République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd

Faculté de Technologie

Département de Mécanique

THÈSE

Préparée au sein du laboratoire des études des systèmes énergétiques industriels (LESEI)

Présentée pour obtenir le diplôme

Doctorat L.M.D
Spécialité : Mécanique
Option : Ingénierie de l'énergie

Thème

Etude phénoménologique de la convection dans plusieurs situations

---

Présentée par
BENMENZER Soufyane

Soutenue le 19 mars 2018 devant le jury composé de :

Mr. BEN MOUSSA Hocine	Pr. Université de Batna 2	Président
Mr. SI-AMEUR Mohamed	Pr. Université de Batna 2	Rapporteur
Mr. RAHAL Samir	Pr. Université de Batna 2	Examinateur
Mr. BRIMA Abdelhafid	Pr. Université de Biskra	Examinateur

DEDICACE

A mes très chers parents

A mes frère et sœurs

A ma famille

A mes amis

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au sein du laboratoire LESEI de l'université de Batna 2. A ce titre je désire exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à mon directeur de thèse Mr. Si Ameur Mohamed Professeur à l'université de Batna et Ex Directeur de LESEI de m'avoir accueilli dans cette structure, pour mon encadrement, ses conseils judicieux, et son encouragement.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur le professeur BEN MOUSSA Hocine pour avoir accepté de présider le jury d'examen de cette thèse. Je remercie également Monsieur le professeur RAHAL Samir et Monsieur BRIMA Abdelhafid pour l'honneur qui m'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de cette thèse.

Je n'oublie pas à remercier tout l'équipe du laboratoire LESEI, et tout le staff du département génie mécanique pour leurs accueils, leurs soutien, sympathise qui a rendu notre séjours agréable parmi eux.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

NOMENCLATURE

A	Facteur de forme de l'enceinte.
C	Gradient de températures adimensionnel suivant la direction y.
g	Accélération gravitationnel, (m/s^2).
H'	Hauteur de l'enceinte, (m).
k	Conductivité thermique, (W/m.K).
K	Perméabilité du milieu poreux, (m^2).
L'	Longueur de l'enceinte, (m).
$\dot{q}'$	Flux de chaleur par unité de volume, (W /m^3).
q	Flux de chaleur adimensionnel.
t	Temps adimensionnel.
T	Température adimensionnel.
$\Delta T'$	Différence de température caractéristique.
u	Vitesse adimensionnel suivant la direction-x.
v	Vitesse adimensionnel suivant la direction-y.
x	Coordonnées cartésiennes.
y	Coordonnées cartésiennes.

Nombres adimensionnels

Da	Nombre de Darcy: $Da = \dfrac{K}{H'^2}$
Nu	Nombre de Nusselt : $Nu_w = \dfrac{q'_w H'}{(T'_{\max} - T'_w)\, k} = \dfrac{q_w}{(T_{\max} - T_w)}$
$\overline{Nu}$	Nombre de Nusselt normalisé : $\overline{Nu_w} = \dfrac{Nu_w}{(Nu_w)_{cond.}} = \dfrac{(T_{\max} - T_w)_{cond.}}{(T_{\max} - T_w)}$
Ra	Nombre de Rayleigh thermique : $Ra = \dfrac{\rho_0\, g\beta\, K\, \dot{q}'\, H'^3}{\mu\, \alpha\, k_p}$

Re Nombre de Reynolds : $\mathrm{Re} = \dfrac{V'\sqrt{K}}{\upsilon}$

Symboles Grecs

ε' Porosité du milieu poreux

α Diffusivité thermique, (m^2/s).

β Coefficient d'expansion thermique, (K^{-1}).

µ Viscosité dynamique, (kg/m s).

θ Température adimensionnel suivant l'axe horizontal.

ρ Masse volumique du fluide, (kg/m^3).

Ψ Fonction de courant adimensionnel.

φ L'angle d'inclinaison (°).

σ Rapport des capacités calorifiques $\sigma = (\rho C)_p / (\rho C)_f$.

Indices

0 Etat de référence.

L Référé à la paroi gauche.

R Référé à la paroi droite.

max Valeur maximum.

min Valeur minimum.

f Fluide.

p Milieu poreux.

c Valeur critique.

Exposants

′ Référé au variable dimensionnelle.

Sub Référé à la valeur de Rayleigh sous-critique.

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur dans les milieux poreux saturé par un fluide est devenu de plus en plus attrayant pour les chercheurs. En effet, il est devenu un domaine très productif pour de nombreux chercheurs et ingénieurs dans des domaines très variés. Le grand intérêt pour le sujet provient de son nombre étendu d’applications industrielles dans les industries modernes et dans nombreux problèmes environnementaux, tels que la gestion des déchets nucléaires, la construction des isolants thermiques, les centrales géothermiques, le stockage des céréales, etc.

Dans les sciences du bâtiment et de l'ingénierie de l'isolation thermique, un effet isolant important a été obtenu en plaçant du matériau poreux soit dans l'espace entre les parois de la cavité et aussi dans les structures multiples des réacteurs nucléaires entre le récipient sous pression et le réacteur. Des applications géophysiques comprennent la modélisation de la propagation des polluants (matériau par exemple radioactif), les mouvements de l'eau dans les réservoirs géothermiques, la récupération assistée des gisements pétroliers, etc. Ceux-ci, et d’autres nombreuses applications industrielles importantes ont entraîné une augmentation rapide de la recherche dans le domaine général des milieux poreux et donc ont généré une grande quantité des recherches théoriques et expérimentales. Il a attiré l'attention des industriels, des ingénieurs et des scientifiques de diverses disciplines, telles que les mathématiques appliquées, la chimie, génie civil, l'environnement, l’ingénierie de mécanique et nucléaire, physique géothermique, science alimentaire, la médecine, etc.

Nous entendons par un milieu poreux, un matériau constitué d'une matrice solide avec un vide interconnecté ou non connecté où la matrice solide peut-être soit rigide (la configuration habituelle) soit elle subit une déformation faible.

L'interconnexion du vide (pores) permet l'écoulement d'un, ou plusieurs fluides à travers le milieu. Dans le cas le plus simple, c'est-à-dire l'écoulement monophasique, le vide est saturé par un seul fluide, alors que dans l'écoulement diphasique deux fluides se partagent l'espace vide. Des exemples de milieux poreux naturels sont le grès, le bois, le calcaire, etc.

Les phénomènes de transport dans les milieux poreux continuent d'être un domaine d'activité de recherche intensive, ce qui est primordial en raison du fait qu'il joue un rôle important dans une grande variété d'ingénierie et d'applications techniques qui s'étendent des processus de transport dans les systèmes biomécaniques tels que l'écoulement sanguin dans la feuille alvéolaire pulmonaire, à la circulation à grande échelle de la saumure dans un réservoir géothermique.

L'accélération en évolution de la science et de l'environnement dans la conception, l'efficacité et la fiabilité des équipements de transfert de chaleur dans l'ingénierie de l'énergie, chimique, industries du pétrole et du gaz sont directement associées à l'utilisation efficace des outils modernes d'analyse et de mesure de transfert de chaleur, équations de corrélation prédictive, et le partage de l'expérience pratique sur le fonctionnement de tous les types d'équipement thermique. Cela a provoqué une extension rapide de la recherche dans des domaines diversifiés de transfert de chaleur, y compris aussi les milieux poreux, ce qui a produit une grande quantité de travaux théoriques et expérimentaux.

Le grand nombre de publications récentes de documents, d'articles de revue et de livres sur l'écoulement de fluide et le transfert de chaleur à travers des milieux poreux démontre clairement l'importance de ce sujet. Les livres récents **Ingham & Pop [1]**, **Nield & Bejan [2]** et **Pop & Ingham [3]** présentent la majorité des études approfondies actuellement disponible dans ce domaine d'écoulement en milieux poreux et, en particulier, l'importance de nombreuses extensions de la loi de Darcy qui sont requis dans diverses applications pratiques.

Le but de ce présent travail est d'étudier numériquement et analytiquement le phénomène de la convection naturelle thermique en milieu poreux. Il a pour objectif d'aboutir à une modélisation complète des écoulements et des transferts thermiques, dans le cas d'une cavité de géométrie rectangulaire inclinée remplie d'un milieu poreux homogène et saturé par un fluide incompressible et newtonien. Cette étude porte sur le cas où on applique des flux de chaleur pour refroidir le système considéré. Les approximations de Darcy et de **Boussinesq [4]** sont adoptées pour décrire l'écoulement laminaire dans la cavité poreuse.

La présente thèse est structurée de la façon suivante :

Dans un premier temps, nous présentons le problème étudié dans une introduction générale.

Dans le premier chapitre, une généralité suivie par une étude bibliographique portant sur la convection naturelle thermique et double diffusive volumique dans les milieux poreux sera présentée dans deux parties ; la première partie porte sur l'étude de la convection naturelle dans un système sans source de chaleur en milieu poreux. Tandis que, dans la deuxième partie port é sur l'étude de la convection naturelle induite par une source de chaleur volumique. Il sera suivi dans le second chapitre par la formulation mathématique du problème ou les équations de bases gouvernant le système et les conditions aux limites associées seront présentées.

Ensuite on décrira les méthodes de résolution utilisées dans le cadre de cette étude à savoir, la méthode numérique et analytique. L'objet du troisième chapitre est consacré à la résolution numérique des équations décrivant l'écoulement et le transfert de chaleur par la méthode des différences finies. Le quatrième chapitre quant à lui concerne la solution analytique qui utilise l'approche de l'écoulement parallèle.

Le cinquième chapitre porte sur les différents résultats obtenus dans cette thèse et leurs discussions. Deux cas sont présentés. Le premier concerne une cavité poreuse verticale, dont les parois verticales sont soumises à des flux de chaleur uniformes et alors que les parois horizontales sont supposées adiabatiques. Nous considérons également une cavité soumise à un flux de chaleur sur les parois verticales avec génération de chaleur volumique. Enfin dans le deuxième cas, nous traitons une cavité inclinée refroidie par des flux de chaleur sur les côtés. Dans les deux cas, l'influence des paramètres de contrôles et des conditions aux limites de flux de chaleur sur les résultats sont examinées.

Enfin, on termine par une conclusion générale en retraçant les principaux résultats obtenu le long de cette étude ainsi les perspectives pour les futures études.

Deux annexes qui expliquent la solution analytique du gradient thermique C et le nombre de Nusselt normalisé, sont jointes à cette thèse.

CHAPITRE I

GENERALITE ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction

On s'intéresse ici au transfert de chaleur qui se manifeste lorsque le milieu poreux est saturé par un fluide unique newtonien, en écoulement dans l'espace des pores, la matrice poreuse étant fixe.

Ce mode de transfert de chaleur, qualifié de convection thermique, résulte de la conduction thermique et du transport d'énergie par les particules fluides en mouvement. Comme en fluide monophasique, on distingue deux types principaux de transfert de chaleur par convection en milieu poreux : la convection naturelle et la convection forcée. Entre ces deux situations extrêmes, on identifie également la convection mixte, caractérisée par une contribution sensiblement équivalente des effets de convection forcée et de convection naturelle au transfert de chaleur. Il convient de souligner enfin que, par rapport à l'étude de la convection thermique en fluide monophasique, l'étude de la convection thermique en milieu poreux se trouve compliquée par la nature essentiellement hétérogène de tels milieux, le transfert de chaleur étant affecté non seulement par l'existence de l'écoulement macroscopique, mais aussi par l'hydrodynamique et les interactions thermiques entre phases à l'échelle des pores.

L'étude de la convection naturelle a suscité aujourd'hui beaucoup d'intérêt dans le monde scientifique et industriel. Les recherches menées, dans ce domaine, s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entamé, suite à la découverte du phénomène par les expériences de **Bénard [5]** et l'analyse théorique de **Rayleigh [6]** au début du XXème siècle, jusqu'à présent.

En général, la convection désigne l'ensemble des mouvements naturels de la matière qui a tendance à monter grâce à la poussée d'Archimède lorsqu'elle est chaude (donc moins dense) et à redescendre une fois refroidie. Elle occupe une place importante dont on n'a pas toujours conscience. Elle assure les échanges de chaleur dans la plupart du temps dans notre environnement quotidien. De l'air à l'intérieur des maisons comme celui de l'atmosphère, à l'eau dans une casserole, ou encore les rivières et des océans sont autant d'exemples où ce phénomène se manifeste. Ainsi, pendant notre sommeil, on risquerait d'être étouffé si les mouvements de convection (mouvements provoqués par notre respiration) ne mélangeaient pas rapidement l'air expiré avec de l'air frais. Plus encore, la pollution due aux gaz émis par les automobiles et les effluents industriels doit être évacuée assez rapidement par les mouvements atmosphériques, sinon l'air deviendrait irrespirable. Cependant, heureusement, la température étant plus élevée au sol qu'en altitude, des mouvements de convection assurent cette évacuation.

Depuis une vingtaine d'années, un autre type de transport convectif en milieux fluides ou poreux attire l'attention des chercheurs, c'est la convection double diffusive ou thermosolutale qui se manifeste en présence de deux composants différents (par exemple la chaleur et la salinité) ayant différents taux de diffusion. Par exemple, si une couche d'eau plus chaude et plus salée recouvre une couche d'eau douce et plus fraîche il en résulte que la densité de la couche supérieure est égale ou moindre que celle de la couche inférieure. L'eau la plus salée à l'interface perdra de la chaleur vers l'eau la plus fraîche.

1.2 Historique de la convection naturelle en milieu poreux

Dans cette section nous présentons une revue bibliographique générale sur l'étude de la convection double-diffusive dans les milieux poreux remplis d'un fluide binaire ensuit une recherche bibliographique détaillé consacré à la convection naturelle thermique dans des milieux poreux saturés par un fluide. Des revues très documentées sur ce sujet sont présentées dans les livres de **Nield & Bejan [2]**.

1.2.1 Convection naturelle sans source de chaleur en milieu poreux

Convection double-diffusive

L'intérêt pour la convection double-diffusive dans les milieux poreux a commencé après que **Nield [7]** ait étudié la stabilité d'une couche poreuse horizontale infinie, chauffée et salée par le bas. En utilisant l'analyse de la stabilité linéaire, il a déterminé les valeurs des nombres de Rayleigh critiques caractérisant le début de la convection stationnaire et sur stable pour différentes conditions aux limites. Il a montré que des écoulements convectifs oscillants peuvent se déclencher pour des valeurs de nombre de Rayleigh inférieurs au nombre de Rayleigh supercritique lorsque le soluté joue un rôle stabilisant et la chaleur celui d'un déstabilisant.

L'analyse de **Nield [7]** a été réétudiée d'une manière plus complète par **Taunton et al. [8]** qui l'ont utilisée pour déterminer les conditions pour lesquelles le phénomène de “Saltfinger“ se développe en présence de gradients thermiques et solutaux. Trois régimes convectifs ont été trouvés. Un premier régime dit stable caractérisant l'état de repos du fluide est suivi d'un second régime appelé oscillant caractérisant l'apparition de la convection oscillante. La zone d'apparition de ces deux régimes est délimitée par le nombre de Rayleigh critique sur stable et le nombre de Rayleigh critique oscillant. Le dernier régime est le régime direct qui caractérise l'apparition de la convection marginale quand le nombre de Rayleigh est supérieur au nombre de Rayleigh critique marginal. Notons aussi les travaux de **Rubin [9],** basés sur la même configuration. Cet auteur a souligné l'effet induit par un profil non linéaire de la salinité sur le déclenchement de la convection double diffusive dans un aquifère. **Rubin [10]** s'intéressa aussi au phénomène de la dispersion du sel. Il a trouvé que la dispersion de la matière dissoute réduit l'effet stabilisateur du profil de la salinité.

Tyvand [11] a étudié théoriquement le début de la convection thermohaline dans une couche poreuse horizontale homogène et anisotrope sauf pour la perméabilité. La diffusivité thermique et la diffusivité solutale sont supposées isotropiques dans la direction horizontale. Les résultats présentés montrent qu'il n'y a aucune différence entre le diagramme de stabilité pour les milieux poreux anisotropes et isotropes. Plus récemment d'autres auteurs se sont intéressés à ce phénomène dont **Malashetty [12]** et **Nguyen et al. [13]**. Le premier auteur a utilisé l'analyse de la stabilité linéaire pour déterminer l'effet des courants thermo-convectifs anisotropes et les nombres de Rayleigh critiques pour des mouvements marginaux et sur stables en présence des effets Soret et Dufour. Le second auteur a traité la convection naturelle induite par les transferts de la chaleur et de la masse combinés dans une cavité remplie de deux couches poreuses anisotropes saturées avec un fluide binaire. Les résultats des expériences ainsi réalisées ont été validés par un modèle numérique (méthode pseudo-spectrale en utilisant des polynômes de Chebyshev comme fonctions de base). Ces résultats montrent des différences remarquables parmi l'écoulement, la température, et les champs de concentration, selon l'orientation des conditions aux limites des champs de la température et de la concentration. Les taux globaux de transfert thermique peuvent être ou ne pas être sensibles aux nombres de Rayleigh. Plus récemment, **Bennacer et al. [14]** dans une étude plus générale, ont considéré une cavité verticale soumise à des températures et des concentrations constantes sur les parois verticales. Les forces de volume induisant l'écoulement sont supposées coopérants. L'analyse d'échelle a été utilisée dans les cas limites thermique pure (N<<1) et solutale pure (N>>1) en régime de couche limite. Ils ont démontré que les propriétés anisotropiques du milieu poreux affectent considérablement les taux de transfert de chaleur et de masse dans la cavité. **Bera & Khalil [15]** ont, quant à eux, introduit des modifications au niveau des conditions aux limites, en considérant des flux de chaleur et de masse sur les parois verticale. Une attention particulière a été portée à la compréhension de l'effet que produisent les paramètres d'anisotropie sur l'existence des solutions oscillantes instables et des solutions multiples en fonction du rapport des forces de volume. Ils ont observé qu'une petite rotation du tenseur de la perméabilité provoque un changement important dans l'intensité de l'écoulement et sur les profils de la température et de la concentration.

Les travaux expérimentaux de **Griffiths [16]** ont permis de mesurer les valeurs des flux de chaleur et de concentration dans une mince interface diffusive entre deux couches convectives ayant des valeurs initiales différentes pour la température et la concentration.

Il a souligné l'importance des gradients solutaux au niveau de l'interface entre les deux couches et trouvé que le rapport des forces volumiques N est de l'ordre de $\varepsilon\, Le^{-1}$, ou ε représente la porosité et Le le nombre de Lewis, respectivement. Ces résultats ont permis à Griffiths d'expliquer certains phénomènes géothermiques dans la région de Wairakei en Nouvelle-Zélande.

Le seuil de la convection à amplitude finie dans une cavité poreuse allongée saturée par un fluide binaire a été étudié par **Rudraiah et al. [17]**. Les auteurs ont utilisé une analyse de stabilité non linéaire basée sur une représentation tronquée des séries de Fourrier. Les effets des nombres de Prandtl et de Lewis sur la convection ont été considérés.

Brand & Steinberg [18] ont étudié la convection à amplitude finie près du seuil de la convection stationnaire et sur stable. L'évolution oscillatoire temporelle des taux de transfert de la chaleur et de la masse a été également mise en évidence par ces auteurs.

Dans une autre publication, **Brand & Steinberg [19]** se sont intéressés à l'effet Soret en milieux poreux (gradient de concentration induit par un gradient de température dans un mélange binaire). Ils ont constaté qu'une instabilité stationnaire ou oscillante peut se produire comme première bifurcation selon le signe et l'intensité du coefficient de Soret.

Ils ont aussi déterminé les mécanismes qui créent ces instabilités en se servant de bilans énergétiques.

Khair & Bejan [20] ont considéré le phénomène de la convection thermosolutale qui survient au voisinage d'une plaque verticale plongée dans un milieu poreux saturé par un fluide. Une analyse d'échelle a permis d'identifier quatre régimes possibles de convection selon les valeurs des forces de volume N et le nombre de Lewis Le.

Le problème de la couche limite a été ensuite résolu numériquement par une méthode de similarité pour une gamme de $-5 \leq N \leq 4$ et $1 \leq Le \leq 100$. Les résultats numériques étaient en bonne concordance avec ceux de la méthode analytique.

Trevisan & Bejan [21] ont utilisé une méthode numérique pour étudier la convection double diffusive dans une cavité carrée poreuse avec des parois verticales maintenues à des températures et des concentrations constantes dont les parois horizontales adiabatiques et imperméables. Une analyse d'échelle a été utilisée pour traiter ce problème dans les cas limites des écoulements entraînés par les effets thermiques ou massiques et de retirer les divers effets qui influencent les résultats globaux de transfert de chaleur et de masse. Il a été trouvé que l'écoulement du fluide était possible au-delà d'un certain nombre de Rayleigh critique quand $Le \neq 1$. Cependant, le mouvement du fluide disparaît complètement pour $Le = 1$ et $N = -1$. Les résultats de cette analyse ont été trouvés en accord avec les calculs numériques. Peu après, **Trevisan & Bejan [22]** ont réétudié analytiquement et numériquement le problème précédant, mais cette fois en considérant une cavité poreuse rectangulaire dont les parois verticales sont soumises à des flux de chaleur et de masse uniformes. Une solution analytique linéarisée d'Oseen a été présentée en régime de couche limite pour Le =1. Par contre, une méthode de similitude a été utilisée pour Le > 1 dans le cas d'un écoulement doublement diffusif dominé par les effets thermiques.

Poulikakos [23] a présenté un travail sur l'analyse de la stabilité linéaire dans une couche poreuse horizontale en double diffusion. Les paramètres critiques du problème sont déterminés et les limites définissant les régions des régimes de convection directs et sur stables sont obtenues. L'écoulement dans la matrice poreuse est modélisé en utilisant l'équation de Darcy Brinkman qui tient compte du frottement dû au cisaillement. Des résultats pour le cas limite d'un fluide classique ont également été obtenus.

Mehta & Nandakumar [24] ont étudié l'effet de l'hétérogénéité du milieu dans le cas de la convection naturelle dans une couche poreuse verticale. Les écoulements sont engendrés par des flux de chaleur et de masse uniformes imposés le long des deux parois verticales de la couche poreuse. Ils ont trouvé que l'effet de l'hétérogénéité est sensible pour des variations importantes de perméabilité et de grandes valeurs du nombre de Rayleigh, du nombre de Lewis et du rapport de forces de volume. Les estimations des nombres de Nusselt et de Sherwood dans de telles conditions sont très différentes de celles obtenues pour un milieu homogène.

Le transfert de masse par convection thermique à grand nombres de Rayleigh (50-2000) dans un milieu poreux chauffé par le bas a été traité théoriquement et numériquement par **Trevisan & Bejan [25].** Les prédictions d'une analyse d'échelles proposée par ces auteurs se sont avérées en bon accord avec leurs résultats numériques.

Murray & Chen [26] ont été les premiers à étudier expérimentalement la convection double diffusive dans un milieu poreux. Leur dispositif, composé d'une boîte métallique remplie de billes de verre saturées avec de l'eau distillée, était soumis à des flux de chaleur et de masse. Une bonne concordance pour le nombre de Rayleigh thermique critique a été obtenue entre les expériences et la théorie de la stabilité linéaire. **Fournier [27]** a appliqué le modèle de la convection double diffusive dans l'étude des roches hétérogènes des systèmes géothermiques réels (Salton Sea). Ce modèle tient compte des gradients solutaux verticaux et latéraux. Il a proposé pour les futures études, de tenir compte d'une part de la décroissance de la salinité et la température du bas vers le haut et du centre vers les côtés du système, et d'autre part d'un transfert de chaleur très élevé au-dessus du système accompagné d'une densité relativement uniforme du fluide.

Rosenberg & Spera [28] ont démontré numériquement que la dynamique des écoulements pour des nombres de Rayleigh et Lewis donnés dépend fortement du rapport des forces de volume dans le cas d'une couche poreuse chauffée par le bas. Ils ont constaté que l'écoulement évoluait d'un régime convectif permanent vers un régime oscillant chaotique puis vers l'état de repos. **Chen & Chen [29]** ont considéré la double diffusion non linéaire dans une couche poreuse horizontale saturée. Le modèle de Darcy avec les termes de Brinkman et de Forchheimer (termes tenant compte des effets visqueux et d'inertie), a été utilisé. Une méthode numérique mixte Galerkin- différences finies a été adoptée pour prédire les limites de stabilités délimitant les différents régimes d'écoulements en fonction du nombre de Rayleigh thermique et solutale. Le cas précédant a été repris par **Goyeau et al. [30]** qui ont considéré la convection coopérant ($N > 0$). Les résultats numériques se sont avérés en accord avec l'analyse d'échelles en régime de couche limite. Des corrélations pour les transferts de la chaleur et de la masse, Nu et Sh, respectivement ont été proposées. L'effet des paramètres physiques gouvernant la même configuration a aussi été considérée par **Lin et al. [31]**. Il a été démontré que l'augmentation du rapport de poussée N induit un temps plus court pour atteindre le régime permanent.

Nithiarasu et al. [32] ont développé un modèle généralisé simulant la gamme entière de l'écoulement de Darcy en milieu poreux jusqu'au cas du fluide pur. Les résultats obtenus montrent l'augmentation des taux de transfert de chaleur et de masse avec le nombre de Darcy. L'influence du rapport de force de volume, du nombre de Rayleigh, du nombre de Biot et du nombre de Darcy sur le transfert de la chaleur et de la masse a été discutée dans une autre publication de **Nithiarasu et al. [33]**. Ils ont trouvé que le nombre de Sherwood devient constant à mesure que le nombre de Biot augmente.

Karimi-Fard et al. [34] ont décrit numériquement, en utilisant la méthode des volumes finis, l'effet des termes de Forchheimer et de Brinkman sur l'écoulement convectif dans une cavité poreuse carrée. Leur étude a montré comment la variation du nombre de Darcy et Lewis peut affecter l'écoulement au sein de l'enceinte poreuse.

Amahmid et al. [35] et **Mamou et al. [36]** ont utilisé le modèle de Brinkman pour étudier analytiquement et numériquement la convection naturelle thermosolutale induite dans une couche poreuse verticale soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes. Ils se sont intéressés particulièrement au cas où les forces de volume thermiques et solutales sont opposées et de même intensité. Les nombres de Rayleigh critiques caractérisant l'apparition des mouvements convectifs sont calculés analytiquement en fonction des nombres de Lewis et de Darcy (*Da*). Il a été trouvé que le nombre de Rayleigh thermique critique augmente lorsque *Da* augmente ou lorsque *Le* tend vers l'unité. De plus, il a été montré que l'augmentation de *Da* induit une diminution de l'intensité de l'écoulement et des transferts thermiques et massiques. Par contre l'augmentation du nombre de Rayleigh cause l'augmentation monotone de l'intensité de l'écoulement. Les résultats du milieu fluide ont été également obtenus à partir de la présente solution pour des nombres de Darcy suffisamment élevés. Parallèlement, **Amahmid et al. [37]** ont reconsidéré le cas précédant mais cette fois dans une cavité allongée, soumise à des flux de chaleur et de masse sur ces parois horizontales.

Alavyoon [38] a reconsidéré la configuration étudiée précédemment par **Trevisan** & B**ejan [22]** (voir **fig. 1.1**). Il a proposé des solutions analytiques et numériques dans le cas où les forces de volume thermiques et solutales coopérants.

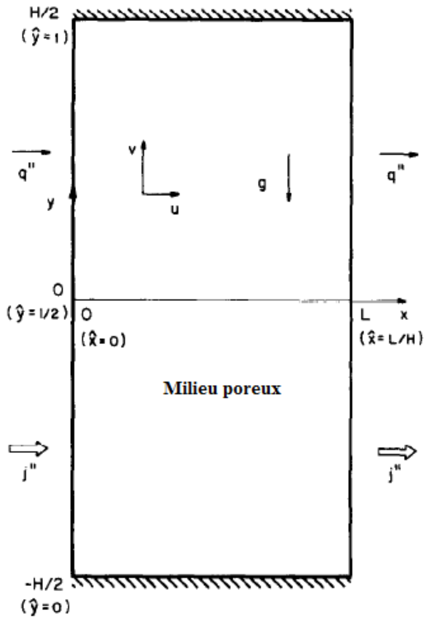


Figure 1.1. Schéma d'une couche poreuse 2D soumise à des flux de chaleur **q″** et de masse uniforme **j″** horizontale [22].

Une analyse d'échelle a été également appliquée au problème en considérant des écoulements de type couche limite. La solution analytique développée et basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle a été trouvée être en bon accord avec les calculs numériques quand le rapport de forme devient assez élevé. Le même problème a été repris par **Alavyoon et al. [39]** dans le cas où les forces de volume thermiques et solutales ont des effets opposés. Ils ont montré que pour une combinaison donnée des paramètres de contrôle, le problème peut avoir plusieurs solutions. Par ailleurs, il a été montré, qu'il est possible d'obtenir une solution fortement convective même dans le cas où les forces de volume thermiques et solutales sont égales, sachant que pour cette situation particulière le repos est une solution exacte du problème.

La convection à amplitude finie dans une cavité poreuse de forme carrée, soumise à des flux horizontaux uniformes de chaleur et de masse a été considérée par **Mamou et al. [40]**. Ils ont montré que pour une même combinaison des paramètres, le problème peut avoir plusieurs solutions quand les forces thermiques et massiques sont opposées et de même ordre de grandeur. Ces solutions sont fortement dépendantes du nombre de Rayleigh thermique et du nombre de Lewis.

Les mêmes auteurs **[41]** ont revu numériquement et analytiquement le problème précédant mais cette fois pour le cas d'une couche poreuse inclinée. La solution analytique, basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle, a été trouvée être en bon accord avec les résultats numériques. Ils ont observé que les nombres de Nusselt et de Sherwood étaient minimums à proximité de $N = -1$ et que des solutions multiples étaient aussi possibles. Les nombres de Rayleigh critiques correspondant à l'apparition des mouvements convectifs ont été également déterminés dans le cas limite d'une couche horizontale. L'effet de l'inclinaison de la cavité sur la nature de l'écoulement convectif a été aussi discuté dans leur étude.

Le seuil de développement de la convection double diffusive dans une couche poreuse dans laquelle l'agent stabilisant est celui ayant la diffusivité la plus élevée, a été étudié par **Nguyen et al. [42]**. Les auteurs ont démontré, en se basant sur la théorie linéaire et non-linéaire de la stabilité, que la convection peut exister à des nombres de Rayleigh au-dessous de la valeur supercritique. **Mamou et al. [43]** (cavité inclinée, chauffée et salée sur ces parois verticales et adiabatiques selon les parois horizontales) et **Mamou et al. [44]** (cavité verticale, soumise à des flux de chaleur et de masse sur ces parois verticales et adiabatique selon les parois horizontales) (Voir **fig. 1.2**) ont développés une méthode numérique basée sur la formulation de Galerkin et la méthode des éléments finis, qui leur a permis d'étudier la stabilité linéaire transitoire en fonction de l'angle d'inclinaison de la cavité, du rapport de forme et du nombre de Lewis. Ils ont démontré que le principe de l'échange de stabilité n'est valide que lorsque la porosité du milieu poreux est égale à l'unité.

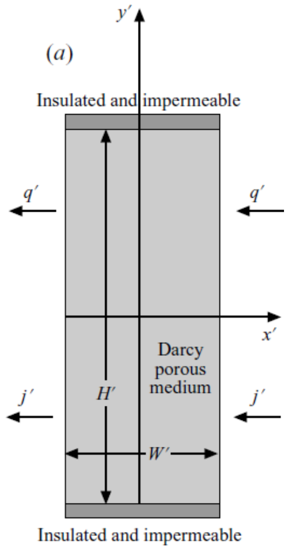


Figure 1.2. (a) une couche poreuse a des parois horizontales adiabatiques, imperméables et soumise à des flux de chaleur **q′** et de masse uniforme **j′** [44].

Les résultats trouvés viennent compléter les travaux de **Charrier-Mojtabi et al. [45]** qui ont utilisé uniquement la stabilité linéaire.

Sezai & Mohamad [46] ont présenté des résultats pour l'écoulement tridimensionnel dans une cavité poreuse cubique soumise à des gradients de chaleur et de concentration opposés, appliqués sur les parois verticales. Leurs résultats ont indiqué que pour une certaine gamme des paramètres de contrôle, l'écoulement devient tridimensionnel et plusieurs solutions sont possibles. Par conséquent, il est difficile de justifier les prédictions du cas bidimensionnel pour cette gamme de paramètres de contrôle. Ce genre de problème a été récemment considéré par **Sezai [47]** qui a étudié la même cavité soumise à des flux de chaleur et de masse sur ces parois horizontales. Il identifia **36** structures d'écoulement symétrique en fonction de N, Le et R_T.

Mamou & Vasseur [48], au moyen de la théorie linéaire et non linéaire de perturbation et de l'approximation de l'écoulement parallèle, ont analysé l'instabilité diffusive dans une couche poreuse rectangulaire horizontale dont les parois horizontales sont soumises à des flux de chaleur et de masse. Les résultats indiquent que selon les paramètres de contrôle, quatre régimes différents peuvent exister (diffusive stable, convectif sur stable, oscillant et direct). La solution des équations gouvernantes a indiqué que la convection peut apparaître à des nombres de Rayleigh au-dessous de la valeur supercritique. Dans le régime sur stable, l'existence des solutions multiples a été démontrée. D'autres auteurs ont trouvé des résultats similaires aux cas précédents mais en considérant des conditions aux limites variées. **Marcoux et al. [49]**, ont étudié les régimes d'écoulement dans une cavité verticale soumise à des flux de chaleur et de masse.

Karimi-Fard et al. [50], ont considéré des conditions aux limites de type Dirichlet (température et concentration constantes sur les parois verticales de la cavité poreuse) et **Mojtabi & Charier Mojtabi [51]** ont étudié le cas d'une cavité inclinée soumise à des conditions aux limites de type Neumann.

Mahidjiba et al. [52] ont examiné l'effet des conditions aux limites thermiques et solutales de type Neumann et Dirichlet, respectivement sur le régime de la convection double diffusive dans une cavité horizontale poreuse. En utilisant l'analyse de la stabilité linéaire, ils ont déterminé trois nombres de Rayleigh critiques à savoir, le Rayleigh supercritique, sur-critique et oscillant en mettant en évidence l'influence du paramètre relatif aux forces de volume NLe sur l'évolution de la structure des écoulements. Les auteurs ont montré que si les conditions aux limites thermique sont de type Dirichlet et solutale de type Neumann, l'écoulement est convectif et sa structure est multicellulaire indépendamment de la valeur du rapport de forme pour NLe <-1.Par contre quand $NLe \leq -1$, l'écoulement est inconditionnellement stable selon la stabilité linéaire.

Chamkha & Hameed [53] ont fait une généralisation des travaux réalisés par **Nishimura [54]**, pour inclure l'inclinaison de la cavité, et ceux de **Mamou et al. [43]** pour tenir compte du cas où les forces de volume sont différentes de l'unité. Ils ont constaté d'une part, que les mécanismes de transfert de chaleur et de masse et les caractéristiques de l'écoulement sont fortement dépendants de $1/Da$ et de l'angle d'inclination. D'une autre part, les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood sont minimums pour n'importe quelle valeur de $1/Da$ et pour $N \approx 1.2$. Ils ont aussi démontré que l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la cavité diminue le nombre moyen de Nu et Sh quand les forces de volume sont dominées par les effets thermiques.

Abdulmajeed et al. [55], ont présenté des résultats pour une cavité de rapport de forme égal à deux et soumise à des températures et concentrations constantes. Les résultats trouvés montrent que l'écoulement devient instable pour des rapports de forces de volume N variant de 0.8 à 1, dépendamment des conditions initiales. Une extension dans le domaine tridimensionnel de cette dernière étude a été réalisée par **Mohamad & Bennacer [56]**. Ils ont démontré que la structure de l'écoulement se compose principalement d'un écoulement thermiquement induit de recirculation superposé à un faible écoulement secondaire et se développant en spirales selon la direction transversale. Cependant, quand le rapport des forces de volume $N \approx -1$ (environ -0.8), l'écoulement bifurque selon deux branches induites thermiquement. Par contre, quand N augmente (plus grand que l'unité dans le sens négatif) l'écoulement se stabilise et diminue en intensité. Les auteurs ont conclu qu'un modèle bidimensionnel est suffisant pour prédire correctement le taux de transfert de la chaleur et de la masse, au moins pour la gamme des paramètres étudiés.

Joly et al. [57] ont étudié l'influence de l'effet de Soret sur la convection naturelle dans une cavité verticale saturée par un fluide binaire. Ils ont montré que l'effet Soret est maximum quand le nombre de Lewis tend vers zéro. Ces auteurs ont montré aussi que pour des grands nombres de Rayleigh, la solution numérique indique l'apparition d'une bifurcation de **Hopf**. **Bahloul et al. [58]** ont examiné les écoulements dans une cavité horizontale soumise à des flux verticaux de chaleur et de masse à l'effet Soret. Ils ont démontré que la solution prend la forme d'une bifurcation qui peut être sous-critique ou fourche, dépendamment du rapport des forces de volume, N, et du nombre de Lewis, Le.

