

- **Évitement des collisions** : Chaque particule doit éviter de heurter ses voisines.
- **Cohérence du groupe** : Chaque particule a tendance à se rapprocher des vitesses et des directions générales du groupe local, c'est-à-dire des particules voisines.
- **Cohésion du groupe** : Chaque particule cherche à se rapprocher du centre de gravité du groupe local.

Pour expliquer le principe de base de cette méthode, supposons au départ un essaim de particules réparties aléatoirement dans l'espace de recherche, chacune ayant une vitesse aléatoire. À chaque itération, chaque particule [17][79][99] :

- ✓ évalue la qualité de sa position et conserve en mémoire sa meilleure performance.
- ✓ consulte un groupe de ses voisines, obtient leur meilleure performance respective.

- ✓ sélectionne la meilleure performance parmi celles connues, ajuste sa vitesse en fonction de ces informations et effectue un déplacement en conséquence.

III.2.2.2. Mise en équations de l'algorithme d'essaim de particules

En utilisant des règles de déplacement simples dans l'espace des solutions, les particules peuvent progressivement converger vers un minimum global. Selon cet algorithme, à chaque itération, les particules se déplacent en se basant sur trois composantes comme le montre la figure 3.4, à savoir:

- la vitesse actuelle $V_i(t)$,
- la meilleure solution $P_{bi}(t)$
- la meilleure solution obtenue dans son voisinage $P_g(t)$.

Le concept d'optimisation par essaim de particules consiste, à chaque étape, à changer la vitesse de chaque particule vers ses positions " $P_{bi}(t)$ " et " $P_g(t)$ ".

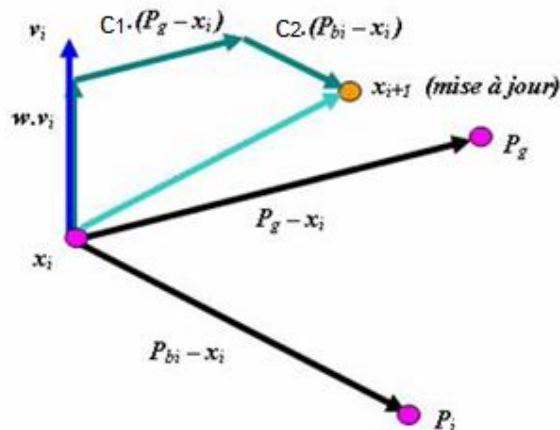


Figure 3.4 Schéma vectoriel de déplacement d'une particule [17]

Les mises à jour des particules sont réalisées selon les équations suivantes :

$$V_i(t+1) = w.V_i(t) + c_1.r_1(t).(P_{bi}(t) - X_i(t)) + c_2.r_2(t).(P_g(t) - X_i(t)) \quad (3.4)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad (3.5)$$

Où $V_i(t+1)$: Position actuelle ;

$X_i(t+1)$: Vitesse actuelle ;

w : Facteur d'inertie. Ce paramètre contrôle l'influence de l'ancienne vitesse sur la vitesse courante, afin de permettre aux particules d'éviter les minima locaux [99][100].

c_1 et c_2 : Les constantes d'accélération régulent les vitesses relatives par rapport aux

meilleures positions locales et globales. 'c1' représente la confiance que la particule a en elle-même (paramètre cognitif) et 'c2' représente la confiance que la particule a en l'essaim (paramètre social). L'effet de w , $c1$ et $c2$ sur la convergence des fonctions de référence numériques standard a été étudié par [101].

$r_1(t)$ et $r_2(t)$ sont deux variables aléatoires uniformément distribuées dans l'intervalle $[0, 1]$.

$P_{bi}(t)$: Meilleure position identifiée par une particule durant sa trajectoire antécédente (best local). $P_g(t)$: Meilleure position globale identifiée dans le processus de recherche par toutes les particules dans la population (best global).

III.2.2.3. Algorithme d'essaim de particules

Contrairement à l'algorithme génétique, l'algorithme PSO n'a pas besoin d'un processus d'encodage et de décodage complexe ni d'un opérateur génétique spécial. Le PSO utilise un nombre réel comme particule pour représenter une solution, et les particules mettent à jour leur état interne avec une certaine vitesse. Dans cet algorithme, l'évolution ne cherche que la meilleure solution, et toutes les particules ont tendance à converger vers celle-ci.

L'implémentation pas à pas de l'algorithme PSO est représentée comme suit [17][99] :

Début

- Initialiser les paramètres (nombre de particules, nombre d'itérations).
- Fixer les coefficients c_1 et c_2 et w
- Initialiser aléatoirement la population de particules avec des positions (X_i, P_{bi} et P_g) et vitesses aléatoires.

Répéter

Evaluer la fonction objective pour chaque particule $f(X_i)$.

Mettre à jour toutes les meilleures positions locales P_{bi} .

Si $f(P_{bi}) < f(P_g)$

Alors $P_g = P_{bi}$

Fin Si

Actualiser les positions des particules en utilisant les équations (3.36)

Jusqu'à ce que (le critère de convergence choisi soit vérifié)

(La position enregistrée dans P_g est la solution optimale)

Fin

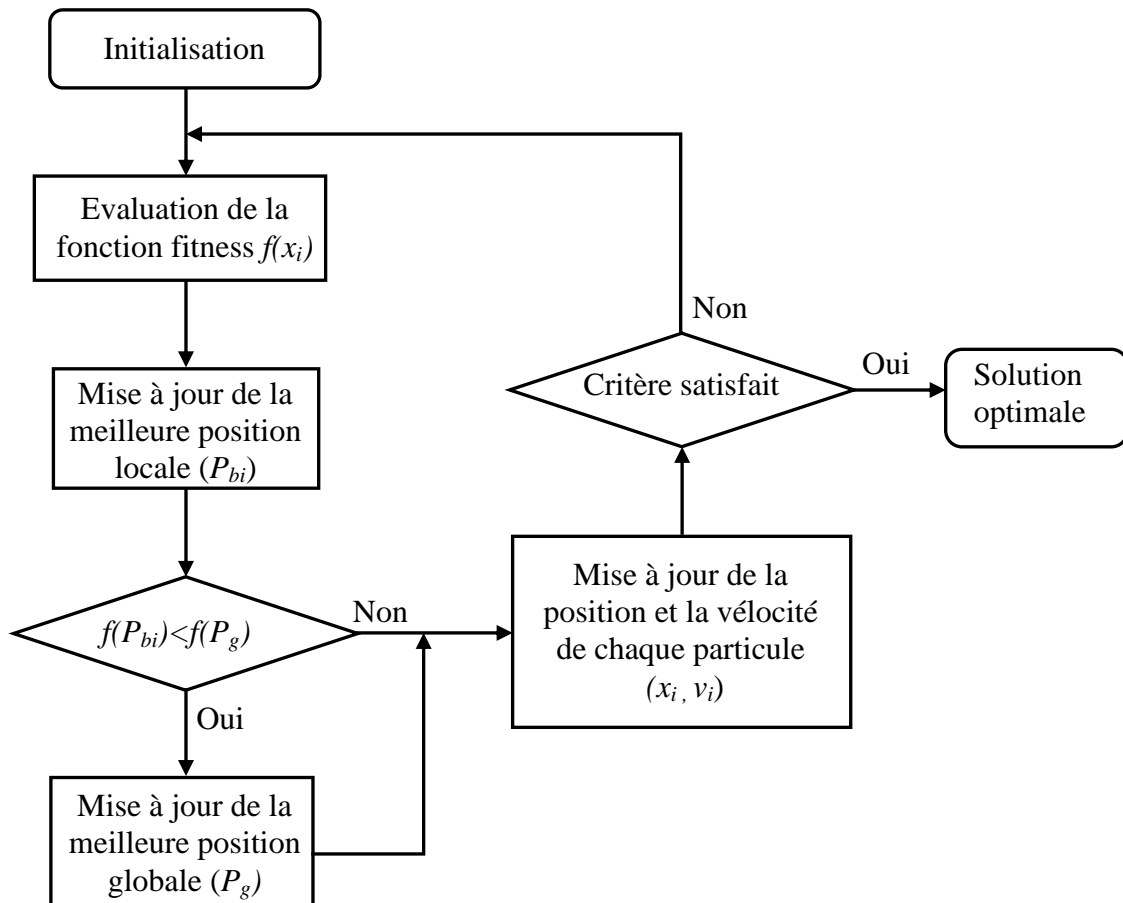


Figure 3.5 Organigramme de l'optimisation par essaim de particules (PSO)

III.2.3. Optimisation fondée sur la biogéographie (BBO)

La Biogeography-Based Optimization (BBO), ou Optimisation basée sur la biogéographie en français, est une méthode qui s'inspire des concepts issus de la biologie pour résoudre des problèmes d'optimisation. Elle repose sur une analogie avec les processus de migration et de dispersion des espèces dans la nature. La BBO est une approche intéressante et puissante qui a été proposée pour la première fois en 2008 par Dan Simon, et est inspirée de la théorie de la biogéographie insulaire, qui décrit la distribution des espèces vivantes sur les îles [89].

En utilisant des concepts tels que les migrations, les extinctions et les colonisations, d'espèces, BBO peut être utilisé pour optimiser des fonctions complexes dans des domaines tels que l'ingénierie, la finance et la biologie.

En ajustant des paramètres tels que les taux de migration, les taux de mutation et les taux d'échange entre les solutions, on peut influencer la dynamique du processus d'optimisation et améliorer l'efficacité de la recherche des solutions optimales.

III.2.3.1. Principe de la méthode biogéographie(BBO)

Le BBO est un algorithme heuristique qui utilise un environnement en forme d'archipel, où chaque solution possible au problème d'optimisation est considérée comme une île. Chaque solution est caractérisée par des variables appelées "Suitability Index Variables" (SIV). La qualité de chaque solution est mesurée par son "Habitat Suitability Index" (HSI), où un HSI élevé pour une île signifie de bonnes performances sur le problème d'optimisation, tandis qu'un HSI faible indique de mauvaises performances [102].

Dans cette méthode, chaque individu est considéré comme un « habitat » avec un indice d'adéquation de l'habitat *HSI*. Les solutions à haut *HSI* ont tendance à partager leurs fonctionnalités avec les solutions à faible *HSI*. Les solutions à faible *HSI* acceptent de nombreuses nouvelles fonctionnalités des solutions à haut *HSI*.

Dans le procédé BBO, chaque individu (île) a son propre taux d'immigration λ_j et son propre taux d'émigration μ_j . Ces deux taux sont basés sur le nombre d'espèces dans l'habitat. Sur la figure 3.6 E et I illustrent respectivement les taux les plus élevés d'immigration et d'émigration, S est le nombre d'espèces du $j^{\text{ème}}$ individu, S_0 représente le nombre d'équilibre des espèces et S_{\max} est le nombre maximum d'espèces [89][103][104][105].

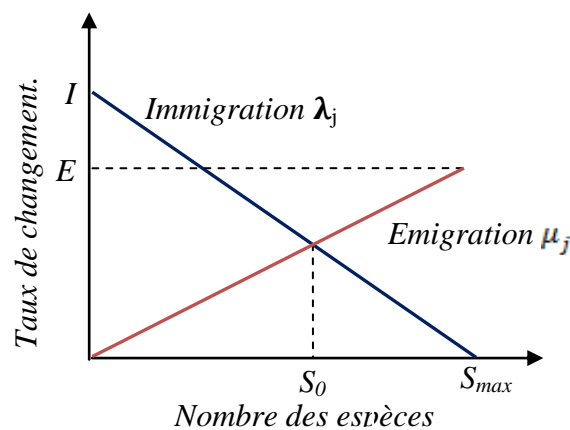


Figure 3.6 Taux d'émigration et d'immigration des espèces

À partir de la Figure 3.6, il est clair que l'île qui a de bonnes performances comme S_2 a un taux d'émigration élevé et un taux d'immigration faible. D'un autre côté, l'île qui a de mauvaises performances comme S_1 a un taux d'immigration élevé et un taux d'émigration faible.

Une bonne solution à un μ_j supérieur et un λ_j inférieur et vice versa. Le taux

d'immigration et le taux d'émigration sont fonction du nombre d'espèces dans l'habitat. Ils peuvent être calculés comme suit :

$$\lambda_j = I \left(1 - \frac{S}{S_{\max}} \right) \quad (3.6)$$

$$\mu_j = E \left(\frac{S}{S_{\max}} \right) \quad (3.7)$$

Dans BBO, en plus de l'élitisme il existe deux opérateurs principaux : la migration et la mutation dont le principe est présenté ci-dessous :

a) Migration

La migration en biologie correspond au déplacement périodique ou régulier d'animaux d'une région à une autre. Elle est souvent liée à des facteurs tels que les changements climatiques, la recherche de ressources alimentaires ou la reproduction [17].

Le processus de migration et de dispersion est guidé par des paramètres tels que le taux de migration, le taux de mutation et le taux d'échange entre les espèces. Ces paramètres influencent la dynamique du processus d'optimisation et peuvent être ajustés pour améliorer l'efficacité et la performance de l'algorithme BBO. L'idée de la migration est de créer de nouvelles générations en combinant des individus de la population d'origine (voir figure 3.7). Le nombre de descendants et leurs destination sont déterminés de manière aléatoire en fonction des taux d'émigration et d'immigration, conformément à l'algorithme 3.1 [17][82].

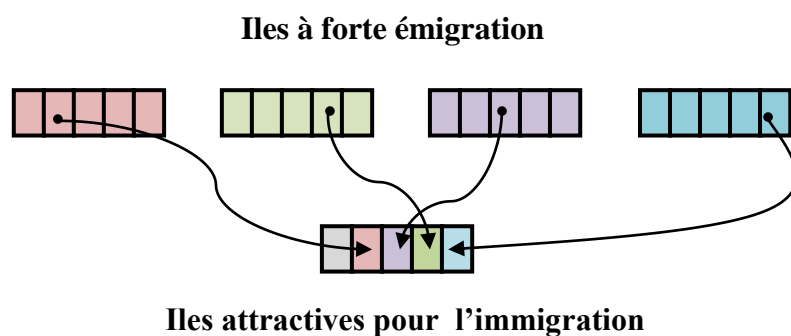


Figure 3.7. Le processus de migration dans BBO [82].

Algorithme 3.1. Opérateur de migration de l'algorithme BBO

```

1: Pour  $i=1$  à  $NP$ 
2:   utiliser  $\lambda_i$  pour décider de manière probabiliste s'il faut immigrer vers  $H_i$ 
3:   Si  $rand(0,1) < \lambda_i$  alors
4:     Pour  $j=1$  à  $NP$  faire
5:       Sélectionnez l'habitat d'émigration  $H_j$  avec une probabilité basée sur  $\mu_j$ .
6:       Si  $rand(0,1) < \mu_j$  alors
7:         Remplacez une variable sélectionnée au hasard (SIV) de l'habitat d'immigration  $H_i$ 
           par une variable de l'habitat d'émigration  $H_j$ .
8:       Fin si
9:     Fin pour
10:  Fin si
11: Fin pour

```

b) Mutation

Dans le contexte des algorithmes génétiques et des métaheuristiques, La mutation représente une perturbation aléatoire appliquée aux individus, jouant le rôle d'un opérateur de dispersion au sein de la population. Cette fonction contribue à maintenir la variété des solutions en évitant leur convergence vers des optima locaux. Elle permet d'introduire des variations aléatoires dans les solutions actuelles (voir algorithme 3.1), offrant ainsi la chance de découvrir de meilleures solutions potentielles dans l'espace de recherche [17][82].

Algorithme 3.2. Opérateur de mutation de l'algorithme BBO

```

1: Pour  $i=1$  to  $NP$ 
2:   Calculer la probabilité  $P_i$ 
3:   Sélectionnez  $H_i$  (SIV) avec une probabilité basée sur  $P_i$ 
4:   Si  $rand(0,1) < m_i$  alors
4:     Remplacez  $H_i$ (SIV) par une variable sélectionnée générée aléatoirement dans
       l'espace de recherche.
5:   Fin si
6: Fin pour

```

c) Élitisme

L'objectif de l'élitisme est de garantir que les solutions de haute qualité déjà identifiées ne soient pas perdues au fil des générations. Elles sont souvent copiées telles quelles dans la génération suivante, ce qui maintient ou améliore la qualité globale de la population.

Ainsi, après chaque évaluation de la performance des individus à une génération donnée, les meilleurs individus de la génération précédente sont réintroduits dans la population si aucun des individus de la génération donnée n'est meilleur qu'eux [82].

III.2.3.2. Etapes de l'algorithme BBO

La procédure pas à pas de mise en œuvre de l'algorithme BBO est expliquée comme suit [17][82] :

- **Initialisation de la population (n îles)** : Au début de l'algorithme, on crée une population de n îles, où chaque île représente une solution potentielle au problème d'optimisation.
- **Calcul des taux d'immigration et d'émigration pour chaque île** : Pour chaque île, on calcule les taux d'immigration et d'émigration. Les bonnes solutions ont des taux d'émigration élevés et des taux d'immigration faibles, ce qui signifie qu'elles ont une forte probabilité de partager leurs caractéristiques avec d'autres îles. En revanche, les mauvaises solutions ont des taux d'émigration faibles et des taux d'immigration élevés, car elles ont plus de chances d'adopter des caractéristiques d'autres îles pour améliorer leur performance.
- **Sélection probabiliste des îles d'immigration et d'émigration** : En se basant sur les taux d'immigration, on choisit probabilistiquement les îles qui vont recevoir les caractéristiques migrantes. De même, on utilise la sélection de la roulette (roulette wheel selection) basée sur les taux d'émigration pour choisir les îles émigrantes.
- **Migration des SIVs sélectionnés de manière aléatoire** : Les SIVs sélectionnés des îles émigrantes sont migrés vers les îles d'immigration. Cela signifie que certaines caractéristiques des îles sont échangées, permettant ainsi aux solutions d'apprendre les unes des autres et d'améliorer leurs performances au fil des générations.

Sur la figure 3.8, sont illustrées les principales étapes de l'algorithme BBO standard.

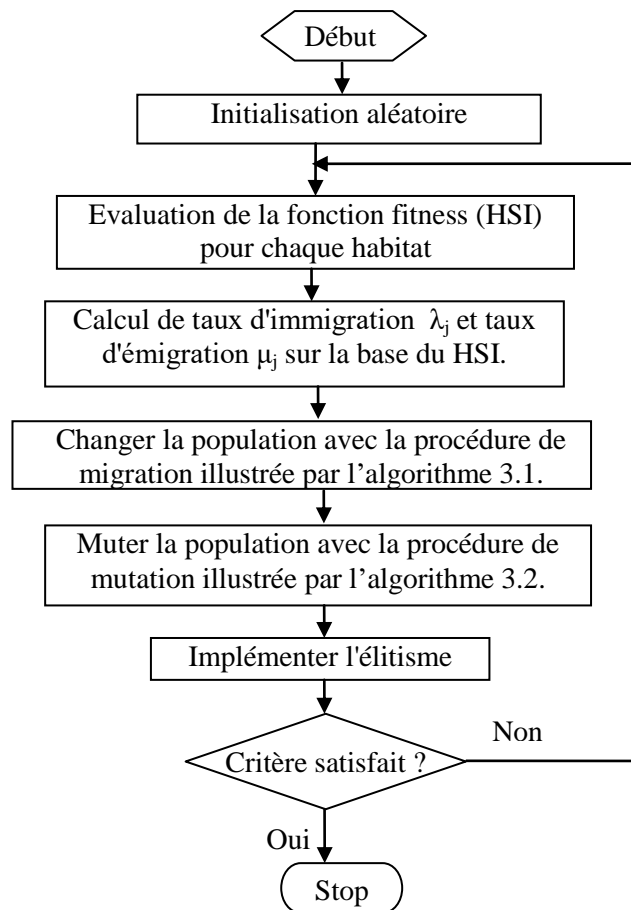


Figure 3.8. Organigramme de l'algorithme BBO standard

Cet algorithme est basé sur les principes de biogéographie et de migration d'espèces, et il est utilisé pour résoudre des problèmes d'optimisation en identifiant la solution optimale au sein d'un ensemble de possibilités. Il utilise un mécanisme de sélection et de migration pour améliorer les solutions au fil des générations jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit atteint.