Avec les mêmes conditions précédentes, le cas de la cavité verticale a été étudié par **Boutana et al. [59]** qui ont prédits divers types d'écoulements. Ils ont démontré que dans le cas d'un écoulement opposé et au voisinage de N >-1, des solutions multiples sont possibles pour des valeurs données des paramètres de contrôle du problème.

Bennacer et al. [60] ont introduit l'effet Soret sur le modèle proposé dans le passé par **Kalla et al. [61]** (Voir **fig. 1.3**). Ils ont mis en évidence l'effet du coefficient de Soret sur la structure de l'écoulement et sur l'existence des écoulements naturels et antinaturels. Ils ont aussi montré que, quand le gradient vertical de concentration stabilise, les solutions multiples sont possibles dans une gamme du rapport des forces de volume, N, qui dépend fortement du coefficient de Soret.

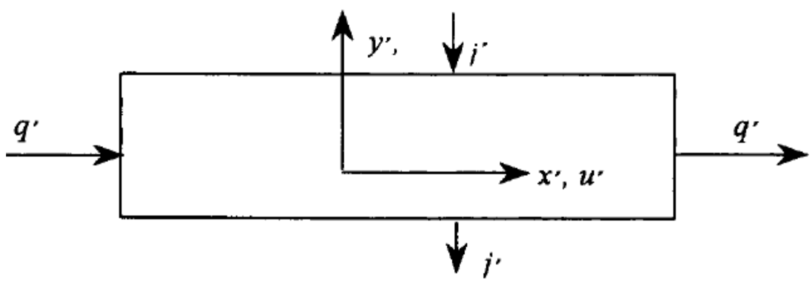


Figure 1.3. Schéma du domaine de problème et coordonnée du système [61].

Récemment, **Mamou [62]** en se basant sur les études précédentes de **Mamou et al. [43], [44]** et **Karimi-Fard [50]** (voir **fig. 1.2**), a étudié l'effet de différentes conditions limites thermiques et solutales sur l'écoulement.

Les seuils de la convection oscillante et stationnaire sont déterminés en fonction des paramètres de contrôle. Il a conclu que la porosité ε et le paramètre d'accélération ζ du milieu poreux $\zeta = Da\ /\ (\varepsilon\ \sigma\ \mathrm{Pr})$, ont un fort effet sur le début de sur-stabilité pour une cavité confinée et sur le nombre d'onde pour une cavité infinie.

L'augmentation de ces paramètres retarde l'apparition de l'écoulement oscillant d'amplitudes finies. **Mamou [63]** a réalisé une investigation complète sur l'analyse de stabilité des écoulements convectifs dans des cavités poreuses horizontales sujettes à des gradients verticaux thermiques et solutaux. Son étude est en fait une extension des travaux déjà réalisés par **Mamou** & **Vasseur [48]** et **Mahidjiba et al. [52]**, en considérant l'effet du paramètre d'accélération (ou inertie) et de la porosité normale du milieu poreux sur le début des sur-stabilités et de la transition (transition de l'écoulement stationnaire d'amplitude finie à l'écoulement oscillant). Le seuil de la transition est déterminé en utilisant une analyse linéaire de stabilité de l'état convectif stable perturbé.

Bourich et al. [64] ont analysé numériquement la convection double diffusive dans une cavité poreuse carrée dont les parois horizontales sont chauffées à des températures constantes et des concentrations sont appliqués sur les parois verticales. Les auteurs ont démontré que pour un certain nombre de rapports de forme, supérieur à un N critique, les solutions multiples disparaissent. Par contre une solution monocellulaire se maintient quand la convection est coopérant ($N > 0$) ou opposé ($N < 0$). Des corrélations des valeurs critiques, pour lesquelles la transition de l'écoulement monocellulaire naturel vers l'écoulement monocellulaire antinaturel, ont été proposés.

Younsi et al. [65] dans une étude, se sont intéressés au comportement de l'écoulement ainsi que les transferts dans la gamme des grands nombres de Rayleigh thermique, lorsque les forces de volume d'origine thermique et massique sont opposées. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forcheheimer a été pris en compte. Le nombre de Lewis varie de 10 à 100, le nombre de Rayleigh 10^6 à 10^7 et le rapport des forces de volume de 1 à 20. Pour une valeur donnée du nombre de Lewis, les auteurs ont observé une structure multicellulaire correspondant à la compétition entre la convection thermique et la convection solutale. A partir d'une certaine valeur du rapport de poussée N, la structure de l'écoulement devient monocellulaire indiquant que le régime de transfert est solutale pur. Le caractère transitoire des coefficients des transferts thermique est massique a été mis en évidence.

Gobin et al. [66] ont étudié la convection naturelle dans un milieu partiellement poreux. Premièrement, ils ont traité les problèmes de modélisation d'écoulement des fluides et de transfert de chaleur et de masse dans différents domaines, et dans divers modèles alternatifs proposés dans la littérature. Ainsi, les auteurs ont discuté l'étude de l'écoulement de fluide et des transferts de chaleur et de masse dus à la double diffusion dans une enceinte verticale. L'influence de la couche poreuse et le problème de la stabilité linéaire de la convection naturelle thermique dans la couche horizontale ont été analysés. Les résultats montrent que la diminution du nombre de Darcy fait diminuer la perméabilité et l'écoulement devient très difficile.

Robillard et al. [67] ont étudié analytiquement et numériquement l'effet d'un champ électromagnétique sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire vertical poreux saturé d'un mélange binaire conducteur de l'électricité, avec des flux thermiques uniformes sur les parois verticales, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. Les paramètres régissant du problème sont le nombre de Rayleigh thermique R_T, nombre de Hartmann Ha, rapport de flottabilité N, nombre de Lewis Le, et le rapport d'aspect A. Une solution analytique, valable pour les grandes cavités (A>>1), est dérivée sur la base de l'approximation de flux parallèle. Dans la gamme des paramètres régissant considérés dans cette étude, un bon accord est trouvé entre les prévisions analytiques et les résultats numériques obtenus en résolvant les équations d'administration complets.

Er-Raki [68] a étudié analytiquement et numériquement la convection thermique et double diffusion combinée à une grande profondeur verticale cavité poreuse soumise à des flux de chaleur et de masse horizontale en utilisant le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq. L'étude a porté sur l'effet de diffusion Soret sur le régime d'écoulement de la couche limite. Les résultats ont démontré l'existence d'une solution limite d'écoulement de la couche pour lequel le paramètre de Soret a eu un effet important sur les caractéristiques thermiques et de transfert de masse. Pour $M \neq 1$ et $M \neq -1/Le$, les profils de la composante verticale de la vitesse, v, de la température, T, et la concentration du soluté, S, présentait des comportements de la couche limite à des nombres élevés de Rayleigh. En outre, comme R_T augmentée, la température et la concentration du soluté est devenu stratifiées verticalement et linéairement dans la région du cœur de l'enceinte. L'effet thermo - diffusion de l'épaisseur de la couche limite, d, a été examiné pour une large gamme de paramètres directeurs. Il a été démontré analytiquement que l'épaisseur de la couche limite peut augmenter ou diminuer lorsque le paramètre Soret a fait varier, en fonction du signe du rapport de la flottabilité. L'effet de la température ambiante sur les propriétés d'écoulement de fluide et de la chaleur et des caractéristiques de transfert de masse a été également étudié.

Marcelo et al. [69] ont étudié analytiquement les équations macroscopiques de transport de chaleur et de masse pour l’écoulement turbulent dans des structures perméables. Le mécanisme de la convection naturelle à double diffusive est examiné pour la phase liquide dans le régime turbulent. Les équations sont basées sur le concept de double décomposition, qui considère, les fluctuations de temps et les déviations spatiales des valeurs moyennes. Ce travail avait l'intention de démontrer que des mécanismes complémentaires de transport sont mathématiquement tirés si la température, la concentration et la vitesse présentent simultanément des fluctuations de temps et des déviations spatiales dans le domaine d'analyse. L'analyse de stabilité des mélanges, pour des composants plus lourds sous les gradients de la température et de la concentration, a été discutée. Les résultats montrent que des écoulements hydro-dynamiquement stables sont obtenus sous certaines distributions de température et de concentration qui refroidissent la turbulence et mènent finalement à un processus de relaminairisation. Des situations inconditionnellement instables ont été aussi étudiées.

Les effets d'hétérogénéité hydrodynamique horizontale et verticale, thermique et solutale, sur le début de convection dans une couche horizontale d'un milieu poreux saturé uniformément chauffé par le bas, ont été étudiés analytiquement par **Kuznestsov & Nield [70]** employant la théorie de la stabilité linéaire, pour le cas d'hétérogénéité faible. Une température et un flux de concentration uniformes sont imposés aux parois supérieure et inférieure. Les parois latérales verticales sont supposées isolées et imperméables. Le modèle Brinkman est employé. Il a été trouvé que l'effet d'une telle hétérogénéité sur la valeur critique du Nombre de Rayleigh Ra basé sur des propriétés moyennes est du deuxième ordre si les propriétés varient d'une manière linéaire. Les effets d'hétérogénéité horizontale et verticale sont alors comparables, une fois que le rapport d'aspect est pris en compte et à une première approximation, sont indépendant.

Récemment, **Ouazaa [71]** a étudié le cas d'une cavité allongée soumise à des flux uniformes de chaleur et de masse, il a utilisé l'hypothèse d'un écoulement parallèle pour obtenir une solution analytique décrivant les champs de fonction de courant et de température dans la région centrale de la cavité. Il a démontré ainsi que des solutions multiples sont possibles, certaines d'entre elles étant instables. La méthode des volumes finis a été employée pour obtenir des solutions numériques à partir des équations gouvernantes complètes. Les résultats obtenus ont montré un excellent accord entre la solution analytique et la simulation numérique. Dans cette étude l'effet des paramètres de contrôle sur l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse dans le système a été déterminé.

Alloui et al. **[72]** ont utilisé le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq pour étudier la convection naturelle dans un milieu poreux sature par un fluide binaire. La géométrie considérée est une cavité carrée dont une partie de la paroi basse est isotherme chauffée, la surface supérieure est refroidie a une température constante et les deux autres parois verticales sont adiabatiques. La méthode des volumes finis a été employée pour la discrétisation des équations du système et l'algorithme SIMPLER a été employé pour le couplage pression vitesse. Les paramètres gouvernants du problème sont le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Lewis, le rapport de flottabilité, la longueur de la partie chauffée, le rapport d'aspect de la cavité, la porosité du milieu poreux et la position relative de la partie chauffée avec la ligne médiane verticale de la cavité. Les deux écoulements de convection monocellulaire et bicellulaire sont étudies et leurs particularités sont décrites. Aussi l'existence possible d'un écoulement tricellulaire est démontrée.

Er-Raki et al. [73] ont utilisé une solution analytique basée sur l'hypothèse d'écoulement parallèle obtenue dans le cas d'une couche poreuse verticale chauffée et salée des longs côtés verticaux avec des flux uniformes de chaleur et de masse, respectivement. Dans un cas particulier pour lequel le rapport de la flottabilité et le coefficient de séparation sont identiques. Pour ce cas particulier, le flux de masse externe est compensé par l'effet Soret, ce qui conduit à zéro gradient de concentration sur les parois verticales. Le problème est d'abord analysé numériquement les équations gouvernantes et le rapport d'aspect requis pour satisfaire numériquement les conditions d'écoulement en parallèle est déterminé. Des solutions analytiques pour les régimes de la couche pseudo- conductif et la limite sont proposées et discutées. Le plan N–Le est divisé en régions avec des comportements spécifiques et les résultats obtenus sont présentés en termes d'épaisseur de la couche limite, le transfert de chaleur (nombre de Nusselt), et le transfert de masse (nombre de Sherwood) par rapport aux principaux paramètres régissent.

Safia et al. [74] ont présenté une étude numérique du transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux homogène et anisotrope. Les parois verticales d'une enceinte rectangulaire remplie d'un milieu poreux, sont soumis à des gradients thermiques et de concentration horizontaux. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques et imperméable. La formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisée pour décrire l'écoulement dans l'enceinte. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations différentielles qui régissent l'écoulement. Les résultats obtenus ont montré l'effet des propriétés anisotropes pour le transfert de chaleur et de masse.

Sofen K.Jena et al. [75] ont analysé la convection naturelle double diffusive à flottabilité opposé dans une cavité poreuse carrée ayant différentes zone de parois thermiques et solutales partiellement actives. Cinq zones partiellement actives sont considérées comme le long des parois verticales, tandis que les parties restantes des parois verticales ainsi que le haut et les parois de fond de la cavité sont considérés adiabatiques et imperméables. Le modèle Darcy - Brinkman - Forchheimer est utilisé pour étudier le taux de transfert de la chaleur et de soluté dans milieu poreux.

La solution est faite par la méthode des volumes de finis. La méthode de MAC modifié est utilisé pour la solution numérique des équations gouvernantes .Le schéma décentré de second ordre (GDCHUSSO) est utilisé pour la discrétisation des termes convectifs. Une simulation numérique a été faite pour différentes combinaisons de zones partiellement actifs de révéler leur effet sur le transfert de chaleur et de masse.

Alloui et al. [76] ont étudié la convection naturelle dans une cavité poreuse remplie d'un fluide binaire, avec des flux de chaleur et de concentration constants imposés sur les parois verticales de l'enceinte. La convection à double diffusion et la convection induite par Soret sont considérés. Une solution analytique, valable pour les enceintes peu profondes, est dérivée sur la base de l'approximation de l’écoulement parallèle. Ils ont trouvé qu’il existe plusieurs solutions lorsque le rapport de flottabilité est dans le voisinage de φ=-1, pour lesquels une solution de l'état d'équilibre trivial correspondant à l'état de repos. Pour cette valeur particulière de φ, il est bien connu que l'apparition du mouvement se produit au-dessus d'un certain nombre de Rayleigh sous-critique. Le modèle analytique présente révèle que, sous certaines conditions, un tel nombre de Rayleigh sous-critique existe également lorsque φ< -1.

Convection naturelle thermique en milieu poreux

Prasad & Tuntomo [77] ont utilisé l'équation de Darcy-Forchheimer pour étudier la convection naturelle dans une cavité poreuse rectangulaire pour une gamme étendue des principaux paramètres. Ils ont analysé l'influence du paramètre inertiel sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Les auteurs ont montré que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du paramètre inertiel. Un critère de transition de l'équation de Darcy vers celle étendue au régime de Forchheimer est également discuté.

Dans le même contexte, **Bejan & Poulikakos [78] et Lauriat & Prasad [79]** ont mis en évidence la différence entre les résultats obtenus à l'aide d'un modèle de Darcy et d'un modèle de Darcy-Forchheimer ou Darcy-Brinkman-Forchheimer.

Vasseur & Robillard [80] ont également analysé le comportement des écoulements et des transferts par convection naturelle en utilisant des équations de couches limites déduites de la formulation de Darcy- Brinkman. Ils mettent en évidence la forte incidence des effets de parois sur l'écoulement et le transfert thermique. Ces effets qui se traduisent par la réduction de l'intensité de l'écoulement, sont d'autant plus prononcés que le milieu poreux est très perméable.

Dans le cas de cavité rectangulaire soumise à un gradient de température et partiellement occupée par une couche poreuse verticale, **Poulikakos & Bejan [81]** ont analysé l'influence de de la perméabilité et les épaisseurs des sous couches verticales. Les auteurs ont montré que le transfert thermique est sensiblement influencé par l'épaisseur et la perméabilité de ces sous couches. **Lai & Kulacki [82]** ont simulé le même problème (voir **fig. 1.4**), mais avec les deux types de conditions Neumann et Dirichlet. Ces auteurs sont arrivés aux mêmes conclusions que **Bejan** & **Poulikakos [81].**

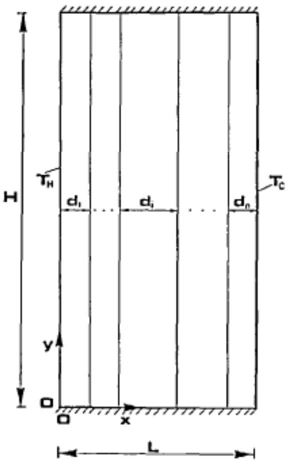


Figure 1.4. Schéma d'espace rectangulaire rempli d'un fluide saturé un matériau poreux [81].

Sath et al. [83] ont examiné numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle thermique dans une cavité rectangulaire partiellement occupée par une couche poreuse verticale. En utilisant le modèle de Darcy-Brinkman dans la couche poreuse et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide, les auteurs ont montré que le terme de Brinkman permet de satisfaire la condition d'un glissement aux parois solides et à l'interface. Des conditions de raccordement des vitesses verticales et horizontales, des contraintes normales et tangentielles ainsi que des températures et des flux de chaleur sont explicitement imposées à l'interface. Il a été montré que le transfert thermique diminue fortement en présence de la couche poreuse. L'un des résultats essentiels auxquels ces auteurs ont abouti, est l'existence d'un minium pour le nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse, lorsque la conductivité du milieu poreux est supérieure à celle du fluide. Le même problème a été traité numériquement et expérimentalement par

Beckermann et al. [84]. Ces auteurs ont combiné la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le milieu poreux et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide pour aboutir à une seule équation valable dans toute la cavité, le passage d'un milieu à l'autre se faisant à travers un paramètre binaire qui peut valoir 0 ou 1.

Les résultats de visualisation des écoulements, les mesures de températures et du transfert de chaleur se trouvent en général en bonne concordance avec les résultats du modèle numérique. L'une des observations des auteurs est que pour des nombres de Rayleigh poreux thermiques faibles, l'écoulement prend place essentiellement dans la couche fluide et que le transfert de chaleur dans le milieu poreux se fait essentiellement par conduction. Par ailleurs, pour des valeurs élevées de la perméabilité du milieu poreux, l'effet de pénétration du fluide devient plus important et modifie notablement le transfert de chaleur dans toute la cavité.

Bahloul [85] a fait une étude analytique et numérique de la convection naturelle d'un fluide dans une cavité poreuse verticale. Une différence de température uniforme est appliquée à travers les parois verticales tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. Les paramètres dont dépend la structure de l'écoulement sont le nombre de Rayleigh Ra, qui varie entre 10 et 10000 et le facteur de forme de la cavité **A** qui varie entre 1 et 20. Pour un grand nombre de Rayleigh, et sur la base des résultats numériques il a obtenu un modèle approximatif du régime de couche limite. Pour un chauffage élevé, il a donné un modèle simplifié pour le paramètre de stratification $\boldsymbol{\gamma = 1.22 A^{-0.47} Ra^{0.46}}$. Il a montré aussi que le coefficient de stratification thermique $\boldsymbol{\tau}$ dépend essentiellement du rapport de forme de l'enceinte **A**, et devient presque indépendant du nombre de Rayleigh, Ra, dans le régime de la couche limite, $\boldsymbol{\tau = (3/2)\,A}$. Il a utilisé la théorie de la stabilité linéaire du flux parallèle pour obtenir le nombre de Rayleigh critique pour une cavité longue (A>>1). Il a constaté que l'écoulement est stable, indépendant du coefficient de stratification τ.

Baytas [86] a fait une analyse sur la production d'entropie dans une cavité poreuse saturée et inclinée pour un transfert de chaleur par convection naturelle laminaire en résolvant numériquement les équations de masse, de mouvement et d'énergie, il a utilisé la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq incompressible. Comme conditions aux limites de la cavité, deux parois opposées sont maintenus à températures constantes mais différentes, et les deux autres sont isolés thermiquement. Les paramètres considérés sont l'angle d'inclinaison et le nombre de Darcy-Rayleigh. Il a comparé ses solutions avec les résultats des recherches précédentes connues. Il a obtenu un excellent accord entre les résultats qui valident le code de calcul utilisé. Il a montré que la distribution d'entropie locale est faisable et peut fournir des informations utiles pour le choix d'un angle approprié d'inclinaison.

Kalla et al. [87] ont fait une étude numérique sur la convection naturelle dans une couche poreuse allongée dans la direction horizontale. Toutes les parois de la cavité rectangulaire sont exposées à des flux de chaleur uniformes, le chauffage et le refroidissement étant appliqués sur les parois opposées. Le problème est formulé en termes du modèle de Darcy. Ils ont montré qu'il est possible d'utiliser l'hypothèse d'un écoulement parallèle pour obtenir une solution analytique décrivant les champs de fonction de courant et de température dans la région centrale de la cavité. Il a démontré aussi que des solutions multiples sont possibles, certaines d'entre elles étant instables. Ils ont employé une méthode aux différences finies pour obtenir des solutions numériques à partir des équations gouvernantes complètes. Ils ont analysé les effets des différents paramètres, notamment celui du nombre de Rayleigh *Ra*, et d'une constante *a* donnant la proportion entre les flux de chaleur horizontaux et verticaux.

Nawaf et al. [88] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un milieu poreux en régime transitoire. Ils ont utilisé le modèle de Darcy et le fluide est supposé un fluide standard de Boussinesq. La température de la paroi chaude (la paroi gauche) oscille dans le temps autour d'une valeur constante, tandis que la paroi froide (la paroi droite) est maintenue à une température constante, les parois horizontales sont adiabatiques. Ils ont présenté des résultats pour démontrer la variation temporelle des lignes de courant, des isothermes et du nombre de Nusselt. Lorsque la température de la paroi chaude oscille avec une forte amplitude et une forte fréquence, ils ont trouvé que le nombre de Nusselt devient négatif sur une partie de la période du nombre de Rayleigh 10^3. Les valeurs négatives du nombre de Nusselt ont été trouvées parce qu'il n'y aura pas assez de temps pour transférer la chaleur de la paroi chaude vers la paroi froide. La valeur maximum du nombre moyen de Nusselt est observée pour une fréquence adimensionnelle de 450 dans la gamme considérée (1-2000) pour un nombre de Rayleigh 10^3.

Varol et al. [89] ont fait une étude numérique de la convection naturelle en milieu poreux saturé de fluide dans une enceinte rectangulaire avec une variation sinusoïdale du profil de température sur la paroi inférieure. Toutes les parois de l'enceinte sont isolées, sauf la paroi inférieure qui est partiellement chauffée et refroidie. Le milieu poreux est modélisé à partir des équations classiques de Darcy. Ensuite ils ont résolu numériquement ces équations en utilisant la méthode des différences finies. Ils ont analysé le problème pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh Ra dans la gamme $10 \leq Ra \leq 1000$, et pour différentes valeurs du facteur de forme AR, avec $0{,}25 \leq AR \leq 1{,}0$ et aussi pour différentes valeurs de l'amplitude de la fonction sinusoïdale de la température λ dans la gamme $0{,}25 \leq \lambda \leq 1.0$. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la valeur de l'amplitude λ et diminue quand la valeur du facteur de forme AR augmente. Ils ont observé plusieurs cellules dans la cavité pour toutes les valeurs des paramètres considérés.

Barletta et al. [90] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée verticale remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide. Ils ont utilisé le logiciel Femlab 3 (COMSOL, Inc.). La cavité est chauffée par une paroi interne concentrique circulaire soumise à un flux de chaleur uniforme. Les parois de la cavité sont isothermes et l'écoulement est supposé être à deux dimensions, stationnaire et laminaire. Ils ont négligé l'effet de la dissipation visqueuse et aucune production d'énergie interne n'est considérée. Le milieu poreux satisfait à la loi de Darcy et la validité de l'approximation de Boussinesq est réalisée. Ils ont trouvé que la fonction de courant et la température dépendent du nombre de Rayleigh modifié *Ra** ; qui est le produit du nombre de Rayleigh *Ra* et du nombre de Darcy *Da*. Ils ont évalué les valeurs moyennes du nombre de Nusselt et de l'énergie cinétique. Ils ont fait des essais pour vérifier que la solution est indépendante du maillage et que Femlab produit généralement des résultats précis à quatre chiffres pour tous les paramètres testés.

Bouhadef [91] a fait une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (sinusoïdal) chauffée par une température constante et uniforme *Tp*, les parois verticales sont adiabatiques et la paroi supérieure est maintenue à une température constante *Ta*. Les paramètres dont dépend la structure de la convection naturelle sont : le nombre de Rayleigh qui varie entre 10^3 et 5.10^5, le rapport d'aspect de la cavité As=8, le facteur de forme A (entre 0.10 et 0.20) et le nombre de Prandtl (celui de l'eau). Il a discrétisé les équations gouvernant l'écoulement et le transfert thermique dans la cavité en utilisant une méthode implicite aux différences finies et la méthode des volumes de contrôle. Il a réalisé l'adéquation entre les champs des vitesses et de pression à l'aide de l'algorithme SIMPLE. L'influence des paramètres caractéristiques de la topographie de la surface d'échange (fond sinusoïdal), notamment de l'amplitude d'ondulation b et le facteur de forme de la cavité A, sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement, sont mises en évidence la variation du nombre de Rayleigh a permis l'obtention de plusieurs types d'écoulements et plusieurs bifurcations entre ces écoulements. Il a trouvé que les nombres de Nusselt locaux passent par des maximums aux sommets et aux creux et par des minimums entre eux.

Varol et al.[92] Ont utilisé une technique de programmation SVM (*Support Vector Machines*), pour estimer la distribution de la température et champs d'écoulement dans une enceinte carrée poreuse dont la paroi verticale gauche est chauffée par trois appareils de chauffage isotherme, la paroi verticale droite est isotherme mais elle a une température plus froide que les appareils de chauffage alors que les deux autres parois sont restées adiabatiques. Ils ont établi une base de données par la résolution des équations régissant l'écoulement qui ont été écrites en utilisant le modèle de Darcy. Basent sur l'utilisation de la méthode des différences finies, ils ont écrit un code de CFD (Computationel fluid dynamics). Ils ont établi une corrélation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh. Par l'utilisation de la base de données obtenue, d'autres valeurs de température et de vitesses ont été estimées par la technique SVM pour différents nombres de Rayleigh et différentes positions de chauffage. Ils ont montré que SVM est une technique utile sur l'estimation des lignes de courant et les isothermes. Ainsi, SVM réduit le temps de calcul et aide à résoudre certains cas, lorsque CFD ne parvient pas à résoudre en raison de l'instabilité numérique.

Baez et al. [93] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée inclinée remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide. Ils ont supposé que la température de la surface supérieure est constante et égale à θ_c, la température de la surface inférieure est constante aussi et égale à θ_h, avec $\theta_h > \theta_c$, ou les surfaces verticales étant adiabatiques. L'écoulement du fluide est considéré bidimensionnel, instationnaire, et dans le cadre de l'approximation de Boussinesq. L'étude dépend du nombre de Rayleigh *Ra*, de l'angle d'inclinaison α, et du facteur de forme de la cavité A. Ils ont supposé que les résultats présentés sont de nouveaux résultats, soit pour des angles d'inclinaison pas signalés avant ou pour des nombres de Rayleigh élevés avec des facteurs de forme très importants. Ils ont trouvé plusieurs cellules dans les cavités rectangulaires poreuses avec un nombre de Rayleigh $Ra \geq 10^2$ et pour certains angles. Pour un fluide homogène, un nombre de Rayleigh de l'ordre de 10^5 -10^6, et un facteur de forme A>>1, des cellules secondaires apparaissent pour certains angles et l'écoulement devient plus complexe.

Basak et al. [94] ont fait une étude numérique sur la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'une matrice poreuse. Ils ont utilisé la méthode des éléments finis pour un chauffage uniforme et non uniforme de la paroi inférieure, la paroi supérieure est adiabatique et les parois verticales sont maintenues à une température froide constante. Le milieu poreux est modélisé en utilisant les équations de Darcy-Forchheimer. Ils ont adopté la procédure numérique pour obtenir une performance constante sur une large gamme de paramètres (nombre de Rayleigh *Ra*, $10^3 \leq Ra \leq 10^6$, nombre de Darcy *Da*, $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$, et le nombre de Prandtl *Pr*, $0{,}71 \leq Pr \leq 10$) à l'égard de la continuation et la discontinuation des conditions thermiques aux limites. Ils ont présenté les résultats numériques en termes des fonctions de courant, des isothermes et des nombres de Nusselt. Ils ont trouvé que le chauffage non uniforme de la paroi inférieure produit un plus grand taux de transfert de chaleur au centre de la paroi inférieure que le cas de chauffage uniforme pour tous les nombres de Rayleigh, mais le nombre moyen de Nusselt montre globalement un plus faible taux de transfert de chaleur pour le cas de chauffage non-uniforme. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur est principalement dû à la conduction quand $Da \leq 10^{-5}$ indépendamment de Ra et *Pr*. Ils ont trouvé aussi que le transfert de chaleur par conduction est une fonction de *Ra* pour $Da \geq 10^{-4}$. Ils ont donné les nombres de Rayleigh critiques pour que la conduction domine le transfert de chaleur et ils ont présenté les corrélations du Power Law entre le nombre moyen de Nusselt et les nombres de Rayleigh quand la convection domine le transfert.

Saeid et al. [95] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité poreuse. La paroi inférieure est chauffée et la paroi supérieure est refroidie tandis que les parois verticales sont adiabatiques. La paroi chaude est supposée avoir une température à variation spatiale et sinusoïdale sur une valeur moyenne constante, qui est supérieure à la température de la paroi supérieure froide. Les équations gouvernantes adimensionnelles sont dérivées sur la base du modèle de Darcy. Ils ont étudié les effets de l'amplitude de la variation de la température de la paroi inférieure et la longueur de la source de la chaleur sur la convection naturelle dans la cavité pour la gamme 20-500 du nombre de Rayleigh. Ils ont constaté que les valeurs du nombre de Nusselt moyen augmentent lorsque la longueur de la source de chaleur ou de l'amplitude de la variation de la température augmente. Ils ont constaté aussi que le transfert de chaleur par unité de la surface de la source de la chaleur diminue quand la longueur du segment chauffée augmente.

Moya et al. [96] ont analysé un écoulement bidimensionnel de la convection naturelle dans une cavité poreuse, rectangulaire, inclinée et saturée d’un fluide newtonien par une résolution numérique des équations de conservation de la masse, de mouvement et d’énergie. Ils ont utilisé la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq. Les conditions aux limites isothermes sont considérées, pour les deux parois verticales opposées, ils sont conservés à des températures constantes, mais différentes et les deux autres parois sont isolées thermiquement. Les paramètres externes considérés sont : l’angle d'inclinaison, le facteur de forme de la cavité et le nombre de Darcy-Rayleigh. Ils ont trouvé trois modes de convection principaux: la conduction, la convection unicellulaire et multicellulaire. Ils ont présenté les nombres de Nusselt locaux et globaux en fonction des paramètres externes. Ils ont exploré la multiplicité des solutions pour un rapport de forme égal à l’unité. L'existence de plus d'une solution est trouvée lorsque la paroi inférieure est à une température plus élevée et à une position horizontale ou proche de l'horizontale.

Mahidjiba et al. [97] ont étudié numériquement et analytiquement le début de la convection dans une couche horizontale bidimensionnelle poreuse saturée avec de l'eau froide. La méthode des éléments finis est employée pour résoudre les équations linéaires de perturbation. Le début de convection est dépendant du rapport d'aspect de la cavité A et du paramètre d'inversion γ (défini par $2(T_{max}- T)/\Delta T$). L'effet de ces paramètres de contrôle est étudié pour des cas de couches infinies et finies. L'effet des diverses conditions aux limites thermiques imposées à la couche horizontale a aussi été examiné dans cette étude. Des nombres de Rayleigh critiques définissant le seuil de convection ont été établis en fonction de γ dans le cas de la couche infinie. Ces résultats indiquent aussi qu'une situation asymptotique est atteinte quand $\gamma \leq 1$. Il a aussi été trouvé, que pour $\gamma>2$, les solutions atteignent asymptotiquement le cas classique d'un liquide avec une relation linéaire entre la température et la densité.

La température dépendant de l'effet de la variation de la viscosité dans la convection

Bénard, d'un gaz ou un liquide dans une enceinte remplie d'un milieu poreux, a été étudiée numériquement par **Hooman & Gurgenci [98]**. Cette étude est basée sur le modèle général de transfert de mouvement dans un milieu poreux. Des solutions numériques des équations gouvernantes sont obtenues par la méthode de différences finies, employant la technique de Gauss-Seidel avec la méthode SOR. Le modèle Arrhenius qu'est appliqué, propose une forme exponentielle de la relation entre la température et la viscosité : constant ($\mu=\mu_C$), diminuant (jusqu'à $0.13\mu_C$) et augmentant (jusqu'à $7.39\ \mu_C$). Les effets de la variation de viscosité du liquide sur les isothermes, les lignes de courant et le nombre de Nusselt ont été étudiés. La définition d'une température de référence, qui ne change pas avec le nombre de Rayleigh, mais augmente avec le nombre de Darcy, a été trouvée comme une variable pour représenter la dépendance de la variation de la viscosité en fonction de la température. Il a été trouvé aussi que la température de référence, à laquelle les propriétés des liquides doivent être évaluées, est approximativement indépendante des autres paramètres considérés.

Khanafer [99] a réalisé une étude numérique pour analyser le transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité avec une paroi ondulée sinusoïdale verticale et remplie d'un milieu poreux. Les parois verticales sont isothermes, tandis que les parois droites horizontales supérieure et inférieure sont maintenues adiabatiques. Les équations de transport sont résolues avec la formulation d'éléments finis basé sur la méthode de Galerkin des résidus pondérés. L'importance des effets non - darcienne sur la convection dans une cavité poreuse ondulée est analysé dans ce travail. Différents modèles d'écoulement pour un milieu poreux tel que Darcy-Brinkman, Darcy-Forchheimer, et les modèles d'écoulement généralisées, sont considérées. Les résultats sont présentés en termes de lignes de courant, isothermes, et le transfert de la chaleur locale.

Plus récemment **M. Bhuvaneswari et al. [100]** ont considéré une étude numérique pour comprendre l'effet du rapport d'aspect et des zones partiellement thermiquement actifs sur l’écoulement convectif et le transfert de chaleur dans une enceinte rectangulaire poreuse. Cinq zones différentes de chauffage et de refroidissement sont considérées le long des parois verticales, tandis que les parties restantes de la paroi latérale et supérieure et inférieure de l'enceinte sont adiabatiques. Le modèle Darcy Brinkman-Forchheimer est utilisé dans l'étude. Les équations régissant sont résolues par la méthode des volumes finis avec l'algorithme SIMPLE. Les résultats révèlent que l'emplacement des zones de chauffage et de refroidissement à une influence significative sur le profil d'écoulement et le transfert de chaleur correspondant dans la cavité. Le taux de transfert de chaleur se rapproche à une valeur constante pour de très faibles valeurs du nombre de Darcy. Le taux de transfert de chaleur est diminué en augmentant le rapport d'aspect.

Khanafer [101] a analysé numériquement les effets non - Darcien sur l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur dans une enceinte carrée remplie d'un milieu poreux en utilisant le modèle interaction fluide-structure (FSI). Les équations de transport ont été résolues par une formulation d'éléments finis basé sur la méthode de Galerkin des résidus pondérés. De tels paramètres inclus le nombre de Rayleigh, la porosité, l'élasticité de la paroi flexible, et la conductivité thermique effective du milieu poreux. En outre, le domaine de fluide a été décrite par une formulation de Lagrange - Euler arbitraire (ALE) qui est entièrement couplé au domaine de structure. Des modèles d'écoulement différents pour les milieux poreux, tels que le modèle de la loi de Darcy et le modèle de Darcy-Forchheimer ont été pris en compte dans cette étude. Les comparaisons des isothermes, lignes de courant, et le nombre de Nusselt moyen sont faites entre les modèles rigides et FSI. Les résultats de cette recherche ont montré que le nombre de Rayleigh et l'élasticité de la paroi souple ont eu un effet profond sur la forme de la paroi flexible et par conséquent sur l'amélioration du transfert de chaleur à l'intérieur de l'enceinte.

1.2.2 Convection naturelle avec une source de chaleur en milieu poreux

Convection double diffusive

Chamkha et al. [102]ont étudié numériquement l'écoulement de la convection à double diffusion dû à la température opposée et aux gradients de concentration d'un fluide électriquement conducteur et générateur de chaleur ou absorbant dans une enceinte rectangulaire avec des flux de chaleur et de masse latéraux uniformes en **présence d'un champ magnétique** transversal. La méthode basée sur la technique de différences finis a été employée pour résoudre ce problème. Il a été constaté que les mécanismes de transfert de chaleur et de masse et les caractéristiques d'écoulement à l'intérieur de l'enceinte dépendaient fortement du champ magnétique et des effets de génération ou d'absorption de chaleur. Ils ont constaté aussi que l'effet du champ magnétique réduisait le transfert de chaleur global et la circulation du fluide dans l'enceinte. En outre, ils prévoyaient que les nombres moyens de Nusselt et Sherwood augmentaient en raison de la présence d'effets d'absorption de chaleur alors qu'ils diminuaient lorsque des effets de génération de chaleur étaient présents. En outre, au fur et à mesure que le nombre de Lewis était augmenté, les nombres moyens de Nusselt et Sherwood ont été augmentés pour la plupart des valeurs des rapports de flottabilité considérés.

Dans un autre travail, le problème de l'écoulement convectif à double diffusion d'un mélange binaire de gaz-particules à l'intérieur d'une enceinte poreuse rectangulaire avec des gradients des températures et de concentration coopérantes et en présence d'effets de génération ou d'absorption de chaleur a été étudié numériquement par **Chamkha et al.[103]** selon la méthode des différences finies. Il a été constaté que le transfert de chaleur et de masse et les caractéristiques d'écoulement à l'intérieur de l'enceinte dépendaient fortement du nombre inverse de Darcy et de la génération de chaleur ou des effets d'absorption. La présence du milieu poreux a permis de réduire les nombres de Nusselt et Sherwood moyens et la circulation des fluides dans l'enceinte. En outre, il a été conclu que les nombres de Nusselt et Sherwood moyens ont diminué en raison de la production de chaleur et ont augmenté en raison de l'absorption de chaleur. En outre, la présence d'effets de génération de chaleur ou d'absorption a eu une plus grande influence sur le nombre de Nusselt moyen que sur le nombre de Sherwood moyen. L'augmentation du rapport de flottabilité a été prédite pour augmenter à la fois les nombres moyens de Nusselt et Sherwood pour aider les situations d'écoulement alors que des valeurs minimales sont prévues pour des situations de flux opposées.

Une étude numérique de la convection naturelle de magnétohydrodynamique stationnaire dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux saturé de fluide et avec une génération de chaleur interne a été réalisée par **Grosan et al. [104]**. Un champ magnétique uniforme, incliné à un angle par rapport au plan horizontal, est imposé à l'extérieur. En général, ils ont constaté que l'effet du champ magnétique était de réduire le transfert de chaleur par convection à l'intérieur de la cavité. Ainsi que les modes de convection dans la cavité dépendaient à la fois de la force et de l'inclinaison du champ magnétique. Le champ magnétique appliqué dans le sens horizontal était le plus efficace pour éliminer l'écoulement convectif pour un champ magnétique plus fort par rapport à la direction verticale.

Revnic et al. [105] ont étudiés numériquement les effets d'un champ magnétique incliné et de la génération de chaleur sur une convection naturelle instationnaire dans une cavité carrée remplie d'un milieu poreux saturé par fluide. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques tandis que les parois verticales sont maintenues à des températures constantes mais différentes. Les problèmes physiques sont représentés mathématiquement par un ensemble d'équations différentielles partielles avec les conditions aux limites correspondantes. En utilisant un schéma implicite de différence finie, à savoir la méthode ADI (Alternative Direction Implicit), les équations gouvernante adimensionnelles sont résolues numériquement. Le résultat montre qu'avec le nombre de Hartmann Ha croissant, le transfert de chaleur diffusif devient important même si le nombre de Rayleigh augmente.

Récemment, le problème de la convection à double diffusion dans une couche poreuse anisotrope avec une source de chaleur interne, chauffée et salée par le bas, a été étudié par **Bhadauria et al. [106]**. Le modèle de Darcy généralisé est employé pour l'équation de mouvement. Les phases fluide et solide sont considérées comme étant en équilibre thermique. Des analyses de stabilité linéaires et non linéaires ont été effectuées.

Pour la théorie linéaire, la technique du mode normal a été utilisée, alors que l'analyse non linéaire est basée sur une représentation minimale des séries de Fourier tronquées. Les transferts de chaleur et de masse à travers la couche poreuse ont été obtenus en termes de nombres de Nusselt *Nu* et Sherwood *Sh*, respectivement. Les effets du nombre de Rayleigh interne, des paramètres d'anisotropie, du nombre Rayleigh de concentration et du nombre de **Vadasz** sur convection non linéaire stationnaire, oscillatoire et faible sont représentés graphiquement. Les comportements transitoires du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood ont été étudiés en résolvant les équations d'amplitude finie à l'aide d'une méthode numérique.
La rationalisation, les isothermes et les iso-halines sont tirés pour les cas stables et instables (dépendants du temps). Les résultats obtenus, au cours des analyses, ont été présentés graphiquement et les effets de divers paramètres sur les transferts de chaleur et de masse ont été discutés.

Convection naturelle thermique

Le problème de la convection naturelle thermique dans une enceinte poreuse rectangulaire avec une génération de chaleur interne uniforme ou le refroidissement des parois latérales maintenues à température constante a été étudié par **Haajizadeh et al. [107]**. Ils ont réalisé une étude théorique sur la convection naturelle stationnaire à l'intérieur d'une enceinte poreuse rectangulaire avec une génération de chaleur interne uniforme et un refroidissement des parois latérales. Pour les nombres de Rayleigh bas, le problème est abordé par une expansion régulière du nombre de Rayleigh et les équations de Poisson résultantes sont résolues séquentiellement par la méthode de Galerkin modifiée. Pour les grands nombres de Rayleigh, les équations de la couche limite valables à proximité des parois verticales avec les équations dans la région centrale sont examinées à l'aide de la méthode de linéarisation de Gill. Ils ont trouvé que les prédictions analytiques concordent avec les solutions numériques basées sur la représentation de la différence de loi de puissance des équations de régulation complète.

Un modèle de convection naturelle tridimensionnelle dans un milieu poreux confiné avec génération de chaleur interne a été développé par **Beukema et al. [108]**. Ils ont effectuées deux expériences sur le modèle de matériau de refroidissement, représentant des produits agricoles, à différents taux de génération de chaleur (0-235 W/m^3) dans un récipient fermé (0,76 m x 0,76 m x 0,50 m) avec des parois isothermes. Les résultats de comparaison avec la conduction montrent que le refroidissement est accéléré par convection naturelle a donné une température moyenne plus faible et déplacé l'emplacement de la température maximale du centre du conteneur vers le haut.

Il est montré que le même problème a été considéré par **Rao & Wang [109]** pour le cas du cylindre poreux. À faible nombre de Rayleigh, un schéma de premier ordre de Galerkin est prouvé efficace. La convection à des nombres élevés de Rayleigh se caractérise par un écoulement homogène montant dans la partie centrale du cylindre et une couche limite très mince descendante sur la paroi froide. Les résultats peuvent être appliqués à toute autre enceinte avec des limites non circulaires. La comparaison des résultats pour un cylindre avec ceux d'une enceinte rectangulaire confirme fortement cette idée.

Vasseur et al. [110] ont étudié, numériquement, le problème de la convection naturelle dans une couche annulaire avec génération de chaleur interne. Aux faibles nombres de Rayleigh, un profil plus ou moins parabolique de température est établi à travers l'annulaire, avec deux tourbillons contrarotatifs dans chaque demi-cavité. Sous l'effet de la convection faible ou modérée, la température maximale dans le milieu poreux peut être considérablement plus grande que celle induite par conduction pure. Aux grands nombres de Rayleigh, les solutions analytiques et numériques révèlent une structure d'écoulement stratifié puis deux couches limites avec une épaisseur, et le flux de chaleur est respectivement de l'ordre de Ra^{-13} et Ra^{13}.

Prasad et al. **[111]** ont effectué une étude numérique sur la convection naturelle à l'intérieur d'une enceinte cylindrique remplie d'un milieu poreux saturé chauffé par source volumique pour le cas où la paroi verticale est isotherme et les parois horizontales sont soit adiabatique soit refroidies par voie isotherme. Lorsque les parois horizontales sont isolées, l'écoulement dans la cavité est unicellulaire et le champ de température dans les couches supérieures est fortement stratifié. Cependant, si la paroi supérieure est refroidie, il peut exister un écoulement multicellulaire et une stratification thermique instable dans la région supérieure du cylindre. Sous l'influence d'une convection faible, la température maximale dans la cavité peut être considérablement supérieure à celle prédite pour une conduction pure. Le flux de chaleur local sur les parois limites est généralement une fonction du nombre de Rayleigh, du rapport d'aspect et des conditions aux limites de la paroi. L'élimination de la chaleur sur la surface supérieure froide diminue avec le rapport d'aspect, ce qui augmente le nombre de Nusselt sur la paroi verticale. L'effet du nombre de Rayleigh n'est toutefois pas direct. Plusieurs corrélations sont présentées pour la température maximale de la cavité et le nombre de Nusselt total.

Dans le cas d’une cavité verticale partiellement remplie par un milieu poreux dont les parois extérieures sont chauffées latéralement et en considérant une source de chaleur interne de flux de chaleur constant nous citons le travail de **Du & Bilgen [112**] qui ont analysé numériquement le transfert de chaleur en faisant varier le rapport de forme de la cavité, l’épaisseur et la position de la couche poreuse.

Le problème des solutions multiples de convection naturelle à l'état stationnaire dans une enceinte inclinée avec une couche fluide et un lit poreux générant de la chaleur a été étudié numériquement par **Chen et al. [113]** avec la méthode des volumes finis. Les équations de conservation pour la couche poreuse sont basées sur un modèle d'écoulement général qui comprend à la fois les effets de l'inertie et de friction de l'écoulement. Le flux dans la couche fluide est modélisé par les équations de Navier Stokes. La méthode de continuation de pseudo arc-longueur est adaptée pour étudier les effets de l'angle d'inclinaison sur le modèle de flux et le transfert de chaleur. Les effets du rapport d'aspect sur les diagrammes d'écoulement et les performances de transfert de chaleur pour le cas horizontale, ont également été étudiés. Ils ont démontré que le nombre de Nusselt global augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect pour les flux de même modèle avec le même nombre de cellules.

La sensibilité de la porosité ainsi que le nombre de Darcy sur l'écoulement sont également étudiés. Selon cette étude, les deux effets ont une faible influence sur l'écoulement.

La convection naturelle instationnaire d'un fluide générateur de chaleur à l'intérieur d'une cavité poreuse carrée inclinée saturée d'un fluide électriquement conducteur en présence d'un champ magnétique transversal a été étudiée numériquement par **Khanafer et al.[114]**. L'approche du volume fini a été utilisée avec un schéma implicite de direction alternée pour ce problème. Ils ont constaté que les mécanismes de transfert de chaleur et les caractéristiques d'écoulement à l'intérieur de l'enceinte inclinée dépendaient fortement de la force du champ magnétique, de l'angle d'inclinaison et du nombre de Darcy. Une suppression significative des courants convectifs a été obtenue par l'application d'un champ magnétique fort et / ou de la présence d'un milieu poreux. En outre, les effets du champ magnétique et du milieu poreux ont permis de réduire le transfert de chaleur et la circulation du fluide dans la cavité. En outre, il a été conclu que le taux de variation du nombre de Nusselt moyen avec l'angle d'inclinaison de l'enceinte est plus élevé pour les petits angles que pour les grands angles.

Anwar Hossain et al. [115] ont étudié numériquement les effets de la génération de chaleur dans un fluide et la porosité du milieu sur l'écoulement laminaire de la convection naturelle et le transfert de chaleur dans une enceinte avec des parois non isothermes, utilisant une technique de solution de différence finie et avec des effets nuancés traités utilisant l'approximation de Boussinesq. Les études ont été réalisées pour un fluide ayant nombre de Prandtl 0.7 et pour un nombre Rayleigh de 10^5. Pour le cas d'un fluide pur (c.-à-d. écoulement dans un milieu non poreux) sans génération de chaleur. La paroi horizontale supérieure de l'enceinte est froide. Tandis que, la paroi inférieure est chauffée. L'augmentation de la production de chaleur dans le fluide (en fonction de la température locale du fluide) réduit les gradients thermiques près de la paroi inférieure chauffée de l'enceinte, ce qui entraîne des gradients plus élevés (et donc un flux de chaleur de surface plus élevé) au niveau du haut et du droit. La force du vortex dominant induit par la flottabilité est réduite en raison de l'augmentation de la production de chaleur interne, et une structure à double tourbillon plus quasi égale se développe. L'augmentation de la porosité du milieu (en l'absence de génération de chaleur) réduit le débit volumique du fluide dans le vortex dominant et entraîne une réduction générale du transfert de chaleur sur les parois.

Ali Nouri-Borujerdi et al. [116] ont déterminé comment la présence des termes de Brinkman affecte le critère d'apparition pour la stabilité de la convection naturelle dans une couche poreuse horizontale avec une génération de chaleur uniforme avec des conditions aux limites de glissement standard. Une variation monotone dans le Rayleigh critique est trouvée, les limites fluides poreuses et claires étant reproduites très précisément. La variation du nombre d'onde critique, k, n'est pas grand, mais ce n'est pas monotone. En ce qui concerne le nombre Rayleigh poreux critique, les termes de Brinkman peuvent être négligé et utiliser en toute sécurité la loi de Darcy lorsque Da <$10\text{-}^{3.5}$. D'autre part, Da > 1 reproduit la limite de fluide claire avec une bonne précision. Cependant, une formule a été introduite peut être utilisée sur toute la gamme de nombre de Darcy avec moins de 1% d'erreur.

Jaya et al. **[117]** ont analysé numériquement par une approche du model généralisée non-Darcy le problème de la convection naturelle avec source de chaleur située à la surface inférieure d'une cavité contenant un milieu poreux anisotrope. Initialement pour un nombre de Darcy-Rayleigh de $Ra_m = 1000$, les calculs sont effectués à la fois dans les régimes non Darcy ($Ra = 10^5$; $Da = 10^{-2}$) et Darcy ($Ra = 10^9$; $Da = 10^{-6}$) en modifiant les propriétés de l’anisotropie du milieu poreux. Les propriétés considérées pour l'étude sont le rapport de perméabilité (K *), l'inclinaison des axes principaux (θ) et le rapport des constantes de Forchheimer (F *). Ils ont observé que les propriétés anisotropes ont une influence significative sur le comportement d'écoulement et le transfert de chaleur. **Mealey et al. [118]** ont considéré l'écoulement convectif permanent dans une géométrie carrée remplie d’un milieu poreux saturé de fluide ayant une génération de chaleur interne à un taux proportionnelle à la puissance de la différence de température. Trois paramètres sans dimension sont identifiés, un nombre de Rayleigh *Ra*, un paramètre de taux de chauffage γ et l'exposant p au terme de chauffage local. Le cas $Ra = 0$ est considéré en premier, où une valeur critique γc est trouvée, de sorte qu'il existe des solutions possibles uniquement pour $\gamma \leq \gamma c$. Ce travail identifie également une valeur $\gamma 0$, où il y a une variation des températures maximales T_{max} atteint. Pour $\gamma > \gamma 0$, $T_{max} > 1$ et des températures supérieures à la valeur de la paroi chauffée peuvent être générées. Les résultats numériques pour $Ra > 0$ sont obtenus, montrant également l'existence d'une valeur critique γc et d'une valeur $\gamma 0$. Ces résultats montrent que, pour les grandes valeurs de *Ra*, les couches limites se développent sur les parois verticales avec une faible circulation de tourbillon dans la région centrale. Ils montrent également que des températures significativement plus élevées que la paroi chauffée peut être générées par le chauffage interne, en particulier pour les grandes valeurs de γ.

Les effets non-Darcien sur le transfert de chaleur induit par la flottabilité sont étudié par **Alia Marafie et al. [119]** dans une enceinte carrée partiellement divisée avec génération de chaleur interne. Le modèle généralisé de l'équation de mouvement, de modèle Darcy Brinkman -Forchheimer, qui tient compte des effets de frontière et d'inertie, a été utilisé pour représenter le mouvement des fluides à l'intérieur de la couche poreuse. La condition d'équilibre thermique locale a été supposée valable pour la gamme des paramètres thermo-physiques a été considérés. Les équations de transport ont été résolues utilisant la formulation d'éléments finis basée sur la méthode Galerkin. Les résultats révèlent que le nombre de Nusselt diminue avec une augmentation de la hauteur et de la largeur des partitions. De plus, deux régimes distincts ont été identifiés: pour $Ra_E > Ra_I$, le transfert de chaleur a été trouvé une fonction croissante du nombre de Rayleigh externe avec sens de transfert de chaleur comme dans le cas d'une cavité thermiquement chauffée, de la paroi chaude à la paroi froide. Cependant, pour $Ra_E < Ra_I$, le transfert de chaleur a été trouvé une fonction croissante du nombre interne de Rayleigh et sa direction à partir de la cavité à la fois dans les parois chaudes et froides.

Récemment, l'interaction entre la génération de chaleur interne et la convection naturelle à l'extérieur dans un espace annulaire poreux est étudiée numériquement par **Reddy [120]**. Le domaine axisymétrique est délimité avec des parois adiabatiques supérieures et inférieures et des parois latérales chauffées de manière différentielle, assurant une convection naturelle régulière d'un fluide avec le nombre Prandtl, Pr = 5, à travers une matrice poreuse de porosité, φ = 0,4. L'équation de mouvement généralisée avec les termes de Brinkman-Darcy-Forchheimer et le modèle à deux équations d’énergie à basé sur l'énergie non-équilibre thermique local sont résolus pour déterminer l'écoulement et la distribution de la température.

Au-delà d'une valeur critique de génération de chaleur définie à l'aide d'un nombre Rayleigh interne, $Ra_I\ cr^*$, la convection traverse du mode unicellulaire au mode bicellulaire, car T_{max} de l'annulaire devient supérieure à la température fixe de la paroi chaude. Le $Ra_I\ cr^*$ augmente proportionnellement lorsque le nombre Rayleigh externe basé sur la perméabilité Ra_E^* et le rapport de conductivité thermique solide-fluide γ sont indépendamment augmentés.

En synthétisant cette revue bibliographique riche d'une manière ciblée et suscitée, il ressorte ce qui suit :

Tableau 1.1. Convection double diffusive et thermique dans un milieu poreux sans source de chaleur

Références	**Configuration**	**Problème étudié**	**Conditions aux limites**
[7-10, 17, 23, 42, 48, 52]	Cavité horizontale	Analyse stabilité linéaire et non linéaire	T et C constante Flux de T et C constants
[11-13, 15, 19, 57, 58]	Couche poreuses anisotropes	Darcy et D.B.F	T et C constante
[24, 27, 70]	Cavité verticale	Effet de l'hétérogénéité	T et C constante
[29 - 37, 65, 74, 75]	Cavité rectangulaire	Non Darcy (D.B.F)	T et C constante Flux de T et C constants
[18, 40, 63]	Cavité rectangulaire	Convection à amplitude finie	Flux de T et C constants
[41, 43, 44, 53, 54, 56, 62]	Cavité inclinée	Analytique et numérique	Flux de T et C constants
[19, 57, 58, 13, 61, 67, 68, 76]	Cavité rectangulaire	Effet de SORET	T et C constante Flux de T et C constants
[77- 80, 94]	Cavité rectangulaire	Non Darcy (D.B.F)	T constante Flux de T constant
[83, 84]	Cavité partiellement poreuse	Non Darcy M poreux Navier-Stokes M fluide	T constante
[86, 96], [87]	Cavité inclinée, horizontale	Darcy	T constante, Flux de chaleur constant

[89, 95]	Cavité rectangulaire	Darcy	T sinusoïdale
[98, 99,101]	Cavité avec paroi ondulée	Non Darcy D.B.F	T constante

Tableau 1.2 . Convection double diffusive et thermique dans un milieu poreux avec source de chaleur

Références	**Configuration**	**Problème étudié**	**Conditions aux limites**
[102- 105]	Cavité rectangulaire	D B F et MHD	T constante Flux de T et C constant
[106, 115, 116, 119]	Cavité rectangulaire	D B F, stabilité linéaire et non linéaire	T et C constante
[107]	Cavité verticale	Darcy	T constante
[108]	Cavité cubique 3D	Darcy	T et C constante
[109, 111]	Cavité cylindrique	Non Darcy	T constante
[110, 120]	Couche annulaire	Darcy	T constante
[113, 114]	Cavité inclinée	Analytique et numérique	T constante

CHAPITRE II

FORMULATION MATHEMATIQUE

2.1 Introduction

L'établissement des modèles mathématiques de description des transferts de chaleur en milieu poreux s'inspire directement des méthodes qui sont traditionnellement utilisées en mécanique des milieux continus pour rechercher les expressions locales des lois de conservation.

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, cette approche ne peut toutefois être mise en pratique qu'après un changement d'échelle, dont l'étape essentielle conduit à définir un niveau de description qui permet d'établir une équivalence entre le milieu réel dispersé et un milieu continu fictif. Par opposition avec l'échelle du continu classique, dite microscopique, telle qu'elle est proposée en mécanique des milieux continus, l'échelle du milieu continu fictif équivalent au milieu poreux réel est dite macroscopique.

En général, l'établissement des équations, auxquelles obéissent les phénomènes à l'échelle macroscopique, est formellement obtenu à partir des équations microscopiques de la thermodynamique des milieux continus auxquelles sont appliquées des procédures spécifiques de changement d'échelle, telles que l'homogénéisation **[121]** et les moyennes volumiques **[122]**, **[123]**. Parmi ces dernières, l'une des plus classiquement utilisées consiste à obtenir la description macroscopique par prise de moyenne volumique des équations microscopiques sur le volume élémentaire représentatif (VER).

2.2 Description du problème

Ce travail porte sur l'étude de l'écoulement et de transfert thermique dans les milieux poreux. Pour cela, on établira donc les équations gouvernantes décrivant le phénomène de la convection naturelle. Nous considérons un milieu poreux saturé par un fluide soumis à une source de chaleur volumique confiné dans une enceinte imperméable rectangulaire de largeur L' et de hauteur H', inclinée d'un angle φ par rapport au plan horizontal (voir **fig. 2.1**). Les parois actives (parois latérales) sont refroidies avec des flux de chaleur q_L' et q_R', tandis que les autres parois sont supposée imperméables et adiabatiques.

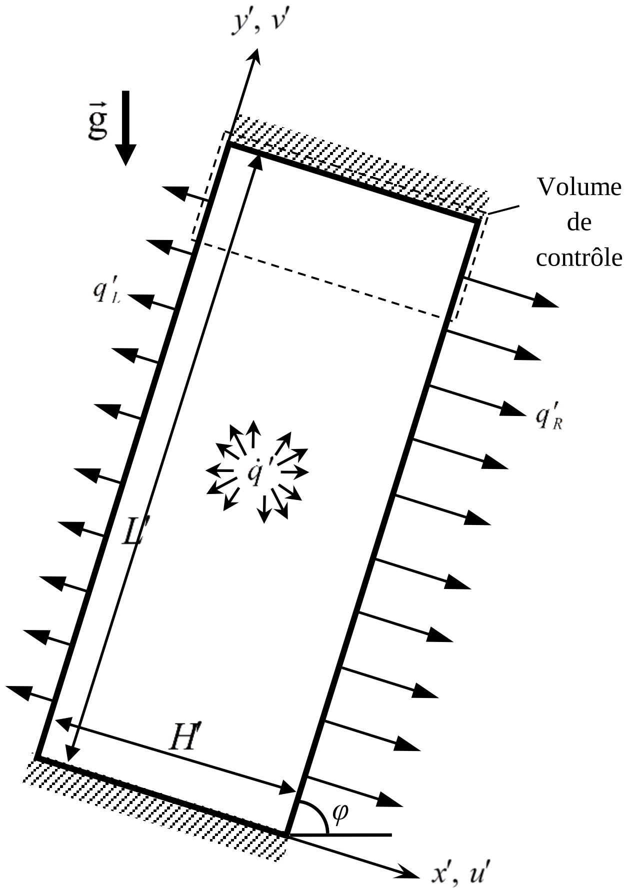


Figure 2.1. Schéma du modèle physique.

2.3 Hypothèses simplificatrices

Pour simplifier la formulation du problème on a introduit les hypothèses suivantes les plus utilisées dans l'étude de la convection naturelle :

- La matrice poreuse est isotrope, perméable et homogène.

-Le fluide étudié est considéré comme newtonien et incompressible.

-L'écoulement est supposé laminaire et bidimensionnel.

-Il n'y a pas de transfert de masse, ni de réaction chimique.

- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

- Les interactions entre le transfert de chaleur et de masse (effets de Soret et Dufour) sont négligeables.

- La présence d'une source thermique volumique uniforme a été considérée dans la phase fluide.

-Toutes les propriétés thermo-physiques du fluide, excepté la masse volumique, sont constantes et sont évaluées à la température de référence T_0'.

-La masse volumique du fluide quand elle supposée varier linéairement avec la température du fluide dans l'enceinte suivant l'hypothèse de Boussinesq énoncé si dessous.

L'hypothèse de Boussinesq

Cette hypothèse consiste à simplifier l'équation d'état du fluide quand la variation de la masse volumique est faible, ainsi il est possible de considérer l'écoulement comme quasi incompressible. La variation de ρ est négligée partout, sauf dans le terme de poussé à l'origine du mouvement.

La variation de la masse volumique est linéairement avec la température donnée comme suit :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta_T \left(T' - T'_0\right)\right] \tag{2.1}$$

Où ρ_0 :est la masse volumique de référence de fluide à T'_0.

β_T représente le coefficient d'expansion volumique thermique est donnée par l'équation suivante :

$$\beta_T = \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T'}\right)_{P'} \tag{2.2}$$

2.4 Equations gouvernantes

Une procédure de prise de moyenne, appliquée aux équations microscopiques, conduit dès lors aux **équations macroscopiques suivantes** (**Nield & Bejan [2]**) décrivant le transfert de chaleur par convection et l'écoulement du fluide à l'échelle locale (VER) dans un milieu poreux saturé par un fluide.

Equation de continuité

Le principe de conservation de la masse traduit par l'équation de continuité pour un fluide incompressible, en considérant le milieu poreux comme un milieu continu.

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \tag{2.3}$$

Equation de mouvement

Pour un écoulement laminaire, la formulation classique de Darcy établie depuis un siècle a été utilisée comme équation macroscopique de mouvement pour un fluide newtonien dans la majorité des études de la convection naturelle dans des milieux poreux.

Pour un milieu de Darcy la vitesse de filtration s'exprime comme suit :

$$\frac{\mu}{K}u' = -\frac{\partial P'}{\partial x'} + \rho g\cos\varphi \qquad \textbf{(2.4)}$$

$$\frac{\mu}{K}v' = -\frac{\partial P'}{\partial y'} - \rho g\sin\varphi \qquad \textbf{(2.5)}$$

Le modèle de Darcy qui néglige les forces visqueuses et d'inerties, selon Nield & Bejan **[2]**.

Ce modèle est valide quand les conditions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{cases} \varepsilon' \langle\, 0.8 \\ Da \le 10^{-6} \\ \mathrm{Re} \langle\, 1 \end{cases} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Où ε' est la porosité du milieu poreux, *Da* et *Re* représentent respectivement le nombre de Darcy et le nombre de Reynolds définis par :

$$Da = \frac{K}{H'^2} \quad ; \quad \mathrm{Re} = \frac{V'\sqrt{K}}{\upsilon} \qquad \textbf{(2.7)}$$

Où V' est la vitesse moyenne de filtration des particules fluides et υ la viscosité cinématique du fluide.

Equation de conservation de l'énergie

Phase solide: $$(1-\varepsilon')(\rho C)_s \frac{\partial T'}{\partial t'} = (1-\varepsilon')k_s \nabla^2 T' \qquad \textbf{(2.8)}$$

Phase fluide: $$\varepsilon'(\rho C)_f \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho C)_f \left(u'\frac{\partial T'}{\partial x'} + v'\frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = \varepsilon' k_f \nabla^2 T' + \dot{q}'$$

(2.9)

2

En ajoutant les deux équations des phases membre à membre on obtient :

$$(\rho C)_p \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho C)_f \left(u'\frac{\partial T'}{\partial x'} + v'\frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = k_p \nabla^2 T' + \dot{q}' \qquad \textbf{(2.10)}$$

Où k_p , $(\rho C)_p$ sont respectivement la conductivité thermique et la chaleur massique de la matrice poreuse saturée.

$$k_p = (1-\varepsilon')k_s + \varepsilon' k_f \quad , \quad (\rho C)_p = (1-\varepsilon')(\rho C)_s + \varepsilon'(\rho C)_f \qquad \textbf{(2.11)}$$

$(\rho C)_f$ et $(\rho C)_s$ définissent respectivement la chaleur massique du fluide et de la matrice solide.

$\dot{q}'$ est la source de chaleur volumique [W / m^3].

T'_0 est la température de référence qui correspond généralement à la valeur moyenne de la température du système.

La chaleur produite à l'intérieur de la cavité est dégagée par les deux parois (gauche et droite), ce qui veut dire que: $q'_L + q'_R = \dot{q}'H'$, q'_L et q'_R en [W / m^2].

2.4.1 Conditions aux limites

$$x' = 0 \qquad u' = 0 \qquad -k_p \frac{\partial T'}{\partial x'} = -q'_L \qquad \textbf{(2.12)}$$

$$x' = H' \qquad u' = 0 \qquad -k_p \frac{\partial T'}{\partial x'} = q'_R \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$y' = 0, L' \qquad v' = 0 \qquad -k_p \frac{\partial T'}{\partial y'} = 0 \qquad \textbf{(2.14)}$$

2.4.2 Conditions initiales

$$t' = 0 \quad u' = v' = 0 \qquad T' = T'_0 \qquad \textbf{(2.15)}$$

2.5 Equations gouvernantes adimensionnelles

Pour rendre les équations précédents adimensionnelles, la dimension *H'* de la cavité a été choisis comme longueur de référence. En introduisant l'échelle caractéristique suivant :

$$(x,y)=\left(\frac{x'}{H'},\frac{y'}{H'}\right),\quad (u,v)=(u',v')\frac{H'}{\alpha},\qquad t=\frac{t'\alpha}{H'^2\sigma}$$

$$T=\left(\frac{T'-T'_0}{\Delta T'}\right)\Delta T'=\frac{\dot{q}'H'^2}{(\rho C)_f\,\alpha},\qquad \Psi=\frac{\Psi'}{\alpha} \tag{2.16}$$

Avec $\alpha=k_p\big/(\rho C)_f$ $[m^2/s]$ la diffusion thermique, $\sigma=(\rho C)_p/(\rho C)_f$, le rapport des capacités calorifiques.

La fonction de courant est définie comme suit: $u'=\partial\Psi'/\partial y'$, $v'=-\partial\Psi'/\partial x'$

2.6 Équations adimensionnelles en formulation de fonction de courant

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}=-Ra\left(\frac{\partial T}{\partial x}\sin\varphi+\frac{\partial T}{\partial y}\cos\varphi\right) \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2T+1\ \textbf{Ou}\quad \frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2T+1 \tag{2.18}$$

Avec: $Ra=\dfrac{\rho_0\,g\beta\,K\,\dot{q}'\,H'^3}{\mu\,\alpha\,k_p}$: le nombre de Rayleigh

2.6.1 Conditions aux limites adimensionnelles

$$x=0\qquad \Psi=0\qquad \frac{\partial T}{\partial x}=q_L \tag{2.19}$$

$$x=1\qquad \Psi=0\qquad \frac{\partial T}{\partial x}=-q_R=q_L-1\ \textbf{(puisque}\ 1=q_L+q_R\textbf{)} \tag{2.20}$$

$$y = 0,\ A \qquad \Psi = 0 \qquad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \tag{2.21}$$

$A = L' / H'$, $q_L = q'_L / (\dot{q}'H')$ et $q_R = q'_R / \dot{q}'H'$, avec q_L varie entre 0 et 1.

2.6.2 Conditions initiales adimensionnelles

$$t = 0 \qquad \Psi = 0 \qquad T = 0 \tag{2.22}$$

2.7 Calcul de taux de transfert de chaleur

L'étude de transfert de chaleur dans la cavité soumise à des flux de chaleur nécessite à déterminer le taux de transfert de chaleur donné par le nombre de Nusselt. Les valeurs de ce dernier sont évaluée dans la présente étude sur les parois actives droite et gauche à la position y =A / 2.

D'après **Kulacki & Goldstein [124]** le nombre de Nusselt basé sur la hauteur de l'enceinte H', le flux de chaleur q'_w, la température maximale du fluide $T'_{\max}$ et la conductivité thermique k définie comme suit :

$$Nu_w = \frac{q'_w H'}{(T'_{\max} - T'_w)\, k} = \frac{q_w}{(T_{\max} - T_w)} \tag{2.23}$$

Avec cette formule on n'obtient pas un Nusselt égale à 1 en conduction mais $Nu_{L\ conduction}$ = 4 par exemple **(voir l'annexe B)**, donc on calcule un nouveau Nusselt normalisé par rapport à $Nu_{L\ conduction}$ pour avoir un résultat égale à 1 en conduction avec:

$$Nu_{w\ conduction} = \frac{q_w}{\left(T_{\max} - T_w\right)_{conduction}} \tag{2.24}$$

Ainsi:

$$\overline{Nu_w} = \frac{Nu_w}{\left(Nu_w\right)_{cond.}} = \frac{\left(T_{\max} - T_w\right)_{cond.}}{\left(T_{\max} - T_w\right)} \tag{2.25}$$

Après la détermination des équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites, les étapes suivantes consistant à la résolution de ces équations. Deux approches de résolution seront utilisées dans cette étude, à savoir :

Une solution numérique basée sur la méthode des différences finis qui est explicitée dans le chapitre suivant.

Une solution analytique basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle est décrite dans le quatrième chapitre.

Ensuite, une étude paramétrique a été menée sur la base de la simulation numérique.

CHAPITRE III

SOLUTION NUMERIQUE

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on a établi la formulation mathématique des équations aux dérivés partiels qui gouvernent l'écoulement et le transfert thermique dans un milieu poreux, en présence d'une génération de chaleur volumique. On s'intéresse dans ce chapitre à la méthode numérique concernant la discrétisation et la résolution de ces équations.

Pour résoudre un problème numériquement, il faut transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques liant entre elles les valeurs des solutions aux différents points. Ces équations sont obtenues en faisant des hypothèses sur les variations des solutions entre les nœuds. Ainsi, on passe d'un domaine continu à un domaine discret et on cherche des solutions discrètes approchées à la place des solutions exactes données par les équations aux dérivées partielles.

La méthode aux différences finies a été utilisée pour résoudre les équations gouvernantes du problème. Cette méthode a été introduite par Euler. Elle consiste à discrétiser le système physique par le biais d'un maillage uniforme suivant les deux directions de l'espace (**fig. 3.1**), composé par des nœuds, identifiés chacun par un couple d'indice (i, j) (maille). Ainsi, on calcule les valeurs de la température, et de la fonction de courant sur chaque nœud, en résolvant les équations gouvernantes établies au chapitre II. A l'intérieur de notre système d'éléments, à l'aide de séries de Taylor, les dérivées partielles sont approchées par le biais de discrétisations, selon des schémas centrés et décentrés en amont ou en aval, avec une précision d'ordre 2.

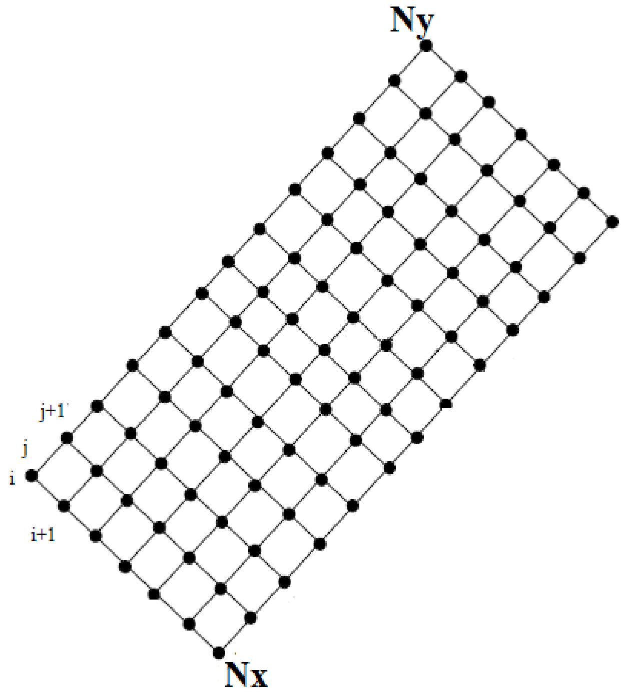


Figure 3.1. Représentation du maillage du système physique.

L'équation de mouvement est résolue en utilisant la méthode S.O.R. (Successive Over Relaxation), tandis que l'équation d'énergie est résolue en utilisant la méthode A.D.I. (Alterning Direction Implicit). Ce choix a été dicté par un compromis de précision et de moyens de calcul.

3.2 Discrétisation des équations gouvernantes

A l'intérieur du domaine discrétisé, les dérivées partielles de premier et deuxième ordre sont approchées selon un schéma aux différences finies centrées comme suit :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2(\Delta y)} \tag{3.1}$$

$$\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \qquad \left.\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.2}$$

Sur tout le domaine, les dérivées partielles qui expriment les conditions aux limites sont discrétisées avec un schéma aux différences finies décentrées en amont (forward) ou en aval (backward), de second ordre de précision comme suit.