III.3. Simulation et résultats

Afin de valider et tester les performances des trois variantes de l'approche d'optimisation proposée pour l'estimation d'état et commande sans capteur de l'entraînement MSAP à savoir : AG-EKF, PSO-EKF et BBO-EKF, la simulation du système est réalisée à l'aide du logiciel Matlab avec une période d'échantillonnage de 10^{-4} sec. Le moteur à aimants permanents utilisé dans la simulation possède les paramètres présentés en annexe A. On suppose que les états et les mesures sont entachés par des bruits gaussiens blancs avec des variances de 10^{-3} et 10^{-1} , respectivement.

Dans le cas de notre étude, la matrice de covariance des erreurs P du filtre EKF est définie comme une matrice unitaire 4×4 et les matrices Q et R , de dimensions respectives 4×4 et 2×2 , sont supposées être les suivantes :

$$Q = \text{diag}([q_{ids} \quad q_{iqs} \quad q_{\omega} \quad q_{\theta}]) = \begin{bmatrix} q_{ids} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{iqs} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$R = \text{diag}([r_{ids}, r_{iqs}]) = \begin{bmatrix} r_{ids} & 0 \\ 0 & r_{iqs} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Afin de faire une comparaison entre les performances de l'EKF, différentes compositions de Q et R sont évaluées selon le critère MSE (fonction objective) entre l'état estimé et l'état réel, définie comme suit :

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_i(k) - x_i^{est}(k))^2, \quad i=1,2,3 \quad (3.10)$$

Où x_i^{est} est l'état estimé, x_i est l'état actuel et N est le nombre d'échantillons de données.

III.3.1. Approche d'optimisation manuelle

Sur la figure 3.9, sont présentés les résultats de simulation utilisant les matrices de covariance obtenues par une approche d'essais-erreurs :

$$Q = \text{diag}(q_{ids} = 0.01, q_{iqs} = 0.001, q_{\omega} = 10, q_{\theta} = 10) \quad \text{et} \quad R = \text{diag}(r_{ids} = 0.02, r_{iqs} = 0.001),$$

ainsi que les performances correspondantes mesurées par le biais de l'erreur quadratique moyenne (MSE=0.0882).

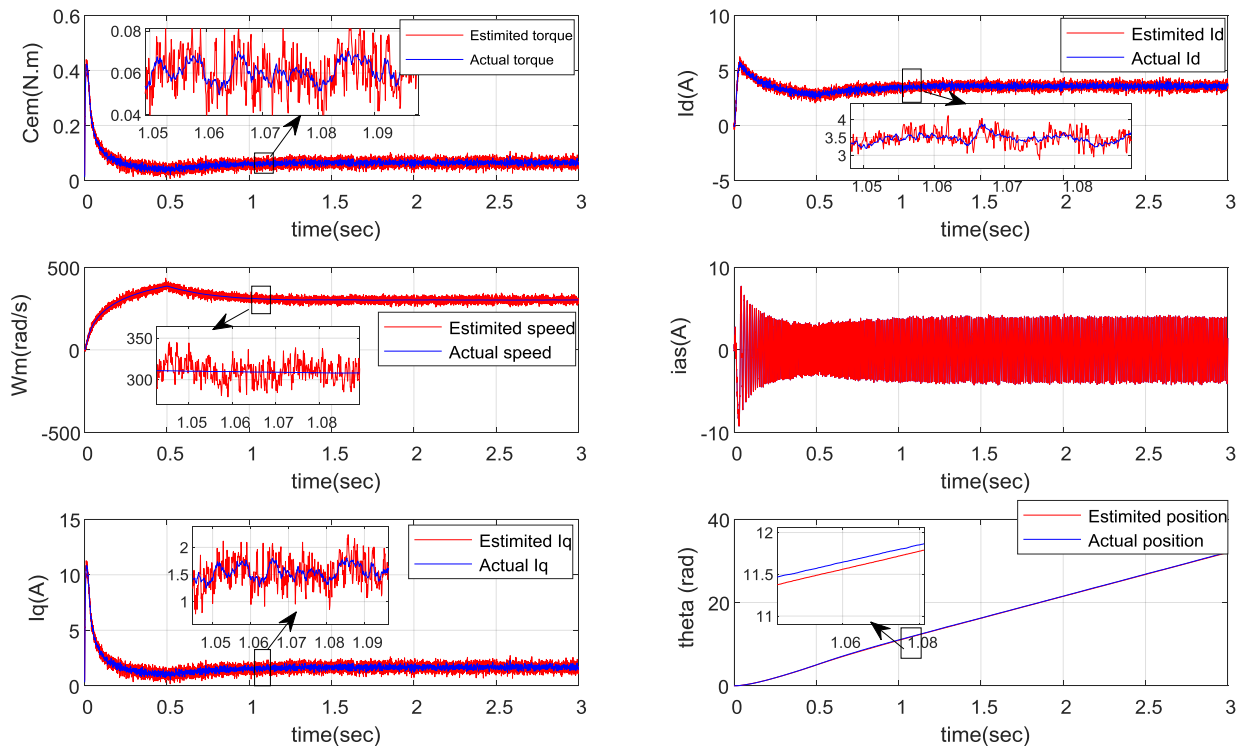


Figure 3.9. Résultats d'estimation en utilisant la méthode d'essais-erreurs (MSE=0.0882)

Les valeurs des matrices Q et R sont obtenues en effectuant manuellement un grand nombre de tests. Il est important de noter qu'un choix inapproprié de ces valeurs peut entraîner des erreurs d'estimation considérables. En effet, obtenir des performances d'estimation satisfaisantes nécessite des efforts considérables de la part d'un opérateur expérimenté ou expert. On constate que la méthode d'essais-erreurs est simple à mettre en œuvre, mais le processus est très long en termes du temps. Pour résoudre ce problème, plusieurs algorithmes évolutifs peuvent être utilisés. Dans cette étude, nous avons choisi d'obtenir les matrices de covariance optimales en utilisant trois méthodes différentes: PSO, AG et BBO. Cela nous permettra d'obtenir des estimations meilleures et plus précises.

III.3.2. Approches d'optimisation intelligentes : PSO, AG et BBO

La comparaison entre les trois méthodes d'optimisation précédentes a été réalisée dans les mêmes conditions (population initiale, taille de l'essaim, taille de la population). Comme mentionné dans la référence [103], il convient de noter que la convergence de la méthode PSO vers la solution optimale dépend des paramètres c_1 , c_2 et w . Selon la référence [104], les meilleures valeurs de ces paramètres sont définies comme suit: $c_1 \in [1.5 \ 2]$, $c_2 \in [2 \ 2.5]$ et $w \in [0.4 \ 1.4]$.

Pendant les simulations, la population de l'essaim est fixée à 20 particules et les coefficients c_1 , c_2 et w sont fixés à 1, 1.5 et 0,8 respectivement.

Tableau 1. Performance de l'EKF utilisant l'algorithme PSO

Itérations	Éléments Diagonaux des matrices Q et R						MSE
	q_{id}	q_{iq}	q_{ω}	q_{θ}	r_{id}	r_{iq}	
5	0.0105	0.0042	0.0484	0.1165	0.2145	0.0750	0.0225
10	0.0108	0.0024	0.0803	0.1154	0.1961	0.0755	0.0209
15	0.0014	0.0043	0.0898	0.0881	0.2245	0.1270	0.0171
20	0.0022	0.0035	0.1675	0.2367	0.2937	0.1569	0.0148

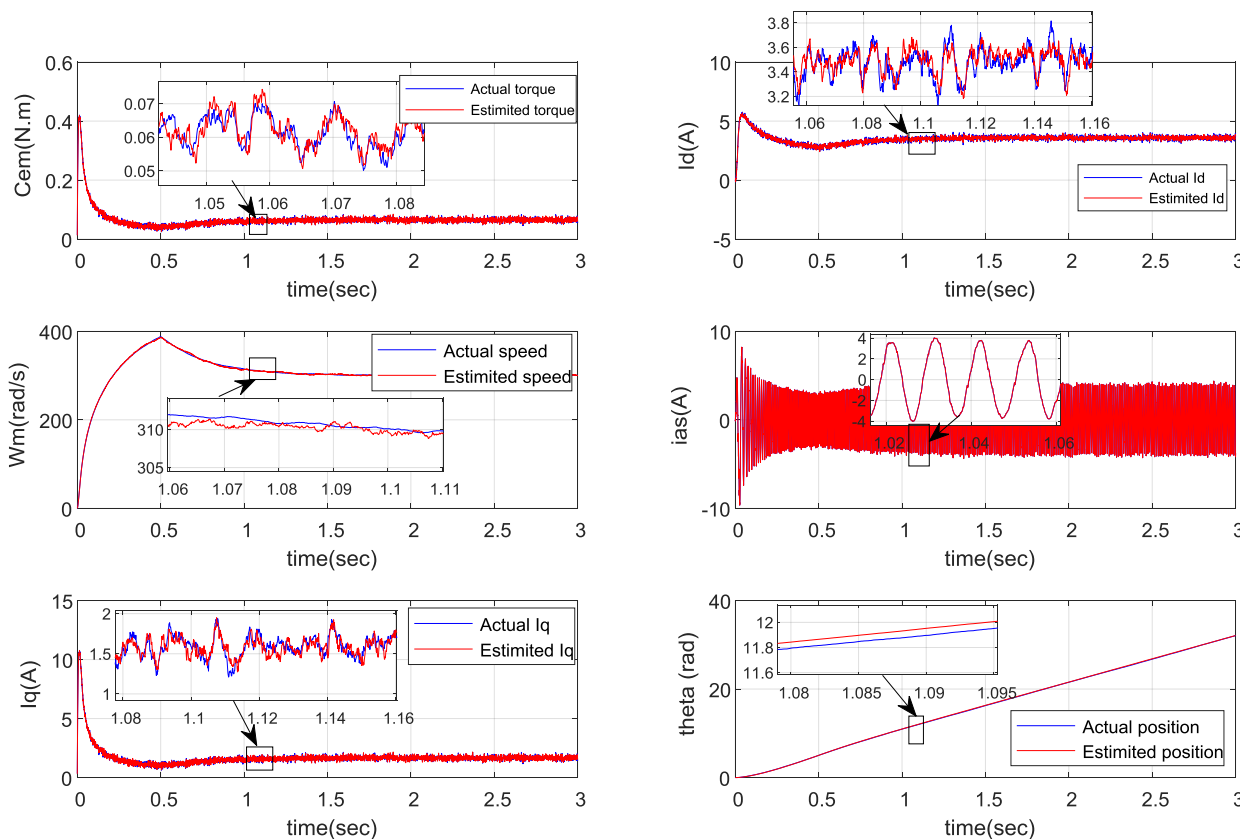


Figure.3.10. Résultats de simulation obtenus par PSO-EKF (après 20 itérations)

Avec un couple de charge : $C_r=0.05$ à $t=0.5s$

Le tableau 1, illustre les paramètres optimisés Q et R de l'EKF, ainsi que leurs MSE correspondants, obtenus par l'approche d'optimisation PSO décrite précédemment.

La figure 3.10 montre que le filtre EKF optimisé par PSO est capable de produire des estimations plus précises notamment de la vitesse et de la position, ainsi que de toutes les autres variables d'état (couple électromagnétique et courants). Par rapport à la méthode d'essais-erreurs, l'erreur quadratique moyenne (MSE) est réduite à 0,0148 après 20 itérations.

Le tableau 2 présente les paramètres optimisés Q et R avec leurs MSE correspondants obtenus par l'approche GAs-EKF, où l'erreur quadratique moyenne (MSE) obtenue après 20 itérations est égale à 0,0155. Les paramètres de GAs sont choisis selon la référence [68] comme suit : taille initiale de la population 100 ; probabilité de croisement 0,8 ; probabilité de mutation 0,01 ; plage initiale des chaînes de valeurs réelles [0, 0,1].

Tableau 2. Performance de l'EKF utilisant l'algorithme GAs

Génération	Éléments Diagonaux des matrices Q et R						MSE
	q_{id}	q_{iq}	q_{ω}	q_{θ}	r_{id}	r_{iq}	
5	0.036	0.112	0.559	0.971	0.884	0.512	0.0317
10	0.014	0.104	0.856	1.047	0.942	0.655	0.0265
15	0.013	0.141	0.863	1.144	1.760	1.601	0.0216
20	0.013	0.014	0.818	1.258	0.650	0.347	0.0155

Le tableau 3, montre la convergence de l'approche BBO-EKF pour différents nombres d'itérations, où la meilleure solution est un habitat avec un faible MSE (i.e. HSI). Ce dernier est réduit à 0,0138 après 20 itérations. L'algorithme BBO est exécuté avec les paramètres sélectionnés comme suit : taille de la population (nombre d'habitats)=20 ; nombre de variables de décision (SIV) est 6 ; taux d'immigration (I) et taux d'émigration (E) sont égales=1; coefficient d'absorption $\alpha=0,9$ et probabilité de mutation $m_{max}=0,1$.

La méthode proposée (BBO-EKF) est comparée à la méthode d'essais-erreurs, ainsi qu'aux techniques GAs et PSO. Il convient de noter les méthodes GAs et PSO donne des estimations de la vitesse et de la position du rotor aussi plus précises que la méthode d'essais-erreurs, comme le montrent les tableaux 1, 2. Mais, il est important de mentionner que l'approche BBO-EKF dont les résultats sont donnés sur le tableau 3, surpasse les méthodes GAs ou PSO en termes de convergence et de précision (MSE).

Tableau 3. Performance de l'EKF utilisant l'algorithme BBO

Itérations	Éléments Diagonaux des matrices Q et R						MSE
	q_{id}	q_{iq}	q_{ω}	q_{θ}	r_{id}	r_{iq}	
5	0.1090	0.3750	8.8364	9.0673	0.1818	0.0838	0.0188
10	0.0881	0.4852	17.7553	12.3701	12.2714	4.1770	0.0178
15	0.5789	0.1584	6.1838	19.4921	17.0806	12.9395	0.0160
20	0.0127	0.0108	0.6934	0.5012	1.5007	1.5733	0.0138

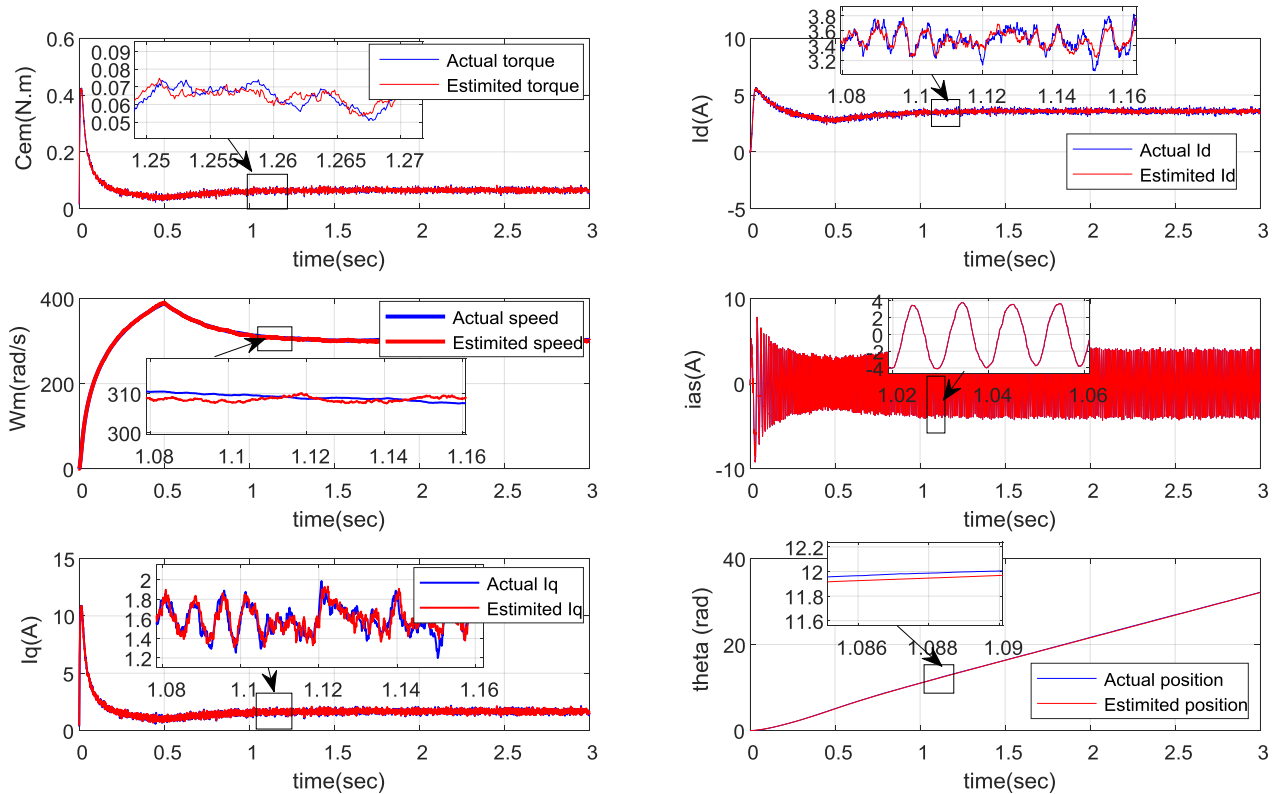


Figure. 3.11. Résultats de simulation obtenus par BBO-EKF après 20 itérations (Avec application d'un couple de charge : $C_r=0.05$ à $t=0.5s$)

Les résultats de simulation relatifs aux valeurs optimales des paramètres Q et R du filtre EKF, après 20 itérations, en utilisant l'algorithme BBO, sont représentés dans la Figure 3.11, où l'on observe une bonne concordance entre les valeurs réelles et estimées, tant en régime transitoire qu'en régime permanent. On peut noter que les erreurs d'estimation de la vitesse et de la position du rotor restent toutes les deux dans des limites acceptables.

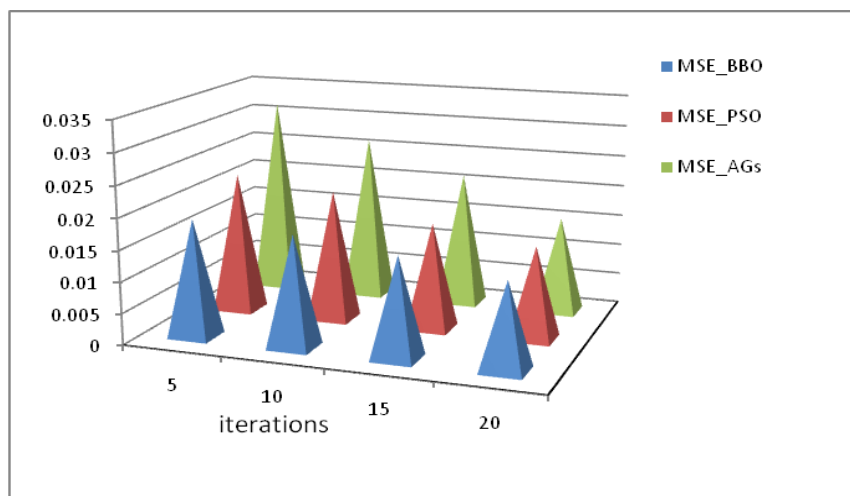


Figure. 3.12. Évolution de MSE en fonction des méthodes d'optimisation & du nombre d'itérations.

Les investigations de simulation montrent que ces trois approches proposées fournissent d'excellente estimation en seulement 20 itérations par rapport à l'approche d'essais-erreurs. Il convient de noter que la technique BBO-EKF présente de meilleures performances par rapport à l'EKF optimisé par les algorithmes génétiques (AG) ou le PSO en termes de précision. L'erreur quadratique moyenne (MSE) avec BBO est inférieure à celle d'AG ou PSO. En termes de taux de convergence, l'algorithme BBO est plus rapide que les autres, ce qui confirme la supériorité de la méthode BBO-EKF, comme illustré dans la Figure 3.12, qui présente une récapitulation de l'évolution de la MSE en fonction des trois méthodes d'EA mentionnées précédemment et du nombre d'itérations.