En amont :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{4 f_{i+1,j} - f_{i+2,j} - 3 f_{i,j}}{2(\Delta x)} \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{4 f_{i,j+1} - f_{i,j+2} - 3 f_{i,j}}{2(\Delta y)} \tag{3.3}$$

En aval :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{f_{i-2,j} - 4 f_{i-1,j} + 3 f_{i,j}}{2(\Delta x)} \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{f_{i,j-2} - 4 f_{i,j-1} + 3 f_{i,j}}{2(\Delta y)} \tag{3.4}$$

Où f représente soit la température T ou la fonction de courant Ψ et (Δx), (Δy) l'espacement entre deux nœuds voisins. Ce choix a été fait pour éviter d'avoir des nœuds fictifs.

3.3 Discrétisation de l'équation d'énergie

Compte tenu de l'équation de continuité, l'équation d'énergie (2.18) peut se réécrire de la façon suivante :

$$\nabla^2 T + 1 = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} \tag{3.5}$$

Les équations de base sont résolues numériquement. D'abord l'équation d'énergie est résolue par le biais de la méthode implicite aux directions alternées (ADI.). Ensuite l'équation du mouvement est résolue par la méthode de sur-relaxation (S.O.R.) à partir des champs de température déjà établis.

La méthode implicite aux directions alternées A.D.I. est choisie comme outil de résolution. Cette technique donne lieu à deux systèmes matriciels tri-diagonaux dans les deux directions et pour chaque pas de temps. L'un est obtenu par la discrétisation implicite selon la direction *x* et explicite selon *y*, l'autre par la discrétisation implicite selon la direction *y* et explicite selon *x*.

3.3.1 Schéma implicite en x et explicite en y

Ce schéma est un schéma aux différences centrées, au temps (n + 1/2) pour les dérivées en x et au temps (n) pour les dérivées en y, la discrétisation des dérivées partielles est faite selon :

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} \quad , \quad \left(\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{(\Delta y)^2} \quad , \quad \left(\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n}}{(\Delta t)/2} \tag{3.6}$$

En substituant les équations (3.6) dans l'équation (3.5), on obtient :

$$A_i T_{i-1,j}^{n+1/2} + B_i T_{i,j}^{n+1/2} + C_i T_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i \tag{3.7}$$

Avec

$$A_i = \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad , \quad B_i = -\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{(\Delta x)^2} \quad , \quad C_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)}$$

$$D_i = -\left[\frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}\right] T_{i,j-1}^{n} + \left[\frac{2}{(\Delta y)^2} - \frac{2}{(\Delta t)}\right] T_{i,j}^{n} + \left[\frac{-1}{(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j+1}^{n}}{2(\Delta y)}\right] T_{i,j+1}^{n} + 1 \tag{3.8}$$

3.3.2 Schéma implicite en y et explicite en x

Ce schéma est aussi un schéma aux différences centrées au temps (n+1) pour les dérivées en y et au temps (n+1/2) pour les dérivées en x, la discrétisation des dérivées partielles est faite selon :

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)_{i,j}=\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-2T_{i,j}^{n+1/2}+T_{i-1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} \quad , \quad \left(\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right)_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}^{n}T_{i+1,j}^{n+1/2}-u_{i-1,j}^{n}T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)_{i,j}=\frac{T_{i,j+1}^{n+1}-2T_{i,j}^{n+1}+T_{i,j-1}^{n+1}}{(\Delta y)^2} \quad , \quad \left(\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right)_{i,j}=\frac{v_{i,j+1}^{n}T_{i,j+1}^{n+1}-v_{i,j-1}^{n}T_{i,j-1}^{n+1}}{2(\Delta y)}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,j}=\frac{T_{i,j}^{n+1}-T_{i,j}^{n+1/2}}{(\Delta t)/2} \tag{3.9}$$

En substituant les équations (3.9) dans l'équation (3.5) on obtient :

$$A_i^{'}T_{i,j-1}^{n+1}+B_i^{'}T_{i,j}^{n+1}+C_i^{'}T_{i,j+1}^{n+1}=D_i^{'} \tag{3.10}$$

Avec

$$A_i^{'}=\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}+\frac{1}{(\Delta y)^2} \quad , \quad B_i^{'}=-\frac{2}{\Delta t}-\frac{2}{(\Delta y)^2} \quad , \quad C_i^{'}=\frac{1}{(\Delta y)^2}-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2(\Delta y)}$$

$$D_i^{'}=-\left[\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)}\right]T_{i-1,j}^{n+1/2}+\left[\frac{2}{(\Delta x)^2}-\frac{2}{(\Delta t)}\right]T_{i,j}^{n+1/2}+\left[\frac{-1}{(\Delta x)^2}+\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)}\right]T_{i+1,j}^{n+1/2}+1 \tag{3.11}$$

3.4 Discrétisation de l'équation de mouvement

Les dérivées partielles du premier et du second ordre sont approximées selon les schémas suivants :

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right)_{i,j}=\frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1}-2\Psi_{i,j}^{n+1}+\Psi_{i-1,j}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \quad , \quad \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right)_{i,j}=\frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1}-2\Psi_{i,j}^{n+1}+\Psi_{i,j-1}^{n+1}}{(\Delta y)^2}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{2(\Delta x)} \quad , \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{2(\Delta y)} \tag{3.12}$$

En remplacent ces termes dans l'équation du mouvement on trouve l'expression général suivante de la fonction de courant :

$$\Psi_{i,j}^{n+1} = a_1\left(T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}\right) + a_2\left(T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}\right) + b\left(\Psi_{i+1,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1}\right) + c\left(\Psi_{i,j+1}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1}\right) \tag{3.13}$$

Ou a_1, a2, b et c sont des constantes définies par :

$$a_1 = Ra \sin\varphi \frac{\Delta x \, \Delta y^2}{4\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \quad , \quad a_2 = Ra \cos\varphi \frac{\Delta y \, \Delta x^2}{4\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)}$$

$$b = \frac{\Delta y^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} , \qquad c = \frac{\Delta x^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \tag{3.14}$$

La résolution de l'équation (3.13), se fait par la méthode de sur-relaxation successive *S.O.R.* par point. Cette méthode donne directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\,\Delta t$ au nœud considéré par la relation suivante :

$$\Psi_{i,j}^{k+1} = (1-\omega)\Psi_{i,j}^{k} + \omega \Psi_{i,j}^{k+1} \tag{3.15}$$

ω étant le coefficient de sur-relaxation défini comme suit :

$$\omega = \frac{2}{\xi^2}\left(1 - \sqrt{1-\xi^2}\right) , \qquad \xi = \frac{2\cos(\pi/n_x) + \left(\Delta x^2/\Delta y^2\right)\cos\left(\pi/n_y\right)}{1 + \left(\Delta x^2/\Delta y^2\right)} \tag{3.16}$$

n_x, n_y correspondent aux nombres d'éléments selon la direction x et y, respectivement.

Les composantes du champ de vitesse $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$ sont évaluées à partir de la fonction de courant. Ils sont discrétisés par un schéma de différences finies centré du premier ordre :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \quad , \quad v_{i,j}^{n+1} = -\frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{3.17}$$

3.5 Discrétisation des conditions aux limites

Les conditions aux limites **(2.19) - (2.21)** sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré avant ou arrière selon la paroi considérée.

$$\begin{aligned} x=0: \quad & \Psi_{1,j}=0 \ , \qquad & x=1: \quad & \Psi_{nx,j}=0 \\ y=0: \quad & \Psi_{i,1}=0 \ , \qquad & y=A: \quad & \Psi_{i,ny}=0 \end{aligned} \qquad \textbf{(3.18)}$$

$$\begin{aligned} x=0: \quad & T_{1,j}=\frac{4T_{2,j}-T_{3,j}-2q\Delta x}{3} \ , \qquad & x=1: \quad & T_{nx,j}=\frac{4T_{nx-1,j}-T_{nx-2,j}+2q\Delta x}{3} \\ y=0: \quad & T_{i,1}=\frac{4T_{i,2}-T_{i,3}}{3} \ , \qquad & y=A: \quad & T_{i,ny}=\frac{4T_{i,ny-1}-T_{i,ny-2}}{3} \end{aligned}$$

(3.19)

3.6 Algorithme de calcul

Le code numerique developé ici basé sur la methode des difference finis conçu selon l'algorithm de calcul suivant :

- Initialisation et lecture des données.
- Calcul du facteur de sur-relaxation
- Génération du maillage.
- Introduction des conditions initiales sur la température, et la fonction de courant.
- Début de la boucle sur le temps.
    - Calcul du champ de température par la méthode A.D.I.
    - Calcul du champ de la fonction de courant par la méthode S.O.R.
    - Détermination du champ de vitesse (u, v) à partir de la relation (3.17)

- Fin de la boucle sur le temps, quand le critère de convergence suivant est satisfait :

$$\sum_{i=1}^{m}(b_i^k - b_i^{k-1}) / \sum_{i=1}^{m} b_i^k \leq 10^{-6}$$

Sachant que b soit T ou Ψ.

- Résultats.

3.7 Validation du code numérique et effet du maillage

Pour vérifier l'exactitude des résultats numérique obtenus deux tests de validation de notre programme numérique ont été faits d'une manière quantitative et qualitative, le premier test porte sur les nombres adimensionnels caractérisant les transferts thermiques et massiques, *Nu* et *Sh*, ainsi que les valeurs maximums de la fonction de courant et la température. D'autre part, le deuxième test porte sur les profils des lignes de courants, les isothermes et aussi les iso concentrations (voir table 3.1).

Validation quantitative du code numérique

Le programme numérique que nous avons élaboré pour résoudre les équations de base a été validé en prenant comme référence les résultats de Mamou et al **[40,125]**, dans le cas de la convection thermosolutale ou la cavité carrée soumise à des flux de chaleur et de masse constants horizontale (Tableau 3.1). Ensuite une autre comparaison a été faite avec ceux de **Haajizadeh et al [107]** et **Grosan [104]** (Tableau 3.2) dans le cas de convection naturelle thermique ou la cavité refroidi sur les deux parois droite et gauche en présence d'une source de chaleur volumique.

Tableau 3.1. Comparaison des valeurs de Nusselt Nu_m, Sherwood Sh_m et Ψ_{max} avec les résultats de **Mamou et al. [40]** pour Ra=100, Le=10, κ=1, et A=1.

<table>
<tr><th></th><th>Variables</th><th>Présent étude</th><th>Mamou et al [40]</th></tr>
<tr><td rowspan="3">N=0</td><td>Nu_m</td><td>2.2995</td><td>2.301</td></tr>
<tr><td>Sh_m</td><td>11.5496</td><td>11.583</td></tr>
<tr><td>Ψ_{max}</td><td>2.1868</td><td>2.186</td></tr>
<tr><td rowspan="3">N=1</td><td>Nu_m</td><td>2.3242</td><td>2.327</td></tr>
<tr><td>Sh_m</td><td>13.0223</td><td>13.093</td></tr>
<tr><td>Ψ_{max}</td><td>2.1044</td><td>2.103</td></tr>
<tr><td rowspan="3">N=-1</td><td>Nu_m</td><td>2.2327</td><td>2.231</td></tr>
<tr><td>Sh_m</td><td>9.7305</td><td>9.686</td></tr>
<tr><td>Ψ_{max}</td><td>2.2582</td><td>2.259</td></tr>
</table>

Les résultats illustrés dans le **Tableau 3.1** compare nos résultats avec ceux de **[40]** pour le cas d'une cavité carrée soumise à des flux de chaleur et de masse constants horizontale pour différent valeur de rapport volumique (N=0, 1 et -1) et pour (Ra=100, Le=10, A=1, φ=90°, κ=1) .Tandis que, dans le **Tableau 3.2**, on compare nos resultas avec ceux donnée par **[107]** et **[104]** pour le cas d'une cavité ayant un rapport de forme A = 2 avec une source de chaleur volumique et refroidi par les parois latérales pour différents valeurs de Rayleigh thermique(Ra = 10 et 10^3).

Tableau 3.2. Comparaison de Ψ_{max} et θ_{max} pour Ha = 0 et A= 2.

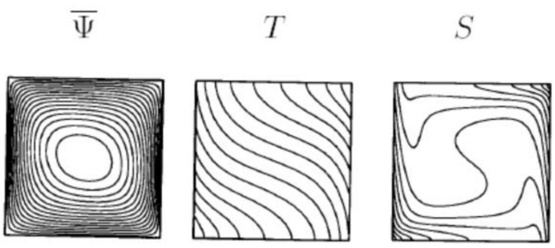
<table>
<tr><th rowspan="2">R</th><th colspan="2">Haajizadeh et al [107]</th><th colspan="2">Grosan [104]</th><th colspan="2">Présent étude</th></tr>
<tr><th>Ψ_{max}</th><th>θ_{max}</th><th>Ψ_{max}</th><th>θ_{max}</th><th>Ψ_{max}</th><th>θ_{max}</th></tr>
<tr><td>10</td><td>0.078</td><td>0.130</td><td>0.079</td><td>0.127</td><td>0.079</td><td>0.1274</td></tr>
<tr><td>10^3</td><td>4.880</td><td>0.118</td><td>4.833</td><td>0.116</td><td>4.827</td><td>0.117</td></tr>
</table>

Validation qualitative du code numérique

Les Figure 3.2 et Figure 3.3 montrent que dans la plupart des cas, on constate un bon accord entre les résultats des différents auteurs et avec ceux obtenu par le présent code, avec des erreurs variant de 0.1% et 0.5 % ont été remarquées.

Une autre validation qualitative des profils a été faite en prenant toujours le cas d'une cavité carrée de **[40]** dans le cas de rapport des forces volumique N=0, et aussi les résultats obtenue par **[104]** comme explique les figures suivantes :

N=0



Mamou et al **[40],** Nu_m=2.301, Ψ_{max}=2.186

Présent, Nu_m=2.2995, Ψ_{max}=2.1868

Figure 3.3. Lignes de courant, isothermes et isoconcentrations.

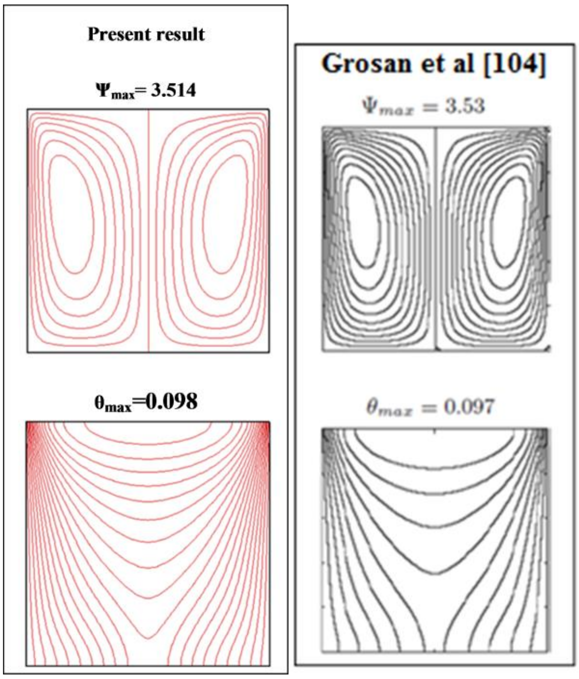


Figure 3.2. Comparaison de nos résultats avec Grosan et al **[104].**

L'effet du maillage sur les résultats du code numérique utilisé est présenté dans le Tableau 3.3 pour le cas d'une cavité vertical (A=6) Ra = 200 et q_L= 0.6. Ces résultats montrent qu'un maillage de 120× 360 est suffisant pour assurer une bonne résolution du problème étudié et que les différents résultats converge vers une solution constante. Augmentons le maillage jusqu'à 140×380 les résultats seront pratiquement stable et ne changent pas pour $\overline{Nu_L}$, $\overline{Nu_R}$, Ψ_{max}. Donc, on a choisis le maillage 120× 360 qui assure un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul.

Tableau 3.3. Effet du maillage sur la précision des résultats pour *Ra* = 200, q_L= 0.6, φ = 90° et A = 6.

$N_x \times N_y$	**40×120**	**60×180**	**80×240**	**100×300**	**120×360**	**140×380**
$\overline{Nu_L}$	1.7050	1.7141	1.7175	1.7191	1.7201	1.7204
$\overline{Nu_R}$	1.2154	1.2211	1.2231	1.2242	1.2248	1.2250
Ψ_{max}	1.5151	1.5039	1.4996	1.4978	1.4964	1.4964
Ψ_{min}	-0.5458	-0.5432	-0.5423	-0.5418	-0.5416	-0.5414

CHAPITRE VI

SOLUTION ANALYTIQUE

4.1 Introduction

Le problème de la convection naturelle thermique avec une source volumique dans une cavité poreuse rectangulaire, régis par les équations gouvernantes établi dans le second chapitre. Ces équations forment un système d'équations différentielles partielles non-linéaires couplées qui sont difficiles à résoudre analytiquement. Cependant, dans le cas d'une couche poreuses de grande extension (A >>1) des solutions analytiques approchées sont possibles. Dans ce cas, l'approximation de l'écoulement parallèle peu décrire convenablement la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur dans le cœur du système.

Les équations gouvernantes peuvent être simplifiées en utilisant l'approximation de l'écoulement parallèle (utilisé dans le passé par plusieurs auteurs dont Alavyoon **[38]**, Mamou et al **[41]**, Kalla et al. **[61]**, **[87]**) lesquels considèrent que l'écoulement engendré dans le cœur d'une cavité infinie (A>>1) se décompose de trois régions, à savoir: un écoulement parallèle aux parois dans la région centrale, et un écoulement tournant à 180° aux deux extrémités de la couche. Le profil de la température dépend alors de la coordonnée transversale.

Dans ce chapitre, l'approximation de l'écoulement parallèle va être appliquée au cas d'une cavité à grande extension, soumise à des flux de chaleur constant sur les parois latérales (droite et gauche). Pour valider cette approximation, la solution analytique sera vérifiée avec le code numérique examiné dans le chapitre précédent.

4.2 Approximation écoulement parallèle (A>>1)

Lorsque une cavité avec un grand rapport d'aspect (A>>1), les équations gouvernantes peuvent êtres simplifiée en considérant l'écoulement parallèle au cœur de la cavité, dans lequel :

$$\Psi(x,y) \approx \Psi(x) \quad \textbf{(4.1)}$$

$$T(x,y) \approx C\,y + \theta(x) \quad \textbf{(4.2)}$$

Ou C est un constant a déterminé exprime le gradient de température adimensionnel suivant la direction y.

Pour valider la solution analytique basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle dans une cavité poreuse élancé, la Figure 4.1 montre les résultats numériques obtenu pour Ra=200, q_L=0.5, A=1 et 6, φ=90°. En examinant ces résultats numériques, nous pouvons constater l'effet du rapport de forme de la cavité sur la structure de l'écoulement et sur le profil de température dans la convection naturelle induite par une source volumique.

Sur la Figure 4.1 **a)**, on observe que pour un rapport de forme A=1, l'écoulement est bidimensionnel. Par contre pour de grands rapports de forme par exemple A=6, la Figure 4.1**b)** illustre clairement que l'écoulement est parallèle dans la partie centrale de la cavité et que le profil de la température est linéairement stratifiée dans la direction verticale.

Ces prédictions numériques sont en excellent accord avec le concept de l'écoulement parallèle.

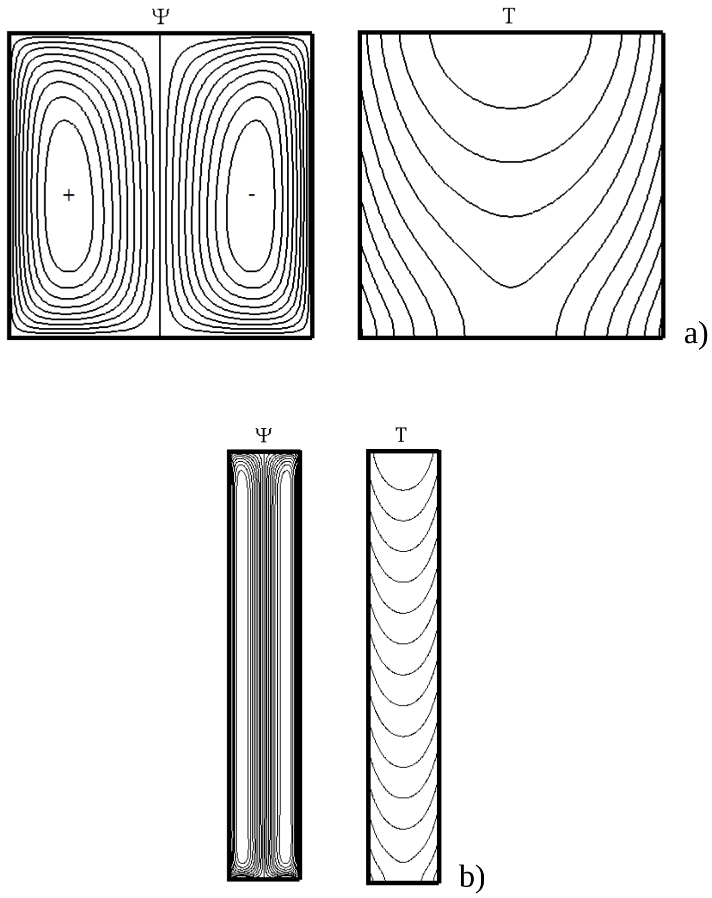


Figure 4.1. Lignes de courant et isothermes obtenus pour Ra=200, q_L=0.5, φ=90°: a) A=1, $\overline{Nu_L}$ =1.3953, Ψ_{max}=1.0054, T_{max} =0.0896, b) A=6, $\overline{Nu_L}$ =1.4458, Ψ_{max}=1.0171, T_{max} =0.0865.

4.3 Les équations de base simplifiées

En substituant les équations (4.1) et (4.2) dans (2.17) et (2.18), après réarrangement des termes on obtient les expressions suivantes :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -Ra\left(\frac{dT}{dx}\sin\varphi + C\cos\varphi\right) \qquad \textbf{(4.3)}$$

$$-\frac{\partial\Psi}{\partial x}C = \frac{d^2\theta}{dx^2} + 1 \qquad \textbf{(4.4)}$$

4.3.1 Conditions aux limites de l'écoulement parallèle

$$\Psi = 0 \qquad à \qquad x = 0,1 \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = q_L \qquad à \qquad x = 0 \tag{4.6}$$

$$\theta = 0 \qquad à \qquad x = 0 \tag{4.7}$$

En tenant comptes les conditions aux limités (4.5)-(4.7) et après l'intégration de l'équation d'énergie (4.4) on obtient :

$$\frac{d\theta}{dx} = q_L - x - \Psi C \tag{4.8}$$

Après la substitution de (4.8), l'équation (4.3) devient :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} - \Omega^2 \Psi + B_1 - B_1' x = 0 \tag{4.9}$$

Où **:** $\Omega^2 = RaC \sin\varphi$, $B_1 = Ra[q_L \sin\varphi + C\cos\varphi]$, *et* $B_1' = Ra\sin\varphi$

L'écoulement convectif dans la cavité dépend du signe de paramètre Ω^2.

La solution des équations (4.4), (4.9) selon la valeur et le signe du paramètre Ω^2, et pour un angle d'inclinaison différente de zéro, deux types de solutions sont possibles. Ces dernières sont décrites ci-dessous :

Solution du cas ou $\Omega^2 > 0$

La solution des équations (4.8), (4.9) satisfaisant les conditions aux limites (4.5)-(4.7).

Nous obtenons les équations générales du profile de la vitesse, de fonction de courant et de température.

$$v(x) = -\frac{B_1\Omega\cosh[\Omega(x-1)] - D_1\Omega\cosh(\Omega x) - C_1\sinh(\Omega)}{\sinh(\Omega)} \tag{4.10}$$

$$\Psi(x)=\frac{B_1\sinh[\Omega(x-1)]-D_1\sinh(\Omega x)-(B_1-C_1x)\sinh(\Omega)}{\sinh(\Omega)} \tag{4.11}$$

$$\theta(x)=C_2x^2+B_2x-E_1\cosh[\Omega(x-1)]+E_2\cosh(\Omega x)+E_3 \tag{4.12}$$

Où

$$\begin{gathered}\Omega^2=Ra\,C\sin\varphi,\ \ B_1=Ra\,(q_L\sin\varphi+C\cos\varphi)/\Omega^2\ ,\ \ B_2=q_L-C\,B_1\ ,\\ C_1=Ra\ \sin\varphi/\Omega^2\ ,\ \ C_2=C\,C_1/2-1/2\ ,\ \ D_1=B_1-C_1\ ,\\ E_1=C\,B_1/\left(\Omega\sin\Omega\right),\ \ E_2=C\,D_1/\left(\Omega\sin\Omega\right),\ \ E_3=E_1\cosh\left(\Omega\right)-E_2\end{gathered} \tag{4.13}$$

Solution du cas ou $\Omega^2 < 0$

Dans ce cas $\Omega^2=-z^2$ (z>0), et la solution des équations de base simplifié peut obtenir en substituant Ω=iz, dans la solution précédent (4.11)-(4.13).

Sachant que : *sinh (iz)= i sin(z)* et *cosh (iz)= icos(z).*On obtient une solution similaire de celle obtenue précédemment, ce qui correspond à une valeur de l’angle d’inclinaison $\varphi < 0$, qui n’est pas prise en considération dans ce travail.

En résumé, nous remarquons que nous pouvons avoir plusieurs solutions selon le signe du paramètre Ω^2.

4.3.2 Evaluation du gradient thermique C

Les équations générales du profile de fonction de courant et de température sont en fonction de gradient thermique (le coefficient C).

Pour déterminer le coefficient C, on intègre l’équation de bilan d’énergie sur un volume de contrôle **(voir l’annexe A)**, tout en tenant compte des conditions aux limités hydrodynamiques et thermiques.

L’intégration de l’équation d’énergie sur le volume de contrôle nous donne :

$$\iiint_{\vartheta} \nabla.(\vec{V}\,T)\, d\upsilon = \nabla.\left(\nabla T\right) d\upsilon + 1 \qquad \textbf{(4.14)}$$

En utilisant le théorème de divergence (Green-Ostrogradski), l'intégral de volume convertie en une intégral sur la surface *ds*.

$$\iint_{S} \vec{V}\,T\,ds = \iint_{S} \nabla T\,ds + 1 \qquad \textbf{(4.15)}$$

En faisant le bilan d'énergie **(voir l'annexe A**) on peut montrer que :

$$\int_0^1 \frac{\partial T}{\partial y} dx = \int_0^1 v T\,dx \qquad \textbf{(4.16)}$$

Pour obtenir l'équation de la constante C en substituant les équations (4.10) et (4.12) dans l'équation (4.16) on obtient :

$$C - \left(I_1 + I_2 + I_3 + I_4\right) = 0 \qquad \textbf{(4.17)}$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{D_1 C_2 (\Omega^2 \sinh\Omega + 2\sinh\Omega - 2\Omega\cosh\Omega) - 2B_1 C_2 (\sinh\Omega - \Omega)}{\Omega^2 \sinh\Omega} \\
I_2 &= \frac{D_1 B_2 (\Omega\sinh\Omega + 1 - \cosh\Omega) - B_1 B_2 (\cosh\Omega - 1)}{\Omega\sinh\Omega} + \frac{C_1 C_2}{3} + \frac{C_1 B_2}{2} \\
I_3 &= (B_1 E_1 + D_1 E_2)\frac{\sinh(2\Omega) + 2\Omega}{4\sinh\Omega} - C_1 (E_1 - E_2)\frac{\sinh\Omega}{\Omega} \\
I_4 &= -(D_1 E_1 + B_1 E_2)\frac{\sinh\Omega + \Omega\cosh\Omega}{2\sinh\Omega} + E_3 (D_1 + C_1 - B_1)
\end{aligned} \qquad \textbf{(4.18)}$$

Notons que l'équation (4.17) est encore en fonction de C, donc sa résolution se fera de façon itérative utilisant la méthode de Newton-Raphson pour obtenir la valeur de C qui dépend des paramètres du *Ra*, φ et q_L.

4.4 Calcul de taux de transfert de chaleur

Pour déterminer le nombre de Nusselt analytique en substituent l'équation (4.12) dans l'équation (2.25) (**voir l'annexe B**), on obtient :

$$\overline{Nu_L} = \frac{q_L^2}{2\theta_{\max}}, \qquad \overline{Nu_R} = \frac{q_L^2 - 2q_L + 1}{2[\theta_{\max} - C_2 - B_2 - E_2 cosh(\Omega) - E_3]} \qquad \textbf{(4.19)}$$

CHAPITRE VII

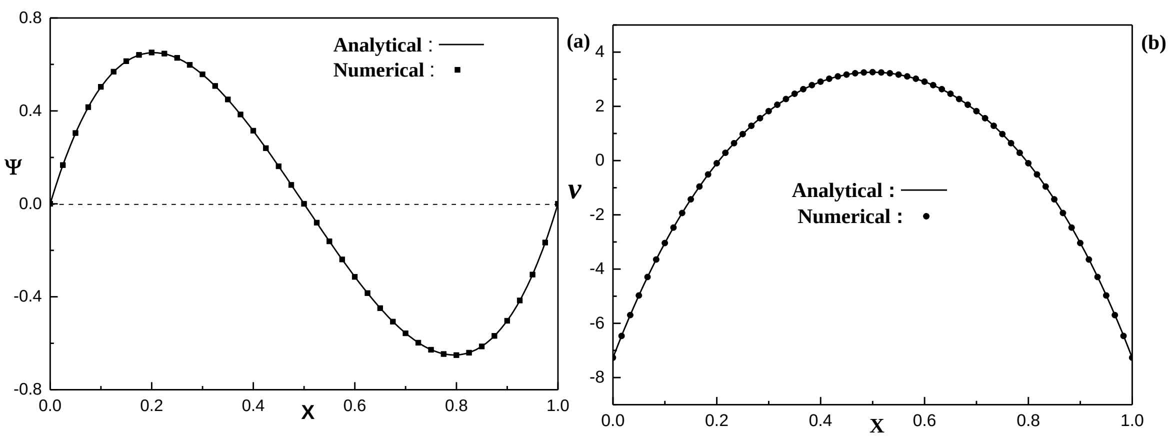
RESULTATS ET DISCUSSIONS

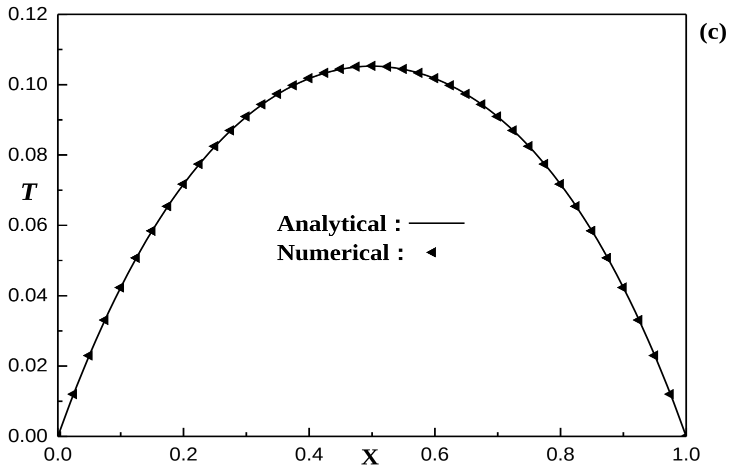
5.1 Introduction

Ce chapitre consacré à la présentation des résultats numériques et analytiques de la convection naturelle obtenus dans le cas d'une cavité rectangulaire verticale et/ou inclinée poreuse saturé par un fluide avec une source de chaleur volumique. La cavité soumise à des conditions aux limites de type Neumann (flux de chaleurs constantes) sur les parois latérales. Dont l'écoulement est régi par la loi de Darcy. L'effet des paramètres de contrôle sur le champ d'écoulement, la température et le transfert de chaleur, à savoir le rapport de forme A de la cavité, le nombre de Rayleigh *Ra*, l'angle d'inclinaison φ et le flux de chaleur q_L seront examiné pour différents cas.

5.2 Validation des résultats analytiques et numériques

Dans cette section, des résultats typiques sont illustré dans la **Figure 5.1**, pour une cavité verticale poreuse soumise à des conditions aux limites symétriques. Les profile de la vitesse, la fonction de courant et de la température dans le plan ($y=A/2$) sont présenté un bon accord entre les résultats numériques et analytiques.





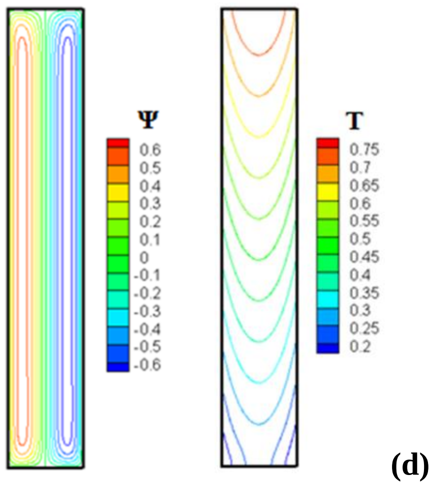


Figure 5.1. Résultats numériques et analytiques pour $Ra=100$, A=6,$\varphi=90^{\circ}$, q_L=0,5 ; distribution sur l'axe horizontale y=A/2 de (a) fonction de courant $\Psi_{\max}$, (b) vitesse v, (c) Temperature (d) et lignes de courant (gauche), isothermes (droit), $\overline{Nu_L} = \overline{Nu_R}$ =1.186, $\Psi_{\max}$ = 0.651, $T_{\max}$ = 0.105.

5.3 Influence du rapport de forme A

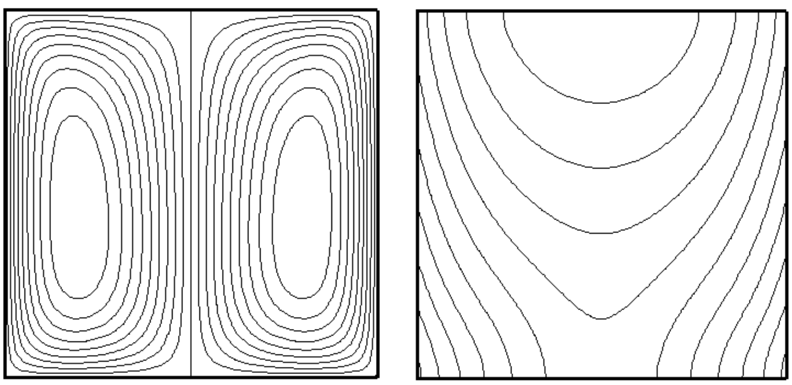
5.3.1 Influence de A sur la structure d'écoulement

Dans ce paragraphe, on considère le cas d'un système verticale φ=90°.

La **Figure 5.2** illustre des résultats numériques de la convection naturelle thermique obtenus pour le cas Ra=200, pour différents valeurs du rapport de forme A.

Dans le cas d'une cavité carrée (A=1), la **Figure 5.2. a)** montre que l'écoulement résultant consiste en deux cellules convectives qui tournant dans deux sens différente horaire et antihoraire. La convection est plutôt faible (Ψ_{max} =1,0054), par conséquence le transfert de chaleur n'est pas très grand ($\overline{Nu_L}$ =1,3953), donnant lieu à une stratification des isothermes dans la cavité. En augmentant le rapport de forme à A=2, **Figure 5.2. b)** indique que l'intensité de la convection est augmenté (Ψ_{max} =1,0173), résultant en un transfert de chaleur important ($\overline{Nu_L}$ =1,4462). Cette tendance est similaire aux résultats obtenus dans le passé par différents auteurs dans l'étude de la convection naturelle confiné dans une enceinte **[2]**.

Cependant, au fur et à mesure que l'on augmente le rapport de forme A, les **Figure 5.2. c)** et **d)**, indiquent que l'écoulement évolue progressivement d'une manière parallèle dans le cœur de la cavité. Par conséquence l'intensité de la convection Ψ_{max} et le transfert de chaleur $\overline{Nu_L}$ convergent asymptotiquement vers la solution prédite analytiquement basé sur le concept de l'écoulement parallèle (Chapitre VI), pour laquelle les résultats sont indépendantes du rapport de forme A de la cavité.



a)

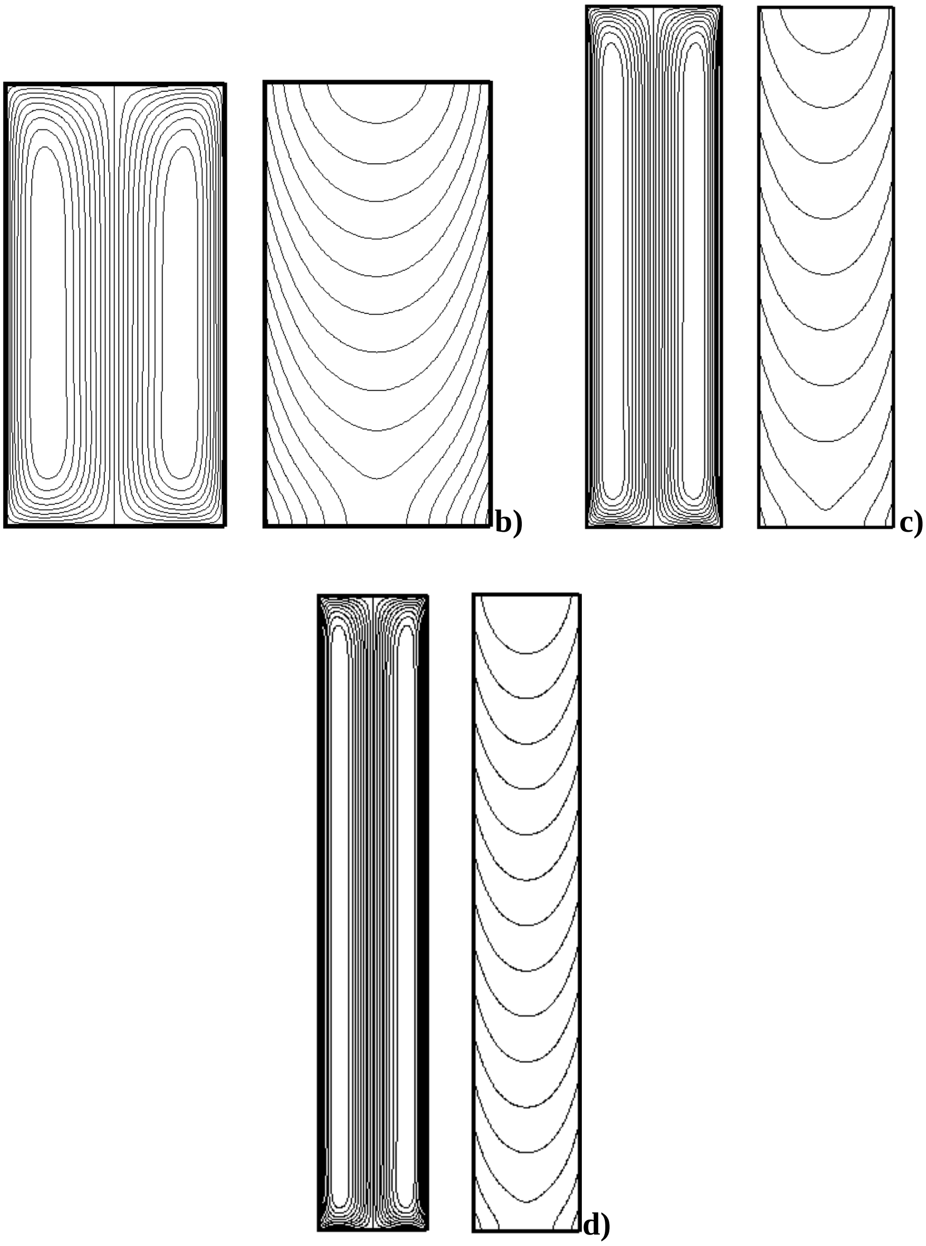


Figure 5.2. Ligne de courant et isothermes pour *Ra*=200, φ=90°: a) A=1, Ψ_{max} =1.0054, $\overline{Nu_L}$ =1.3953, b) A=2, Ψ_{max} =1.0173, $\overline{Nu_L}$ =1.4462, c) A=4, Ψ_{max} = 1.0171, $\overline{Nu_L}$ =1.4458, d) A=6, Ψ_{max} =1.0171, $\overline{Nu_L}$ =1.4458.

5.3.2 Influence de A sur le transfert de chaleur et l'intensité d'écoulement

Pour estimer la valeur minimale de rapport de forme A pour laquelle l'écoulement soit parallèle dans une couche poreuse verticale, des tests numériques ont été effectués.

Des résultats typiques sont rapportés dans les figure **5.3**, **5.4**, pour différentes valeurs de rapport de forme A, ou les résultats numériques sont indiqués par des symboles en noires et la solution analytique approximée est indiquée par des lignes, valide pour le cas d'une couche verticale infini (A>>1). A partir ces figures, on peut estimer la valeur minimum du rapport de forme A, au-dessus de laquelle l'écoulement dans la cavité peut être considéré comme étant parallèle. On constate donc qu'en augmentant le rapport de forme de A=1 à A=8, les résultats indiquent que les nombres de Nusselt $\overline{Nu_L}$, $\overline{Nu_R}$ et la valeur de fonction de courant Ψ_{max} et Ψ_{min} atteintes la limite d'un écoulement parallèle pour environ de A= 4. Le fait d'augmenter le rapport de forme A pour des conditions données (Ra = 200, q_L = 0.6), conduit donc à une situation asymptotique pour laquelle les solutions sont indépendantes du facteur de forme A. Alors, ceci est en bon accord avec la prédiction de concept de l'écoulement parallèle. Suit à plusieurs tests, nous pouvons donc conclure que les résultats numériques peuvent être considérés indépendants du rapport de forme de cavité lorsque A ≥ 4. Pour cette raison la majorité des résultats rapportés dans ce travail sont obtenus pour une valeur de rapport de forme A=6. Ce résultat a été obtenu par Mamou **[125]** pour la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire en absence d'une source de chaleur volumique.

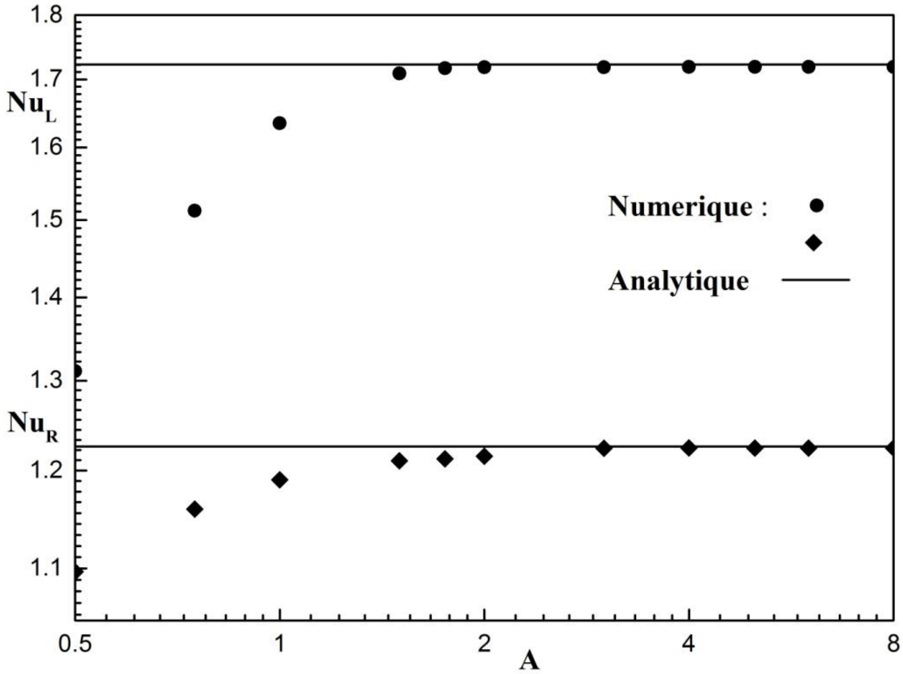


Figure 5.3. L'effet du rapport de forme A sur le taux de transfert de chaleur pour : Ra = 200, q_L = 0.6, et φ = 90˚.

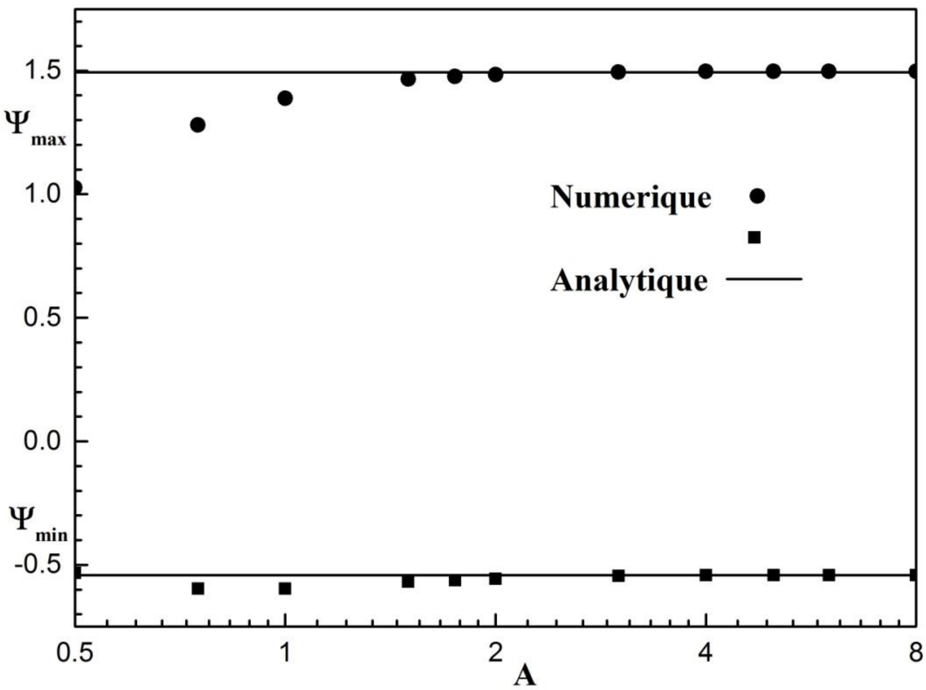


Figure 5.4. L'effet du rapport de forme A sur le l'intensité de l'écoulement pour : Ra = 200, q_L = *0.6, et* φ *= 90˚.*

5.4 Influence du nombre de Rayleigh Ra

L'étude de l'influence du nombre de Rayleigh Ra sur l'écoulement au sein d'une cavité verticale induite par une source volumique interne et refroidi par des flux de chaleur symétriques est montrée sur **les figures 5.5, 5.6**.

5.4.1 Influence de Ra sur l'intensité d'écoulement et le transfert de chaleur

L'apparition de la convection est illustrée sur la Figure 5.5 décris par le diagramme de bifurcation de la fonction de courant $|\Psi_{max}|$ en fonction du nombre de Rayleigh *Ra* dans une cavité poreuse verticale φ=90°. Le déclenchement de la convection possible pour toute valeur de Rayleigh supérieure à zéro, c'est à dire le nombre de Rayleigh supercritique pour l'apparition des mouvements convectifs correspond à un ($Ra_C^{Sub} = 0$). Cependant, pour des valeurs de *Ra* > 0, l'intensité de l'écoulement et le nombre de Nusselt $\overline{Nu_L}$ augmentent avec le nombre de Rayleigh, qui donne lieu à deux solutions stables correspondantes à deux cellules convectives qui circulent dans deux sens opposées horaire et anti horaire, et qui augmentent d'une façon monotone avec *Ra*, ce qui induisent un taux de transfert de chaleur très important (Figure 5.6). Il est clair d'après cette figure que le transfert de chaleur est purement diffusive ($\overline{Nu_L}$ =1), pour une valeur nulle de *Ra*, en augmentant le nombre de Rayleigh le taux de transfert de chaleur dans le système augmente de façon asymptotique avec *Ra* et devient très important.

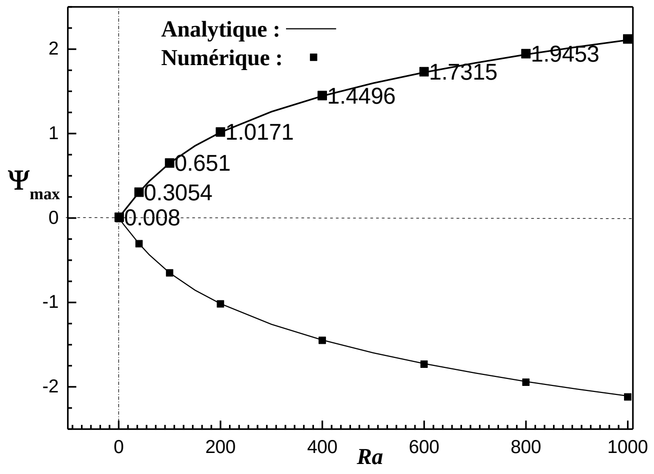


Figure 5.5. L'évolution du Ψ_{max} avec le nombre de Rayleigh, pour q_L = 0.5, A = 6, φ = 90˚.

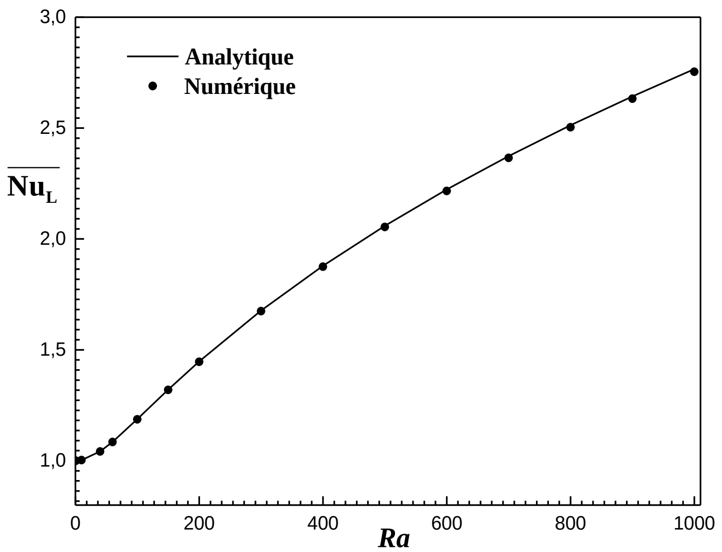


Figure 5.6. L'effet du nombre de Rayleigh sur le taux de transfert de chaleur $\overline{Nu_L}$ pour : q_L = 0.5, φ = 90˚, A = 6.

5.4.2 Influence de Ra sur la structure d'écoulement

Les résultats numériques illustrés sur la figure 5.7 montrent respectivement l'évolution des lignes de courant et isothermes avec le nombre de Rayleigh *Ra* dans une cavité verticale pour φ=90°, q_L =0.5, *A*=6. Les lignes de courant montrent que l'écoulement est bicellulaire tournant dans le sens horaire et anti horaire, ces deux cellules sont symétriques et parallèles qui confirme le concept d'écoulement parallèle. Ce comportement est un scenario classique du phénomène de la convection naturelle qui est due à la présence d'une génération de chaleur volumique dans la cavité soumise à des conditions aux limites de type Neumann (flux de chaleur constante) symétriques. Tandis que la distribution de température présentée par des isothermes montre une stratification verticale, qui varie selon les paramètres considérés.

La fig. 5.7 (a) pour le cas de *Ra*=10, caractérisée par une faible intensité d'écoulement dans l'enceinte ($|\Psi_{max}|$= 0.0799), et faible taux de transfert présenté par le nombre de Nusselt ($\overline{Nu_L}$ =1.0029), indique que le transfert de chaleur est pseudo-conductif (Nu ≈1) dans le cœur de la cavité. Le transfert de chaleur au voisinage des parois verticales refroidies (par des flux constants) est purement conductif, indiqué par des isothermes parallèles à ces parois actives. D'autre part, l'espacement plus étroit des isothermes près des parois verticales indique une variation très importante de taux de transfert de chaleur dans cette région. Ce phénomène est similaire à ceux prévus par **Haajizadeh [107]** dans le cas d'une cavité poreuse avec A=2, dont les parois verticales soumises à des conditions de type Dirichlet (condition de température constant) et avec génération de chaleur interne.

Pour *Ra*=100, on constate une croissance du taux de transfert de chaleur et les isothermes dans le cœur de la cavité deviennent aplaties. Ce comportement indique que le transfert de chaleur est à faible convection dans le centre de l'enceinte poreuse, et le régime conductif est encore dominant aux voisinages des parois refroidies.

Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente ($Ra=10^3$), les lignes de courant montrent qu'il y a une grande circulation du fluide dans la cavité, et l'écoulement devient plus convectif indiqué par des isothermes plus en plus aplaties et stratifié verticalement du bas vers le haut de l'enceinte. D'autre part, le champ d'écoulement forme deux cellules contrarotatives et symétriques par rapport au plan central vertical (x=0,5).

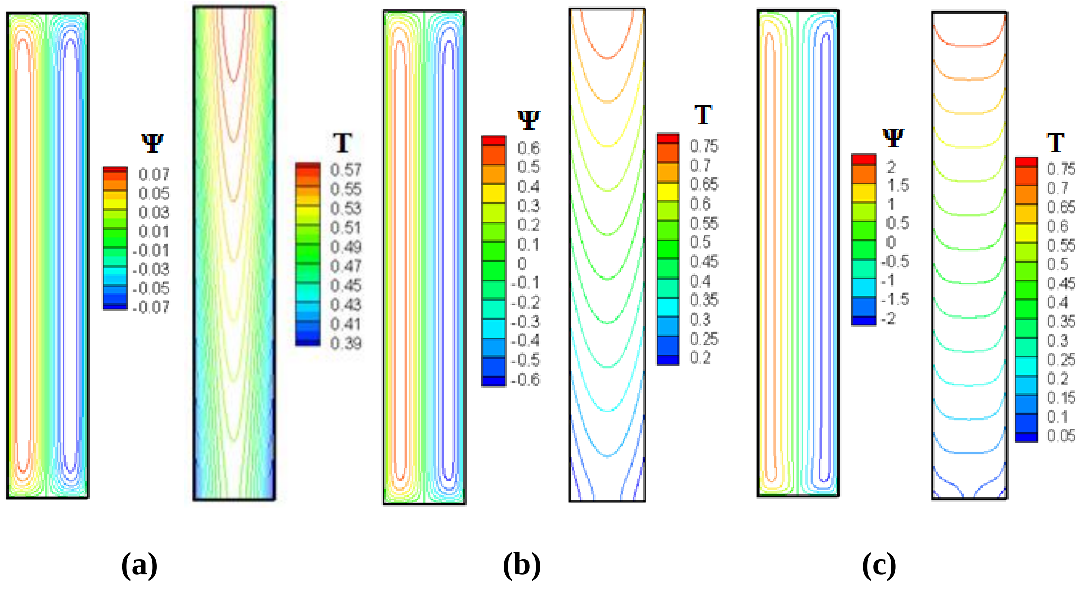


Figure 5.7. Lignes de courant et isothermes pour q_L =0.5, A=6, φ=90° : (a) Ra=10, $|\Psi_{max}|$= 0.0799, $\overline{Nu_L}$ =1.0029, T_{max}=0.1246, (b) Ra=100, $|\Psi_{max}|$= 0.6510, $\overline{Nu_L}$ =1.1868, T_{max}=0.1053, (c) Ra=1000, $|\Psi_{max}|$= 2.1197, $\overline{Nu_L}$ =2.7540, T_{max}=0.0454.

5.4.3 Influence de Ra sur les profils de vitesse et de température

Pour une valeur de Ra=10, l'écoulement dans la cavité est très faible, qui est due à la dominance de transfert de chaleur diffusif, qui est clairement indiqué par des isothermes verticales près des parois latérales de cavité poreuse (Voir **la fig 8 .a**).

En augmentant la valeur de Ra, cela conduit à une grande force de flottabilité d'écoulement, suivi par une augmentation de l'intensité de vitesse.

Pour Ra =10^3, l'écoulement sera plus intense dans l'enceinte, le gradient de vitesse et l'épaisseur des couches limites au voisinage de parois verticales commencent à se développer avec des couches limite thermiques près des parois dans la cavité, exceptée dans la région basse, comme indiqué dans la fig. 5.7 (c) par des isothermes dans le cœur de l'enceinte qui restent encours non stratifié. Un excellent accord a été obtenu entre les résultats numériques et analytiques basé sur le concept de l'écoulement parallèle.

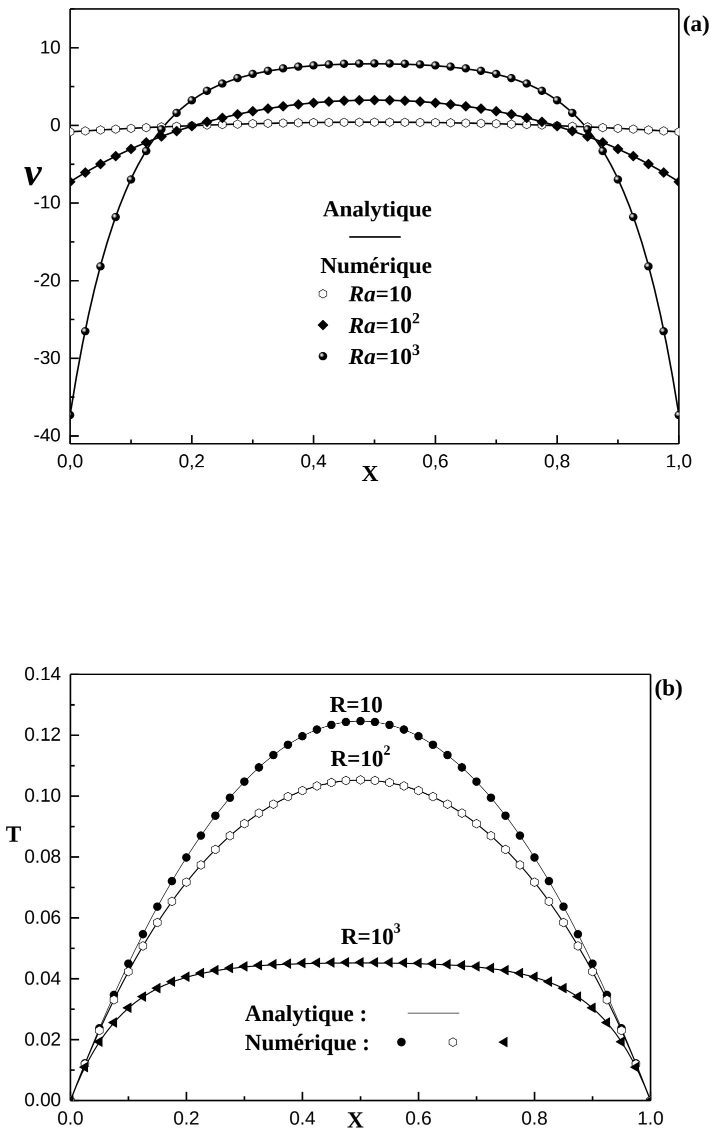
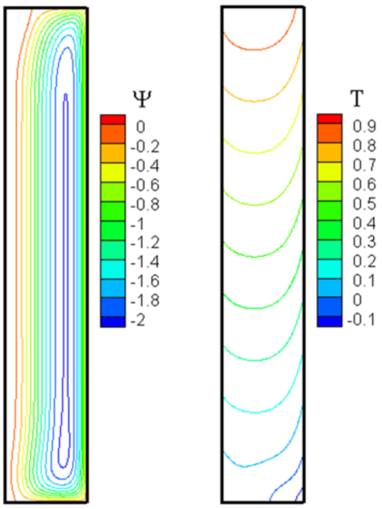


Figure 5.8. L'effet du nombre de Rayleigh sur la distribution de vitesse *v* et température *T* à mi- plan de la cavité (*y*=A/2) pour A=6, q_L=0.5 et φ=90°.

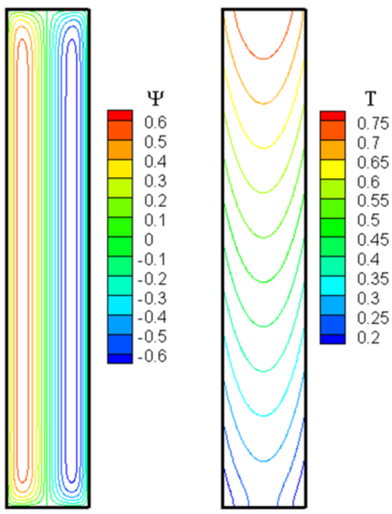
5.5 Influence de condition au limite q_L

5.5.1 Influence de q_L sur la structure d'écoulement

La figure 5.9 (a) présente l'effet de refroidissement asymétrique ($q_L \neq 0,5$) sur la structure d'écoulement, en fonction de valeurs de q_L, l'écoulement est unicellulaire ou bicellulaire. Pour $q_L < 0,5$ l'écoulement est unicellulaire et toute la chaleur générée a été évacué presque par la paroi gauche de l'enceinte poreuse, et vice-versa si $q_L > 0,5$. Notons que, pour q_L=0,6 l'écoulement forme aussi deux cellules asymétriques dans ce cas. Les isothermes sont stratifiés verticalement mais ne reste plus symétriques par rapport à l'axe verticale (x=0,5) si $q_L \neq 0,5$.



(a)



(b)

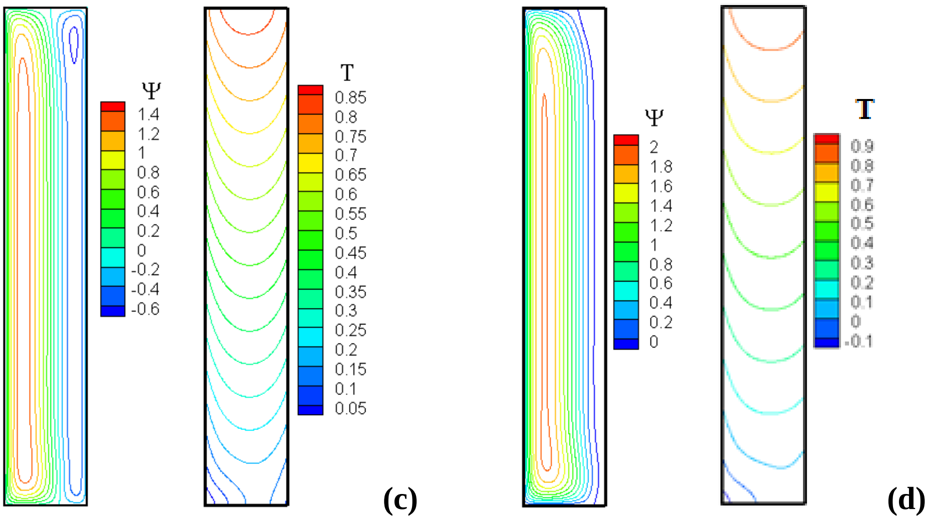
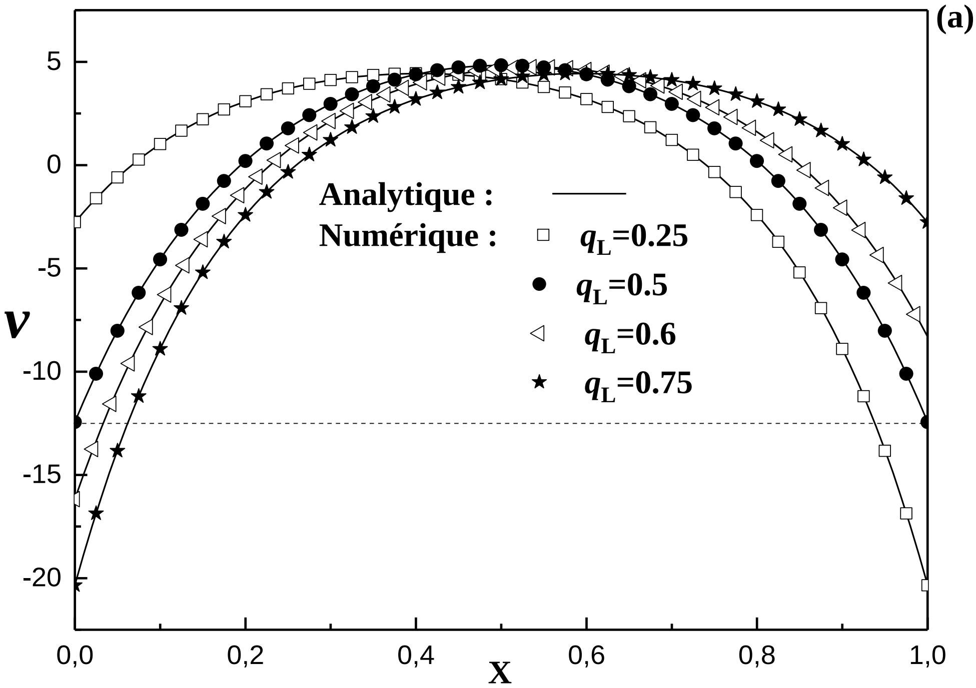


Figure 5.9. Effet de la condition au limite q_L sur les lignes de courant et les isothermes pour *Ra*=100, φ=90, A=6 dans le cas (a; b; c et d) ; q_L= (0.25 ; 0.5 ; 0.6 et 0.75).

5.5.2 Influence de q_L sur les profils de vitesse et de température

Les profils de vitesse et température dans l'axe (y=A/2) sont présenté sur la fig. 5.10 (a, b) respectivement dans le cas *Ra*=200, φ=90°, et pour différents valeurs de q_L. Cette figure 5.10 montrent clairement que les résultats numériques et analytiques sont en excellent accord, les profils de vitesse et de température du fluide sont fortement asymétriques avec des vitesses élevées près de la paroi active moins refroidie. Dont la température est nulle sur la verticale gauche de l'enceinte. En revanche, la température augmente près de la paroi droite moins refroidies. En prenant le cas du q_L=0,75 (correspond à q_R=0,25), où la valeur de température augmente près de cette paroi gauche la moins refroidis.

On observe que la vitesse augmente avec la réduction en q_L, et que l'écoulement sera plus fort pré de la paroi gauche. En effet, il existe un développement de la grandeur de la vitesse à mesure que la valeur de q_L augmente près de la paroi droite, et elle tend vers le maximum lorsque q_L = 0.75 est satisfaisant, tandis que l'écoulement changera en régime de couches limites sur le côté gauche de la cavité. Ce comportement sera inversé pour q_L= 0,25, car la paroi gauche est moins refroidi. En plus, comme q_L> 0,5, la paroi gauche est plus refroidie que la paroi droite qui devient chauffée en raison de l'existence d'une source de chaleur volumétrique. Ce comportement est également clair à partir des isothermes et des lignes de courant présentés dans la figure 5.9 précédente où les lignes de courant dans l'enceinte sont unicellulaires et non symétriques pour q_L = 0,25, 0,75. Cependant, pour q_L = 0,6, la structure d'écoulement dans la cavité est bicellulaire contre-rotatif non symétrique avec une petite cellule secondaire.



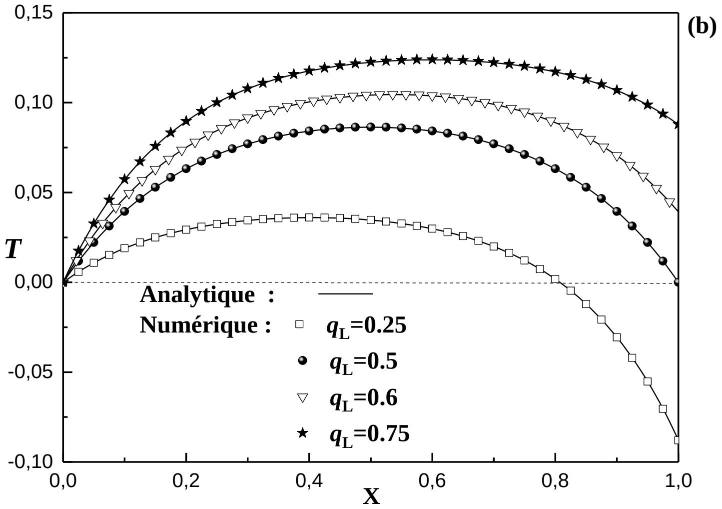
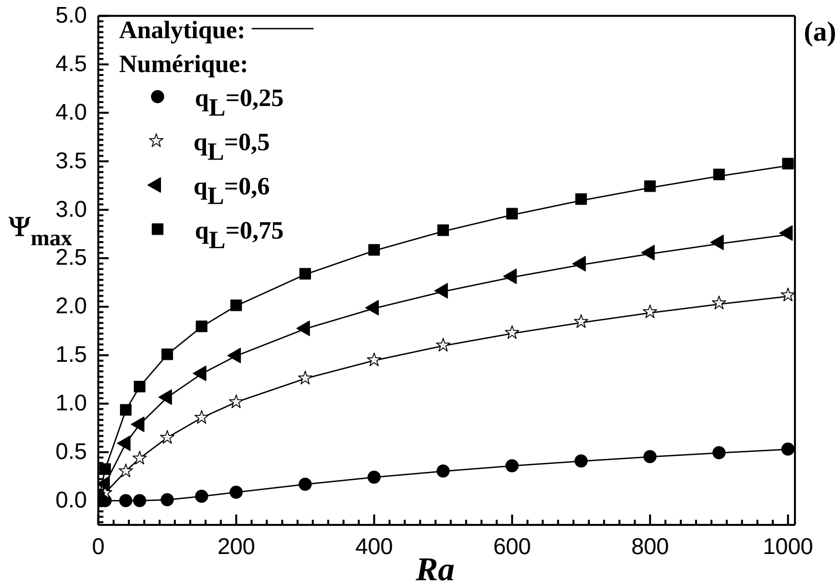


Figure 5.10. L'effet du flux de chaleur q_L sur la distribution de (a) vitesse v et (b) température T à mi- plan de la cavité (y=A/2) pour A=6, φ=90°, et Ra=200.

5.5.3 Influence de q_L sur l'intensité d'écoulement et le transfert de chaleur

La Figure 5.11 montre les valeurs maximales de la fonction de courant et le nombre de Nusselt normalisé à la paroi gauche en fonction du nombre de Rayleigh avec différentes valeurs de q_L. On constate que les résultats numériques et analytiques sont en bon accord. Bien que, pour une valeur fixe du nombre de Rayleigh, la courbe de Ψ_{max} et $\overline{Nu_L}$ s'améliore avec q_L, alors qu'il est évident que le fluide est au repos (Ψ_{max} = 0) pour q_L = 0,25 et Ra <150.

L'augmentation de q_L entraînera une augmentation de l'intensité d'écoulement près de la paroi gauche, ce qui entraînera une bonne augmentation du taux de transfert de chaleur, car la valeur du nombre de Nusselt tend vers le point maximal lorsque Ra = 1000 et q_L = 0,75 sont satisfaits.



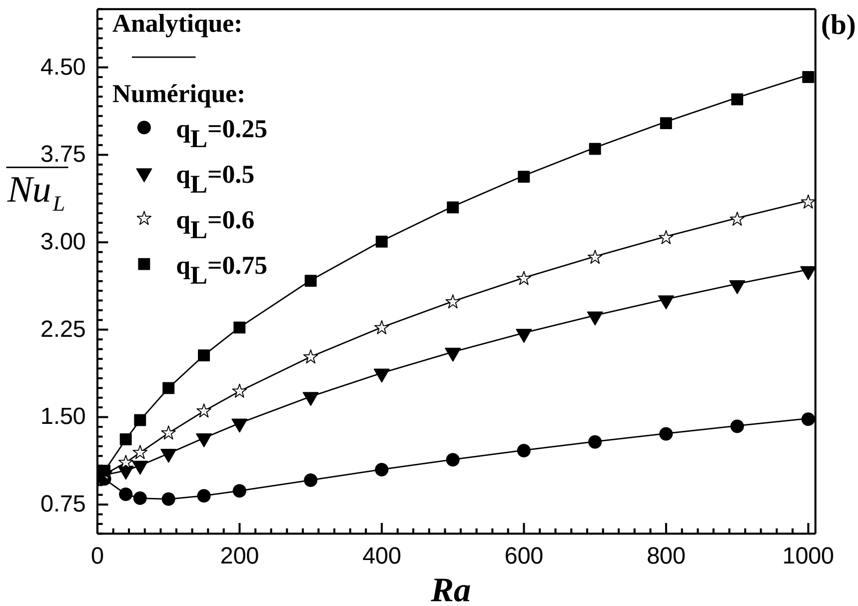


Figure 5.11. L'effet du nombre de Rayleigh sur le taux de transfert de chaleur $\overline{Nu_L}$, pour différentes valeurs de q_L, φ= 90°, A = 6.

5.6 Influence de l'angle d'inclinaison φ

Pour pouvoir étudier la convection naturelle dans une cavité inclinée, on examine l'influence de l'angle d'inclinaison de la cavité sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur dans différentes conditions.

5.6.1 Influence de φ sur la structure d'écoulement

Les figures 5.12- 5.33 suivantes illustrent les lignes de courant et les isothermes pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison $0^\circ < \varphi < 180^\circ$, à un nombre de Rayleigh *Ra*=10 et *Ra*=1000, et un rapport de forme de cavité A=6, avec des conditions aux limites symétrique ($q_L=q_R=0,5$).

5.6.1.1 1er Cas : Ra=10

La Figure 5.12 présente les lignes de courant et les isothermes obtenues pour une cavité horizontale $\varphi=0^\circ$, *Ra*=10, et A=6. On constate que l'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens anti horaire à très faible intensité $\Psi_{max} \approx 0$, dont la valeur de Ψ_{max} situé dans la région centrale gauche. Les isothermes sont des lignes stratifiés symétrique par rapport à l'axe horizontale de la cavité qui confirme la dominance du régime de transfert de chaleur par conduction dans la cavité $\overline{Nu_L}$ =1.