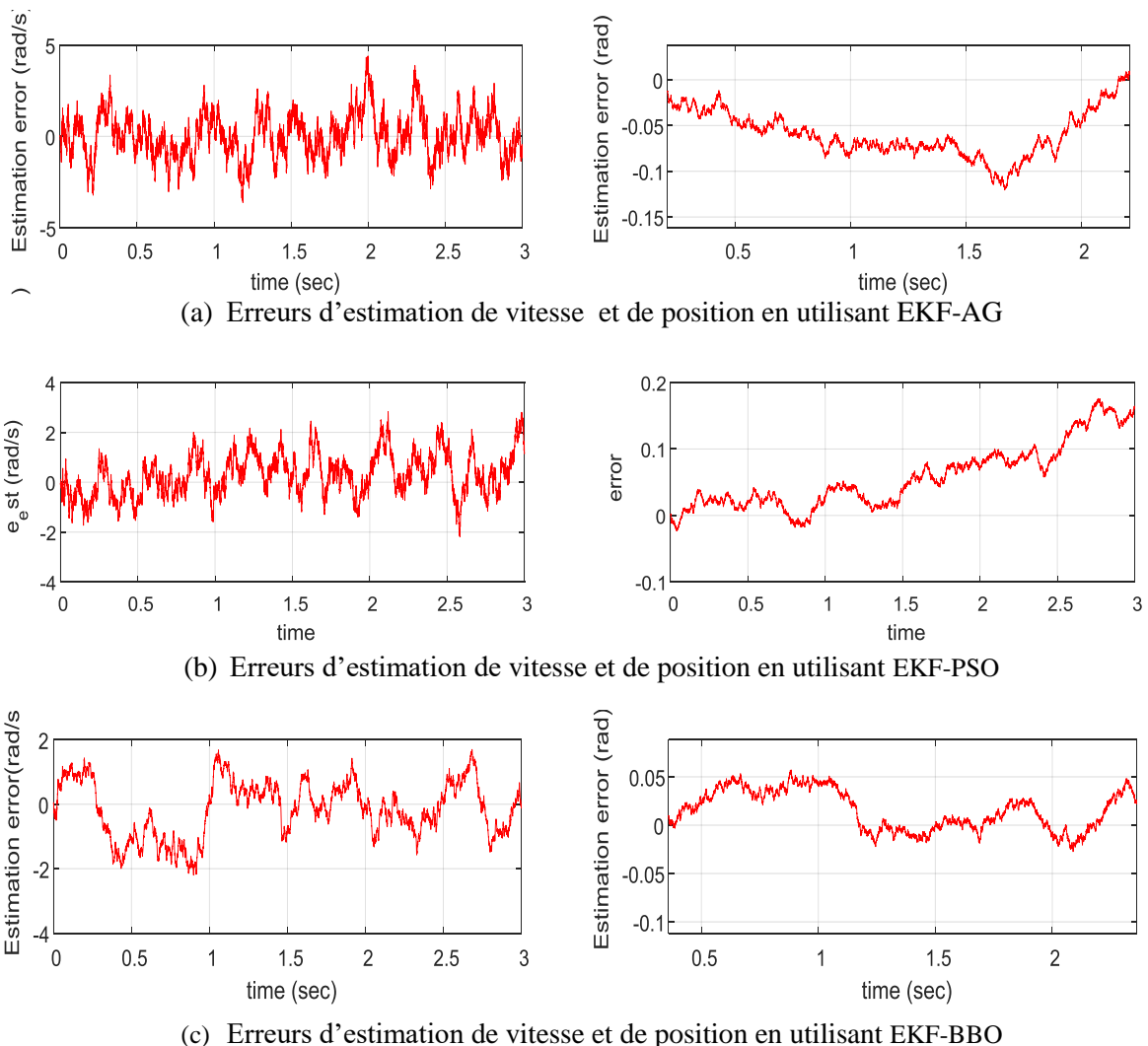
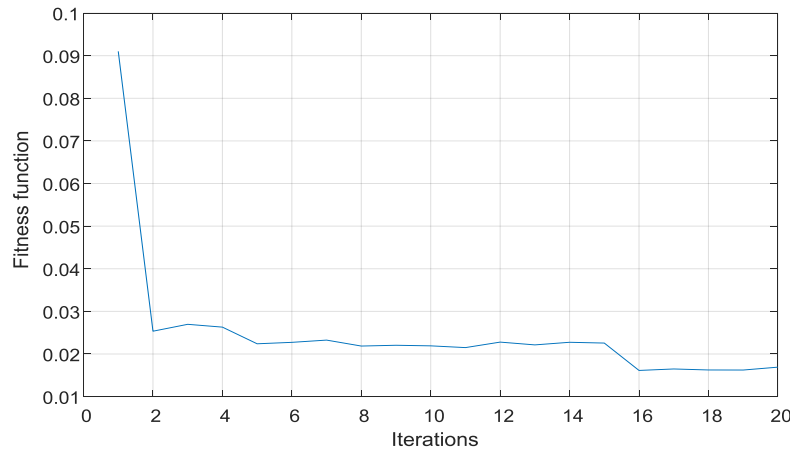


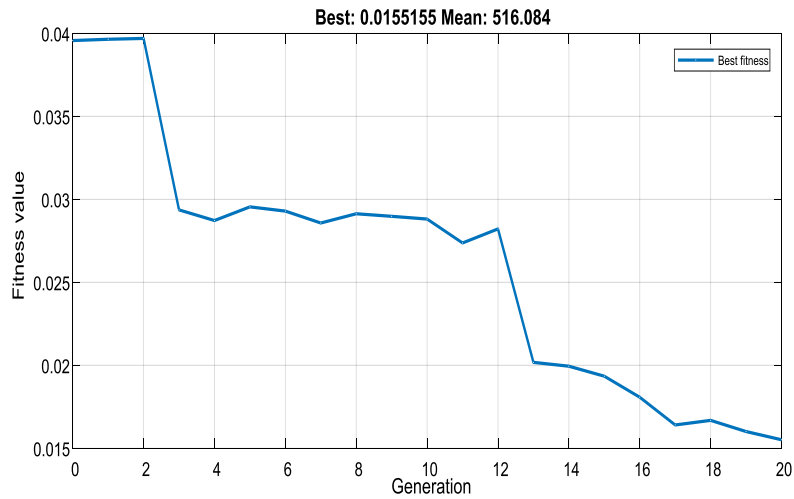
Figure 3.13. Erreurs d'estimation d'EKF optimisé par différentes techniques d'optimisation.

Dans la Figure 3.13, la comparaison entre les erreurs d'estimation obtenues par les trois algorithmes précédents montre que les performances de la commande du moteur synchrone à aimants permanents (PMSM) associée à la méthode BBO-EKF sont meilleures que celles des deux approches PSO-EKF ou AG-EKF.

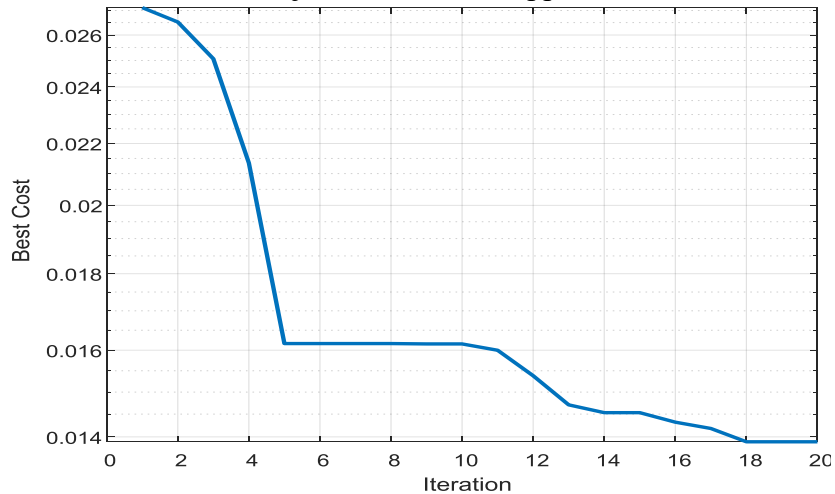
La Figure 3.14 présente l'évolution de la fonction fitness (MSE) pour les meilleures solutions en fonction du nombre d'itérations obtenues via les algorithmes PSO-EKF et BBO-EKF.



a) Fonction objectif relative à l'approche PSO-EKF



b) Fonction objectif relative à l'approche AG-EKF



d) Fonction objectif relative à l'approche BBO-EKF

Figure 3.14. Evolution de la fonction fitness (MSE)

III.4. Conclusion

Un algorithme combiné BBO-EKF est proposé dans cette étude pour optimiser les matrices de covariances des bruits (Q et R) sur lesquelles les performances de l'EKF dépendent fortement. Une comparaison entre BBO-EKF et les deux approches PSO-EKF et AG-EKF a été réalisée en présence de bruit.

Les résultats de simulation obtenus ont confirmé que la performance d'estimation d'état du moteur MSAP avec la technique combinée BBO-EKF est légèrement plus efficace par rapport aux deux autres méthodes. En termes de précision, après 20 itérations, l'erreur quadratique moyenne (MSE) de l'approche BBO-EKF est réduite à 0,0138 tandis que pour les algorithmes AG-EKF et PSO-EKF, elle est égale respectivement à 0,0148 et 0,0155. En termes de convergence, l'algorithme BBO est plus rapide, ce que confirme effectivement l'évolution de la sa fonction objective (fitness).

Dans le but de démontrer l'efficacité des algorithmes présentés précédemment, l'application de ces derniers, pour l'estimation d'état de quelques systèmes fortement non linéaires est abordée en détail dans le chapitre suivant.

Chapitre .IV. Estimation en vue de la commande des systèmes stochastiques non linéaires

IV.1. Introduction

L'estimation active devient un problème plus important dans la théorie du contrôle et ses applications, surtout pour les systèmes non linéaire incertains, tels que les robots et les véhicules sans pilote, où des variations de paramètres et incertitudes subsistent largement dans la dynamique et l'environnement de travail. De nos jours, les travaux menés dans le domaine de l'estimation d'état sont déjà nombreux comme en témoigne une large et abondante bibliographie dans ce domaine [68][106][107].

Parmi les techniques d'estimation récemment utilisées, on cite le filtre de Kalman qui représente un outil mathématique très puissant, employé dans divers domaines d'automatique et de traitement du signal. Ce dernier, est considéré comme un filtre optimal dans des environnements stochastiques permettant de réaliser plusieurs fonctions à savoir l'estimation, prédiction, lissage ou même la commande avec la prise en charge des signaux noyés dans des bruits aléatoires [108][109].

Dans ce chapitre, nous avons choisi d'appliquer les deux variantes du filtre de Kalman (EKF et UKF) évoqués au chapitre II, à la fois aux systèmes non linéaires et aux systèmes fortement non linéaires qui sont très répandus en automatique à savoir : les pendule inversés simple et double bras monté sur un chariot ainsi que le moteur synchrone à aimant permanent.

IV.2. Estimation d'état des systèmes non linéaire

Le but de cette section n'est pas d'étudier d'une manière exhaustive la modélisation des systèmes non linéaires. Mais on se contentera de savoir modéliser rapidement et simplement les systèmes à étudier et d'apprendre à écrire à partir des équations différentielles le modèle du système sous forme d'état non linéaire stochastique. Ces systèmes seront associé particulièrement aux deux variantes du Filtre de Kalman à savoir l'étendu et le non parfumé en vue d'estimation de leurs variables d'état. La simulation sous Matlab nous permettra la validation de ces modèles ainsi développés.

IV.2.1. Système pendule inversé

Le pendule inversé a fait l'objet de nombreuses études de recherche tout au long de ces dernières années [110][111]. En effet, le problème de commande de ce dernier est fondamentalement impliqué dans plusieurs domaines de contrôle des systèmes tels que le lancement des fusées, la propulsion des missiles et la stabilisation des satellites. En plus, le pendule inversé a toujours été utilisé pour tester les nouvelles méthodes de commande, car il possède plusieurs caractéristiques intéressantes entre autre la non linéarité, le couplage et l'instabilité intrinsèque [112]. En utilisant des techniques de contrôle modernes telles que le Régulateur Linéaire Quadratique (LQR) ou le Régulateur Linéaire Quadratique Gaussien (LQG), nous pouvons surmonter ce défi. Cependant, les contrôles LQR et LQG nécessitent un modèle adéquat pour obtenir de bonnes performances de contrôle [111].

IV.2.1.1. Description du système

Un pendule inversé est un système dynamique multi-variable non linéaire instable et à multiples sorties. Il est constitué d'un chariot mobile sur un rail et d'un pendule suspendu sur le chariot. Son principe de fonctionnement est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite, et inversement. La difficulté c'est de contrôler l'intensité et le sens de la force $u(t)$ appliquée au chariot en fonction de l'angle θ , que le pendule fait avec la verticale. Le pendule inversé peut être présenté par la figure 4.1 suivante [111]:

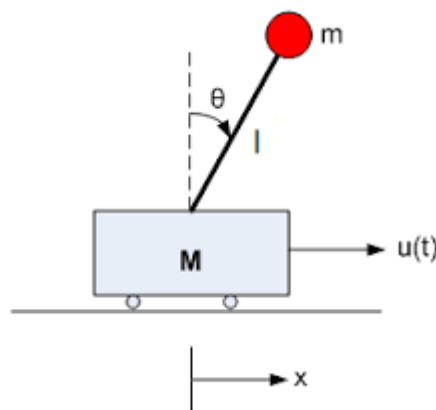


Figure 4.1 Schéma du pendule inversé

Notations :

- θ : Angle formé entre la tige et la verticale
- m : Masse du pendule
- l : Longueur de la tige du pendule
- g : Accélération de la pesanteur

F : Force extérieure, ou contrôle (noté $u(t)$)

M : Masse du chariot

b : Coefficient de frottements du déplacement du chariot

d : Coefficient de frottements du pendule

IV.2.1.2. Mise en équations du système

Les équations du mouvement de l'ensemble chariot-pendule sont obtenues par application du formalisme d'Euler-Lagrange, basée sur le principe de la conservation d'énergie mécanique [113][114].

Le Lagrangien L est définie comme $L=T-V$, où T est l'énergie cinétique et V est l'énergie potentielle du système. Les coordonnées généralisées sont x et θ . Les équations de Lagrange pour le système en question sont définies par:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right) = u(t) - b\dot{x} \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta} \right) = -d\dot{\theta} \quad (4.2)$$

Le Lagrangien $L=T-V$ du système est donné par :

$$L = \frac{1}{2} \left[M\dot{x}^2 + m(\dot{x} + l\dot{\theta} \cos \theta)^2 + (ml^2 \sin^2 \theta + J)\dot{\theta}^2 \right] - V_0 - mgl \cos \theta \quad (4.3)$$

Les solutions des équations (4.1) et (4.2) sont les équations différentielles non linéaires suivantes:

✚ Pour le degré de liberté $q = x$ on obtient :

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = u(t) - b\dot{x} \quad (4.4)$$

✚ Pour le degré de liberté $q = \theta$ on obtient :

$$(ml^2 + J)\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos \theta - mgl \sin \theta = -d\dot{\theta} \quad (4.5)$$

D'après les deux équations ci-dessus (4.4) et (4.5), et si on prend le vecteur d'état X tel que:

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \quad (4.6)$$

Après quelques manipulations mathématiques, on parvient au modèle d'état non linéaire

continu (4.7) et (4.8) où la grandeur de commande est la force $u(t)$:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-bn}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 - \frac{m^2 l^2 g}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \sin x_3 + \frac{mdl \cos x_3}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4 \\ + \frac{m \ln \sin x_3}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 + \frac{n}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3} u(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{mgl}{n} \sin x_3 - \frac{d}{n} x_4 + \frac{mlb \cos x_3}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 x_3 \sin x_3}{n(nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 x_3}{n(nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} x_4 \\ - \frac{m^2 l^2 \cos x_3 \sin x_3}{nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 - \frac{ml \cos x_3}{nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3} u(t) \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_3 \end{cases} \quad (4.8)$$

Avec : $n=ml^2+J$ et $h=M+m$

La représentation d'état discrète de l'ensemble chariot-pendule en utilisant la méthode d'Euler pour une période d'échantillonnage T_e est obtenue comme suit:

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2(k) \\ \frac{-bn}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} x_2(k) - \frac{m^2 l^2 g}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} \cos x_3(k) \sin x_3(k) + \\ \frac{mdl \cos x_3(k)}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} x_4(k) + \frac{m \ln \sin x_3(k)}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} x_4(k)^2 + \frac{n}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} u(k) \\ x_4(k) \frac{mgl}{n} \sin x_3(k) - \frac{d}{n} x_4(k) + \frac{mlb \cos x_3(k)}{hn - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} x_2(k) + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 x_3(k) \sin x_3(k)}{n(nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k))} \\ - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 x_3(k)}{n(nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k))} x_4(k) - \frac{m^2 l^2 \cos x_3(k) \sin x_3(k)}{nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} x_4(k)^2 - \frac{ml \cos x_3(k)}{nh - m^2 l^2 \cos^2 x_3(k)} u(k) \end{pmatrix} T_e \quad (4.9)$$

$$\begin{cases} y_1 = x_1(k) \\ y_2 = x_3(k) \end{cases} \quad (4.10)$$

IV.2.1.3. Simulation et résultats

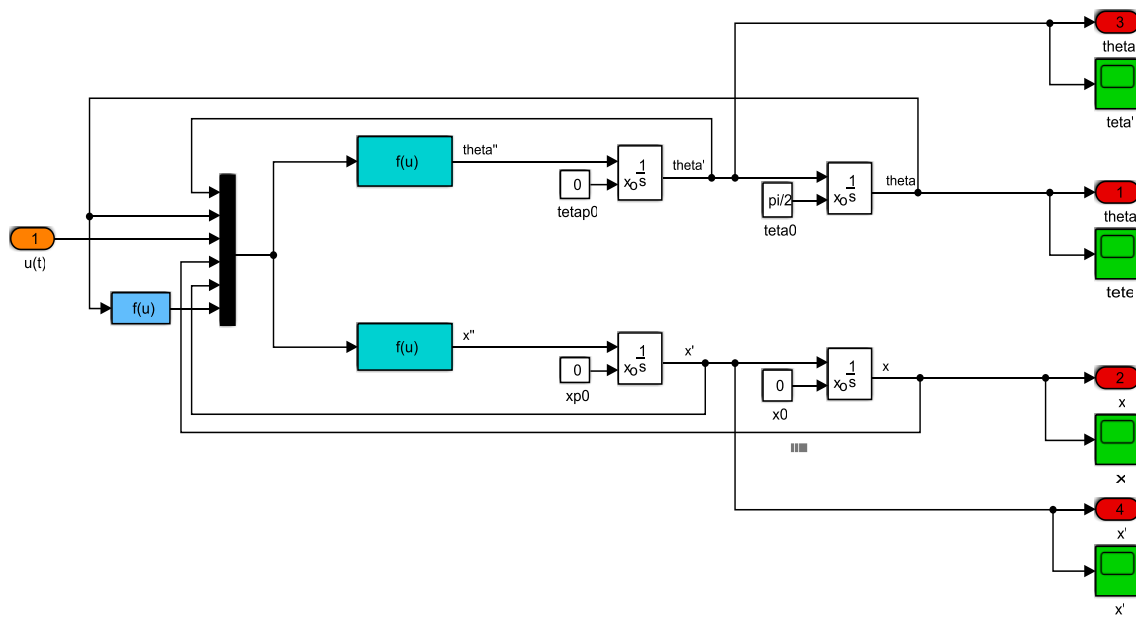


Figure 4.2. Bloc de simulation du pendule inversé

Tableau 4.1. Paramètres de l'ensemble chariot et pendule.

Paramètre	valeur	Description
M	2.3Kg	Masse du chariot
m	0.2Kg	Masse du pendule
l	0.3m	Longueur de la tige du pendule
$u(t)$	/	Force exercée sur le chariot
$x(t)$	/	Position du chariot
$\theta(t)$	/	L'angle du pendule
d	0.005(Nms/rad)	Coefficient de frottements du pendule
b	0.05N.s/m	Coefficient de frottements du déplacement du chariot
g	9.81 m.s ²	Accélération de la pesanteur
J	0.0099 Kg/m ²	Inertie du pendule en son centre de masse

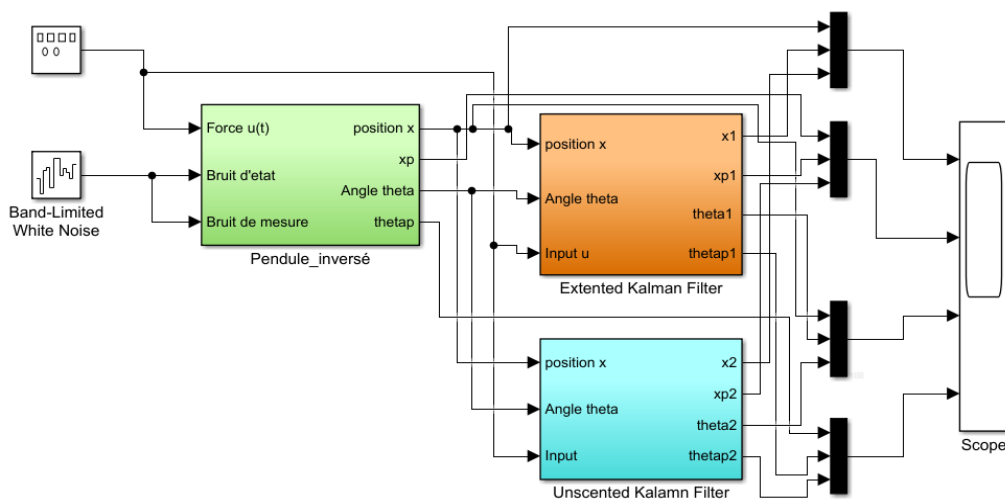


Figure 4.3. Bloc de simulation du pendule inversé associé aux EKF et UKF

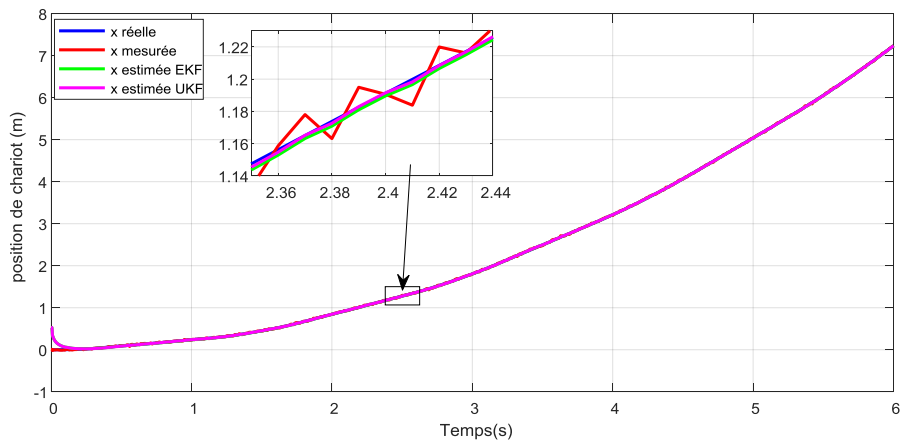


Figure 4.4. Évolution de la position $x(t)$ réelle, mesurée et estimée par filtres EKF et UKF.

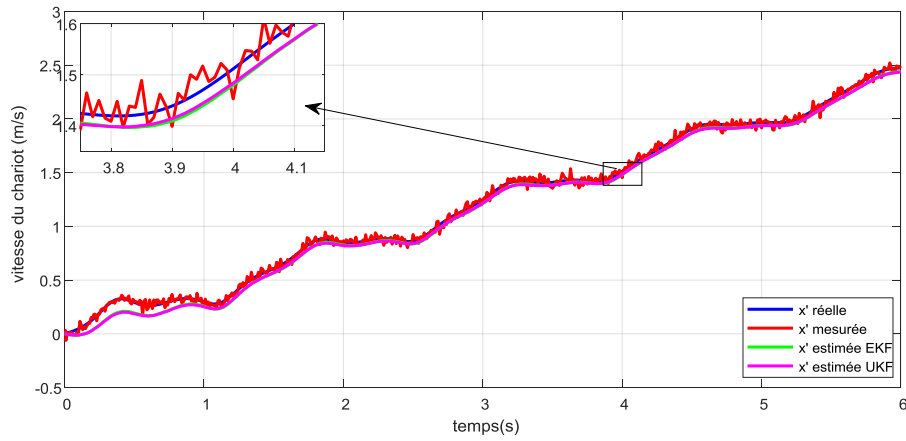


Figure 4.5. Évolution de la vitesse du chariot $\dot{x}(t)$: valeurs réelle, mesurée et estimée par filtres EKF et UKF.

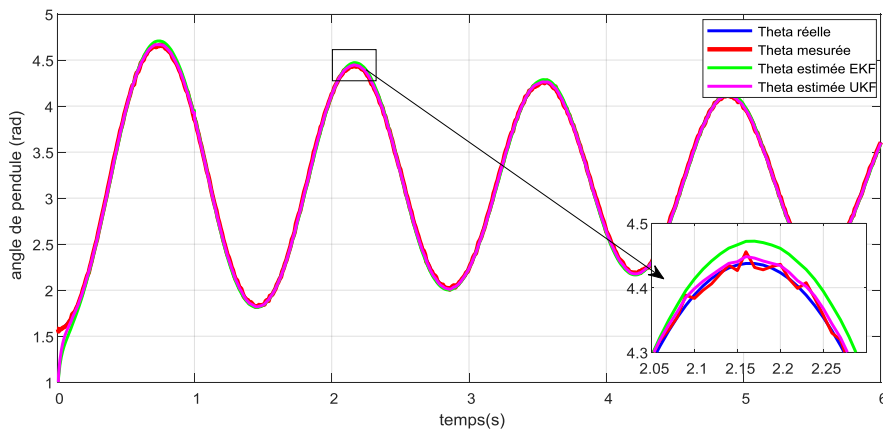


Figure 4.6. Évolution de l'angle du pendule $\Theta(t)$ réelle, mesurée et estimée par filtres EKF et UKF.

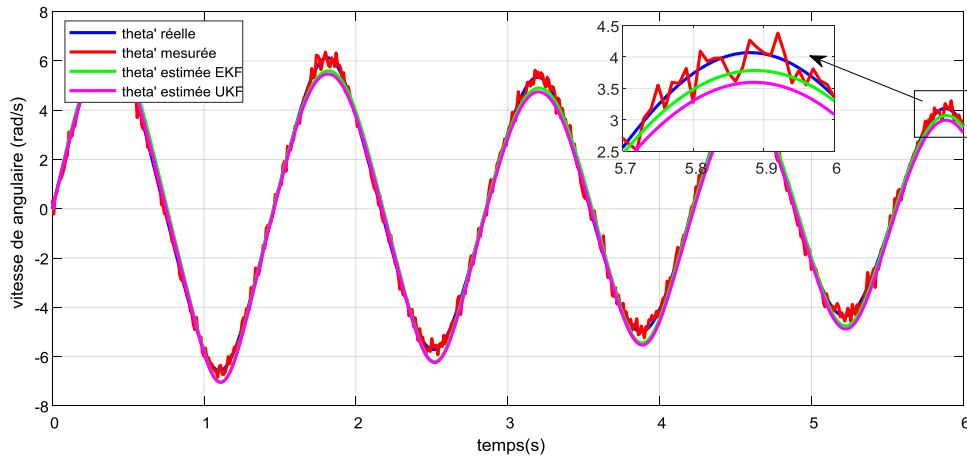


Figure 4.7. Évolution de la vitesse angulaire du pendule $\dot{\theta}(t)$ réelle, mesurée et estimée par filtres EKF et UKF.

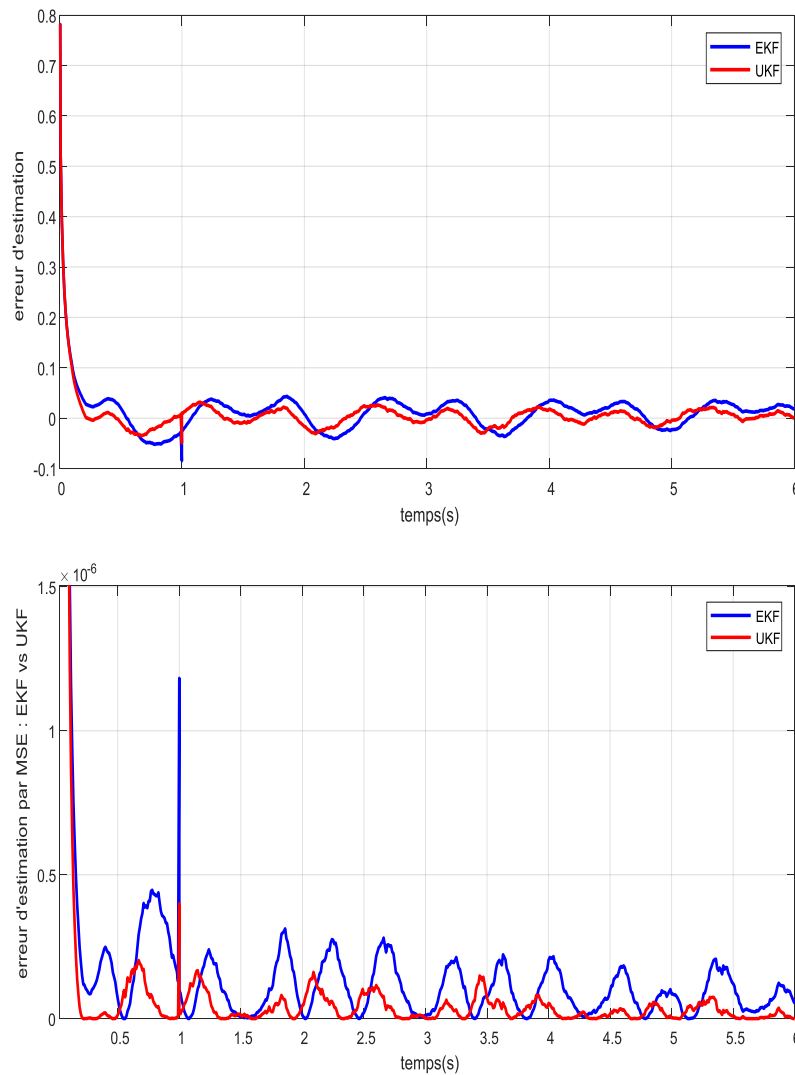


Figure 4.8 Évolution de l'erreur d'estimation et MSE des filtres EKF et UKF.

Le pendule inverse est associé aux filtres de Kalman étendu (EKF) et au filtre de Kalman non parfumé (UKF). Selon les résultats de simulation obtenues on constate que l'estimation est relativement bonne aussi bien avec le EKF que pour le UKF, mais avec une supériorité remarquable pour les (UKF) ce que confirme la courbe de l'évolution de la moyenne des erreurs au carrée (MSE) pour les deux cas d'estimation étudiés (figure III.14).

IV.2.2. Pendule inversé double bras avec chariot

IV.2.2.1. Description du système

Un double pendule inversé est un système mécanique complexe utilisé dans le domaine de la robotique et du contrôle automatique, il est beaucoup plus compliqué qu'un pendule inversé simple. La trajectoire de l'extrémité de masse peut être irrégulière et ne peut pas afficher une périodicité ou une symétrie autour de l'axe vertical, et le système est intrinsèquement chaotique. Un pendule inversé double monté sur un chariot est un système dynamique multi-variable fortement non linéaire instable. Ce système consiste en un chariot qui peut se déplacer librement à droite ou à gauche sur le rail, un pendule inférieur suspendu au chariot et un pendule supérieur, qui est lié à l'autre extrémité du pendule inférieur [111][112][113][115].

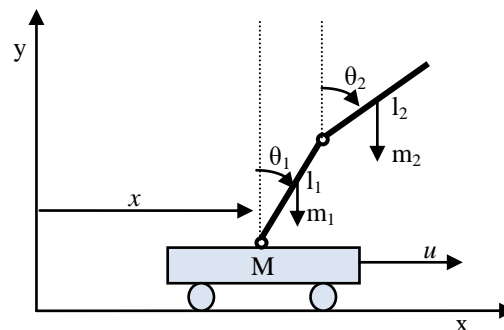


Figure 4.9 Schéma d'un pendule inversé double monté sur chariot.

IV.2.2.2. Mise en équations du système

Considérons le double pendule monté sur un chariot de la figure 4.4 dont les paramètres sont donnés dans l'Annexe C. Supposons que les frottements sont négligés dans le système, alors les équations dynamiques du système sont obtenues à partir du formalisme de Lagrange comme suit:

$$\begin{cases}
(M + m_1 + m_2) \ddot{x} - (m_1 + 2m_2) l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 = \\
u + (m_1 + 2m_2) l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \\
-(m_1 + 2m_2) l_1 \ddot{x} \cos \theta_1 + 4 \left(\frac{m_1}{3} + m_2 \right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + 2m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) = \\
(m_1 + 2m_2) g l_1 \sin \theta_1 + 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \\
-m_2 \ddot{x} l_2 \cos \theta_2 + 2m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{4}{3} m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 = \\
m_2 g l_2 \sin \theta_2 - 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)
\end{cases} \quad (4.11)$$

Les équations dynamiques (4.11) peuvent être mises sous la forme concise suivante:

$$\begin{cases}
a_{11} \ddot{x} + a_{12} \ddot{\theta}_1 + a_{13} \ddot{\theta}_2 = b_1 \\
a_{21} \ddot{x} + a_{22} \ddot{\theta}_1 + a_{23} \ddot{\theta}_2 = b_2 \\
a_{31} \ddot{x} + a_{32} \ddot{\theta}_1 + a_{33} \ddot{\theta}_2 = b_3
\end{cases} \quad (4.12)$$

Avec

$$\begin{cases}
a_{11} = M + m_1 + m_2; \quad a_{12} = a_{21} = (m_1 + 2m_2) l_1 \cos \theta_1 \\
a_{13} = a_{31} = m_2 l_2 \cos \theta_2 \\
a_{22} = 4 \left(\frac{m_1}{3} + m_2 \right) l_1^2; \quad a_{23} = a_{32} = 2m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \\
a_{33} = 4m_2 l_2^2 / 3
\end{cases} \quad (4.13)$$

$$\begin{cases}
b_1 = u + (m_1 l_1 + 2m_2 l_1) \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + m_2 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \\
b_2 = (m_1 + 2m_2) g l_1 \sin \theta_1 - 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \\
b_3 = m_2 l_2 g \sin \theta_2 + 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 - \theta_1)
\end{cases} \quad (4.14)$$

La position et la vitesse du chariot, l'angle et la vitesse angulaire du pendule inférieur, ainsi que l'angle et la vitesse angulaire du pendule supérieur forment le vecteur d'état, alors nous pouvons écrire:

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T = [x \quad \dot{x} \quad \theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2]^T \quad (4.15)$$

$$f(X(t), u(t)) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ x_4(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{x}_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ \ddot{x}(t) = -\frac{a_{12}}{a_{11}} \ddot{\theta}_1(t) - \frac{a_{13}}{a_{11}} \ddot{\theta}_2(t) + \frac{b_1}{a_{11}} \\ x_4(t) \\ \ddot{\theta}_1(t) = \frac{a_{13} a_{21} - a_{11} a_{23}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \ddot{\theta}_2(t) - \frac{a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} b_1 + \frac{a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} b_2 \\ x_6(t) \\ \ddot{\theta}_2(t) = \frac{\alpha}{\gamma} b_1 - \frac{\beta}{\gamma} b_2 + \frac{a_{11}(a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21})}{\gamma} b_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Ensuite, par application de la méthode d'Euler, le modèle dynamique non linéaire (4.16) du DIPC peut être mis dans la représentation non linéaire discrétisé générale suivante:

$$f(X_k, u_k, w_k) = [x_1(k+1) \quad x_2(k+1) \quad x_3(k+1) \quad x_4(k+1) \quad x_5(k+1) \quad x_6(k+1)]^T =$$

$$\begin{pmatrix} x_2(k) \\ -\frac{a_{12}(k)}{a_{11}}\ddot{\theta}_1(k) - \frac{a_{13}(k)}{a_{11}}\ddot{\theta}_2(k) + \frac{b_1(k)}{a_{11}} \\ x_4(k) \\ \frac{a_{13}(k)a_{21}(k) - a_{11}a_{23}(k)}{a_{11}a_{22} - a_{12}(k)a_{21}(k)}\ddot{\theta}_2(k) - \frac{a_{21}(k)b_1(k)}{a_{11}a_{22} - a_{12}(k)a_{21}(k)} + \frac{a_{11}b_2(k)}{a_{11}a_{22} - a_{12}(k)a_{21}(k)} \\ x_6(k) \\ \frac{\alpha(k)}{\gamma(k)}b_1(k) - \frac{\beta(k)}{\gamma(k)}b_2(k) + \frac{a_{11}(a_{11}a_{22} - a_{12}(k)a_{21}(k))}{\gamma(k)}b_3(k) \end{pmatrix} T_s + \begin{bmatrix} x_1(k) + w_1 \\ x_2(k) + w_2 \\ x_3(k) + w_3 \\ x_4(k) + w_4 \\ x_5(k) + w_5 \\ x_6(k) + w_6 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$h(X_k, v_k) = [x_1(k) + v_1 \quad x_3(k) + v_2 \quad x_5(k) + v_3]^T \quad (4.18)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} b_1(k) = u(k) + (m_1 l_1 + 2m_2 l_1) x_4^2(k) \sin x_3(k) + m_2 l_2 x_6^2(k) \sin x_5(k) \\ b_2(k) = (m_1 + 2m_2) g l_1 \sin x_3(k) - 2m_2 l_1 l_2 x_6^2(k) \sin(x_5(k) - x_3(k)) \\ b_3(k) = m_2 l_2 g \sin x_5(k) + 2m_2 l_1 l_2 x_4^2(k) \sin(x_5(k) - x_3(k)) \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\begin{cases} a_{12}(k) = a_{21}(k) = (m_1 + 2m_2) l_1 \cos x_3(k) \\ a_{13}(k) = a_{31}(k) = m_2 l_2 \cos x_5(k) \\ a_{23}(k) = a_{32}(k) = 2m_2 l_1 l_2 \cos(x_5(k) - x_3(k)) \end{cases} \quad (4.20)$$

Où les expressions explicites de $\alpha(k)$, $\beta(k)$ et $\gamma(k)$, sont données comme suit:

$$\begin{cases} \alpha(k) = (a_{31}(k)a_{12}(k)a_{21}(k) - a_{31}(k)a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} + \\ a_{11}a_{23}(k)a_{21}(k))b_1(k) \\ \beta(k) = (a_{11}a_{31}(k)a_{12}(k) - a_{32}(k)(a_{11})^2)b_2(k) \\ \gamma(k) = (a_{11}a_{31}(k) - a_{31}(k)a_{13}(k))(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) + \\ (a_{21}(k)a_{13}(k) - a_{11}a_{23}(k))(a_{32}(k)a_{11} - a_{12}(k)a_{31}(k)) \end{cases} \quad (4.21)$$

Où " T_s " est la période d'échantillonnage.

IV.2.2.3. Simulation et résultats

Cette section montre les résultats des états estimés en utilisant les filtres EKF et UKF comme nous avons discuté dans la section II. Les paramètres du double pendule inversé sur chariot utilisé dans la simulation sont donnés par: $M=1,5$ kg, $m_1=0,5$ kg, $m_2=0,75$ kg, $L_1= 0,5$ m, $L_2=0,75$ m et $g=9,81$ m/s². De plus, l'étude de simulation a été testée sous l'environnement de logiciel Matlab/Simulink avec un temps d'échantillonnage $T_s=0,001$ s.