Dans le cas ou $15^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$, les résultats obtenus illustrés dans les figure 5.13- 5.16, respectivement, montrent que l'écoulement devient bicellulaire et l'intensité de circulation Ψ_{max} de l'écoulement augment avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. Alors que, dans le cas d'une cavité verticale $\varphi=90^\circ$, l'écoulement est bicellulaire parallèles aux parois verticales: deux cellules contrarotatives circulent dans le sens horaire et antihoraire, où la valeur de Ψ_{max} est située près de la paroi gauche. Les isothermes sont des lignes stratifiés suivant l'axe *y* et symétrique par rapport au plan central vertical.

Pour φ > 90˚ (figures 5.18-5.21), l'écoulement se comporte comme les cas précèdent ; deux cellules circulent dans le sens horaire et antihoraire dont l'intensité de l'écoulement diminue en augmentent la valeur de l'inclinaison, jusqu'au cas horizontale (φ=180˚), où l'écoulement devient presque au repos $\Psi_{max} \approx 0$, et forme une cellule horizontale. Les isothermes sont des lignes horizontales stratifiées symétriques par rapport à l'axe central horizontal où le régime dominant est le transfert de chaleur par conduction.

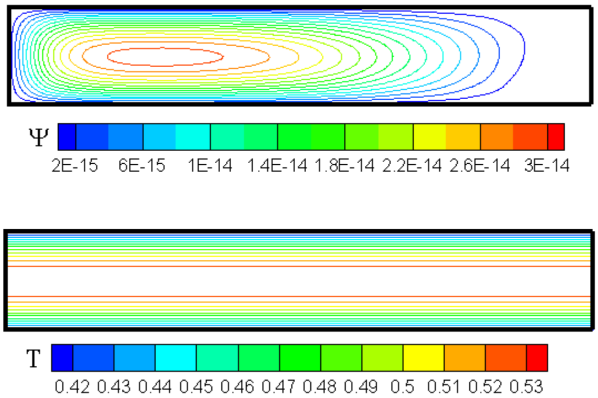


Figure 5.12. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=0˚, A=6 ; Ψ_{min} =0.00; Ψ_{max} = 0.0000 ; $\overline{Nu}_L$ = 1.00; $\overline{Nu}_R$ =1.00.

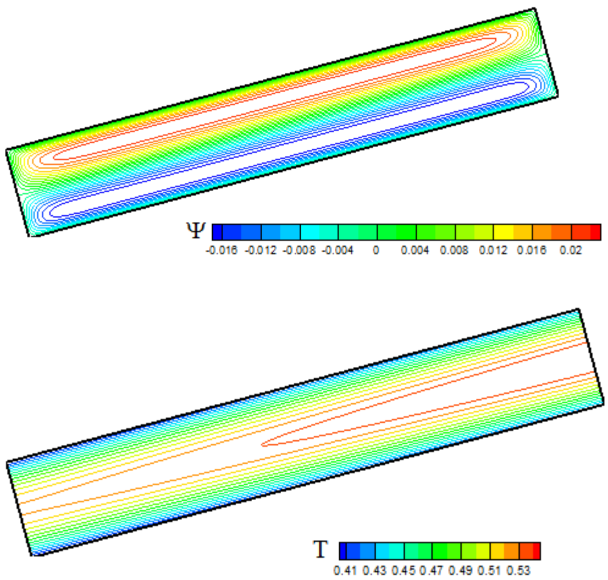


Figure 5.13. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=15˚, A=6; Ψ_{min}= -0.0179; Ψ_{max} =0.0237; $\overline{Nu}_L$ =1.0002; $\overline{Nu}_R$ =1.0002.

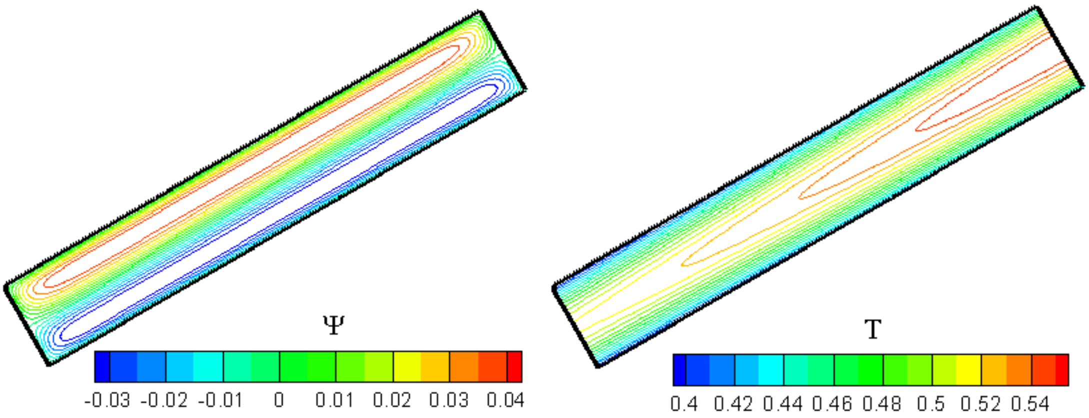


Figure 5.14. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=30˚, A=6; Ψ_{min} = -0.0352; Ψ_{max}=0.0451; $\overline{Nu_L}$ =1.0009 ; $\overline{Nu_R}$ =1.0006.

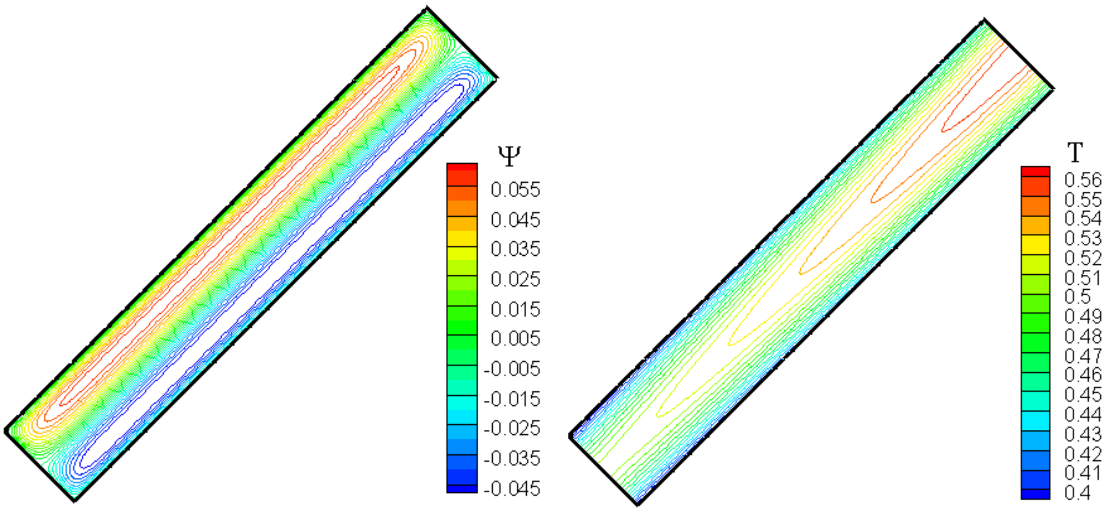


Figure 5.15. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=45˚, A=6 ; Ψ_{min}= -0.0510; Ψ_{max} =0.0624; $\overline{Nu_L}$ =1.0017; $\overline{Nu_R}$ =1.0012.

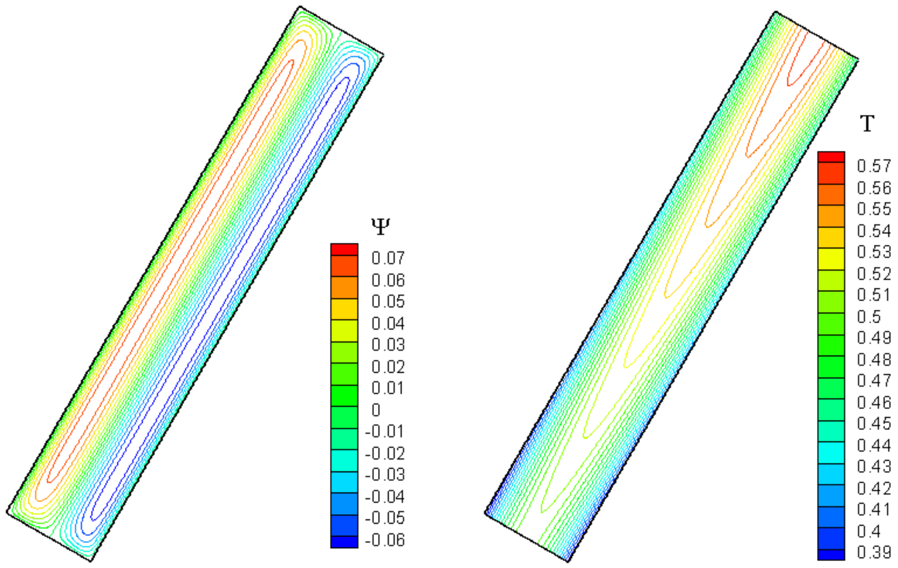


Figure 5.16. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=60°, A=6 ; Ψ_{min} = -0.0644; Ψ_{max}=0.0742; $\overline{Nu}_L$ =1.0024; $\overline{Nu}_R$ = 1.0019.

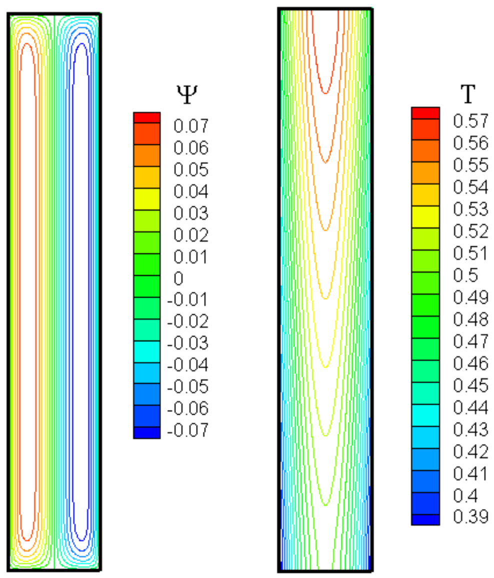
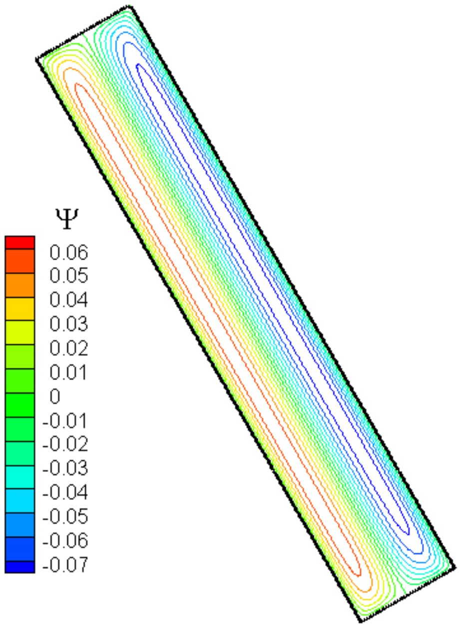


Figure 5.17. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=90°, A=6 ; Ψ_{min}= -0.0799 ; Ψ_{max} = 0.0799 ; $\overline{Nu}_L$ =1.0029; $\overline{Nu}_R$ =1.0029.



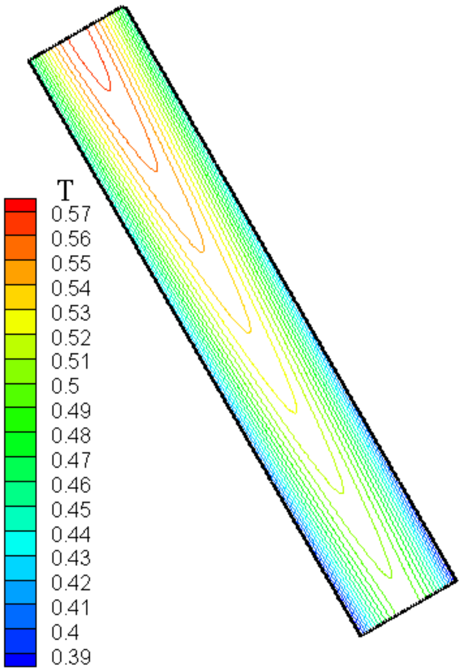
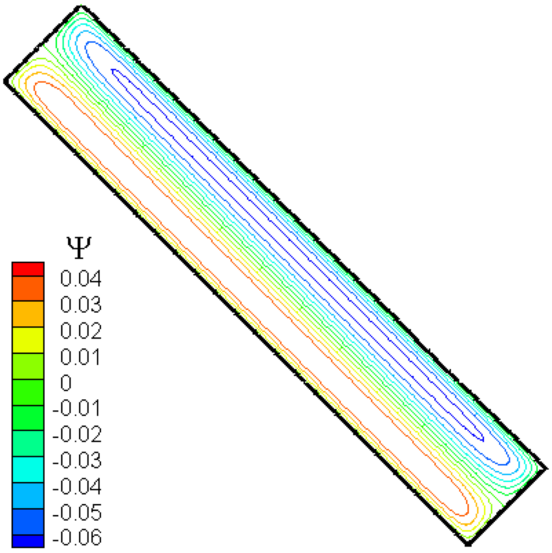


Figure 5.18. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=10, φ=120˚, A=6; Ψ_{min}= -0.0742; Ψ_{max}=0.0644; $\overline{Nu_L}$ =1.0019; $\overline{Nu_R}$ =1.0024.



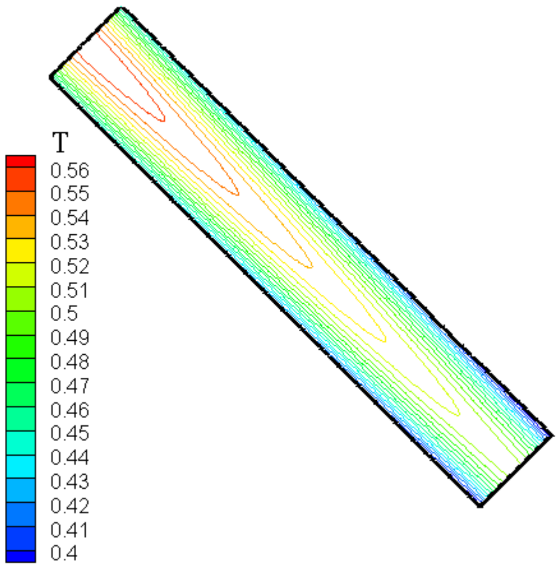
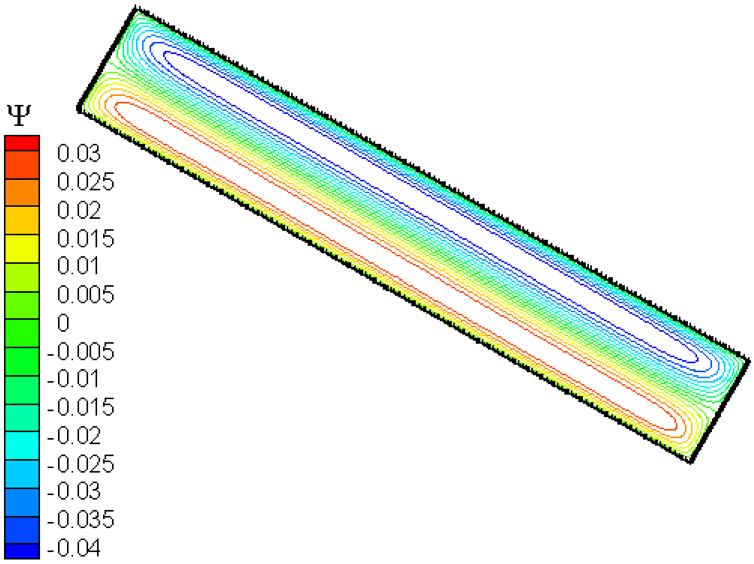


Figure 5.19. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=10, φ=135°, A=6; Ψ_{min}= -0.0624; Ψ_{max}= 0.0510 ; $\overline{Nu_L}$ =1.0012; $\overline{Nu_R}$ =1.0017.



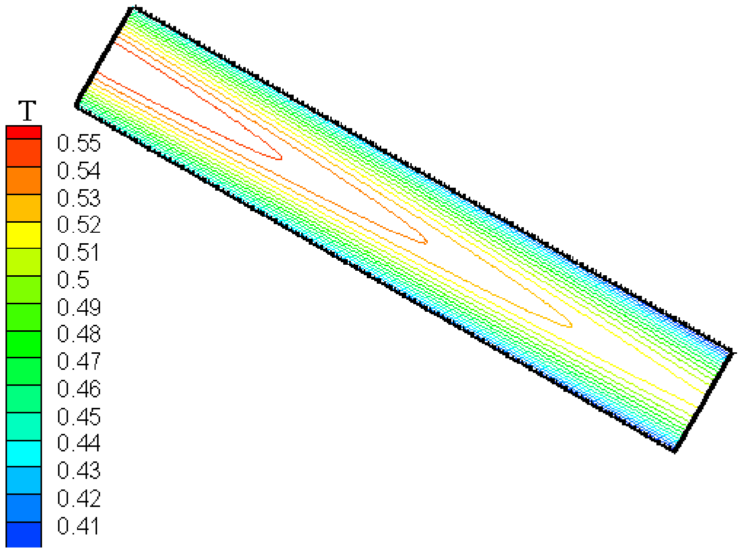
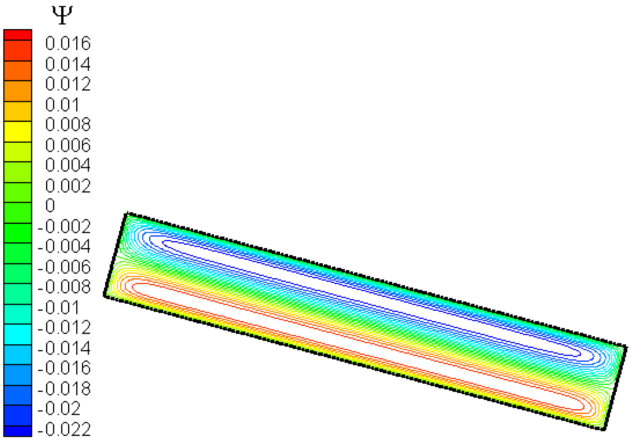


Figure 5.20. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=10, φ=150°, A=6; Ψ_{min}= -0.0451; Ψ_{max}= 0.0352; $\overline{Nu_L}$ =1.0006; $\overline{Nu_R}$ =1.0009.



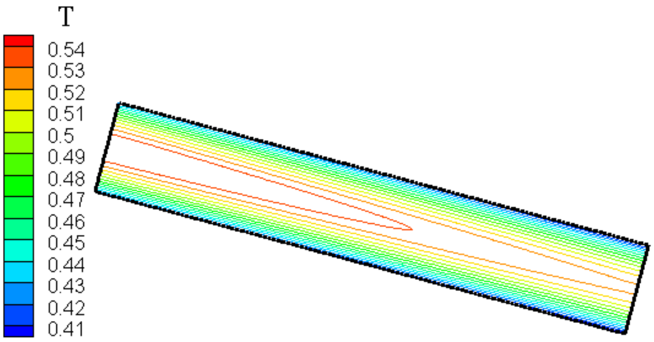
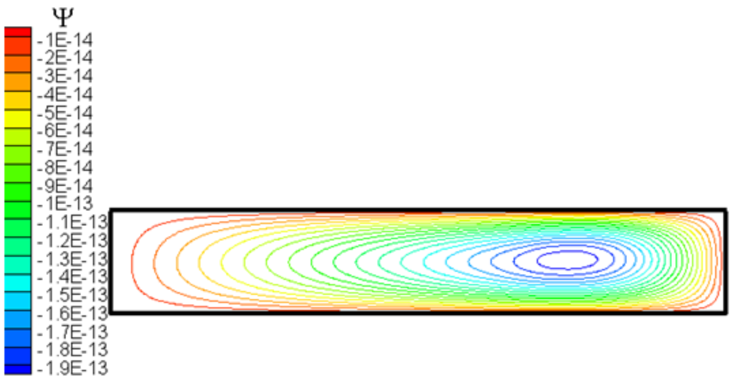


Figure 5.21. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=165°, A=6; Ψ_{min}= -0.0237; Ψ_{max}= 0.0179; $\overline{Nu_L}$ =1.0002; $\overline{Nu_R}$ = 1.0002.



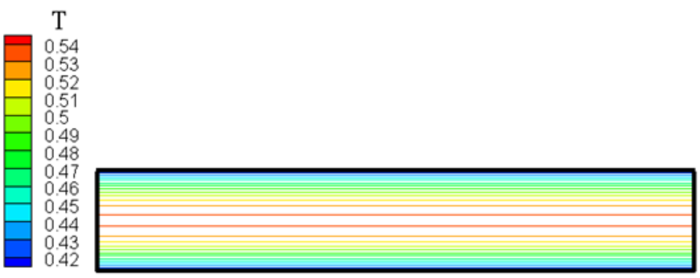


Figure 5.22. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=10, φ=180°, A=6 ; Ψ_{min}= 0.00; Ψ_{max}=0.00; $\overline{Nu_L}$ =1.00; $\overline{Nu_R}$ =1.00.

5.6.1.2 2eme Cas: Ra=1000

La Figure 5.23 illustre les lignes de courant et les isothermes obtenues pour une cavité horizontale φ=0˚, Ra=1000, et A=6. On constate que l'écoulement est multicellulaire instable ; Dix cellules circulent dans le sens horaire et antihoraire, d'une intensité de Ψ_{max}=2,86. Les isothermes sont devisé en trois parties ; la partie inférieure de la cavité les lignes isothermes sont horizontale stratifié, d'où dans la partie supérieure de la cavité les isotherme forment des cellules à haute température, tandis que dans la partie près de la paroi supérieure les isothermes sont largement déformé avec un taux de transfert $\overline{Nu_L}$ = 2.0992. Le même comportement inversé remarqué dans le cas pour φ=180˚ (Figure 5.33), dont l'ecoulment n'est pas parallele, et la solution analytique n'est plus valide dans ces cas là.

Dans le cas où 15˚≤ φ ≤ 165˚, les résultats obtenus illustrés dans les figures 5.24-5.32 respectivement, montrent que l'écoulement devient bicellulaire (Ou bicellulaire avec une petite cellule secondaire) et l'intensité de circulation Ψ_{max} de l'écoulement diminue en augmentant la valeur l'angle d'inclinaison. Les isothermes sont des courbes stratifiées le long des parois actives latérales, ou le taux de transfert de chaleur près de la paroi $\overline{Nu_L}$ augmente ($\overline{Nu_L}$ = **1.8140** avec φ=15˚) en augmentant l'angle d'inclinaison φ ($\overline{Nu_L}$ **=3.3786,** φ=60˚). Par contre dans le cas où 90˚≤ φ ≤ 180˚ le taux de transfert de chaleur $\overline{Nu_L}$ tient une dimunition considérable jusqu'à φ =180˚ (cas d'une cavité horizontale) où l'écoulement est multicellulaire instable.

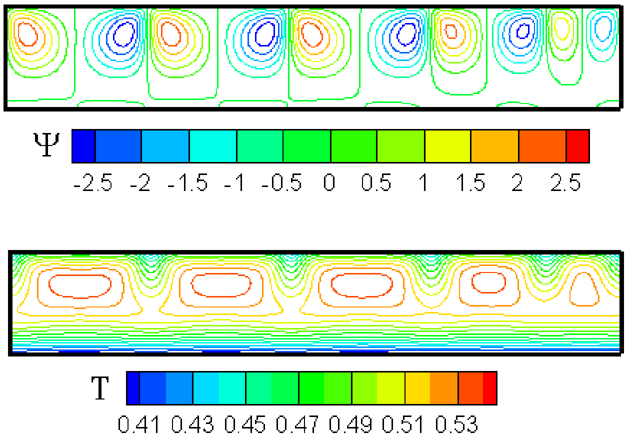


Figure 5.23. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=1000, φ=0˚, A=6 ; Ψ_{min}= -0.0106; Ψ_{max}= 2.8682 ; $\overline{Nu_L}$ = 2.0992; $\overline{Nu_R}$ =1.0133.

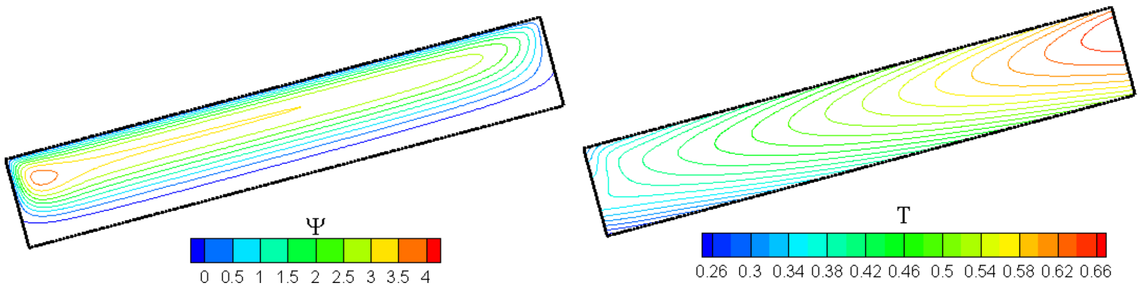


Figure 5.24. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=1000, φ=15˚, A=6 ; Ψ_{min}= -0.2278; Ψ_{max}= 3.5054; $\overline{Nu_L}$ = 1.8140 ; $\overline{Nu_R}$ = 0.8209.

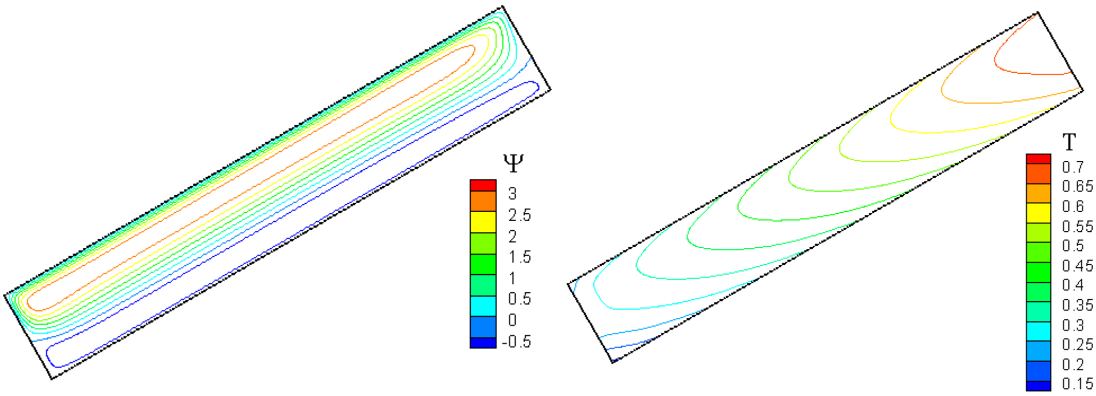


Figure 5.25. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=1000, φ=30˚, A=6 ; Ψ_{min} =-0.9721; Ψ_{max}=3.3095; $\overline{Nu_L}$ = 2.6782; $\overline{Nu_R}$ = 0.9079.

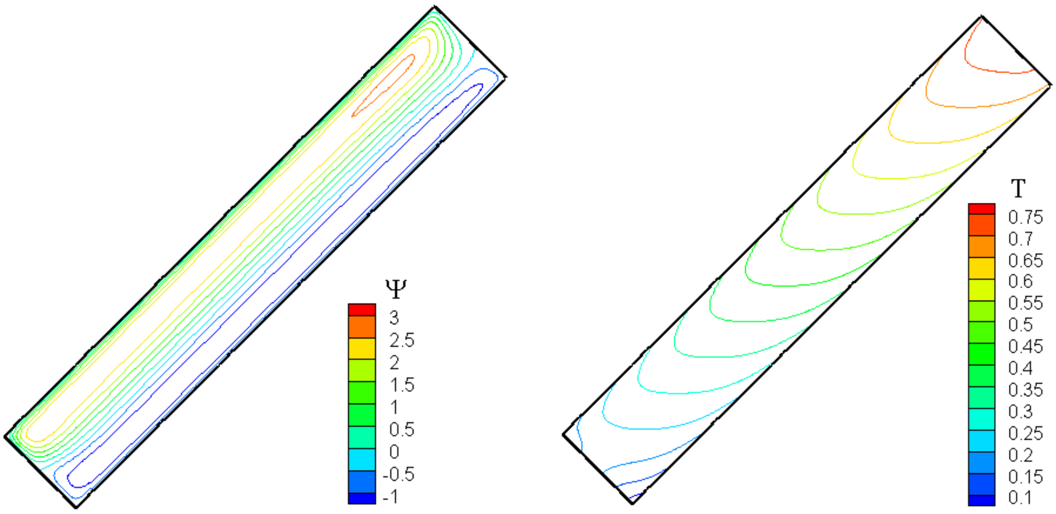


Figure 5.26. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=1000, φ=45°, A=6; Ψ_{min}= -1.4081; Ψ_{max}=2.9224 ; $\overline{Nu_L}$ =3.2115 ; $\overline{Nu_R}$ =1.1062.

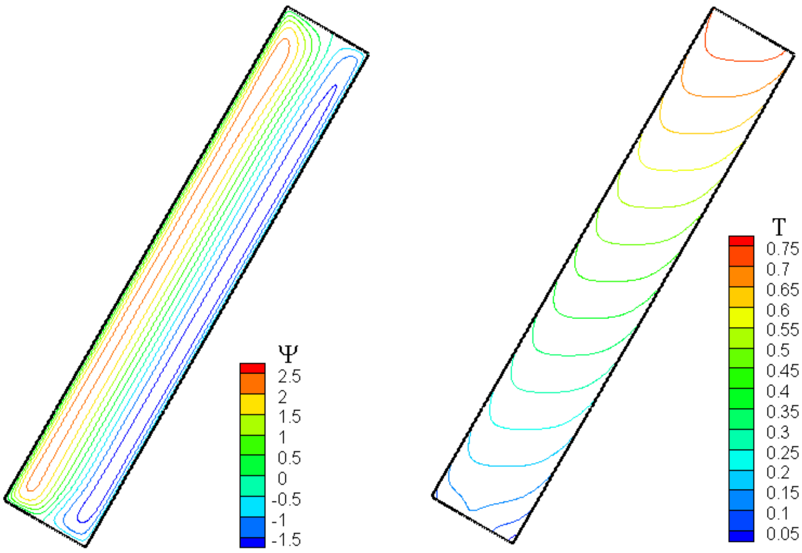


Figure 5.27. Lignes de courant et isothermes pour: *Ra*=1000, φ=60°, A=6 ; Ψ_{min}= -1.6868; Ψ_{max}=2.6048; $\overline{Nu_L}$ =3.3786 ; $\overline{Nu_R}$ =1.4260.

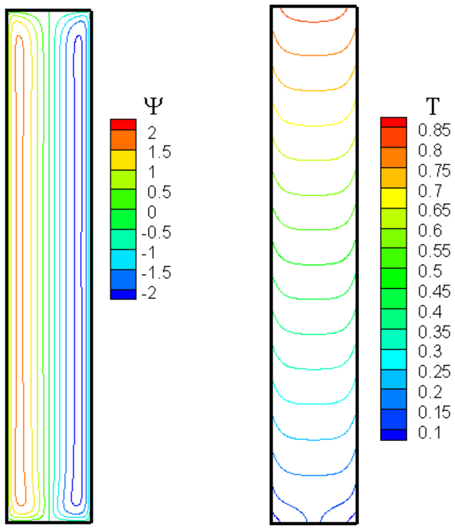


Figure 5.28. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=1000, φ=90°, A=6; Ψ_{min}=-2.0648; Ψ_{max}= 2.0648; $\overline{Nu_L}$ =2.8036; $\overline{Nu_R}$ = 2.8036.

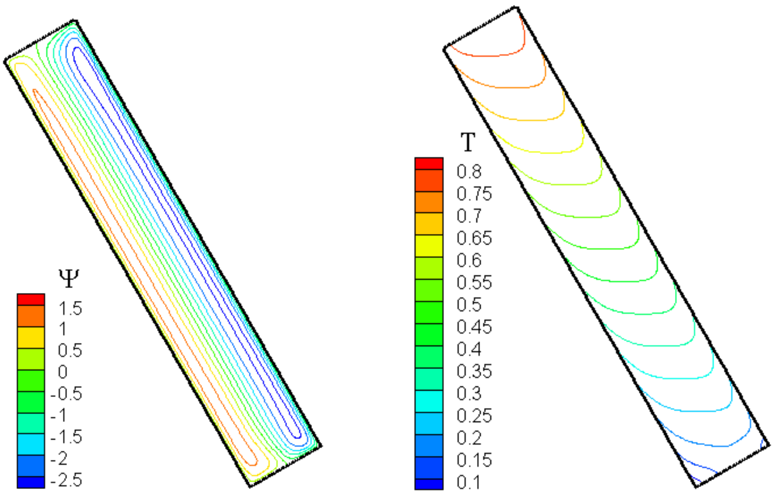


Figure 5.29. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=1000, φ=120°, A=6 ; Ψ_{min}= -2.5650; Ψ_{max}=1.6433; $\overline{Nu_L}$ = 1.4107; $\overline{Nu_R}$ = 3.4521.

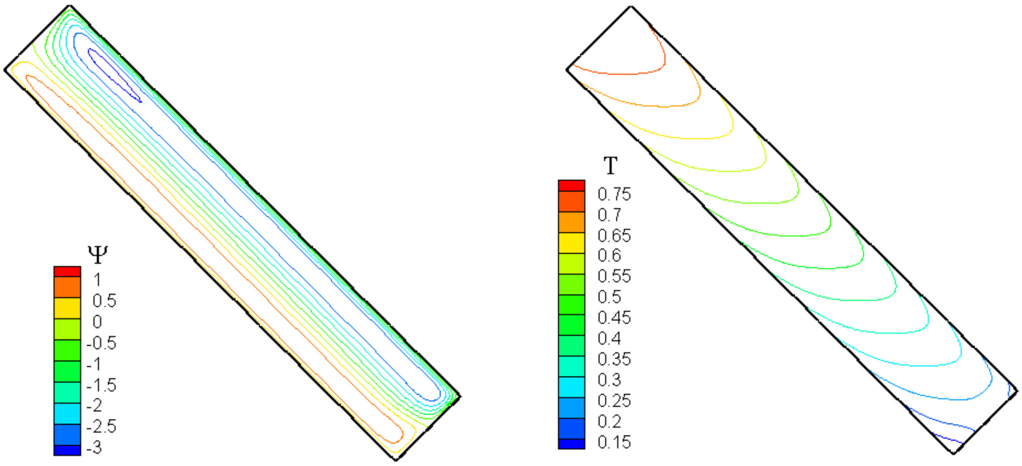


Figure 5.30. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=1000, φ=135°, A=6 ; Ψ_{min}= -2.9034; Ψ_{max}=1.3854; $\overline{Nu_L}$ = 1.0971; $\overline{Nu_R}$ = 3.2537.

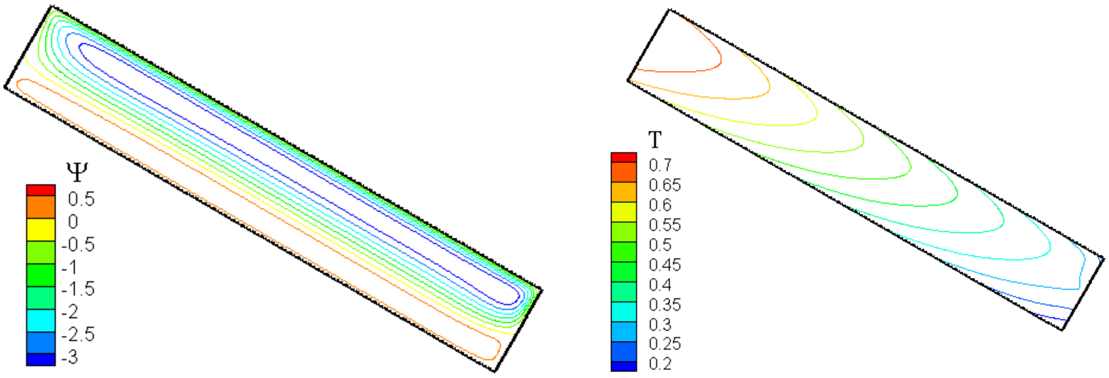


Figure 5.31. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=1000, φ=150°, A=6 ; Ψ_{min}= -3.3073; Ψ_{max}= 0.9683 ; $\overline{Nu_L}$ = 0.9063; $\overline{Nu_R}$ = 2.6853.