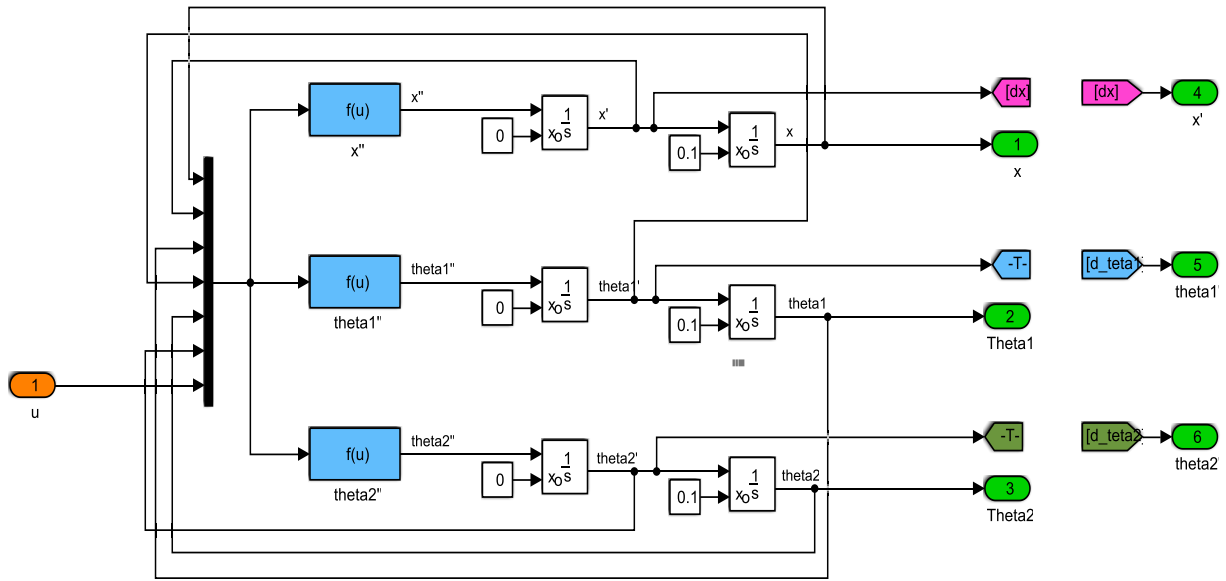


Figure 4.10 Schéma de simulation du double pendule inversé sur chariot (DPIC)

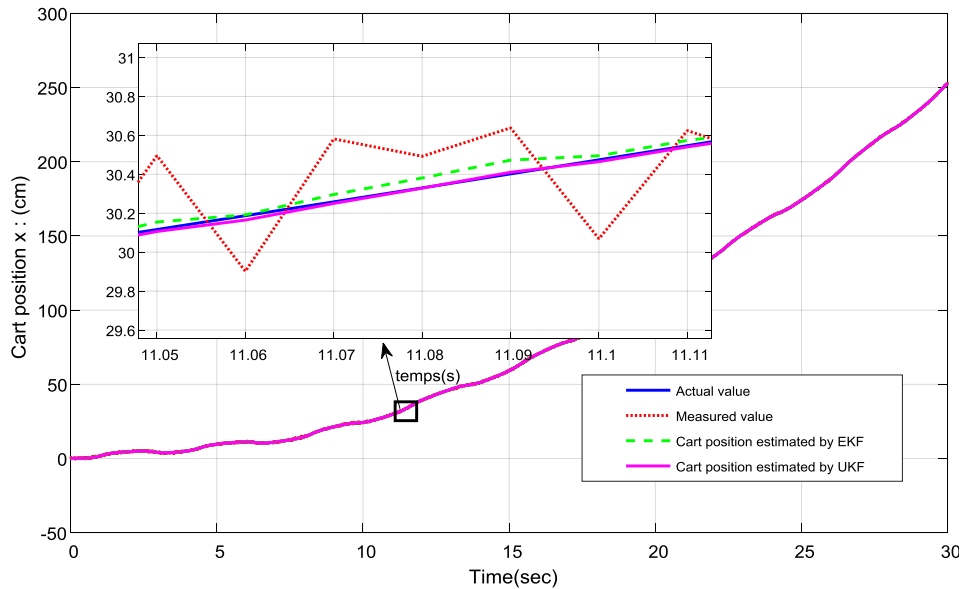


Figure 4.11 Valeurs actuelle, mesurée et estimée de la position du chariot (x)

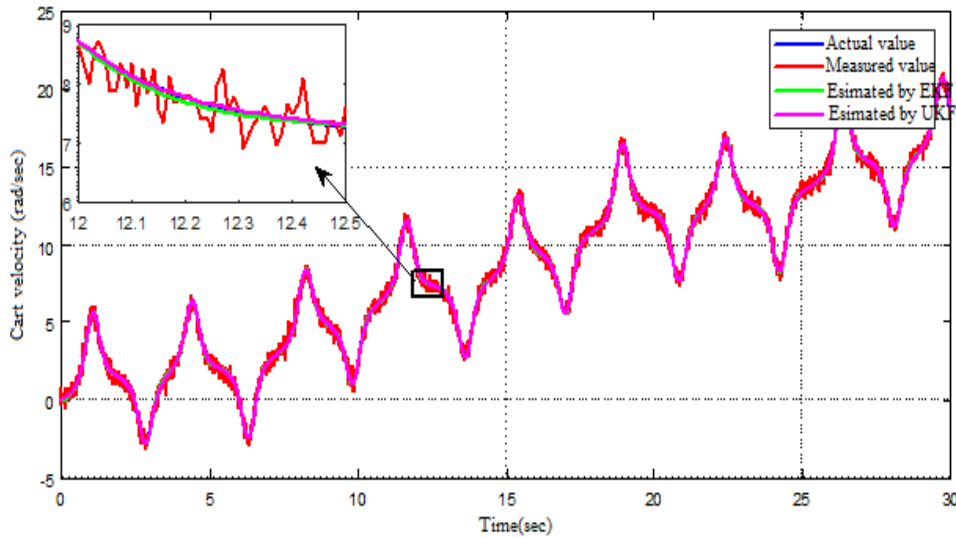


Figure 4.12 Valeurs actuelle, mesurée et estimée de la vitesse du chariot (x)

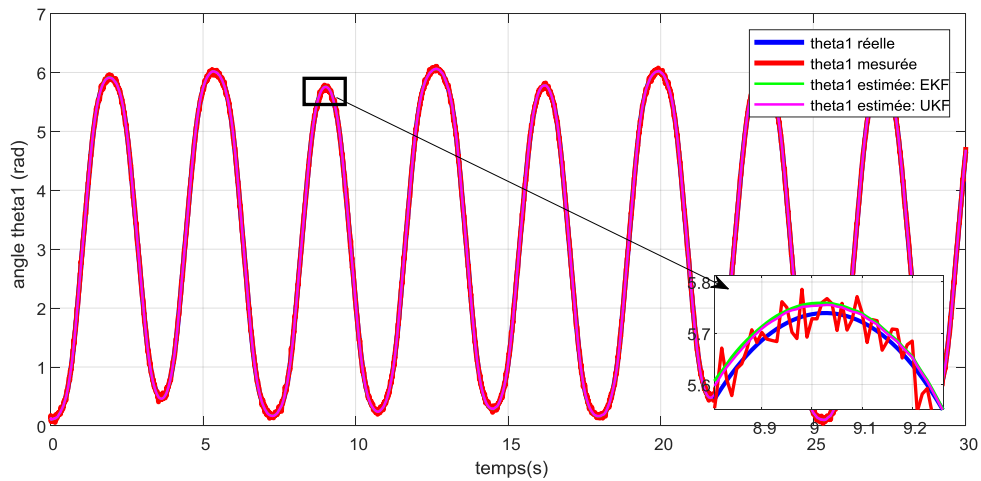


Figure 4.13 Évolution de l'angle $\theta_1(t)$ d'un pendule inversé double avec EKF et UKF.

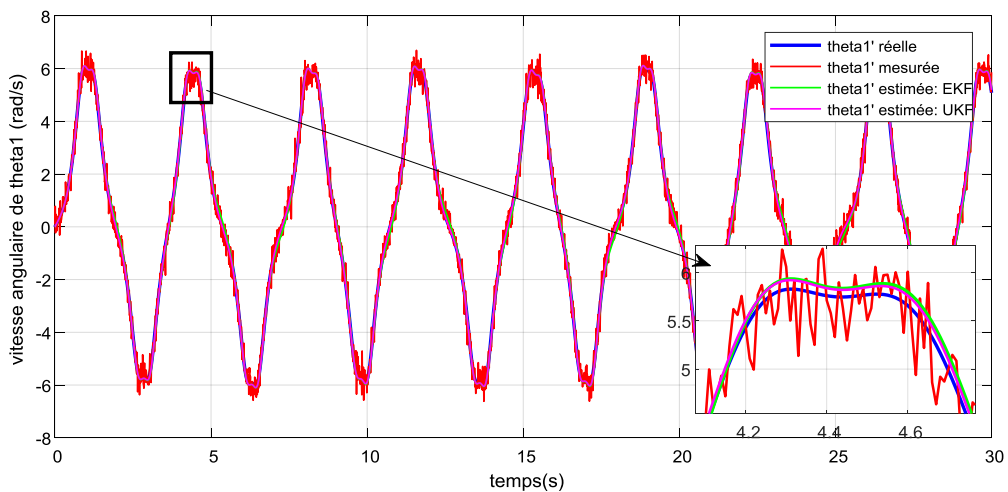


Figure 4.14 Évolution de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1(t)$ d'un pendule inversé double.

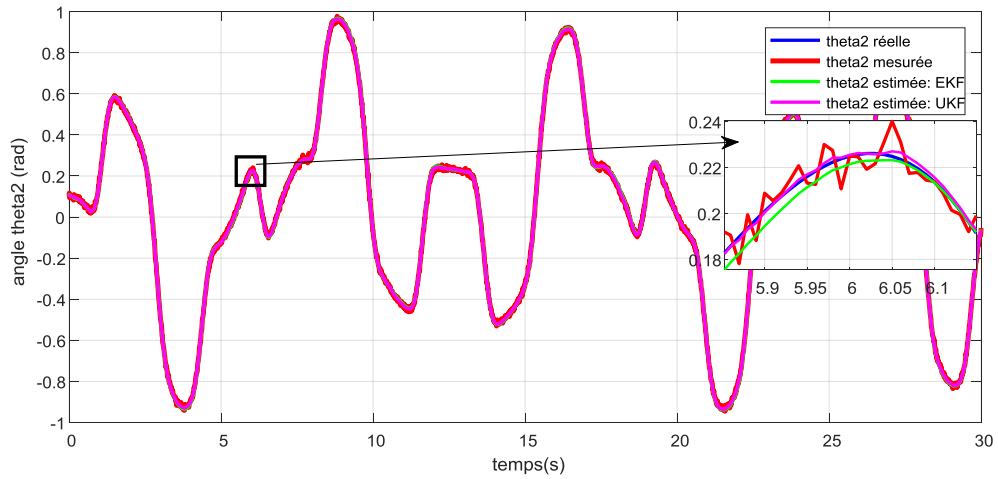


Figure 4.15 Évolution de la vitesse angulaire $\theta_2(t)$ d'un pendule inversé double

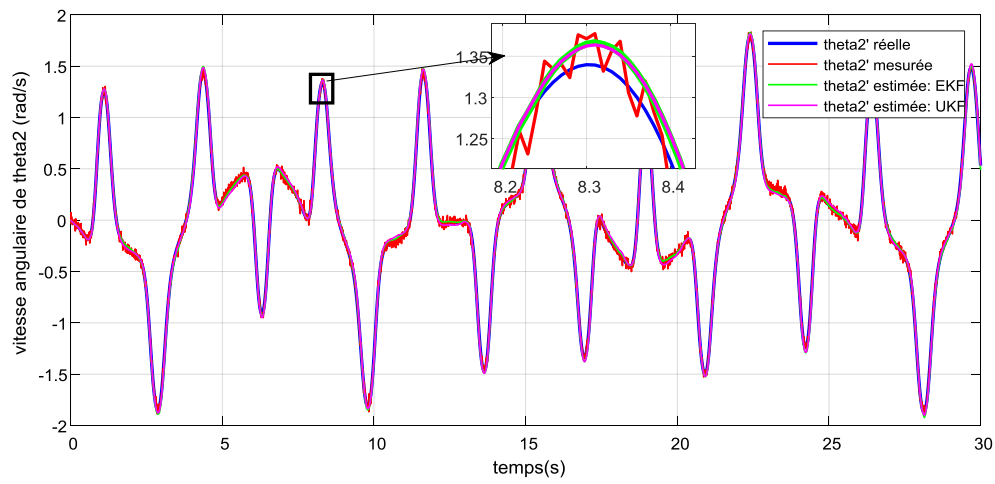


Figure 4.16 Évolution de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2(t)$ d'un pendule inversé double.

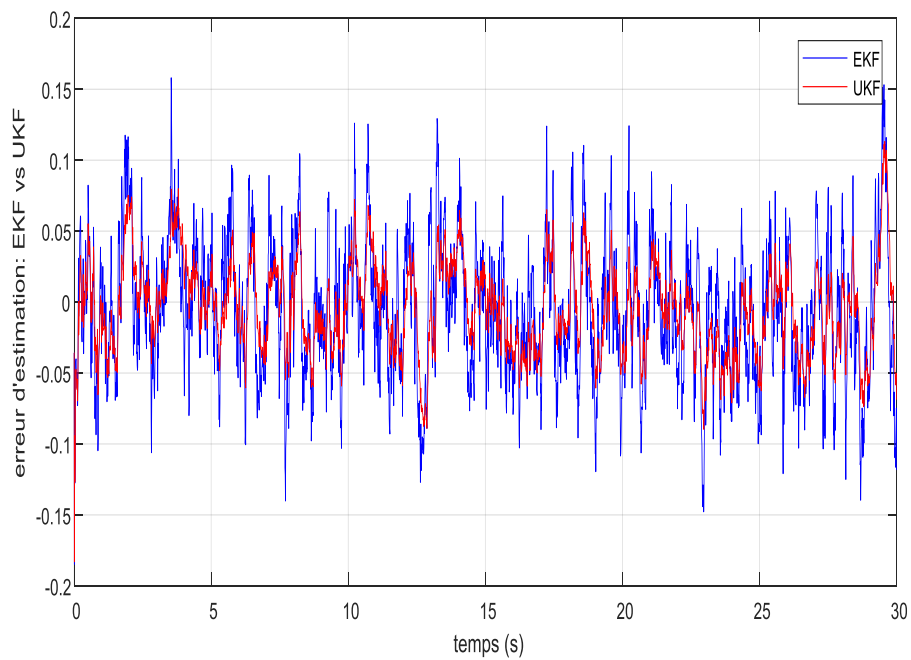


Figure 4.17 Évolution de l'erreur d'estimation des filtres EKF et UKF

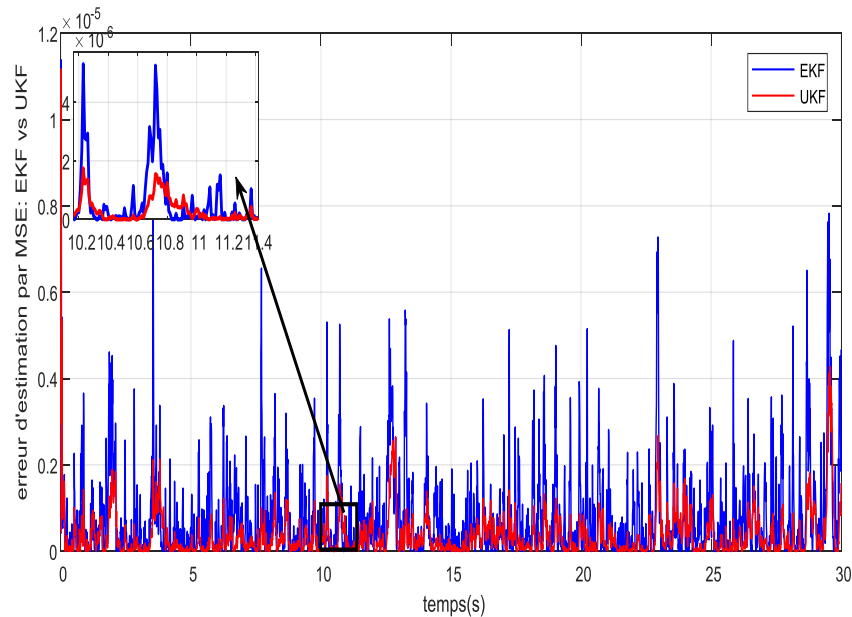


Figure 4.13. Évolution de la MSE des filtres EKF et UKF

Dans cette simulation, les équations dynamiques du pendule inversé double sont obtenues à partir de l'équation de mouvement de Lagrange. En utilisant le modèle mathématique discret ainsi développé, tous les états dynamiques de DIPC ont été estimés par les deux variantes de filtres de Kalman, à savoir le filtre de Kalman étendu et le filtre de Kalman non parfumé. On a constaté d'après les résultats de simulations obtenus ci-dessus (figures 4.11 à 4.16), que l'UKF atteint systématiquement un meilleur niveau de précision que l'EKF à un niveau de complexité comparable. Comme illustré dans les études précédentes, l'EKF et l'UKF sont tous deux des outils suffisants pour les systèmes non linéaires. Cependant, comme le vérifient les résultats de simulation, l'algorithme UKF est une méthode très prometteuse par rapport à EKF. Sur les figures 4.17 et 4.18 on remarque que les performances de l'UKF en termes de l'erreur d'estimation et valeur de MSE sont légèrement meilleures que celles de l'EKF. Les résultats obtenus par simulation montrent comment l'UKF peut contribuer à améliorer les performances de l'estimation d'état mieux que l'EKF. Ces derniers peuvent être utilisés pour surveiller et contrôler notamment la dynamique de certains systèmes complexes fortement non linéaires.

IV.2.3. Moteur synchrone à aimants permanents (MSAP)

L'intérêt pour les moteurs synchrones à aimants permanents ne cesse de croître dans le monde entier, on les trouve notamment dans le domaine de technologie des voitures électriques, les vélos et les scooters électriques, en tant que moteurs de propulsion, et également dans les bateaux et les navires électriques ainsi que dans les avions.

Il est à noter que les MSAP sont utilisés surtout dans les applications industrielles nécessitant un contrôle précis du couple et de la vitesse, tels que les machines-outils, les robots industriels, les systèmes de contrôle de mouvement, etc. [116]

IV.2.3.1. Avantages d'utilisation des MSAP

Les MSAP offrent beaucoup d'avantages par rapport aux autres types de machines à courant continu ou alternatif à savoir: un couple massique élevé en raison de leur grande réponse dynamique, de leurs meilleures caractéristiques couple-vitesse, de leur fonctionnement silencieux, de leur haute densité de puissance, de leur efficacité élevée et de leur facteur de puissance supérieur par rapport à d'autres moteurs conventionnels. En plus, en raison de l'absence de composants d'excitation et de balais, les MSAP ont tendance à nécessiter moins d'entretien par rapport à d'autres types de machines électriques. Elles sont souvent plus légères et plus compactes, ce qui les rend adaptées à des applications où l'encombrement est un facteur critique [117][118].

Cependant, il est important de noter que les MSAP peuvent être plus coûteuses à produire en raison de l'utilisation d'aimants permanents de haute qualité, mais elles offrent de nombreux avantages en termes de performance et d'efficacité pour diverses applications.

IV.2.3.2. Description du système (MSAP)

Les MSAP sont des machines électriques où les aimants permanents sont intégrés au rotor de la machine pour créer un champ magnétique permanent. Lorsqu'un courant électrique est appliqué au stator de la machine, il interagit avec le champ magnétique du rotor, provoquant ainsi la rotation du rotor. Ces machines sont dites "synchrones" car la vitesse de rotation du rotor (N_r) est strictement synchronisée avec la fréquence du courant alternatif (f_s) appliqué au stator [116].

$$N_r = N_s = \frac{60f_s}{p} \quad (4.21)$$

P : Nombre de paires de pôles de pôles.

f_s : Fréquence du réseau d'alimentation en hertz (Hz).

N_s : Vitesse du champ tournant ou vitesse de synchronisme en (tr/min).

En fonction de l'emplacement des aimants ; on distingue deux types de rotors. Dans le premier type, les aimants sont placés à la surface du rotor, assurant un entrefer uniforme. Ce type de moteur est appelé "à pôles lisses", et dans ce cas, les inductances ne varient pas en fonction de la position du rotor. En revanche, dans le deuxième type, les aimants sont montés à l'intérieur du rotor, ce qui entraîne une variation de l'entrefer en raison de l'effet de la saillance.

IV.2.3.3. Hypothèses simplificatrices

La modélisation de la machine synchrone est indispensable aussi bien pour le concepteur que pour l'automaticien. En effet, elle permet l'observation et l'analyse des différentes évolutions des grandeurs électriques et par conséquent l'élaboration des lois de commande. La MSAP est un système complexe, dont la modélisation obéit aux hypothèses simplificatrices suivantes [116][117][118] :

- ✓ L'entrefer est d'épaisseur uniforme, et l'effet d'encochage est négligeable.
- ✓ La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables.
- ✓ Les résistances des bobines restent constantes indépendamment de la température, et l'effet de peau est insignifiant.
- ✓ La force magnétomotrice (FMM) générée par les enroulements du stator suit une distribution sinusoïdale.

IV.2.3.4. Mise équations de la MSAP en triphasé (abc)

Dans notre cas d'étude, la machine utilisée est un moteur qui se distingue par :

- L'absence de tout dispositif auxiliaire au niveau de l'inducteur constitué par l'aimant permanent (flux d'excitation constant).
- L'absence des amortisseurs, donc seuls les enroulements d'induit sont parcourus par des courants. En raison de l'absence des pièces polaires, cette machine a une structure à pôles lisses, dont les aimants ont la structure générale d'une MSAP bipolaire est présentée par la figure (4.14) suivante [116,119] :

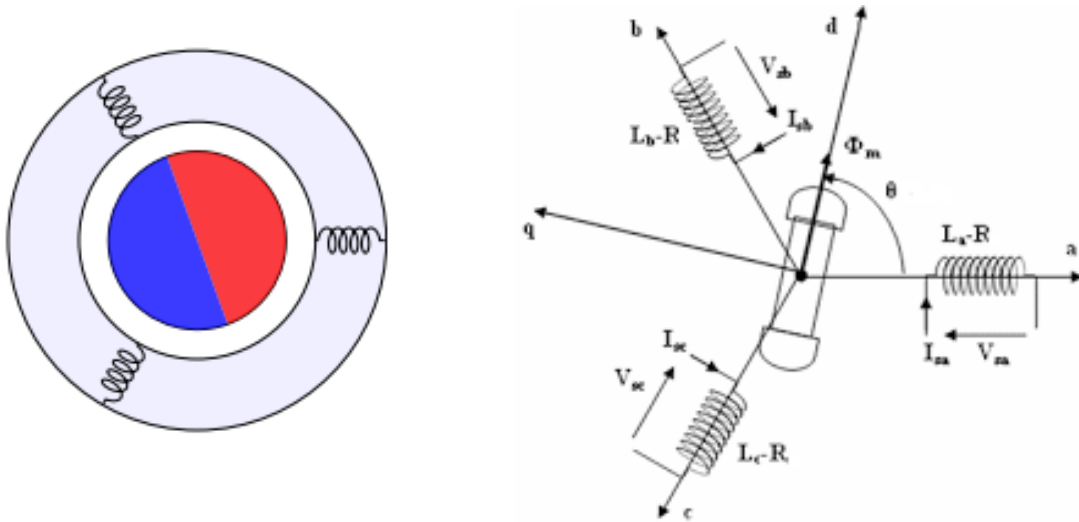


Figure 4.14. Représentation symbolique d’une MSAP à pôles lisses

Le comportement de la MSAP est entièrement défini par trois types d’équations à savoir :

a) Equations électriques

A partir de la figure (4.14), nous écrivons les équations électriques du stator et du rotor régissant le fonctionnement de la MSAP, en notation matricielle comme suit:

Au stator :

$$[v_{abc}] = [R_s][i_{abc}] + \frac{d[\varphi_{abc}]}{dt} \tag{4.22}$$

Où $[v_{abc}] = [v_a \ v_b \ v_c]^T$: Vecteur des tensions des phases statoriques.

$[i_{abc}] = [i_a \ i_b \ i_c]^T$: Vecteur des courants à travers les bobines statoriques.

$[\varphi_{abc}] = [\varphi_a \ \varphi_b \ \varphi_c]^T$: Vecteur des flux à travers les bobines statoriques

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} : \text{Matrice résistance du stator, avec } R_a = R_b = R_c = R_s$$

Au rotor:

$$[v_f] = [R_f][i_f] + \frac{d[\varphi_{f abc}]}{dt} \tag{4.23}$$

Où $[v_f] = [v_f \ 0 \ 0]^T$

$[i_f] = [i_f \ 0 \ 0]^T$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} : \text{Matrice inductance du stator}$$

Avec $L_a = L_b = L_c = L_s$ & $M_{ab} = M_{ac} = M_{bc} = M_s$

$[\varphi_{fabc}] = [\varphi_{fa} \quad \varphi_{fb} \quad \varphi_{fc}]^T$: Vecteur flux crée par l'aimant à travers l'enroulement statorique.

b) Equations magnétiques

Le flux total qui traverse chaque bobine peut être décomposé en flux propre de la même bobine et en flux mutuels provenant des autres bobines.

$$[\varphi_{abc}] = [L_s][i_{abc}] + [\varphi_{fabc}]$$

$$[\varphi_{fabc}] = \varphi_{sf} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} : \text{Vecteur flux engendré par l'aimant.}$$

Où φ_{sf} est la valeur crête du flux crée par l'aimant à travers l'enroulement statorique

c) Equation Mécanique

L'équation mécanique de la machine est donnée par relation suivante :

$$J \frac{d\Omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - f\Omega_r \quad (4.24)$$

Où J : Moment d'inertie de la partie tournante ($kg.m^2$).

f : coefficient de frottements visqueux ($N.m.s/rad$).

C_r : Couple résistant ($N.m$).

Ω_r : Vitesse de rotation mécanique (rad/s).

La Co-énergie a l'expression suivante :

$$W_{cm} = \frac{1}{2} [i_{abc}]^T [L_{ss}]^T [i_{abc}] + I_f [M_{sf}(\theta)]^T [i_{abc}] \quad (4.25)$$

Pour cette machine à pôles lisses, la matrice $[L_{ss}]$ est à coefficients constants, indépendants de l'angle θ . D'où le couple électromagnétique :

$$C_{em} = \frac{\partial W_{cm}}{\partial \theta} = I_f \left[\frac{\partial M_{sf}(\theta)}{\partial \theta} \right]^T [i_{abc}] \quad (4.26)$$

IV.2.3.5. Equations de la MSAP exprimées dans le repère diphasé (d q)

a) Equations Electriques

Dans le repère diphasé stationnaire (d q), les équations électriques de la machine après

la transformation de Park (voir annexe B) s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} V_d = R_s i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - p\omega_r \varphi_q \\ V_q = R_s i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + p\omega_r \varphi_d \end{cases} \quad (4.27)$$

Où les flux s'expriment par :

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d i_d + \varphi_{sf} \\ \varphi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (4.28)$$

Avec L_d ; L_q : sont respectivement les inductances d'axes directe et en quadrature.

b) Equation Mécanique

La dynamique du rotor est gouvernée par l'équation mécanique précédente donnée par:

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - f\omega_r$$

Dont le couple électromagnétique C_{em} qui s'exprime dans le repère (d q) comme suit :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p \left[(L_d - L_q) i_{ds} i_{qs} + \varphi_{sf} i_{qs} \right] \quad (4.29)$$

Pour une MSAP à pôles lisses ($L_d=L_q$) on obtient :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p \varphi_{sf} i_{qs} \quad (4.30)$$

En développant le système d'équations précédentes on peut déduire la forme globale du modèle non linéaire continu du MSAP à pôles lisse dans le référentiel (d, q) comme suit :

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} i_{ds} + \frac{L_q}{L_d} p\omega_r i_{qs} + \frac{1}{L_d} u_{ds} \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -\frac{R_s}{L_q} i_{qs} - \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_{ds} - \frac{\varphi_{sf}}{L_q} p\omega_r + \frac{1}{L_q} u_{qs} \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} \varphi_{sf} i_{qs} - \frac{f}{J} \omega_r - \frac{1}{J} C_r \\ \frac{d\theta_r}{dt} = p\omega_r \end{cases} \quad (4.31)$$

IV.2.3.6. Équations de la MSAP sous forme d'état non linéaire continu

Le modèle dynamique continu de PMSM peut être décrit par des équations différentielles non linéaires du quatrième ordre avec deux variables électriques (courants statoriques), deux variables mécaniques (vitesse du rotor et sa position) et deux variables de contrôle (tensions statoriques). Dans le repère (d, q), les variables d'état et de commande, les

mesures, les bruits d'état et de mesure sont définis respectivement comme suit :

$$x(t) = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [i_{ds} \quad i_{qs} \quad \omega_r \quad \theta_r]^T \quad (4.32)$$

$$u(t) = [v_{ds} \quad v_{qs}]^T \quad (4.33)$$

$$y = [i_{ds} \quad i_{qs}]^T \quad (4.34)$$

$$w(t) = [w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4]^T \quad (4.35)$$

Le modèle dynamique stochastique non linéaire du PMSM peut être donné par la représentation non linéaire générale continue suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t)) \\ y(t) = h(x(t), v(t)) \end{cases} \quad (4.36)$$

Où la fonction de non-linéarité f et la fonction de linéarité h sont données par :

$$f(x, u, w) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} x_1 + \frac{L_q p}{L_d} x_3 x_2 + \frac{1}{L_d} v_{ds} + w_1 \\ -\frac{R_s}{L_q} x_2 - \frac{L_d p}{L_q} x_3 x_1 - \frac{\phi_m}{L_q} p x_3(k) + \frac{1}{L_q} v_{qs} + w_2 \\ \frac{3p}{2J} [(L_d - L_q) x_1 x_2 + \phi_m x_2] - \frac{f_r}{J} x_3 - \frac{C_r}{J} + w_3 \\ p x_3 + w_4 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$h(x, v) = \begin{bmatrix} x_1 + v_1 \\ x_2 + v_2 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

IV.2.3.7. Équations de la MSAP sous forme d'état non linéaire discret

Puisque le modèle donné par (3.37) et (3.38) est un modèle continu, et que le filtre de Kalman est un algorithme discret, alors la discrétisation de ce modèle est nécessaire. Cette discrétisation se fera à l'aide de la méthode d'Euler directe qui fournit une approximation acceptable de la dynamique des systèmes pour une courte période d'échantillonnage.

La forme discrète résultante sera donnée par la représentation non linéaire générale discrète suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k), u(k), w(k)) \\ y(k) = h(x(k), v(k)) \end{cases} \quad (3.39)$$

Où les fonctions discrètes f et h sont déterminées comme suit :

$$f(x(k), u(k), w(k)) = \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - T_s \frac{R_s}{L_d}\right) x_1(k) + T_s \frac{L_q}{L_d} p x_3(k) x_2(k) + T_s \frac{1}{L_d} v_{ds} + w_1 \\ -T_s \frac{L_d}{L_q} p x_3(k) x_1(k) + \left(1 - T_s \frac{R_s}{L_q}\right) x_2(k) - T_s \frac{\phi_m}{L_q} p x_3(k) + T_s \frac{1}{L_q} v_{qs} + w_2 \\ \frac{3p}{2J} T_s \left[(L_d - L_q) x_1(k) x_2(k) + \phi_m x_2(k) \right] + (1 - T_s \frac{f_r}{J}) x_3(k) - T_s \frac{C_r}{J} + w_3 \\ x_4(k) + T_s x_3(k) + w_4 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$h = \begin{bmatrix} x_1(k) + v_1 \\ x_2(k) + v_2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Où T_s est la période d'échantillonnage.

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{x=\hat{x}_{k/k}} = \begin{bmatrix} 1 - T_s \frac{R_s}{L_d} & T_s \frac{L_q}{L_d} p \hat{x}_3 & T_s \frac{p L_q}{L_d} \hat{x}_1 & 0 \\ -T_s \frac{L_d}{L_q} p \hat{x}_3 & 1 - T_s \frac{R_s}{L_d} & -T_s \frac{\phi_m}{L_q} p + T_s \frac{p L_d}{L_q} \hat{x}_1 & 0 \\ \frac{3p}{2J} T_s (L_d - L_q) \hat{x}_2 & \frac{3p}{2J} T_s \left[(L_d - L_q) \hat{x}_1 + \phi_m \right] & 1 - T_s \frac{f_r}{J} & 0 \\ 0 & 0 & p T_s & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial X} \right|_{x=\hat{x}_{k/k}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$W = \text{diag}([w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4]) \quad (3.44)$$

$$V = \text{diag}([v_1 \quad v_2]) \quad (3.45)$$

IV.2.3.8. Commande vectorielle sans capteur de la MSAP

La commande vectorielle (FOC : Field-Oriented Control) est la technique la plus utilisée pour piloter les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP). Elle est basée sur l'utilisation d'une transformation qui convertit les variables électriques de la machine du référentiel stationnaire (a b c) en référentiel tournant (d q) avec le vecteur de flux. Par conséquent, cela permet de contrôler le flux avec le courant statorique i_d , tandis que la composante i_q permet de contrôler le couple électromagnétique [119][120][121].

Lorsque $i_d=0$, la relation entre le couple électromagnétique C_{em} et i_q devient linéaire, et le MSAP sera équivalent à un moteur à courant continu avec excitation séparée. Comme le

montre la Figure 4.15, la commande vectorielle peut réaliser un contrôle de vitesse en boucle fermée. Le régulateur PI de vitesse génère un courant quadratique de référence i_q^* ou une

référence du couple de sortie donné par la relation précédente définie par: $C_{em} = \frac{3}{2} p i_q^* \phi_f$

Où ϕ_f est le flux d'aimant permanent, p est le nombre de paires de pôles du moteur.

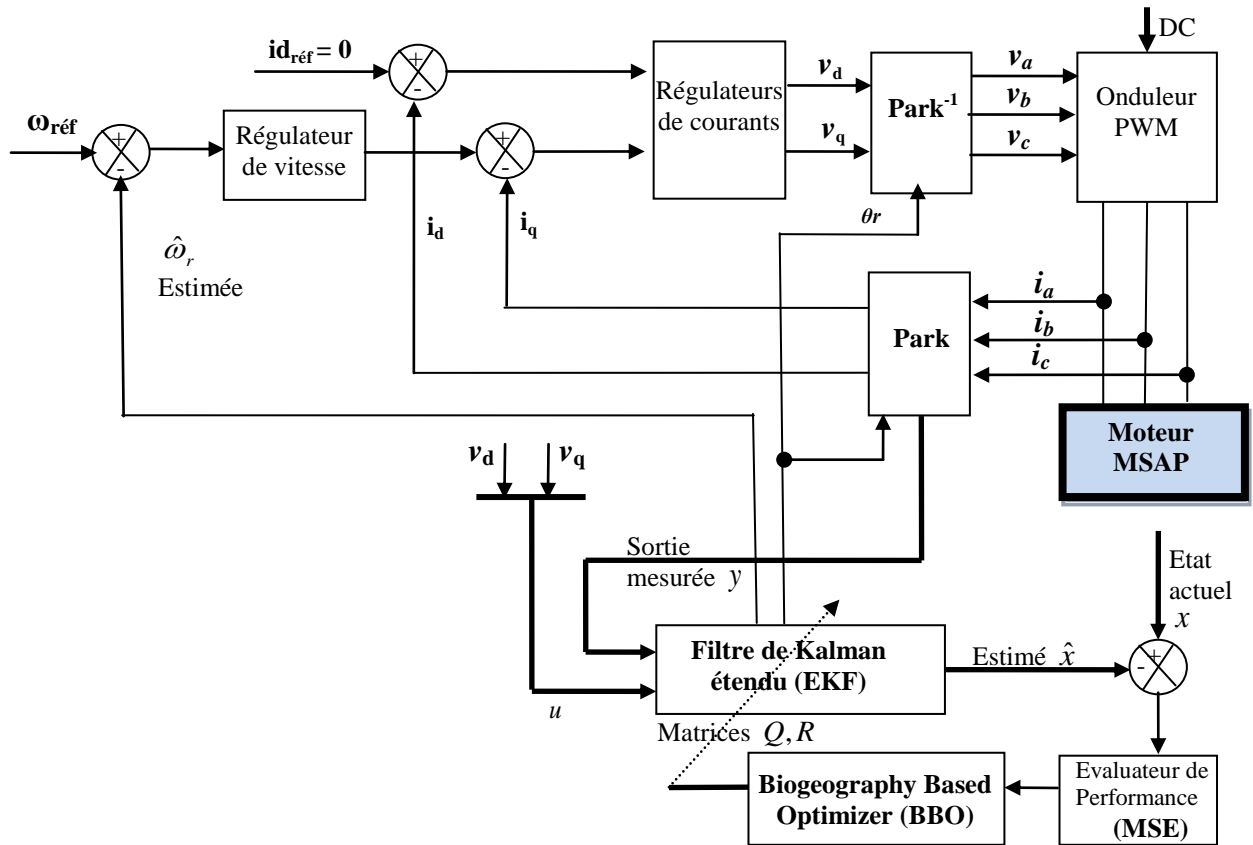


Figure 4.15. Schéma global de la commande associée à l'estimateur stochastique BBO-EKF.

Le schéma global de l'estimateur stochastique BBO-EKF associé à la commande vectorielle de la MSAP est illustré dans la Figure 4.15, où l'évaluateur de performance calcule d'abord la fonction objective (de fitness), qui est un critère d'erreur quadratique moyenne (MSE) entre l'état réel et l'état estimé. Puis, en fonction de la valeur de MSE obtenu, l'optimiseur BBO calculera les paramètres inconnus des éléments des matrices de covariance de bruit d'état et de mesure (Q et R). Ces derniers, seront utilisés par le filtre EKF pour estimer la vitesse et la position du rotor nécessaires à la réalisation de commande sans capteur de la MSAP [121].

IV.2.3.9. Simulation et résultats

Dans le but d'évaluer l'efficacité de l'approche proposée, l'estimation basée sur BBO-EKF a été testée sous charge et inversion de la vitesse du rotor de la MSAP.

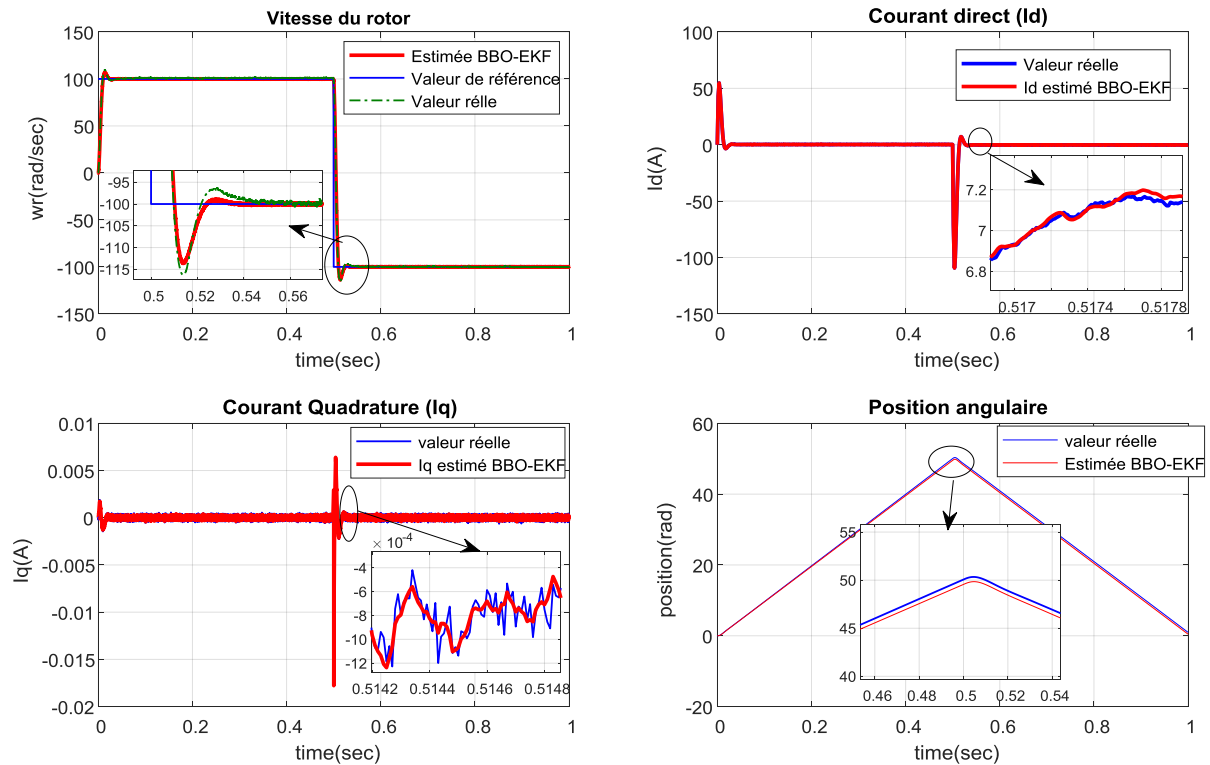


Figure 4.16. Résultats de simulation de l'entraînement MSAP basé sur l'estimateur stochastique BBO-EKF sous charge et avec variation de vitesse.