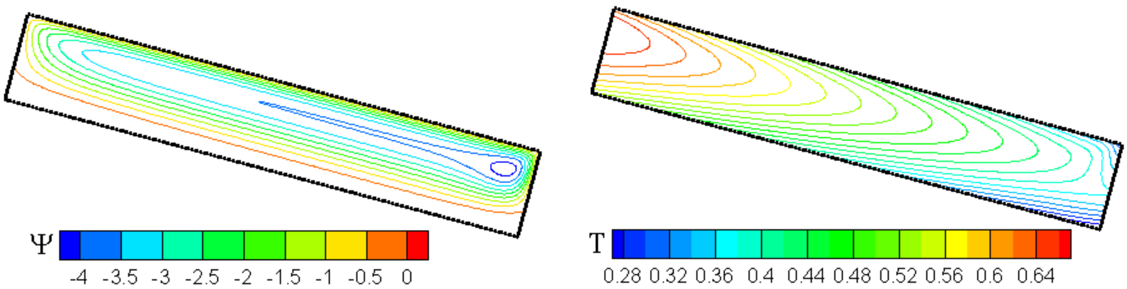


Figure 5.32. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=1000, φ=165°, A=6 ; Ψ_{min}= -3.5054; Ψ_{max}= 0.2278; $\overline{Nu_L}$ = 0.8209; $\overline{Nu_R}$ = 1.8140.

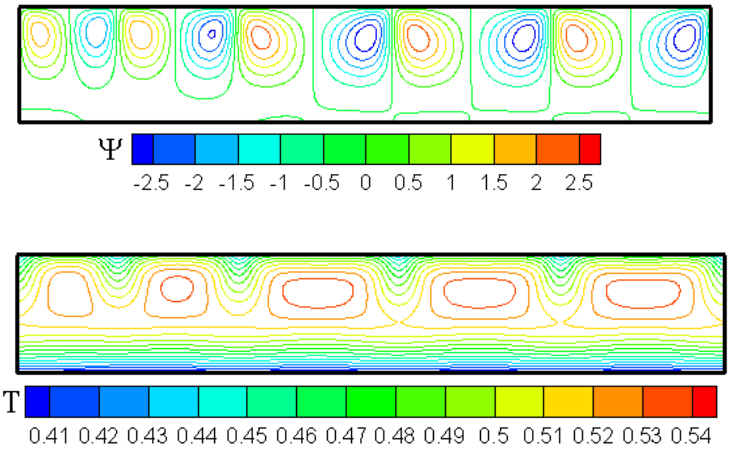


Figure 5.33. Lignes de courant et isothermes pour: Ra=1000, φ=180°, A=6 ; Ψ_{min}= -2.8474; Ψ_{max}= 0.0118; $\overline{Nu_L}$ =1.0078; $\overline{Nu_R}$ =2.1067.

Pour le cas d'une cavité horizontale (non présentée ici), on trouve numériquement que l'écoulement sera également multicellulaire et devient instable (ce cas ne confirme pas la solution analytique). Ce comportement d'écoulement particulier n'existe pas toujours, mais il se caractérise par l'ensemble des paramètres de contrôle (Ra > 500, q_L=0,5). En fait, pour Ra = 10, on constate que l'écoulement dans la cavité est unicellulaire et stable, ce qui vérifie le résultat de l'approximation de l'écoulement parallèle.

5.6.2 Influence de φ sur les profils de vitesse et de température

5.6.2.1 1er Cas : Ra=10

A bas nombre de Rayleigh, la Figure 5.34 illustre la distribution de la vitesse et de la température dans le mi- plan horizontal de la cavité, il est constaté que les profils de vitesse et de température sont paraboliques et les valeurs de $\boldsymbol{v}_{\mathbf{max}}$ et $\boldsymbol{T}_{\mathbf{max}}$ sont situées au centre. Par contre pour φ=0° (cas horizontale), le profil de la distribution de la vitesse est une droite dont les valeurs de la vitesse sont très faibles (de l'ordre de 10^{-13}). On constate aussi que pour 0°≤ φ ≤90°, la vitesse dans ce cas-là augmente proportionnellement avec l'angle d'inclinaison. Alors que dans la zone près des parois actives, l'influence de l'inclinaison est inversement proportionnelle avec la distribution de vitesse dans cette zone.

Pour la distribution de température le long du mi-plan horizontal de la cavité l'influence de l'inclinaison est presque négligeable pour un nombre de Rayleigh bas (*Ra*=10).

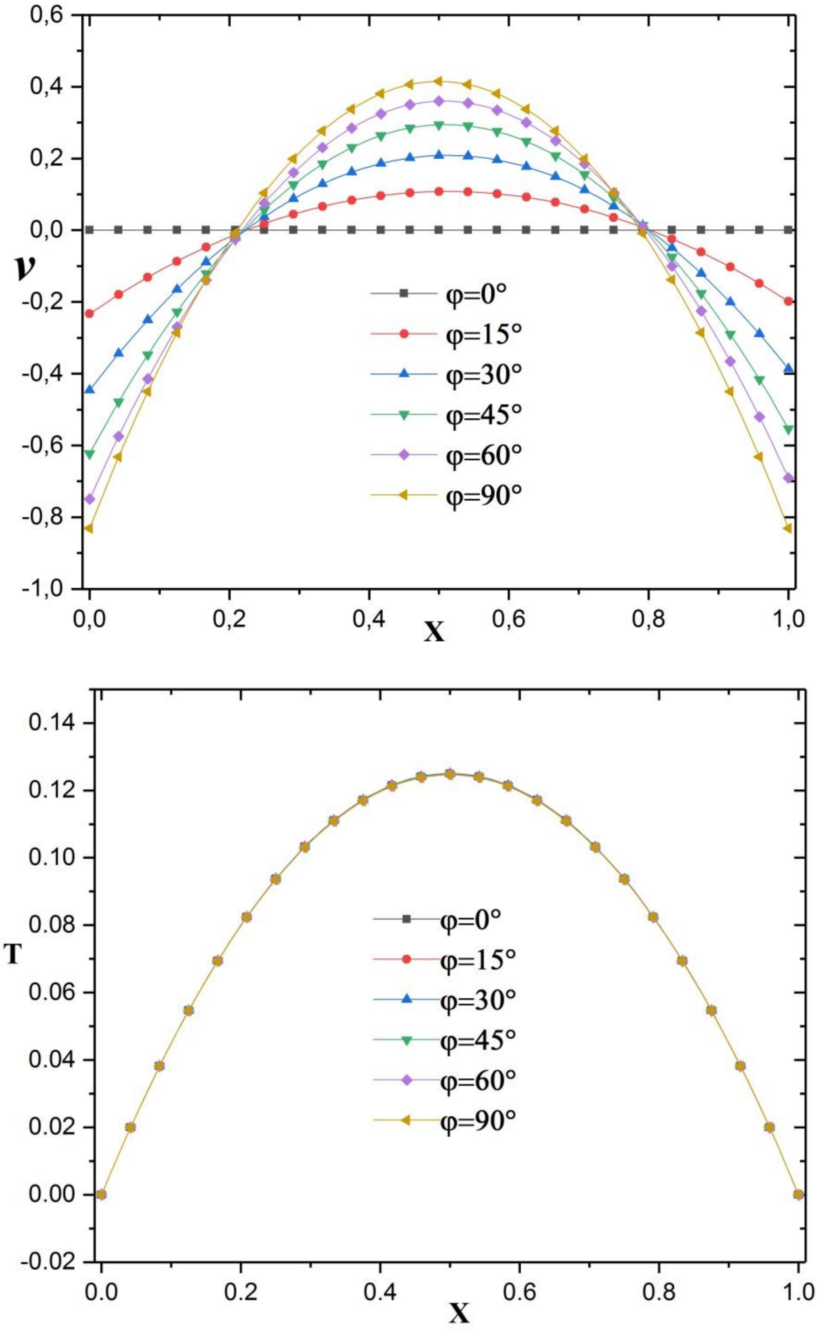


Figure 5.34. L'effet de l'angle d'inclinaison sur la distribution de vitesse *v* et température *T* à mi - plan de la cavité (*y*=A/2) pour *Ra*=10 et A=6.

5.6.2.2 2eme Cas : Ra=1000

A haut nombre de Rayleigh, la distribution de la vitesse sur le plan médiane horizontale de l'enceinte est illustrée sur la figure 5.35 (a). On constate que la variation de l'inclinaison n'a aucun effet sur la distribution de la vitesse dans le noyau de l'enceinte alors que v_{max} est presque égal pour tous les cas. En revanche, il est significatif dans la zone proche des parois actives, où la vitesse augmente avec l'orientation dans le côté gauche du plan médiane vertical, tandis que dans le côté droit, la vitesse est réduite à mesure que l'angle d'inclinaison augmente, suite à la variation de la force de flottabilité au voisinage des parois solides. Notons que le profil de vitesse est parabolique seulement pour les cas d'une cavité verticale φ=90°.

La figure 5.35(b), illustre la distribution de la température dans le mi- plan horizontal, il est constaté que le profil de température est parabolique. Alors que pour le cas vertical, la valeur de température maximale est obtenu pour un angle d'inclinaison de φ=15° et T_{max} est située près de la paroi gauche de l'enceinte.

Par contre pour d'autres cas (cas $\varphi \neq 90°$) le profil de la distribution de la de température ne sont pas paraboliques ou l'influence de l'inclinaison est presque négligeable sur la paroi gauche, bien que, sur la paroi droite valeur de température obtenue maximale sur cette paroi et pour une cavité verticale φ=90°. Nous observons une diminution de la température le long de mi-plan en allant vers la paroi droite de la cavité.

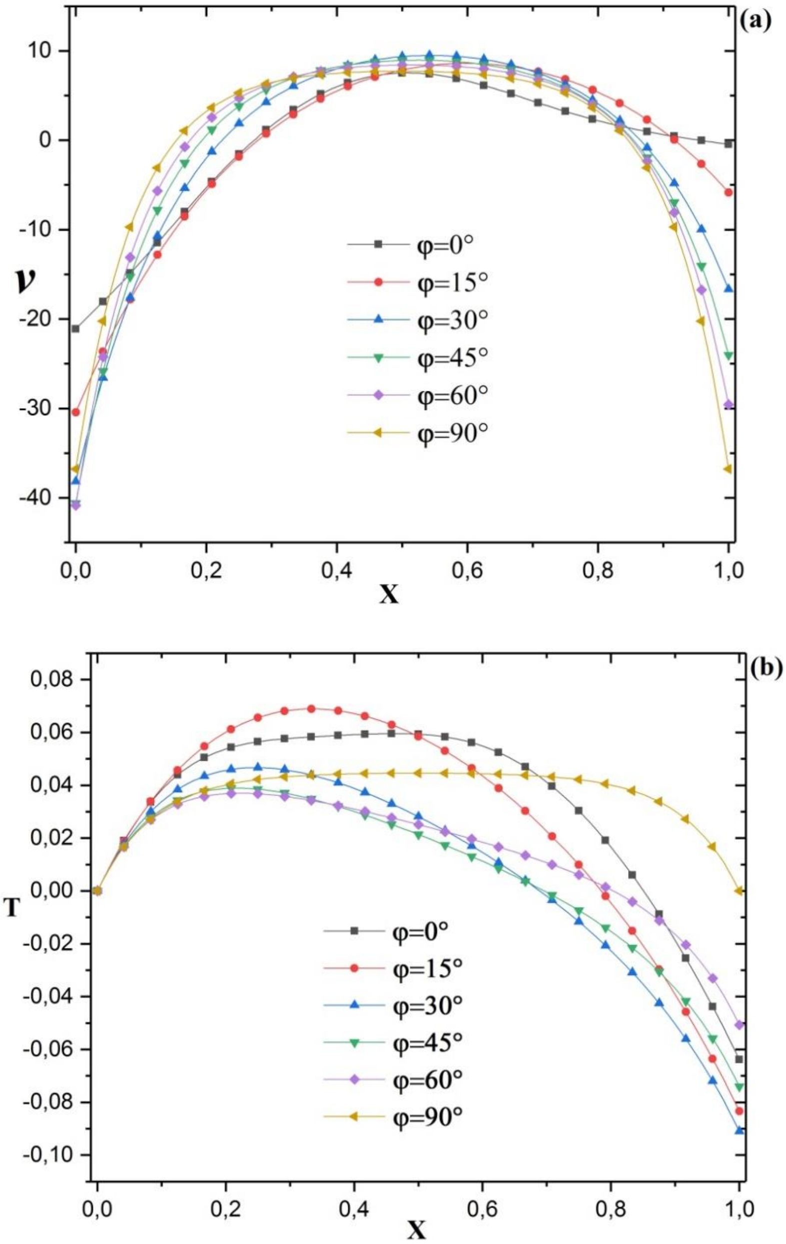


Figure 5.35. L'effet de l'angle d'inclinaison sur la distribution de vitesse *v* et température *T* à mi- plan de la cavité (*y*=A/2) pour *Ra*=1000 et A=6.

5.6.3 Influence de φ sur l'intensité d'écoulement et le transfert de chaleur

L'évolution du Ψ_{max} et $\overline{Nu_L}$ en fonction de l'angle d'inclinaison est illustré sur les figures 5.36 et 5.37, pour deux valeurs de nombre de Rayleigh bas et haut (*Ra*=10 et 1000) respectivement avec q_L=0,5. Comme il était déjà mentionné précédemment, les deux solutions analytique et numérique sont en excellent accord pour des nombres de Rayleigh bas, par contre à haut nombre de Rayleigh l'écoulement dans le cas horizontal (φ=0°) est convectif, instable et qui ne représente pas un écoulement parallèle.

L'intensité de l'écoulement est faible pour un *Ra*=10, qui est due à des faibles forces volumiques. Alors que, pour un *Ra*=1000, la circulation de l'écoulement au sein de la cavité est plus intense. Cette intensité diminue en augmentant la valeur de l'angle d'inclinaison de la cavité pour 15°≤ φ ≤180° est atteinte une valeur très faible pour une cavité horizontale φ=180°. Notons que pour φ=0°, l'écoulement est multicellulaire et instable.

L'influence de l'angle d'inclinaison sur le taux de transfert de chaleur est illustrée sur la figure 5.37 pour *Ra*=10 et 1000, avec des conditions aux limites symétrique $q_L=0{,}5$.

Le régime de transfert de chaleur conductif est dominant au sein de la cavité pour un faible nombre de Rayleigh (*Ra*=10) et l'influence de l'angle d'inclinaison dans ce cas est presque négligeable. Tandis que, pour un *Ra*=1000, le régime de transfert de chaleur dominant dans la cavité est convectif, pour 15°≤ φ ≤135°, en observant une augmentation avec la valeur de l'angle d'inclinaison et on attend un taux de transfert max pour une inclinaison de φ=60°. Cette courbe commence à diminuer jusqu'à φ=135°. Après ça, le transfert de chaleur sera diffusif pour 135° < φ ≤180°.

Finalement, pour éclairer plus de détail sur la sensitivité de l'effet d'inclinaison, la Figure 5.38 montre les résultats numériques de $\overline{Nu_L}$ en fonction de l'angle pour différentes valeurs de flux de chaleur sur la paroi gauche (q_L). Un excellent accord a été trouvé entre les résultats analytiques et numériques pour *Ra*=500 avec 15°≤ φ ≤165°. On constate que le nombre de $\overline{Nu_L}$ augmente continuellement avec l'augmentation de φ, et atteint le point maximum, puis commence à diminuer jusqu'à rejoindre le cas φ = 160°. Enfin, une petite augmentation est également observée jusqu'à φ = 180°, ce qui correspond à la cavité horizontale refroidie du haut et du bas.

Cependant, le nombre de Nusselt $\overline{Nu_R}$ pour les cas q_L= 0,5, 0,75, s'approche de l'unité car l'angle d'inclinaison tend à φ = 180°, ce qui correspond au cas où la cavité est refroidie verticalement lorsque l'écoulement est au repos suite à un gradient de densité établi. Dans l'autre cas, c'est-à-dire q_L= 0,25, le transfert de chaleur est très faible près de la paroi gauche, et pour une valeur fixe de φ, le nombre de Nusselt croit en augmentant la valeur de flux de chaleur q_L.

Cependant, le point maximal du nombre de Nusselt $\overline{Nu_L}$ est obtenu à φ =60° pour l'état symétrique, mais à 80° pour un fort flux de chaleur (q_L= 0,75), tandis que le pic de $\overline{Nu_L}$ pour des flux de chaleur basses depuis φ = 45° est satisfaisant. Après cela, on constate que l'effet du flux de chaleur est plus significatif pour la gamme de 30 ° <φ <90 ° lorsque l'intensité de l'écoulement dans l'enceinte est forte. Il est également noté que pour la gamme 10°< φ <50°, le taux de transfert de chaleur est supérieur pour q_L=0,25 par rapport à l'état symétrique. Une action symétrique est observée sur les deux parois, tandis que le nombre de Nusselt à la paroi droite $\overline{Nu_R}$ tend vers a une valeur maximale puisque $\overline{Nu_L}$ dépasse le minimum.

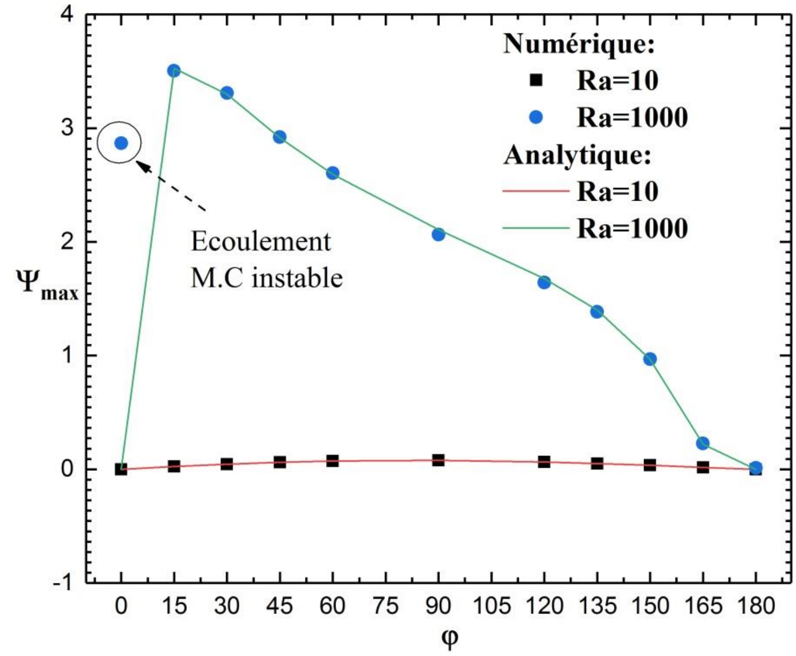


Figure 5.36. L'effet de l'angle d'inclinaison l'intensité de l'écoulement pour différentes valeurs de Rayleigh, q_L=0,5 et A = 6.

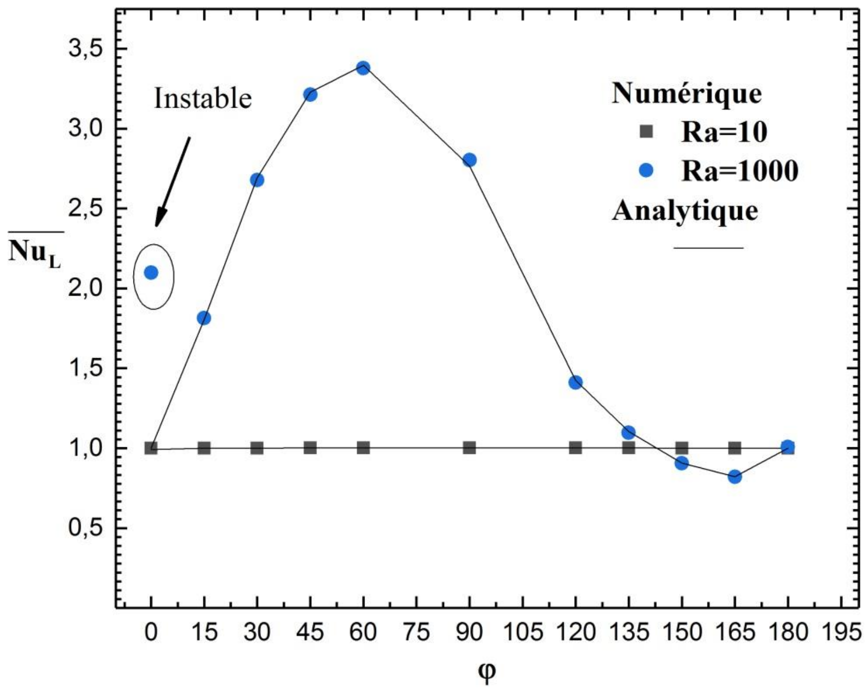


Figure 5.37. L'effet de l'angle d'inclinaison sur le taux de transfert de chaleur $\overline{Nu_L}$, pour différentes valeurs de Rayleigh, q_L=0,5 et A = 6.

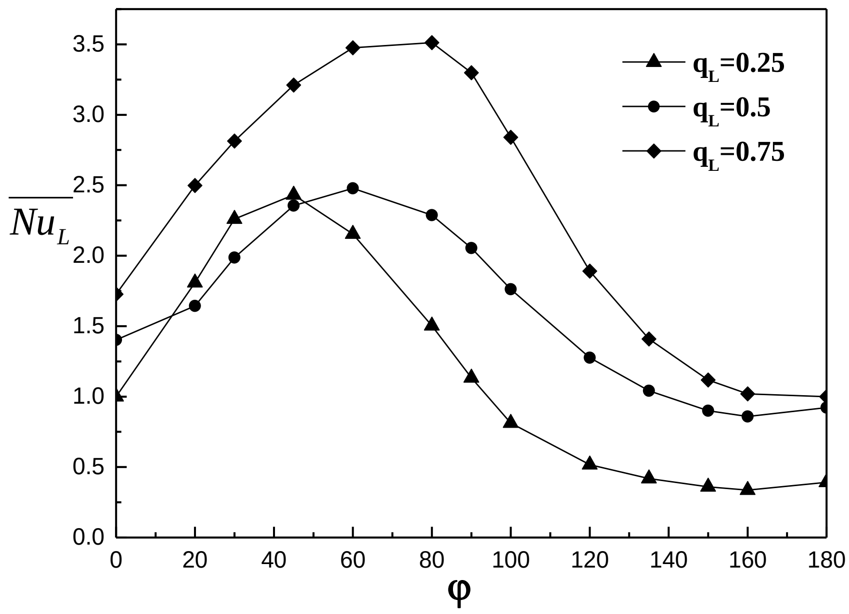


Figure 5.38. L'effet de l'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt normalisé avec *Ra*=500, A=6, pour différents valeurs de q_L.

Conclusion et perspectives

Dans ce travail, le problème bidimensionnel de la convection naturelle dans une cavité poreuse inclinée dont les parois latérales sont soumises à des conditions aux limites de type Neumann (flux de chaleur constant), avec génération de chaleur a été étudié, en utilisant une méthode analytique et numérique comme outils d'investigation.

La méthode analytique est basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle valide dans le cœur de l'enceinte pour une cavité étendu (A>>1). Tandis que la méthode numérique est basé sur les différences finis, en utilisant un code de calcul élaboré avec le langage FORTRAN qui est validé d'une maniéré qualitative et quantitative avec des résultats obtenu dans la littérature. Les résultats des deux approches sont en excellent accord dans une large gamme des différents paramètres de contrôle.

Les principaux résultats obtenus sont résumées comme suit :

- Pour une grande cavité (A>>1), l'écoulement dans la région centrale de l'enceinte est parallèle et comprend deux Cellules symétriques à contre-rotation, tandis que les isothermes sont stratifiés dans la direction verticale et symétriques par rapport à l'axe vertical.
- Le taux de transfert de chaleur $\overline{Nu_L}$ a une évolution asymptotique avec le nombre de Rayleigh, et cette évolution sera considérable si $Ra > 10$ est satisfaite, en raison de la diminution des valeurs maximales de la température dans les milieux poreux, ce qui entraîne un bon processus de refroidissement dans l'enceinte.
- L'intensité de l'écoulement augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh Ra. L'intensité de circulation d'écoulement étant très faible, décrit le régime conductif, désigné par les isothermes verticales.

- Tandis que pour un nombre élevé de Rayleigh, l'intensité de l'écoulement devient plus fort, caractérisée par un développement des couches limites et un gradient de vitesse significatif aux parois verticales.
- Selon le schéma de bifurcation, l'apparition de la convection débute à n'importe quelle valeur de Rayleigh supérieure à zéro Ra_C^{Sub}.
- En ce qui concerne l'effet d'angle d'orientation, la circulation symétrique disparaîtra et l'existence de l'écoulement multicellulaire dépend des paramètres de gouvernance.
- Le nombre de Nusselt $\overline{Nu_L}$ augmente avec l'augmentation de φ et atteint le point maximum, puis diminue jusqu'au cas φ= 160°. Et enfin une petite élévation est observée aussi jusqu'à φ= 180°, pour la cavité horizontale refroidi par le haut et par le bas. En outre, pour une valeur fixe de φ le nombre de Nusselt augmentera avec l'augmentation de la valeur q_L.
- Le point maximal du nombre $\overline{Nu_L}$ est obtenu à φ =60° pour des conditions aux limites symétriques, et l'influence du flux de chaleur est plus significatif, pour la gamme de 30 °<φ <90 °, lorsque l'intensité du l'écoulement dans l'enceinte est forte.
- Pour la gamme 10° < φ <50°, le taux de transfert de chaleur est plus élevé si q_L = 0,25 par rapport à l'état symétrique (q_L=0,5).
- L'intensité de circulation du fluide s'améliore avec l'augmentation de q_L. Cette évolution du flux de chaleur à la paroi gauche entraîne une amélioration du taux de transfert de chaleur près de la paroi considérée.

Dans le but d'améliorer le modèle mathématique utilisé dans ce travail et qui est basé sur des hypothèses simplificatrices, des perspectives sont envisageables :

- Modéliser le milieu poreux, en considérant le modèle généralisé de Darcy Brinkman-Forcheheimer, lequel tient compte des effets visqueux et de l'inertie.
- Traiter le problème en tenant compte :
  - 1°/ de l'anisotropie en perméabilité et en conductivité thermique.
  - 2°/ de l'interaction entre les effets thermique et solutaux (effet Soret et Dufour) des milieux poreux;
- Généraliser le modèle par une approche tridimensionnelle qui tient compte des géométries complexes dans certaines applications pratiques. Dans ce cas, d'autres techniques numériques devront être envisagées pour résoudre les équations gouvernantes, par exemple la méthode des volumes finis ou celle des éléments finis.
- Des mesures expérimentales pourraient également être envisagées.
- Utilisation d'une analyse de stabilité linaire et non linaire pour déterminer avec précision les nombres de Rayleigh supercritique et sous critique.
- Considérer des conditions aux limites plus pratique de type Dirichlet (température et concentration), Neumann (flux de chaleur et de masse imposées) et dynamiques (flux périodique imposé).

Références bibliographiques

[1] Ingham, D. B. and Pop, I. (ed.) (2002). Transport phenomena in porous media

II. Pergamon, Oxford.

[2] D. Nield, A. Bejan, Convection in Porous Media, 3rd ed. Spinger -verlang, New York Inc. (2013).

[3] Pop, I, Ingham, D. B. (2001). Convective heat transfer: mathematical and

computational modeling of viscous fluids and porous media. Pergamon, Oxford.

[4] Boussinesq, J., (1903). Théorie Analytique de la Chaleur mise en Harmonie avec la Thermodynamique et avec la Théorie Mécanique de la Lumière, Tome II: Refroidissement et échauffement par rayonnement. Conductibilité. Courants de Convection. Paris: Gauthier-Villars, 657-669.

[5] Bénard, H. (1901). Les Tourbillons Cellulaires dans une Nappe Liquide Transportant de la Chaleur par Convection en Régime Permanent. Ann. Chim. Phys. 7 (Ser. 23): 62-79.

[6] Rayleigh, L. (1916). On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, When the Higher Temperature is on the Underside. Phil. Mag. 32: 529-538.

[7] Nield., D. A., (1968). Onset of Thermohaline Convection in Porous Medium, Water Resources Research, 4, 553-560.

[8] Taunton, J., Lightfoot, E. and Green, T., (1972). Thermohaline Instability and Salt Fingers in a Porous Medium, Physics of Fluids, 15, 748-753.

[9] Rubin, H. Y., (1973). Effect of Nonlinear Stabilizing Salinity Profiles on Thermal Convection in a Porous Medium Layer. Water Resources Res, 9, 211–221.

[10] Rubin, H. Y., (1973). Effect of Solute Dispersion on Thermal Convection in a Porous Medium Layer, Water Resources, 9, 968-974.

[11] Tyvand, P. A.,(1980). Thermohaline Instability in Anisotropic Porous Media, Water Resources Research, 16, 2, 325-330.

[12] Malashetty, M., S., (1993). Anisotropic Thermoconvective Effects on the Onset of Double Diffusive Convection in a Porous Medium, Int. J. Heat Mass Transfer, 39, 2397-2401.

[13] Nguyen, H., D., Paik, S., and Douglass, R., W., (1994). Study of Double-Diffusive Convection in Layered Anisotropic Porous Media, Num.Heat Transfer, Part B: Fundamentals, 26, 4, 489-505.

[14] Bennacer, R., Tobbal, A, Beji, H and Vasseur, P, (2001). Double Diffusive Convection in a Vertical Enclosure Filled with Anisotropic Porous Media, Int. J. Thermal Sciences, 40, 1, 30-41.

[15] Bera, P. and Khalili, A., (2002). Double-Diffusive Natural Convection in an Anisotropic Porous Cavity with Opposing Buoyancy Forces: Multi-Solutions and Oscillations, Int. J.Heat and Mass Transfer, 45, 15, 3205-3222.

[16] Griffiths, R. W., (1981). Layred Double-Diffusive Convection in Porous Media.

J. Fluid Mechanics, 102, 221-248.

[17] Rudraiah, N., Shrimani, P.K. and Friedrich, R., (1982). Finite Amplitude Convection in a Two-Component Fluid Saturated Porous Layer , Int. J. Heat and Mass Transfer, 25, 715-722.

[18] Brand, H. and Steinberg, V., (1983). Nonlinear Effect in the Convective Instability of a Binary Mixture in a Porous Medium Near Threshold , Physics letters, 93A, 333- 336.

[19] Brand, H. and Steinberg, V., (1983). Convective Instabilities in Binary Mixture in a Porous Medium, Physica, 119, 327–338.

[20] Khair, K., R. and Bejan, A., (1985). Mass Transfer to Natural Convection Boundary Layer Flow Driven by Heat Transfer. J. Heat Transfer, 107, 979-981.

[21] Trevisan, O., V. and Bejan, A., (1985). Natural Convection with Combined Heat and Mass Transfer Buoyancy Effects in a Porous Medium , Int. J. Heat and Mass Transfer, 28, 1597-1611.

[22] Trevisan, O., V. and Bejan A., (1986). Mass and Heat Transfer by Natural Convection in a Vertical Slot Filled with Porous Medium. Int. J. Heat Mass Transfer, 29, 403– 415.

[23] Poulikakos, D., (1986). Double Diffusive Convection in a Horizontal Sparsely Packed Porous Layer, Int. Comm. Heat Mass Transfer, 13, 587-598.

[24] Mehta, K., N., and Nandakumar, K., (1987). Natural Convection with Combined Heat and Mass Transfer Buoyancy Effects in Non-Homogeneous Porous Medium , Int. J. Heat and Mass Transfer, 30, 12, 2651-2656.

[25] Trevisan, O., V. and Bejan A., (1987). Mass and Heat Transfer by High Rayleigh Number Convection in a Porous Medium Heated From Below. Int. J. Heat Mass Transfer, 30, 2341–2356.

[26] Murray, B.,T. and Chen ,C.,F., (1989). Double-Diffusive Convection in a Porous Medium. J. Fluid Mechanics, 201,147–166.

[27] Fournier, R., O., (1990). Double-Diffusive Convection in Geothermal Systems: the Salton Sea, California, Geothermal System as a Likely Candidate, Geothermics, 19, 6, 481-496.

[28] Rosenberg, N., D., and Spera, F., J., (1992). Thermohaline Convection in a Porous Medium Heated from Below, Int, J. Heat and Mass Transfer, 35, 1261-1272.

[29] Chen, F., and Chen, C., F., (1993). Double-Diffusive Convection in a Porous Medium. Int. J. Heat Mass Transfer, 36, 793-807.

[30] Goyeau, B., J., Songbe, P, and Gobin, D., (1996). Numerical Study of Double- Diffusive Natural Convection in a Porous Cavity Using the Darcy-Brinkman Formulation , Int. J. Heat and Mass Transfer, 39, 7,1363-1378.

[31] T. F. Lin, C. C. Huang et T. S. Chang, Transient binary mixture natural convection in a square enclosures. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 133, pp. 287-299 (1990).

[32] Nithiarasu, P., Seetharamu, K. N. and Sundarajan, T.,(1996). Double-Diffusive Natural Convection in an Enclosure Filled with Fluid-Saturated Porous Medium: a General non-Darcy Approach. Num. Heat Transfer, 30, 413–426.

[33] Nithiarasu, P., Sundararajan, K., N. and Seetharamu, T., (1997). Double-Diffusive Natural Convection in a Fluid Saturated Porous Cavity with a Freely Convecting Wall , Int. Comm Heat and Mass Transfer, 24, 8, 1121-1130.

[34] Karimi-Fard, M., Charrier-Mojtabi, M.C. and Vafai, K., (1997). Non-Darcian Effects on Double-Diffusive Convection within a Porous Medium. Num. Heat Transfer, 31, 837–852.

[35] Amahmid, A., Hasnaoui, M, and Vasseur, P., (1999). Etude Analytique et Numérique de la Convection Naturelle dans une Couche Poreuse de Brinkman Doublement Diffusive, Int. J. Heat and Mass Transfer, 42, 15, 2991-3005.

[36] Mamou, M., Hasnaoui, M., Amahmid, A. and Vasseur, P., (1998). Stability Analysis of Double Diffusive Convection in a Vertical Brinkman Porous Enclosure , Int. Comm. Heat and Mass Transfer, 25, 4, 491-500.

[37] Amahmid, A, .Hasnaoui, M, Mamou, M and P. Vasseur, (1999). Double-Diffusive Parallel Flow Induced in a Horizontal Brinkman Porous Layer Subjected to Constant Heat and Mass Fluxes: Analytical and Numerical Studies. J. Heat Mass Transfer, 35, 409–421.

[38] Alavyoon, F., (1993). On natural Convection in Vertical Porous Enclosures due to Prescribed Fluxes of Heat and Mass at the Vertical Boundaries , Int. J. Heat Mass Transfer ,36, 2479–2498.

[39] Alavyoon, F., Masuda, Y., and Kimura, S., (1994). On natural Convection in Vertical Porous Enclosures due to Opposing Fluxes of Heat and Mass Prescribed at the Vertical Walls , Int. J. Heat Mass Transfer, 37, 195–206.

[40] Mamou, M., Vasseur, P., and Bilgen, E., (1995). Multiple Solutions for Double- Diffusive Convection in a Vertical Porous Enclosure: Int. J. Heat and Mass Transfer, 38, 10, 1787-1798.

[41] Mamou, M., Vasseur, P., Bilgen, E. and Gobin, D., (1995). Double-Diffusive Convection in an Inclined Slot Filled with Porous Medium, Eur. J. Mechanics, B/Fluids, 14, 629-652.

[42] Nguyen, T., H., Ha, T.T. and Vasseur, P., (1997). Onset and Development of Double Diffusive Convection in Horizontal Porous Layer. Proceeding of the Int. Conference Engineering Mechanics today EMT'97, Hanoi, Vietnam, 225-238

[43] Mamou, M., Vasseur, P and Bilgen, E. (1998). A Galerkin Finite-Element Study of the Onset of Double-Diffusive Convection in an Inclined Porous Enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer, 41, 1513–1529.

[44] Mamou, P., Vasseur and Bilgen, E., (1998). Double-Diffusive Convection Instability Problem in a Vertical Porous Enclosure. J. Fluid Mech, 368, 263–289.

[45] Charrier-Mojtabi, M.C., Karimi-Fard, M. and Mojtabi A., (1997). Onset of Thermosolutal Convective Regimes in a Rectangular Porous Cavity, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy, 324, 1, 9-17

[46] Sezai, I., and Mohamad., A, (1999). Three-Dimensional Double-Diffusive Convection in a Porous Cubic Enclosure due to Opposing Gradients of Temperature and Concentration. J. Fluid Mech., 400, 333–353.

[47] Sezai. I, (2002). Flow Transitions in Three-Dimensional Double-Diffusive fingering Convection in a Porous Cavity. J. Fluid Mech., 464, 311–344.

[48] Mamou, M. and Vasseur, P, (1999). Thermosolutal Bifurcation Phenomena in a Porous Enclosure Subject to Vertical Temperature and Concentration Gradients , J. Fluid Mechanics, 395 , 61–87.