Les Figures 4.16 ci-dessus et 4.17 ci-dessous, montrent la vitesse et la position réelles et estimées du rotor de l'entraînement MSAP sous une charge de 0,05 N.m avec une inversion de vitesse à $t=0,5s$. En analysant les résultats obtenus, on peut noter que l'estimation de l'état est restée à l'intérieur d'une bande d'erreur très étroite, ce qui encourage l'utilisation de la méthode d'estimation développée pour le contrôle sans capteur du moteur MSAP. On constate également que les valeurs de vitesse du rotor et de position estimées par BBO-EKF sont très proches des valeurs réelles et offrent une estimation précise à basse vitesse (voir figure 4.18) lorsqu'elles sont soumises à des inversions fréquentes de vitesse [115].

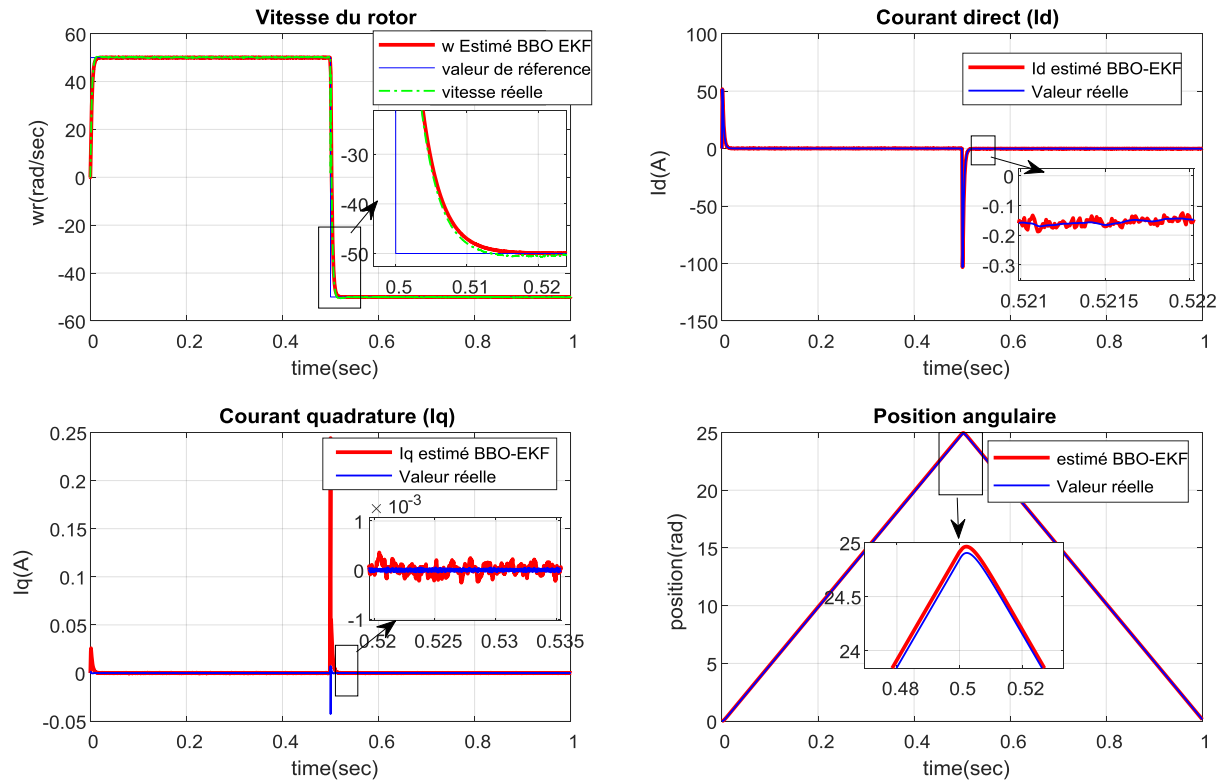


Figure 4.17. Résultats de simulation de l'entraînement MSAP basé sur l'estimateur stochastique BBO-EKF sous charge et avec variation de vitesse.

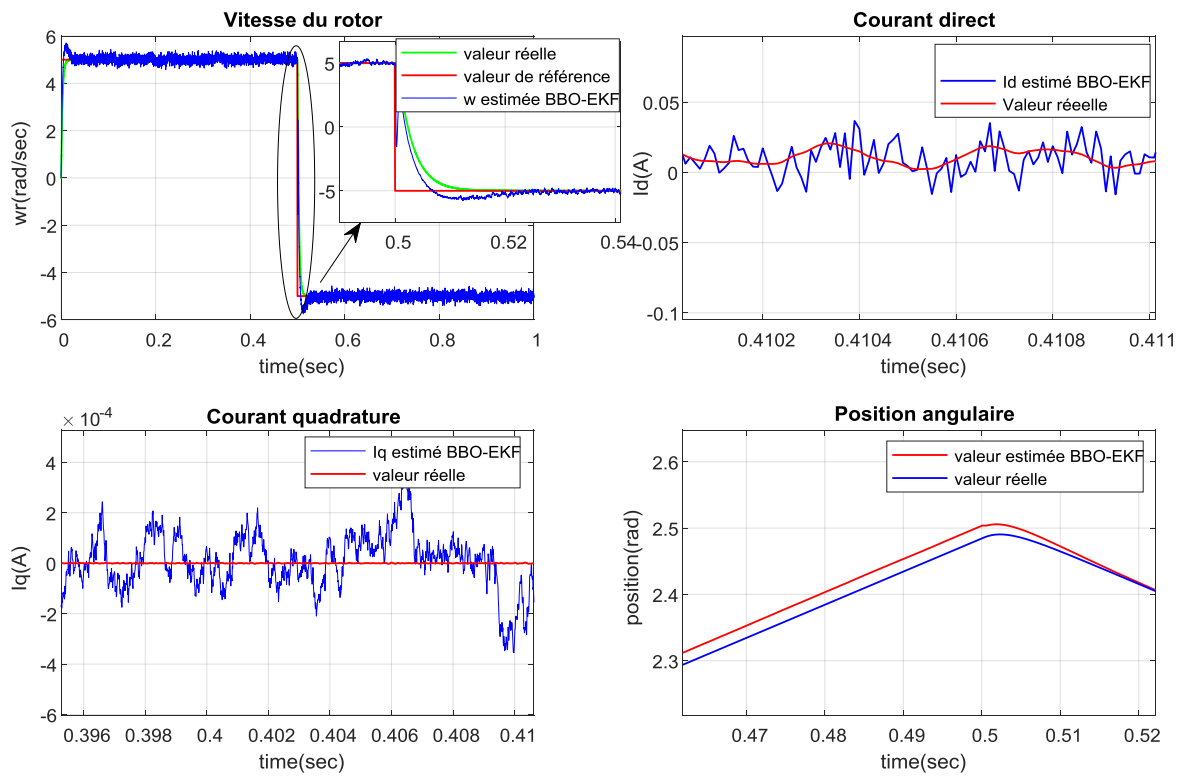


Figure 4.18. Résultats de simulation de l'entraînement MSAP basé sur l'estimateur stochastique BBO-EKF à basse vitesse, sous charge et avec inversion de vitesse.

IV.3. Conclusion

L'optimisation des deux estimateurs stochastiques EKF et UKF, permet d'améliorer la précision, la robustesse et l'efficacité de la commande des systèmes non linéaires, tout en prenant en compte les incertitudes et les non-linéarités inhérentes à ces systèmes. Ces deux outils, sont particulièrement puissants pour estimer les états de systèmes non linéaires.

L'EKF se distingue par son efficacité, adapté aux systèmes modérément non linéaires. En revanche, l'UKF se révèle plus précis et adapté aux systèmes fortement non linéaires tel est le cas de double pendule inversé monté sur un chariot. En effet, l'algorithme d'estimation adopté BBO-EKF a été testé également pour la commande de la MSAP sous différentes variations de charge et de vitesse. Les résultats obtenus ont montré des performances élevées, ce qui encourage l'utilisation de la technique proposée pour le contrôle sans capteur des systèmes fortement non linéaires tels que la MSAP ou le double pendule inversé.

Conclusion générale

Le travail traité dans cette thèse s'inscrit dans la thématique d'estimation et d'observation d'état des systèmes stochastiques fortement non linéaires. En effet, il est prépondérant de développer des méthodes d'estimation qui permettent de reconstruire l'état d'un système de manière simple, efficace et précise.

L'objectif de l'estimateur est de remplacer certains capteurs dans le but de réduire le coût de la commande et d'améliorer sa fiabilité. Plusieurs techniques d'estimation existent aujourd'hui, la majorité de ces techniques se sert d'un observateur d'état qui, à partir des mesures des courants et de la connaissance des tensions, estime les variables désirées (position, vitesse, flux,... etc.)

Dans un premier temps on a exposé un état de l'art sur les différentes techniques d'estimation. Ensuite, nous avons rappelé les principales propriétés des estimateurs, leur principe et objectifs ainsi que leur classification en deux grandes familles à savoir les estimateurs déterministes et stochastiques. Quelques notions de base sur la théorie des probabilités ont été également présentées.

Dans l'approche déterministe, les notions d'incertitudes et de fluctuations aléatoires sont négligées. Or, toute observation physique est perturbée par des signaux parasites diverses internes ou externes aux dispositifs de mesure. Dans le cas stochastique, qui est plus général, on peut prendre en compte les bruits du système et les bruits des mesures. La structure de base d'un observateur stochastique est semblable à celle d'un observateur d'état déterministe. Cependant, les gains du filtre sont calculés à partir des paramètres du modèle d'état du processus et des lois de probabilité des bruits.

Le filtre de Kalman introduit dans le chapitre 2 est un outil mathématique capable de déterminer des grandeurs d'états non mesurables évolutives ou des paramètres du système d'état à partir des grandeurs physiques mesurables. L'influence des matrices Q et R a été vérifiée par des essais en simulation, où nous avons constaté qu'en augmentant R , la réponse du filtre était lente ce qui donne une faible erreur d'estimation, par contre, la diminution de R accélère la convergence du filtre ce qui donne une grande erreur d'estimation. En revanche, augmenter Q signifie que les incertitudes dans le modèle sont élevées, ce qui fait augmenter également le gain de Kalman. Ainsi, les mesures seront plus fortement pondérées et les performances en état transitoire seront plus rapides. En effet, l'ajustement des valeurs de Q et

R sera alors nécessaire, puisque la sélection correcte de ces matrices garantit la convergence avec de petites erreurs d'estimation et affecte à la fois le démarrage et le fonctionnement en régime permanent du filtre de Kalman. Ces ajustements doivent être optimaux, ce qui rend impératif le recours à des méthodes d'optimisation.

Dans cette étude, les performances du filtre de Kalman étendu ont été améliorées en optimisant les matrices de covariances des bruits, notées Q et R , par l'introduction d'un algorithme BBO-EKF. Pour vérifier l'efficacité de cette algorithme, une étude comparative a été menée en présence de bruit, entre cette approche et deux autres méthodes à savoir : PSO-EKF et AG-EKF. Les résultats de simulations obtenus ont confirmé que la méthode combinée BBO-EKF offre une légère amélioration de la performance d'estimation. En effet, après 20 itérations, l'erreur quadratique moyenne (MSE) de l'approche BBO-EKF s'établit à 0,0138. En termes de rapidité de convergence, l'algorithme BBO se distingue par une progression plus rapide, ce que montre l'évolution de sa fonction objectif (fitness). L'application de ces méthodes pour l'estimation d'état de quelques systèmes fortement non linéaires est abordée en détail dans le quatrième chapitre.

Selon les résultats de simulation obtenues au chapitre 4, on a constaté que l'estimation est relativement bonne aussi bien pour l'EKF que pour l'UKF, mais avec une supériorité notable pour l'UKF surtout dans le cas des systèmes fortement non linéaires tel est le cas du pendule inversé avec double bras monté sur un chariot. Cela a été confirmé par la courbe de l'évolution de la moyenne des erreurs au carrée (MSE) pour les deux cas d'estimation étudiés. On observe clairement que le filtre UKF offre une alternative au filtre de Kalman étendu. Cela nous a permis d'éviter les deux principaux inconvénients d'EKF, tels que les erreurs de linéarisation et les difficultés d'implémentation liées aux matrices Jacobiennes. En effet, la transformation non parfumée a simplifié l'algorithme en éliminant la nécessité de calculer les matrices Jacobiennes à chaque étape et pour chaque point de fonctionnement.

La principale différence du UKF par rapport à EKF est que, dans EKF, nous ne prenons qu'un seul point, c'est-à-dire la moyenne et son approximatif, mais en UKF, nous prenons un ensemble de points appelés points sigma et leurs approximatifs avec le fait que plus le nombre de points est grand, plus notre approximation sera précise. En effet, le choix entre ces deux algorithmes dépend des exigences spécifiques de l'application et des ressources informatiques disponibles. En effet, l'algorithme d'estimation adopté BBO-EKF a été testé également pour la commande de la MSAP sous différentes variations de charge et de vitesse.

En conclusion, l'optimisation des estimateurs stochastiques par des méthodes intelligentes ouvre de nouvelles perspectives pour la commande avancée des systèmes non linéaires. Les résultats encourageants obtenus jusqu'à présent montrent que cette approche pourrait jouer un rôle crucial dans l'amélioration des performances des systèmes complexes dans divers domaines industriels. L'amélioration peut également être réalisée en combinant les points forts de différentes techniques d'optimisation (AG, BBO et PSO...etc.) connue sous le nom d'hybridation d'algorithmes. L'hybridation est une méthode efficace pour rendre l'algorithme plus performant, car elle fusionne les caractéristiques de différents algorithmes.

Références Bibliographiques

- [1] P. S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation, and Control, Vol. 1," Academic Press, Inc., New York, San Francisco, London, 1979, Chapter 6
- [2] P. S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation, and Control, Vol. 3," Academic Press, Inc., New York, London, Paris, San Diego, San Francisco, São Paulo, Sydney, Tokyo, Toronto, 1982.
- [3] Strogatz, Steven H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. United Kingdom: Avalon Publishing, 2015.
- [4] I. V. Semushin, "Adaptation in Stochastic Dynamic Systems—Survey and New Results III: Robust LQ Regulator Modification," *International Journal of Communications, Network and System Sciences*, Vol. 5 No. 9A, 2012, pp. 609-623.
- [5] Deng, Z.H. and Nian, X.H. (2015) Robust Control of Permanent Magnet Synchronous Motors. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2, 143-150.
- [6] Tety, P. , Konate, A. , Asseu, O. , Soro, E. , Yoboue, P. and Kouadjo, A. (2015) A Robust Extended Kalman Filter for Speed-Sensorless Control of a Linearized and Decoupled PMSM Drive. *Engineering*, 7, 691-699.
- [7] Zhonggang Yin, Fengtao Gao, Yanqing Zhang, Chao Du, Guoyin Li, and Xiangdong Sun, A Review of Nonlinear Kalman Filter Applying to Sensorless Control for AC Motor Drives, *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, vol. 3, no. 4, december 2019.
- [8] A. Fakharian, T. Gustafsson and M. Mehrfam, "Adaptive Kalman Filtering Based Navigation: An IMU/GPS Integration Approach," *Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control*, Delft, 11-13 April 2011, pp. 181-185.
- [9] A. Elabed and A. Masmoudi, "Bayesian Estimation of Non-Gaussian Stochastic Volatility Models," *Journal of Mathematical Finance*, Vol. 4 No. 2, 2014, pp. 95-103.
- [10] Kalman, R. E. (1960) «A new approach to linear filtering and prediction problems», *ASME Transactions, Part D, Journal of Basics Engineering*, vol. 82, pp.35-45.
- [11] Kalman, R. and Bucy, R. (1961) «New Results in Linear Filtering and Prediction Theory», *ASME Transactions, Part D, Journal of Basics Engineering*, vol. 83, pp.95-103.
- [12] Grewal, Mohinder S., and Andrews, Angus P., *Kalman Filtering: Theory and Practice with MATLAB*. Germany, Wiley, 2014.
- [13] Asofyani IM, Idris NRN, Sutikno T, Alamri YA. An optimized extended Kalman filter for speed sensorless direct torque control of an induction motor, In: *proceedings of IEEE international conference on power and energy (PECon)*; 2012, pp.319-324.
- [14] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions," *Technical Report, Robotics Research Group, Department of Engineering Science, University of Oxford*, 1994.
- [15] S. J. Julier, J. K. Uhlmann, and H. F. Durrenat-Whyte, "A new approach to filtering nonlinear systems," in *Proceedings of the 1995 American Control Conference*, Seattle, WA, pp. 1628–1632, 1995.

- [16] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, "A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems," Proceedings of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls, Orlando, Florida, Multi Sensor Fusion, Tracking and Resource Management II, pp. 182–193. 1997.
- [17] R. V. Rao and V. J. Savsani, Mechanical Design Optimization Using Advanced Optimization Techniques, Springer Series in Advanced Manufacturing, DOI: 10.1007/978-1-4471-2748-2_2, Springer-Verlag London 2012
- [18] Condomines, Jean-Philippe. (2018). Nonlinear Kalman Filter for Multi-Sensor Navigation of Unmanned Aerial Vehicles: Application to Guidance and Navigation of Unmanned Aerial Vehicles Flying in a Complex Environment. ISTE Press Ltd and Elsevier Ltd.
- [19] Zs. Lendek, R. Babuska, and B. De Schutter, State estimation under uncertainty: A survey, Tech. rep. 06-004, Delft Center for Systems and Control, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 65 pp., Feb. 2006.
- [20] Holland, J.H. (1992) Genetic Algorithms. Scientific American, 267, pp.66-72.
- [21] Farmer JD, Packard N, Perelson A (1986), The immune system, adaptation and machine learning. Physica 22:187–204.
- [22] Dorigo M (1992) Optimization, learning and natural algorithms. PhD Dissertation, Politecnico di Milano, Italy.
- [23] Kennedy J, Eberhart RC (1995) Particle swarm optimization. Proceedings IEEE International Conference on Neural Networks, Piscataway, 1942–1948.
- [24] Karaboga D (2005) An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical Report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, Turkey.
- [25] Simon, D. (2008), Biogeography-based optimization, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol.12, No.6, pp.702-713.
- [26] P. Borne, G. dauphin, and J. P. Richard, Modélisation et Identification des Processus J. tome 1, éditions technip, 1992.
- [27] M. R. Sheldon, Initiation aux probabilités, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2007.
- [28] P. H. Hwei, Theory and Problems of Probability, Random Variables, and Random Processes, the McGraw-Hill Companies, 1997.
- [29] H. Cramér, Random Variables and Probability Distributions, Cambridge at the University press, 1962.
- [30] Jean-Pierre Lecoutre, Statistique et probabilités, Dunod, 2003.
- [31] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, Introduction to Probability, Second Editions, Athena Scientific, 2008.
- [32] S. Morgenthaler, Introduction à la statistique, quatrième Editions, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes (PPUR), 2013
- [33] M. Barkat, Signal Detection and Estimation, Second Edition, 2005.

- [34] Brown RG, Hwang PYC (1996) Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions, 3rd edn. Wiley, New York
- [35] Gibbs, Bruce P. Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling: A Practical Handbook. Ukraine, Wiley, 2011.
- [36] Thrun, S., Burgard, W., Fox, D. (2005). Probabilistic robotics. Cambridge: MIT Press.
- [37] T. R. Bayes, “Essay towards solving a problem in the doctrine of chances,” Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., vol. 53, pp. 370–418, 1763. Reprinted in Biometrika, vol. 45, 1958
- [38] Droesbeke, J., Fine, J., Saporta, G. Droesbeke, Jean-Jacques, et al. “Méthodes bayésiennes en statistique”. France, Technip, 2002.
- [39] Sara A. Van de Geer , Least Squares Estimation, in Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science, Volume 2, pp. 1041–1045, Editors Brian S. Everitt & David C. Howell John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 2005
- [40] Jonas KIBALA KUMA, Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance : éléments de Théorie et pratiques sur Logiciel » Centre de Recherches Economiques et Quantitatives, CREQ-Juillet-2019.
- [41] Anderson, Brian D. O., Moore, John B., Optimal Filtering. États-Unis: Dover Publications, 2012.
- [42] T. Kailath, A. H. Sayed and B. Hassibi, “Linear Estimation,” Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2000
- [43] Sandrine Moreau, « Contribution à la modélisation et à l’estimation paramétrique des machines électriques à courant alternatif : Application au diagnostic». Thèse de doctorat, Ecole supérieure d’ingénieurs de Poitiers, Université de Poitiers, 1999.
- [44] F. Fillippitti, G. Franceshini, C. Tassoni & P. Vas, “Broken bar detection in induction machine: comparaison between current spectrum approach and parameter estimation approach “, IAS’94, New York, USA, pp. 94-102, 1999.
- [45] Ibrahim M. Alsofyani, N.R.N.Idris, A review on sensorless techniques for sustainable reliability and efficient Variable frequency drives of induction motors, Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 24, pp.111-121, 2013
- [46] Chafaa Kheireddine, « Structures d’identification et de commande des systèmes non linéaires basées sur les techniques floues », Thèse de doctorat es sciences, Université de Batna, 2006.
- [47] Khoder, W. and Jida, B. (2014) A Quaternion Scaled Unscented Kalman Estimator for Inertial Navigation States Determination Using INS/GPS/Magnetometer Fusion. Journal of Sensor Technology, 4, 101-117.
- [48] Alqahtani, A. and Zohdy, M. (2019) ZigBee Signal Phase Tracking Using a Discrete Kalman Filter Estimator under AWGN Channel. Journal of Computer and Communications, 7, 10-17.
- [49] Brice Aubert, « Détection des courts-circuits Inter-spires dans les machines dans les générateurs synchrones a aimants permanents : méthodes basées modèles et filtre de Kalman étendu ». Thèse de doctorat, INP de Toulouse, Université de Toulouse, 2014.

- [50] Ma, Hongbin & Yan, Liping & Xia, Yuanqing & Fu, Mengyin. (2020) «Kalman Filtering and Information Fusion», Editions Science Press 2020, Springer Nature Singapore Pte Ltd.
- [51] Tarek Boumagoura «Recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateurs en vue du diagnostic, » Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon Ecully, France, 2001.
- [52] H. Z. Fang, N. Tian, Y. B. Wang, M. C. Zhou, and M. A. Haile, "Nonlinear Bayesian estimation: from Kalman filtering to a broader horizon," IEEE/CAA J. of Autom. Sinica, vol. 5, no. 2, pp. 401-417, Mar. 2018.
- [53] Bendjedia Moussa « Synthèse d'algorithmes de commande sans capteurs de moteurs pas à pas et implantation sur architecture programmable », Thèse de Doctorat, Université Franche-Comté, 2007.
- [54] Sandrine Moreau, « Contribution à la modélisation et à l'estimation paramétrique des machines électriques à courant alternatif : Application au diagnostic ». Thèse de doctorat, Ecole supérieure d'ingénieurs de Poitiers, Université de Poitiers, 1999.
- [55] Mickael Hilairret, « Application des outils traitement du signal a la commande de les machine tournantes », Thèse de Doctorat, université de Nantes 2001.
- [56] Alkan Alkaya., « Unscented Kalman filter performance for closed-loop nonlinear state estimation: a simulation case study ». Electr Eng (2014) 96: pp.299–308.
- [57] Greg Welch, Gary Bishop, "An Introduction to the Kalman Filter", Technical Report, TR 95-041, University of North Carolina at Chapel Hill, 2004.
- [58] Julier, S.J., Uhlmann, J.K., Durrant-Whyte, H.F., « A new approach for filtering nonlinear system ». In: Proceedings of the American control conference, vol. 3, Seattle, WA, USA, pp. 1628-1632, 1995.
- [59] Julier, S.J., Uhlmann, J.K., «A general method for approximating nonlinear transformation of probability distributions ». In: Technical report, RRG.Department of Engineering Science, University of Oxford, Oxford (1996).
- [60] Julier, S.J., Uhlmann, J.K., « A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems ». In: Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI. Proceedings of the society of photo-optical instrumentation engineers (SPIE), (1997), vol. 3068, pp 182–193.
- [61] E. A. Wan and R. Van Der Merwe (2000) The unscented Kalman filter for nonlinear estimation," Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373), Lake Louise, AB, Canada, 2000, pp.153-158.
- [62] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, «Unscented filtering and nonlinear estimation », Proc. IEEE, vol. 92, no. 3, pp. 401-422, 2004.
- [63] Zs. Lendek, R. Babuska, and B. De Schutter, "State estimation under uncertainty: A survey," Tech. rep. 06-004, Delft Center for Systems and Control, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 65 pp., Feb. 2006.
- [64] J. Han, Q. Song, and Y. He, "Adaptive Unscented Kalman Filter and Its Applications in Nonlinear Control", Kalman Filter Recent Advances and Applications. InTech, Apr. 01, 2009.

- [65] Romanenko, Andrei & Castro, José. “The unscented filter as an alternative to the EKF for nonlinear state estimation: A simulation case study”, *Computers & Chemical Engineering*, vol. 28. pp.347-355, 2004.
- [66] Julier, S.J., Uhlmann, J.K., & Durrant-Whyte, H.F., « A new method for the non linear transformation of means and covariances in filters and estimators », *IEEE, Transactions on automatic control*, Vol.45, Issue 3, March 2000.
- [67] E. Wan and R. Van der Merwe, “The unscented Kalman filter, in *Kalman Filtering and Neural Networks*”, S. Haykin, Ed. New York: John Wiley & Sons, 2001, pp. 221-269.
- [68] K. L. Shi, T. F. Chan, Y. K. Wong, and S. L. Ho. Speed estimation of an induction motor drive using an optimized extended Kalman filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(1):124–133, Feb 2002.
- [69] **S. ALLAOU**, K.Chafaa, Y.Laamari, B. Athamena, “Induction motor state estimation using tuned Extended Kalman Filter “, 4th International Conference on Electrical Engineering (ICEE), Boumerdès, Algeria, 13-15 Dec. 2015.
- [70] Y. Laamari, **S. ALLAOU**, K.Chafaa, B. Athamena, “An optimal extended Kalman filter for the rotor fault diagnosis of an Induction Motor drive”, 2nd International Conference on Pure and Applied Sciences, Yildiz Technical University, Turkey, Juin 2016.
- [71] Rayyam M, Zazi M, (2020), A novel metaheuristic model-based approach for accurate online broken bar fault diagnosis in induction motor using unscented Kalman filter and ant lion optimizer. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol.42, N°8, pp.1537-1546.
- [72] F. J. Basha and K. Somasundaram,(2019), State Estimation of Induction Motors Using Particle Swarm Optimization Tuned Unscented Kalman Filter, *Innovations in Power and Advanced Computing Technologies (i-PACT)*,Vellore, India, pp.1-7.
- [73] Kaur, Navreet & Kaur, Amanpreet, (2016), A Review on Tuning of Extended Kalman Filter using Optimization Techniques for State Estimation. *International Journal of Computer Applications*. Vol.145.N°.15, pp.1-5.
- [74] **Samia ALLAOU**, Y.LAAMARI, Kheireddine CHAFAA, S. SAAD (2021) ”Position and speed estimation of PMSM based on extended Kalman filter tuned by biogeography-based-optimization , **Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)**, Vol. 54, No.4, pp.559-568.
- [75] Das Sharma, Kaushik, et al. *Intelligent Control: A Stochastic Optimization Based Adaptive Fuzzy Approach*. Allemagne, Springer Nature Singapore, 2018.
- [76] B Gérard, S. Patrick, «Etat de l'Art des Méthodes d'Optimisation Globale », *Operations Research Journal*, Vol. 35, No3, pp. 329-365, 2001.
- [77] Amir NAKIB « Conception de métaheuristiques d'optimisation pour la segmentation d'images. Application à des images biomédicales » thèse de doctorat en sciences, Université Paris 12-val de marne UFR de sciences et technologie, (2007).
- [78] Gandomi AH, Yang X, Talatahari S, et al. (2013), Metaheuristic algorithms in modeling and optimization. *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures*: pp.1–24.

- [79] Russell C. Eberhart, « Particle Swarm Optimization: Developments, Applications and resources », Proc. IEEE, 2001
- [80] J. Dréo, A. Pétrowski, Patrick Siarry-Eric Taillard « Métaheuristiques pour l'optimisation difficile » Editions Eyrolles, (2003)- ISBN : 2-212-1368-4
- [81] Ilhem Boussaïd, Julien Lepagnot, Patrick Siarry, (2013) A survey on optimization metaheuristics, Information Sciences, Vol. 237, pp.82-117.
- [82] Ilhem Boussaïd. Perfectionnement de métaheuristiques pour l'optimisation continue. Thèse de Doctorat, Université Paris-Est; Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene, Alger, 2013.
- [83] Kirkpatrick S, Gelatt CD, Vecchi MP (1983) Science. Optimization by simulated annealing 220(4598):671–680
- [84] Voudouris C, Tsang E (1999) Guided local search and its application to the traveling salesman problem. Eur J Oper Res 113(2):469–499
- [85] Glover F, Laguna M (1998) Tabu search. In: Handbook of combinatorial optimization. Springer, pp 2093–2229
- [86] Holland, J.H. (1992) Genetic Algorithms. Scientific American, vol.267,N°1, pp.66-72.
- [87] Storn R, Price K (1997) Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. J Glob Optim Vol.11, N°4, pp.341–359
- [88] Koza, J.R., Poli, R. (2005). Genetic Programming. In: Burke, E.K., Kendall, G. (eds) Search Methodologies. Springer, Boston, MA.
- [89] Simon, D. (2008), Biogeography-based optimization. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 12(6): 702-713.
- [90] Ma H, Simon D, Siarry P, Yang Z, Fei M (2017) Biogeography-based optimization: a 10-year review. IEEE Trans Emerg Top Comput Intell Vol.1, N°5, pp.391–407.
- [91] Meraihi Y, Ramdane-Cherif A, Acheli D, Mahseur M (2020b) Dragonfly algorithm: a comprehensive review and applications. Neural Comput Appl
- [92] Eberhart R, Kennedy J (1995) A new optimizer using particle swarm theory. In: MHS'95. Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science. IEEE, pp 39–43.
- [93] Kennedy J (2010) Particle swarm optimization. Encycl Mach Learn 760–766.
- [94] Dorigo M, Di Caro G (1999) Ant colony optimization: a new meta-heuristic. In: Proceedings of the 1999 congress on evolutionary computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406), vol.2 .IEEE, pp 1470–1477.
- [95] Holland J. “Adaptation in natural and artificial systems”. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [96] David E. Goldberg. “Algorithmes génétiques Exploitation, optimisation et apprentissage automatique”. Addison-Wesley, France, SA, 1994
- [97] Gerd Finke. “Recherche opérationnelle et réseaux. Méthodes d'analyse spatiale”. Paris, Hermès Science, 2002.

- [98] Randy L. Haupt and Sue Ellen Haupt. (2004) Practical genetic algorithms' second edition. Published by John Wiley and Sons, Inc, Hoboken, New jersey, USA.
- [99] Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995) Particle Swarm Optimization. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, vol.4, pp.1942-1948, 1995.
- [100] F.Djeffal, T.Bendib, (2008) Technique neuronales et évolutionnaires, Editions Elkiteb Wa Elhikma.
- [101] Bergh F, Engelbrecht AP (2006) A study of particle swarm optimization particle trajectories. Inf Sci 176:937–971
- [102] D. Du, D. Simon and M. Ergezer, "Biogeography-based optimization combined with evolutionary strategy and immigration refusal," 2009 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, San Antonio, TX, USA, 2009, pp. 997-1002,
- [103] Kannan, R, Gayathri, N. Natarajan, M. ,Sankarkumar, R. S., Iyer, L. V. , Kar, N. C. (2016), Selection of PI controller tuning parameters for speed control of PMSM using Biogeography Based Optimization algorithm. 2016 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES), Trivandrum, India, pp. 1-6.
- [104] Wang, J.S., Song, J.D. (2016). Migration ratio model analysis of biogeography-based optimization algorithm and performance comparison. International Journal of Computational and Intelligence Systems, 9(3): 544-558.
- [105] Ma, H., Simon, D., Siarry, P., Yang, Z., Fei, M. (2017). Biogeography-based optimization: A 10-year review. IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence, vol.1, N°5, pp.391-407.
- [106] Ramana, P., Mary, K. A., Kalavathi, M. S., Swathi, A. (2015), Parameter estimation of permanent magnet synchronous motor a review. I-Manager's Journal on Electrical Engineering. Vol.9, N°2, pp. 49-59.
- [107] Ahn, H., Park, H., Kim, C. et al. (2020), A Review of State-of-the-art Techniques for PMSM Parameter Identification. J. Electr. Eng. Technol. 15, pp 1177–1187.
- [108] Gowda, M., Ali, W., Cofie, P. and Fuller, J. (2013), Design and Digital Implementation of Controller for PMSM Using Extended Kalman Filter. Circuits and Systems, Vol.4, N°8, pp.489-497.
- [109] Medjghou, A., Ghanai, M. Chafaa, K. (2018), Improved Feedback Linearization Control Based on PSO Optimization of an Extended Kalman Filter. Optimal Control Applications and Methods, 39(6); pp.1–16.
- [110] Zheng B., , Fu P., Li B., Yuan X., (2018), A Robust Adaptive Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation with Uncertain Noise Covariance, Sensors 18,808.
- [111] Yi J., Yubazaki N., Hirotac K.,(2001), Stabilization control of series-type double inverted pendulum systems using the SIRMs dynamically connected fuzzy inference model, Artificial Intelligence in Engineering, Vol.15, N°3, pp.297-308.
- [112] Zheng M., Ikeda K., Shimomura T.,(2006), Parameter Estimation of Rotary Inverted Pendulum based on Unscented Kalman Filter, SICE-ICASE International Joint Conference 2006, Bexco, Busan, Korea, Oct. 18-21.
- [113] Dhanni, Y. K., (2012), single input variable universe fuzzy controller with contraction-expansion factor for inverted pendulum in real time, Advances in Electrical and Electronic Engineering, Vol.10, N°5.

- [114] Yi J., Yubazaki N., Hirota K.,(2001), Stabilization control of series type double inverted pendulum systems using the SIRMs dynamically connected fuzzy inference model, *Artificial Intelligence in Engineering*, Vol.15, N°3, pp.297-308.
- [115] Y. LAAMARI, **Samia ALLAOUI**, Kheireddine CHAFAA, A.BENDAIKHA (2021), “Highly Nonlinear Systems Estimation using Extended and Unscented Kalman Filters”. *Przegląd Elektrotechniczny*, R.97 NR 5/2021, pp.111-115.
- [116] Koteich, Mohamad. (2016), “Modélisation et observabilité des machines électriques en vue de la commande sans capteur mécanique, Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, France, 2016.
- [117] Cheol, M., Hyun Nam, K., Jung, M., Chae, C. and Kwon, Y. (2012) Sensorless Speed Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Using Unscented Kalman Filter. *Proceedings of SICE Annual Conference (SICE)*, pp.2018-2023.
- [118] R. Delpoux, Contribution à l’identification, l’estimation et la commande de Moteurs Synchrones à Aimants Permanents (MSAP), Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Lille, Novembre 2012.
- [119] Vas P (1998), *Sensorless, vector and direct torque control*. Oxford University Press, London.
- [120] Pillay, P. and Krishnan, R., (1989), Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. I. The permanent-magnet synchronous motor drive", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 25, No. 2, pp. 265-273
- [121] Ramana, P., Mary, K. A., Kalavathi, M. S. and Swathi, A., (2015), Parameter estimation of permanent magnet synchronous motor a review, *I-Manager's Journal on Electrical Engineering*, Vol.9, No. 2, pp. 49-59.

Annexe A

Définition des termes utilisés dans l'algorithme BBO

- **Habitat** : Représente une solution potentielle dans l'espace de recherche de l'algorithme. Chaque habitat correspond à un ensemble de valeurs de paramètres pour le problème d'optimisation.
- **Espèce** : Dans le contexte de l'algorithme, une espèce représente une collection d'habitats. Ces habitats partagent des similitudes dans leurs caractéristiques, souvent en termes de qualité de solution.
- **Migration** : L'idée clé de l'algorithme BBO est la migration des espèces d'habitats entre différentes régions de l'espace de recherche. Cela implique un échange d'informations entre les solutions pour rechercher des améliorations.
- **Migration probabiliste** : La probabilité qu'un habitat migre vers une autre région de l'espace de recherche est souvent basée sur des facteurs comme la qualité de la solution, la distance géographique, etc.
- **Probabilité de modification d'île (Island Modification Probability)** : C'est similaire à la probabilité de crossover (croisement) dans les algorithmes génétiques (GA). Cela détermine la probabilité qu'une île modifie ses caractéristiques en adoptant des caractéristiques d'autres îles par immigration.
- **Probabilité de mutation (Mutation Probability)** : C'est la probabilité qu'un SIV (Suitability Index Variable) subisse une mutation dans une île donnée. La mutation est un mécanisme aléatoire qui permet d'introduire de nouvelles caractéristiques dans la population.
- **Paramètre d'élitisme (Elitism Parameter)** : C'est similaire à celui des algorithmes génétiques. L'élitisme permet de conserver les meilleures solutions d'une génération à l'autre, sans les modifier. Cela garantit que les solutions de haute qualité ne sont pas perdues au fil des générations.
- **Immigration** : C'est le processus par lequel des individus ou des groupes de personnes s'installent dans une région géographique, un pays ou un lieu différent de leur lieu de résidence ou de leur pays d'origine.
- **Émigration** : C'est le processus par lequel des individus ou des groupes de personnes quittent leur lieu de résidence ou leur pays d'origine pour s'installer ailleurs, que ce soit à l'intérieur du même pays ou dans un autre pays.

Annexe B

Quelques Transformations Usuelles

Dans cette section, on présente quelques transformations les plus répandues dans le cas des machines triphasées. En effet, le passage du système d'enroulement triphasé à un système biphasé fixe est possible grâce à la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \left(\frac{2}{3}\right)^m \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (b.1)$$

Selon la valeur de m , on distingue principalement deux types de transformations triphasé-biphasé.

- **Transformation de Clarke**, notée C_{32} , pour $m=1$;

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = C_{32} X_{abc} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (b.2)$$

Elle conserve l'amplitude des grandeurs transformées mais pas la puissance ni le couple (on doit multiplier par le coefficient 3/2).

- **Transformation de Concordia**, notée T_{32} , pour $m=0.5$ (matrice normée) ;

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_{32} X_{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (b.3)$$

Elle conserve la puissance mais pas l'amplitude. Cette transformation est souvent utilisée pour simplifier les opérations matricielles, pour des raisons de symétrie de transformation directe et inverse.

Le passage du repère fixe ($\alpha \beta$) au repère tournant ($d q$) se fait par application de la transformation de rotation d'angle θ (angle que fait le repère ($d q$) par rapport au repère fixe, dans le sens trigonométrique) sur les grandeurs $X_{\alpha\beta}$, suivant la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = Rot(\theta) X_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (b.4)$$

L'ensemble de transformations qui transforment les grandeurs triphasées (X_{abc}) en diphasées tournantes (X_{dq}) est appelé **Transformation de Park**, notée $P_{32}(\theta)$.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P_{32}(\theta) X_{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (b.5)$$

Annexe C

Paramètres de l'ensemble pendule double bras inversé et chariot

Paramètre	Valeur	Description
M	1.5 kg	Masse du chariot
m_1	0.2 kg	Masse de la première barre pendule
m_2	0.75 kg	Masse de la deuxième barre du pendule
l_1	0.5 m	Longueur de la première barre du pendule double inverse, mesurée du point d'articulation au centre de masse.
l_2	0.75 m	Longueur de la deuxième barre du pendule double inverse, également mesurée du point d'articulation au centre de masse.
$u(t)$	/	Force exercée sur le chariot
$x(t)$	/	Position du chariot
$\theta_1(t)$	/	L'angle de la première barre du pendule par rapport à la verticale.
$\theta_2(t)$	/	L'angle initial de la deuxième barre du pendule par rapport à la verticale.
g	9.81 m/s ²	Accélération de la pesanteur
J	0.0099 kg/m ²	Inertie du pendule en son centre de masse

Paramètres de la MSAP utilisée en simulation

Composants		Valeur
P_n	Puissance nominale	100W
V_n	Tension nominale	28v
R_s	Résistance statorique	3.4Ω
L_d	Inductance directe du stator	0.0121H
L_q	Inductance quadrature du stator	0.0121H
ω_s	Vitesse de synchronisme	1000rpm
φ_{sf}	Flux d'aimant	0.013wb
J	Moment d'inertie du rotor	0.0000059kg.m ²
f_r	Coefficient de frottements	0.0001 N.m.s/rd
p	Nombre de paires de pôles	2
C_n	Couple nominal	0.05N.m