[49] Marcoux, M., Karimi-Fard, M, and Charrier-Mojtabi., MC, (1999) Naissance de la Convection Thermosolutal dans une Cellule Rectangulaire Poreuse Soumise à des Flux de Chaleur et de Masse, Int. J. Thermal Sciences, 38, 3, 258-266.

[50 Karimi-Fard, M. Charrier-Mojtabi, C, .and Mojtabi, A, (1999). Onset of Stationary and Oscillatory Convection in a Tilted Porous Cavity Saturated with a Binary Fluid: Linear Stability Analysis, Physics of Fluids, 11, 6, 1346-1358.

[51] Mojtabi., A., and Charrier-Mojtabi, M., C, (2000). Double Diffusive Convection in Porous Media, In handbook of porous medium, ed K. Vafai, 559-603, Marcel Dekker, New York.

[52] Mahidjiba, A., M. Mamou and P. Vasseur, (2000). Onset of Double-Diffusive Convection in a Rectangular Porous Cavity Subject to Mixed Boundary Conditions , Int. J. Heat and Mass Transfer, 43, 9, 1505-1522.

[53] Chamkha., A J and Hameed., A, (2001). Double-Diffusive Convection in an Inclined Porous Enclosure with Opposing Temperature and Concentration Gradients , Int.J.Thermal Sciences, 40, 3, 227-244.

[54] Nishimura., T., Wakamatsu, .M and Morega, A.,M (1998). Oscillatory Double- Diffusive Convection in a Rectangular Enclosure with Combined Horizontal Temperature and Concentration Gradients , Int. J. Heat and Mass Transfer, 41, 11, 1601-1611.

[55] Abdulmajeed., M and Bennacer., R (2001). Natural Convection in a Confined Saturated Porous Medium with Horizontal Temperature and Vertical Solutale Gradients, Int. Thermal Sciences, 40, 1, 82-93.

[56] Mohamad., A and Bennacer., R, (2002). Double diffusion, Natural Convection in an Enclosure Filled with Saturated Porous Medium Subjected to Cross Gradients; Stably Stratified Fluid , Int. Heat and Mass Transfer, 45, 18, 3725-3740.

[57] Joly, F., Vasseur, P. and Labrosse, G. (2000). Soret Driven Thermosolutal Convection in a Vertical Enclosure. Int.Comm.Heat Mass Transfer, 27, 6,755-764.

[58] Bahloul, A, Boutana, N and Vasseur, P (2003). Double-Diffusive and Soret Induced Convection in a Shallow Horizontal Porous Layer, J. Fluid Mechanics, 491, 325 –352.

[59] Boutana, N, Bahloul, A. Vasseur, P and Joly, F. (2004). Soret Driven and Double Diffusive Natural Convection in a Vertical Porous Cavity, J. Porous Media, under press.

[60] Bennacer, R. Mahidjiba, A, Vasseur, P., Beji, H. and Duval, R. (2003). The Soret Effect on Convection in a Horizontal Porous Domain Under Cross Temperature and concentration gradient, Int. J. Num. Methods Heat and Fluid Flow, 13, 2, 199-215.

[61] Kalla., L, Vasseur., P, Benacer, R. Beji., H and Duval. R, (2001). Double Diffusive Convection within a Horizontal Porous Layer Salted from the Bottom and Heated Horizontally. Int. Comm. Heat Mass Transfer, 28, 1–10.

[62] Mamou, M., (2002). Stability Analysis of Thermosolutal Convection in a Vertical Packed Porous Enclosure, Physics of Fluids, 14, 12, 4302-4314.

[63] Mamou, M., (2003). Stability Analysis of the Perturbed Rest State and of the Finite Amplitude Steady Double-Diffusive Convection in a Shallow Porous Enclosure, Int. Heat and Mass Transfer, 46, 12, 2263-2277.

[64] Bourich, M., Amahmid, A. and Hasnaoui, M., (2003). Double Diffusive Convection in a Porous Enclosure Submitted to Cross Gradients of Temperature and Concentration, Energy Conversion and Management, In Press.

[65] R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache, Numerical simulation of double diffusive natural convection in porous cavity: Opposing flow. Arabian J. for Sc. and Eng., Vol. 26(2b), pp. 145-155 (2002).

[66] Gobin D., Goyeau B., Hirata S., Natural convection in partially porous media. Eurotherm 82, Numerical Heat transfer, september 13-16, (2005).

[67] L. Robillard, A. Bahloul, and P. Vasseur, Hydromagnetic Natural Convection of a Binary Fluid in a Vertical Porous Enclosure, Chem. Eng. Comm., 193:1431–1444, (2006)

[68] M. Er-Raki , M. Hasnaoui , A. Amahmid , M. Mamou, Soret effect on the boundary layer flow regime in a vertical porous enclosure subject to horizontal heat and mass fluxes, International Journal of Heat and Mass Transfer 49 (2006) 3111–3120.

[69] Marclo J. S. L., Luzia A. T., Modeling of double-diffusive turbulent natural convection in porous media. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 47, pp. 4233-4241, (2007).

[70] Kuznestsov A. V., Nield D. A., The effects of combined horizontal and vertical

heterogeneity on the onset of convection in porous medium: double diffusive case. Transp Porous Med, vol. 72, pp. 157-170, (2008).

[71] Ouazaa N., etude de la convection thermosolutal dans les milieux poreux confinés. Mémoire de magister, université Mentouri – Constantine, (2008).

[72] Alloui Z., Dufaua L., Beji H., Vasseur P., Multiple steady states in a porous enclosure partially heated and fully salted from below Int. J. of Therm. Sci. vol. 48, pp. 521–534, (2009).

[73] M. Er-Raki a, M. Hasnaoui , A. Amahmid a, M. El Ganaoui, Thermosolutal convection within a vertical porous enclosure in the case of a buoyancy ratio balancing the separation parameter ,International Journal of Thermal Sciences 48 (2009) 1129–1137

[74] Safia Safi, Heat and Mass Transfer in Anisotropic Porous Media, Adv. Theor. Appl. Mech., Vol. 5, 2012, no. 1, 11 – 22

[75] Sofen K.Jena ,Swarup K.Mahapatra ,Amitava Sarkar , Double diffusive buoyancy opposed natural convection in porous cavity having partially active vertical walls International Journal of Heat and Mass Transfer 62 (2013) 805–817

[76] Z. Alloui, P. Vasseur, Convection of a binary fluid in a shallow porous cavity heated and salted from the sides, Computers & Fluids 81 (2013) 85–94

[77] V. Prasad and A. Tuntomo, Inertia effects on natural convection in a vertical porous cavity. Num. Heat Transfer, Vol. 11, pp. 295-320 (1987).

[78] A. Bejan and D. Poulikakos, The non-Darcian regime for vertical boundary layer natural convection in porous medium. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27(5), pp. 717-722 (1984).

[79] G. Lauriat and V. Prasad, Non – Darcian effect on natural convection in a vertical porous enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32(11), pp. 2135-2148 (1989).

[80] P. Vasseur & L. Robillard, The Brinkman model for boundary layer regime in a rectangular cavity with uniform heat flux from the side. Int. J. Heat and Fluid Flow Vol. 30(4), pp. 717-727 (1987).

[81] D. Poulikakos and A. Bejan, Natural convection in vertically and horizontally layered porous media heated from the side. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26(12), pp. 1805-1814 (1983).

[82] F. C. Lai and F. A. Kulacki, Natural convection across a vertical layered porous cavity. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31(6), pp. 1247-1260 (1988).

[83] S. B. Sathe and T. W. Tong, Measurements of natural convection in partially porous rectangular enclosures of aspect ratio 5. Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 203-212 (1988).

[84] C. Beckermann, R. Viskanta and S. Ramadhyani, Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers.J.Fluid Mech., Vol. 186, pp. 257-281 (1988).

[85] A. Bahloul, Boundary layer and stability analysis of natural convection in a porous cavity, International Journal of Thermal Sciences, vol. 45, no 7, pp. 635-642. (2006).

[86] A.C. Baytas, Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity, Int. J. Heat Mass Transfer, vol 43, pp. 2089-2099. (2000).

[87] L. Kalla, M. Mamou, P. Vasseur, L. Robillard, Multiple steady states for natural convection in a shallow porous cavity subject to uniform heat fluxes, International Communications in Heat and Mass Transfer, vol 26, Issue 6, pp. 761-770. (1999).

[88] H. Nawaf, A. Saeid, A. Mohamad, Natural convection in a square porous cavity with an oscillating wall temperature, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol 15, Issue 6, pp. 555-566. (2005).

[89] Y. Varol, F. Oztop, I. Pop, Numerical analysis of natural convection for a porous

rectangular enclosure with sinusoidally varying temperature profile on the bottom wall, International Communications in Heat and Mass Transfer, vol 35, pp. 56-64. (2008).

[90] A. Barletta, S. Lazzari, 2D free convection in a porous cavity heated by an internal circular boundary, International Journal of Thermal Sciences, vol 45, pp. 917-922. (2006).

[91] K. Bouhadef, Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité à fond sinusoïdal, 12èmes Journées Internationales de Thermique. Tanger, Maroc du 15 au 17 Novembre 2005.

[92] Y. Varol, F. Oztop, E. Avci, Estimation of thermal and flow fields due to natural convection using support vector machines (SVM) in a porous cavity with discrete heat sources, International Communications in Heat and Mass Transfer, vol 35, pp. 928–936. (2008).

[93] E. Baez, A. Nicola´s, 2D natural convection flows in tilted cavities: Porous media and homogeneous fluids, Int. J. Heat Mass Transfer, vol 49, pp. 4773-4785. (2006).

[94] T. Basak, S. Roy, T. Paul, I. Pop, Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: Effects of various thermal boundary conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 49, pp. 1430-1441. (2006).

[95] A. Saeid, H. Nawaf, Natural convection in porous cavity with sinusoidal bottom wall temperature variation, International Communications in Heat and Mass Transfer, vol. 32, pp. 454-463. (2005).

[96] S.L. Moya, E. Ramos, S. Mihir, Numerical study of natural convection in a tilted rectangular porous material, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 30, Issue 4, pp. 741-756. (1987).

[97] Mahidjiba A., Robillard L., Vasseur P., Onset of penetrative convection of cold water in a porous layer under mixed boundary conditions. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 49, pp. 2820-2828, (2006).

[98] Hooman K., Gurgenci H., Effects of dependent viscosity on Bénard convection in porous medium using a non-Darcy model. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 51, pp. 1139- 1149, (2008).

[99] Khalil Khanafer, Bader Al-Azmi, Alia Marafie, Non-Darcian effects on natural convection heat transfer in a wavy porous enclosure, Ioan Pop International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 1887–1896.

[100] M. Bhuvaneswari, S. Sivasankaran , Y.J. Kim Effect of aspect ratio on convection in a porous enclosure with partially active thermal walls, Computers and Mathematics with Applications 62 (2011) 3844–3856.

[101] Khalil Khanafer, Fluid–structure interaction analysis of non-Darcian effects on natural convection in a porous enclosure, International Journal of Heat and Mass Transfer 58 (2013) 382–394.

[102] Ali J. Chamkha, Hameed Al-Naser, Hydromagnetic double-diffusive convection in a rectangular enclosure with uniform side heat and mass fluxes and opposing temperature and concentration gradients International Journal of Thermal Sciences 41 (2002) 936–948.

[103] Ali J. Chamkha (2002), Double-Diffusive Convection In A Porous Enclosure With Cooperating Temperature And Concentration Gradients And Heat Generation Or Absorption Effects, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology.

[104] T. Grosan , C. Revnic , I. Pop D.B. Ingham Magnetic field and internal heat generation effects on the free convection in a rectangular cavity filled with a porous medium, International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 1525–1533.

[105] C. Revnic, T. Grosan, I. Pop , D.B. Ingham, Magnetic field effect on the unsteady free convection flow in a square cavity filled with a porous medium with a constant heat generation, International Journal of Heat and Mass Transfer 54 (2011) 1734–1742.

[106] B. S. Bhadauria, Double-Diffusive Convection in a Saturated Anisotropic Porous Layer with Internal Heat Source, Transp Porous Med (2012) 92:299–320.

[107] Haajizadeh, H., Ozguc, A.F., and Tien, C.L., Natural convection in a vertical porous enclosure with internal heat generation, Int.J. Heat Mass Transfer, vol. 27, pp. 1893–1902, 1984.

[108] Beukema, K.I., Bruin, S., and Schenk, J., Three-dimensional natural convection in a confined porous medium with internal heat generation, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 26, pp. 451–458, 1983.

[109] Rao, F. and Wang, B.X., Natural convection in vertical porous enclosures with internal heat generation, Heat Mass Transfer, vol. 34, pp. 241–252, 1991.

[110] Vasseur, P., Nguyen, T.H., and Robillard, L., Natural convection between horizontal concentric cylinders filled with a porous layer with internal heat generation, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 27, pp. 337–349, 1984.

[111] V. Prasad and A. Chui, Natural Convection in a Cylindrical Porous Enclosure With Internal Heat Generation J. Heat Transfer 111(4), 916-925 (Nov 01, 1989).

[112] G. Du and E. Bilgen, Natural convection in vertical cavities with partially filled heat-generating porous media. Num. Heat Transfer, Vol. A (18), pp. 371-386 (1990).

[113] Y.-H. Chen, H.-T. Lin, Natural convection in an inclined enclosure with a fluid layer and a heat-generating porous bed, Heat and Mass Transfer 33 (1997) 247-255 @ Springer-Verlag 1997.

[114] Khalil M. Khanafer and Ali J. Chamkha ,Hydromagnetic Natural Convection From An Inclined Porous Square Enclosure With Heat Generation, Numerical Heat Transfer, Part A, 33:891-910,1998.

[115] M. Anwar Hossain , Mike Wilson, Natural convection flow in a fluid-saturated porous medium enclosed by non-isothermal walls with heat generation, Int. J. Therm. Sci. 41 (2002) 447–454.

[116] Ali Nouri-Borujerdi, Amin R. Noghrehabadi, D. Andrew S. Rees, Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source, International Journal of Thermal Sciences 47 (2008) 1020–1025.

[117] D. Jaya Krishna a, Tanmay Basak b, Sarit K. Das, Natural convection in a non-Darcy anisotropic porous cavity with a finite heat source at the bottom wall, International Journal of Thermal Sciences 48 (2009) 1279–1293.

[118] L.R. Mealey, J.H. Merkin, Steady finite Rayleigh number convective flows in a porous medium with internal heat generation, International Journal of Thermal Sciences 48 (2009) 1068–1080.

[119] Alia Marafie, Khalil Khanafer, Ioan Pop, Non-Darcian Effects on Buoyancy-Induced Heat Transfer in a Partially Divided Square Enclosure with Internal Heat Generation, Transp Porous Med (2010) 84:663–683.

[120] B.V.K. Reddy, Arunn Narasimhan, Heat generation effects in natural convection inside a porous annulus, International Communications in Heat and Mass Transfer 37 (2010) 607–610.

[121] Dagan G., Flow and transport in porous formations. Springer Verlag, New York (1990).

[122] Quintard M., Whitaker S., Transport in ordered and disordered porous media : volume-averaged equations, closure problems and comparisons with experiments. Chem. Engng. Sci. 48, p. 2537-2564 (1993).

[123] Sanchez-Palencia E., Non-homogeneous media and vibration theory. Springer Berlin (1980).

[124] Kulacki, F.A., Goldstein, R.J., Hydrodynamic instability in fluid layers with uniform volumetric energy sources, Appl. Sci.Res., vol. 31, pp. 81–109, 1975.

[125] Mamou., M (1998). Convection Thermosolutale dans les milieux poreux et fluides confinés, thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada.

ANNEXE A

Bilan énergétique

On prend l'équation d'énergie sous forme conservative (2.18).

$$\textbf{(2.18)} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{\nabla}.\left(\vec{V}T\right) = \vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}T\right) + 1 \qquad \textbf{(A 1)}$$

$$\textbf{Avec} \quad \vec{V} = u\ \vec{\mathrm{i}} + v\ \vec{\mathrm{j}} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\ \vec{\mathrm{i}} + \frac{\partial}{\partial y}\ \vec{\mathrm{j}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \qquad \textbf{(A 2)}$$

$$\textbf{Donc :} \ \vec{\nabla}T = \frac{\partial T}{\partial x}\ \vec{\mathrm{i}} + \frac{\partial T}{\partial y}\ \vec{\mathrm{j}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{\nabla}.(\vec{\nabla}T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \textbf{(A 3)}$$

$$\vec{V}T = uT\ \vec{\mathrm{i}} + vT\ \vec{\mathrm{j}} = \begin{pmatrix} uT \\ vT \end{pmatrix} \quad \text{et}$$

$$\vec{\nabla}.(\vec{V}T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} uT \\ vT \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) = T\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)}_{=0} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} \qquad \textbf{(A 4)}$$

La substitution de l'eq **(A 4)** dans **(A 1)** $\Rightarrow \dfrac{\partial T}{\partial t} + u\dfrac{\partial T}{\partial x} + v\dfrac{\partial T}{\partial y} = \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} + 1$ **(A 5)**

Équation d'énergie sous forme conservative stationnaire:

$$\vec{\nabla}.\left(\vec{V}T\right) = \vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}T\right) + 1 \qquad \textbf{(A 6)}$$

Intégration de l'équation d'énergie dans le volume de contrôle Ω (Fig A.1), avec les conditions aux limites (2.19), (2.20) et (2.21)

$$\iint_{\Omega} [\vec{\nabla}.\left(\vec{V}T\right) = \vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}T\right) + 1] d\Omega \Leftrightarrow \iint_{\Omega} \vec{\nabla}.\left(\vec{V}T\right) d\Omega = \iint \vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla}T\right) d\Omega + 1$$ **(A 7)**

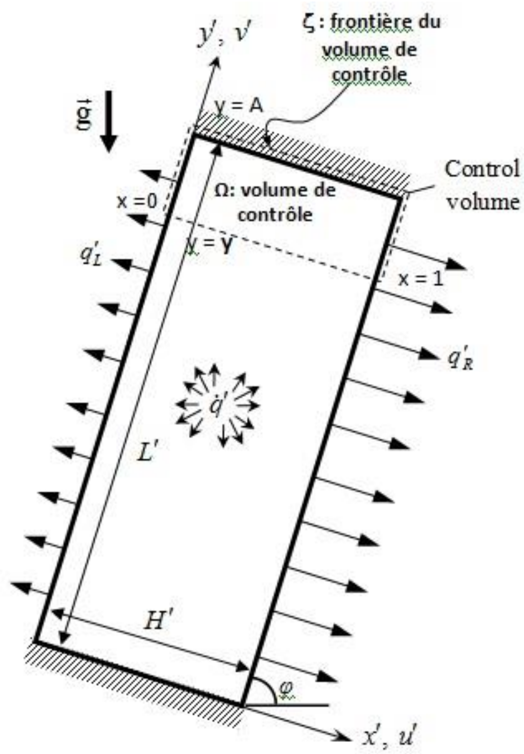


Figure 0A.1. Bilan énergétique.

Ici on a mis une intégrale double pour le volume puisque notre problème est en 2D.

Théorème de flux-divergence

Le théorème de flux-divergence, appelé aussi théorème de Green-Ostrogradski, affirme l'égalité entre l'intégrale de la divergence d'un champ vectoriel sur un volume et le flux de ce champ à travers la frontière du volume (qui est une intégrale de surface).

L'égalité est la suivante :

$$\iiint_{\mathcal{V}} \operatorname{div} \vec{F} \cdot \mathrm{d}V = \oiint_{\partial \mathcal{V}} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\operatorname{div} \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

où :

- $\mathcal{V}$ est le volume,
- $\partial \mathcal{V}$ est la frontière de $\mathcal{V}$,
- $\mathrm{d}\vec{S}$ est le vecteur normal à la surface, dirigé vers l'extérieur et de longueur égale à l'élément de surface qu'il représente.
- $\vec{F}$ est continument dérivable en tout point de $\mathcal{V}$.

Interprétation physique

C'est un résultat important en physique mathématique, en particulier en électrostatique et en dynamique des fluides, où ce théorème reflète une loi de conservation. Selon son signe, la divergence exprime la dispersion ou la concentration d'une grandeur (telle une masse par exemple) et le théorème précédent indique qu'une dispersion au sein d'un volume s'accompagne nécessairement d'un flux total équivalent sortant de sa frontière. Ce théorème permet notamment de retrouver la version intégrale du théorème de Gauss en électromagnétisme.

Intégration de l'équation d'énergie

D'après le théorème de divergence on a:

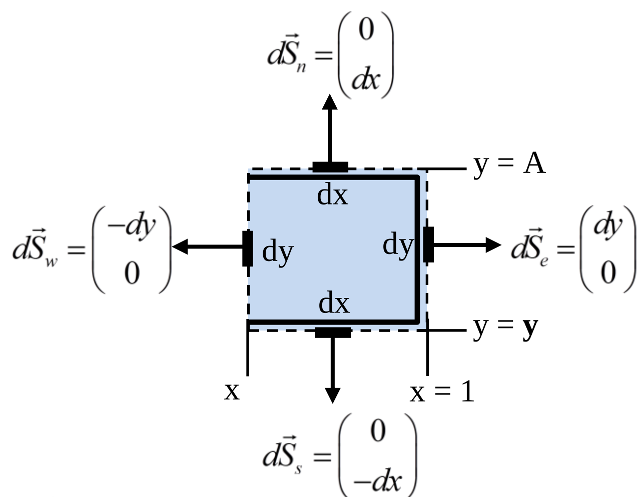
$$\iint_{\Omega} \vec{\nabla}.\, (\vec{V}T) d\Omega = \oint_{\zeta} (\vec{V}T).\, d\vec{S} \qquad \textbf{(A 8)}$$

$\oint_{\zeta}$ est une intégrale sur le contour du volume de contrôle, donc on doit intégrer sur les quatre faces du volume de contrôle c'est à dire les faces ***west***, ***est***, ***sud*** *et* ***nord*** (w, e, s, n):

$$\oint_{\zeta} (\vec{V}T).\, d\vec{S} = \int_{w} (\vec{V}_w T_w).\, d\vec{S}_w + \int_{e} (\vec{V}_e T_e).\, d\vec{S}_e + \int_{s} (\vec{V}_s T_s).\, d\vec{S}_s + \int_{n} (\vec{V}_n T_n).\, d\vec{S}_n \qquad \textbf{(A 9)}$$

Les parois ***est, West*** et ***nord*** sont des parois solides, donc d'après les conditions aux limites, la vitesse est nulles sur ces parois:

$$\vec{V}_e = \vec{V}_W = \vec{V}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \textbf{ et il reste juste le terme } \vec{V}_s = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \qquad \textbf{(A 10)}$$



$$\Rightarrow \oint_{\zeta} (\vec{V}T).\, d\vec{S} = \int_{w} (\vec{V}_w T_w).\, d\vec{S}_w + 0 + 0 + 0 = \int_{w} \begin{pmatrix} uT \\ vT \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -dy \\ 0 \end{pmatrix} = -\int_{y=-1/2}^{y=1/2} (uT)_{x=x} dy \qquad \textbf{(A 11)}$$

$$\Rightarrow \oint_{\zeta} \left(\vec{\mathbf{V}}\boldsymbol{T}\right).\boldsymbol{d\vec{S}} = \int_{\boldsymbol{s}} \left(\vec{\mathbf{V}}_{\boldsymbol{s}}\boldsymbol{T_s}\right).\boldsymbol{d\vec{S}} + \mathbf{0} + \mathbf{0} + \mathbf{0} = \int_{\boldsymbol{s}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{uT} \\ \boldsymbol{vT} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{-dx} \end{pmatrix} = -\int_{\boldsymbol{x=0}}^{\boldsymbol{x=1}} (\boldsymbol{vT})\boldsymbol{dx} \qquad \textbf{(A 12)}$$

De la même manière on a et d'après le théorème de divergence on a:

$$\iint_{\Omega} \vec{\nabla}.\, (\vec{\nabla}T) d\Omega = \oint_{\zeta} (\vec{\nabla}T).\, d\vec{S} \;\; +\mathbf{1} \qquad \textbf{(A 13)}$$

$$\oint_{\zeta}(\vec{\nabla}T).\,d\vec{S}=\int_{w}(\vec{\nabla}T_w).\,d\vec{S}_w+\int_{e}(\vec{\nabla}T_e).\,d\vec{S}_e+\int_{s}(\vec{\nabla}T_s).\,d\vec{S}_s+\int_{n}(\vec{\nabla}T_n).\,d\vec{S}_n\ +1 \qquad \textbf{(A 14)}$$

$$\vec{\nabla}T_s=\begin{pmatrix}\frac{\partial T}{\partial x}\\ \frac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix},\quad \vec{\nabla}T_n=\begin{pmatrix}\frac{\partial T}{\partial x}\\ 0\end{pmatrix},\ \vec{\nabla}T_w=\begin{pmatrix}q_L\\ \frac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix},\ \vec{\nabla}T_e=\begin{pmatrix}q_L-1\\ \frac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix} \qquad \textbf{(A 15)}$$

$$\oint_{\zeta}(\vec{\nabla}T).\,d\vec{S}=\int_{s}\begin{pmatrix}\frac{\partial T}{\partial x}\\ \frac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\ -dx\end{pmatrix}+\int_{n}\begin{pmatrix}\frac{\partial T}{\partial x}\\ 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\ dx\end{pmatrix}+\int_{w}\begin{pmatrix}q_L\\ \frac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-dy\\ 0\end{pmatrix}+\int_{e}\begin{pmatrix}q_L-1\\ \frac{\partial T}{\partial y}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}dy\\ 0\end{pmatrix}+1$$

$$=-\int_{x=0}^{x=1}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)dx+0+\int_{y=0}^{y=A}(-q_L+q_L)dx\ \ -1+1$$

$$=-\int_{x=0}^{x=1}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)dx \qquad \textbf{(A 16)}$$

Donc :

$$\iint_{\Omega}\nabla.(\vec{V}T)d\Omega=\iint_{\Omega}\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}T)d\Omega\ {}_{+1}\ \Leftrightarrow\ \int_{x=0}^{x=1}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)dx=\int_{x=0}^{x=1}(vT)dx \qquad \textbf{(A 17)}$$

Et puisque: $T(x,y)\approx C\,y+\theta(x)$

$$\Rightarrow\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)=C\ \Rightarrow\ \int_{x=0}^{x=1}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)dx=\int_{x=0}^{x=1}C\,dx=C\int_{x=0}^{x=1}dx=C \qquad \textbf{(A 18)}$$

Finalement on a pour n'importe quelle section situé à une distance y la relation suivante qui donne l'expression de C :

$$C=\int_{x=0}^{x=1}(vT)dx \qquad \textbf{(A 19)}$$

ANNEXE B

Calcul de taux de transfert de chaleur

Pour calculer le taux de transfert de chaleur (Nombre de Nusselt), on passe d'abord par écrire les équations sous forme adimensionnel comme déjà expliqué dans le chapitre II.

Dans le cas d'une source de chaleur volumétrique, on a $\Delta T' = \dfrac{\dot{q}' H'^2}{(\rho C)_f \, \alpha}$

Donc par substitution dans l'expression de Rayleigh on aura :

$$Ra = \frac{\rho_0 \, g\beta \, K \, \dot{q}' \, H'^3}{\mu \, \alpha \, k_p}$$

$$T = \left(\frac{T' - T'_0}{\Delta T'}\right), \qquad \Delta T' = \frac{\dot{q}' H'^2}{(\rho C)_f \, \alpha} \qquad , \quad \alpha = k \big/ (\rho C)_f$$

$$q'_L + q'_R = \dot{q}' H'$$

Avec $q_L = q'_L \,/\, \dot{q}' H'$ et $q_R = q'_R \,/\, \dot{q}' H'$ et $q_L + q_R = 1$

$$Nu = \frac{hH'}{k}$$

Pour la paroi gauche (Left) on a: $q'_L = h_L (T'_f - T'_L)$ => $h_L = \dfrac{q'_L}{(T'_f - T'_L)}$

=> $$Nu_L = \frac{h_L H'}{k} = \frac{q'_L H'}{(T'_f - T'_L)\, k} = \frac{\dfrac{q'_L H'}{\dot{q}' H'^2}}{(T'_f - T'_L)\ \dfrac{\alpha (\rho C)_f}{\dot{q}' H'^2}} = \frac{q'_L \,/\, \dot{q}' H'}{(T_f - T_L)} = \frac{q_L}{(T_f - T_L)}$$

Avec cette formule on n'obtient pas un Nusselt égale à **1** en conduction mais $Nu_{L\ conduction}$ **= 4** par exemple, donc on calcule un nouveau Nusselt mais divisé par $Nu_{L\ conduction}$ pour avoir un résultat égale à **1** en conduction avec:

$$Nu_{L\ conduction} = \frac{q_L}{(T_f - T_L)_{conduction}}$$

ainsi:

$$Nu_{L\ nouveau} = \frac{Nu_L}{Nu_{L\ \mathrm{conduction}}} = \frac{\dfrac{q_L}{(T_f - T_L)}}{\dfrac{q_L}{(T_f - T_L)_{\mathrm{conduction}}}} = \frac{(T_f - T_L)_{\mathrm{conduction}}}{(T_f - T_L)}$$

$q'_R = h_R(T'_R - T'_f)$ de la même manière on va trouver:

$$Nu_R = \frac{h_R H'}{k} = \frac{q_R}{(T_f - T_R)} = \frac{q_L - 1}{(T_f - T_R)}$$ et on fait la même chose donc:

$$Nu_{R\ nouveau} = \frac{(T_f - T_R)_{\mathrm{conduction}}}{(T_f - T_R)}$$

on choisi $T_f = T_{\max}$

Pour le nombre de Nusselt c'est la même chose pour le numérique ou l'analytique, c'est la même relation qu'on utilise pour les deux.

$$Nu_L = \frac{(T_{\max} - T_L)_{\mathrm{conduction}}}{(T_{\max} - T_L)_{\mathrm{convection}}} \qquad Nu_R = \frac{(T_{\max} - T_R)_{\mathrm{conduction}}}{(T_{\max} - T_R)_{convection}}$$

L’étape suivante c’est de déterminer les deux termes de Nusselt en conduction

En conduction:

La différence de température en haut du rapport de Nusselt est celle de la conduction et on peut l'avoir directement puisqu'on a la solution exacte de l'équation d'énergie en conduction.

L'équation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+1$$

En conduction en régime permanent cette équation se réduit à:

$$0=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+1 \quad \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=-1 \quad \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}=-x+C_1$$

$$\grave{a} \quad x=0 \quad \text{on a que} \quad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}=-0+C_1=q_L \quad \Rightarrow C_1=q_L$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}=-x+q_L \qquad \Rightarrow T(x)=-\frac{x^2}{2}+q_L x+C_2$$

$$\grave{a} \quad x=0 \quad \text{on a que} \quad \Rightarrow T(x=0)=-\frac{0^2}{2}+q_L 0+C_2=0 \qquad \Rightarrow C_2=0$$

$$\Rightarrow T(x)=-\frac{x^2}{2}+q_L x=T_{cond}(x)$$

C'est la température de conduction pour l’expression l'analytique et le numérique.

$$T_{L\ \text{conduction}}=T_{cond}(x=0)=-\frac{0^2}{2}+q_L\times 0=0$$

$$T_{R\ \text{conduction}}=T_{cond}(x=1)=-\frac{1^2}{2}+q_L\times 1=q_L-1/2$$

Maintenant pour déterminer $(T_{max})_{conduction}$ il faut resoudre la dérivé :

$$\frac{dT_{cond}(x)}{dx}=0 \qquad \Rightarrow \frac{dT_{cond}(x)}{dx}=-x+q_L=0 \qquad \Rightarrow x_{\max}=q_L$$

$$(T_{\max})_{cond}=T_{cond}(x_{\max})=-\frac{x_{\max}^{\;2}}{2}+q_L x_{\max}=-\frac{q_L^{\;2}}{2}+q_L q_L=-\frac{q_L^{\;2}}{2}+q_L^{\;2}=\frac{q_L^{\;2}}{2}$$

Donc:

$$(T_{\max}-T_L)_{\text{conduction}}=\frac{q_L^{\;2}}{2}-0=\frac{q_L^{\;2}}{2}$$

$$(T_{\max}-T_R)_{\text{conduction}}=\frac{q_L^{\;2}}{2}-(q_L-1/2) \quad \Leftrightarrow \left(T_{\max}-T_R\right)_{conduction}=\frac{q_L^{\;2}}{2}-q_L+\frac{1}{2}$$

Donc on remplace les deux expressions dans l'équation de Nusselt on aura l'expression le taux de transfert de chaleur Nusselt normalisé.

$$Nu_L=\frac{(T_{\max}-T_L)_{\text{conduction}}}{(T_{\max}-T_L)_{\text{convection}}}=\frac{q_L^2/2}{(T_{\max}-T_L)_{\text{convection}}}$$

$$Nu_R=\frac{(T_{\max}-T_R)_{\text{conduction}}}{(T_{\max}-T_R)_{\text{convection}}}=\frac{q_L^2/2+q_L+1/2}{(T_{\max}-T_R)_{\text{convection}}}$$

En convection

Pour la différence de température en bas du rapport de Nusselt on l'obtient du programme numérique (ou analytique) d'après le programme pour un Rayleigh donné:

- pour la paroi gauche : T_{max} - T_L

- pour la paroi droite: T_{max} - T_R

T_L et T_R étant respectivement les températures des parois gauche et droite (Left and Right), pour T_{max} il suffit de prendre la température maximum au milieu de la hauteur de la cavité à y=A/2 (à j=NY/2+1), boucle ou une instruction qui nous permet de déterminer la valeur maximal du vecteur T(i, NY/2+1), dans le programme numérique et analytique, la seule différence c'est que en analytique T(i) pas T(i,j), et pour T_L et T_R on les prend aussi au milieu de la hauteur de la cavité à y=A/2 et directement, T_L = T(i=1, NY/2+1) et T_R = T(i=NX+1, NY/2+1).

Analytiquement

C'est à dire $T_{max} - T_L$ et $T_{max} - T_R$

Pour T_L et T_R il faut juste remplacer x=0 et x=1 dans l'équation (4.12) pour les avoir,

On aura

Pour x=0, $T_L = 0$

Pour x=1, $T_R = C_2 + B_2 + E_2 * \cosh(\Omega) + E_3$

On aura finalement les expressions de Nusselt normalisé pour les deux parois verticales sont :

$$\overline{Nu_L} = \frac{q_L^2}{2\theta_{\max}}, \qquad \overline{Nu_R} = \frac{q_L^2 - 2q_L + 1}{2[\theta_{\max} - C_2 - B_2 - E_2 cosh(\Omega) - E_3]}$$

Résumé

Dans ce travail, des études numérique et analytique sont effectuées pour étudier la convection naturelle dans une cavité poreuse inclinée avec une source de chaleur volumique. Des flux de chaleur sont imposés sur les parois latérales pour assurer un processus de refroidissement. Le modèle Darcy est pris en compte dans la formulation mathématique du problème. La variation de masse volumique est modélisée par l'approximation de Boussinesq car les valeurs de température sont limitées. Des solutions numériques sont obtenues pour une large gamme de paramètres de gouvernance tels que le rapport d'aspect *A*, nombre de Rayleigh *Ra*, l'angle d'inclinaison φ et le flux de chaleur sans dimension à la partie gauche de la couche active q_L. La solution analytique est basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle et valable pour *A* >>1. Les résultats élucident une tendance asymptotique du taux de transfert de chaleur avec le nombre de Rayleigh. Le nombre de Nusselt normalisé $\overline{Nu_L}$ atteint le maximum lorsque φ = 80° et $q_L = 0.75$. Un bon accord entre le modèle analytique et les simulations numériques est obtenu dans le cas d'une grande cavité.

Mots-clés: convection naturelle, génération de chaleur, milieu poreux, model de Darcy, solution analytique, cavité inclinée.

Abstract

In this work, numerical and analytical studies are carried out to investigate natural convection in an inclined porous cavity filled with volumetric heat source. Heat fluxes are imposed on the sidewalls to ensure a cooling process. The Darcy model is taken into account in the mathematical formulation of the problem. The density variation is modeled by Boussinesq approximation as the temperature values are limited. Numerical solutions are obtained for a wide range of governing parameters such as aspect ratio *A*, Rayleigh number *Ra*, inclination angle φ and the dimensionless heat flux at the left active wall q_L. Analytical solution is based on the parallel flow approximation and valid for *A* >>1. The results elucidate an asymptotic tendency of the rate heat transfer with Rayleigh number. The normalized Nusselt number $\overline{Nu_L}$ reach the maximum when φ =80° and $q_L = 0.75$. A good agreement between the analytical model and the numerical simulations is obtained in the case of a tall cavity.

Keywords: Natural convection, Heat generation, Porous media, Darcy Model, Analytical solution, inclined cavity.