



**Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd**  
**Faculté de Technologie**  
**Département d'Électronique**



**Thèse**

Présentée pour l'obtention du diplôme de :  
**Doctorat en Sciences en Électronique**  
**Option : Traitement du Signal**

Sous le Thème :

**Séparation aveugle de sources par les techniques de  
l'intelligence artificielle**

Présentée par :

**El Mouataz Billah Smatti**

**Devant le jury composé de :**

M. BENYOUCEF Moussa	Prof.	Université de Batna 2	Président
M. ARAR Djemai	Prof.	Université de Batna 2	Rapporteur
M. BENZID Redha	Prof.	Université de Batna 2	Co-Rapporteur
M. BEDRA Sami	Prof	Université de Khenchela	Examineur
M. DOUAK Fouzi	MCA.	Université de Khenchela	Examineur
M. MESSAOUDI Abdelhamid	MCA.	Université de Biskra	Examineur

**09/07/2023**

À

*Mes chers parents pour leur amour, leur confiance, leurs conseils et leur soutien, et à la mémoire de  
BOUHIDEL Amel.*

## *Remerciements*

- ❖ Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mon encadreur Monsieur **ARRAR Djemai** professeur à l'université de Batna, pour avoir dirigé mon travail, son aide m'a toujours été précieuse.
- ❖ Je voudrais exprimer, ma gratitude et ma considération à Monsieur **BENZID Redha**, Professeur à l'université de Batna, pour avoir suivi mon travail avec une attention soutenue.
- ❖ Je remercie très sincèrement Monsieur le Professeur **BENYOUCEF Moussa**, de l'université de Batna, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et d'avoir accepté de présider le jury de ce travail.
- ❖ J'adresse mes vifs remerciements à **BEDRA Sami**, Professeur de l'université de Khenchela, pour avoir accepté d'examiner ce travail.
- ❖ Monsieur **DOUAK Fouzi**, Maître de conférences classe A à l'université de Khenchela, et Monsieur **MESSAOUDI Abdelhamid**, Maître de conférences classe A à l'université de Biskra, ont aimablement accepté de participer au jury, je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.
- ❖ Enfin, j'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

# Tables des matières

Tables des matières.....	i
Notations et Abréviations .....	vii
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Formulation du problème de la SAS .....	3
1.1 Introduction .....	3
1.2 Modèles de mélange .....	4
1.2.1 Les systèmes de mélange linéaires.....	4
1.2.1.1 Système de mélange linéaire instantané LI .....	4
1.2.1.2 Système de mélange linéaire convolutif (LC) .....	5
1.2.2 Les systèmes de mélange non linéaires .....	6
1.2.2.1 Les systèmes de mélange non linéaires instantanés .....	6
1.2.2.2 Les systèmes de mélange non linéaires cas général .....	6
1.3 Principe de la résolution du problème de la SAS .....	7
1.3.1 Le principe de l'indépendance physique .....	7
1.3.2 Le principe de l'indépendance statistique .....	7
1.4 L'analyse en composantes indépendantes .....	8
1.5 Critères de séparation .....	8
1.5.1 Critères basés sur la minimisation de l'information mutuelle .....	8
1.5.1.1 L'Entropie .....	8
1.5.1.2 L'information mutuelle .....	9
1.5.2 Critères basés sur la divergence de Kullback Leibler .....	9
1.5.3 Critères basés sur la minimisation des cumulants croisés.....	9
1.5.4 Critères basés sur la maximisation du Kurtosis .....	9
1.6 Stratégies de séparation .....	9
1.6.1 Stratégie de séparation pour le cas LI .....	10
1.6.1.1 Ambiguïtés de séparation par l'application de l'ICA ...	10
1.6.2 Stratégie de séparation pour le cas LC .....	11

1.6.3 Stratégie de séparation pour le cas non linéaire .....	11
1.7 Conclusion .....	11
Chapitre 2 : Méthodes directes et indirectes .....	12
2.1 Introduction .....	12
2.2 Systèmes de séparation .....	13
2.3 Systèmes directs .....	13
2.3.1 Une Solution algébrique .....	13
2.3.2 Une solution géométrique .....	15
2.4 Systèmes bouclés .....	17
2.4.1 Les réseaux neuromimétiques .....	17
2.4.1.1 Réseau récurrent de J.Hérault et C.Jutten.....	17
2.4.1.2 Réseau neuromimétique de A.Cichocki et S.Amari.....	18
2.4.2 Les Algorithmes génétiques (GA) .....	19
2.4.2.1 Initialisation de la population .....	20
2.4.2.2 Le codage des individus .....	20
2.4.2.3 La sélection .....	20
2.4.2.4 La reproduction.....	20
2.4.2.5 La mutation .....	21
2.5 Application du GA en SAS .....	21
2.6 Conclusion .....	22
Chapitre 3 : Détermination de l'angle de rotation adéquat du modèle LI (2x2) .....	23
3.1 Introduction .....	23
3.2 Signaux utilisés comme signaux sources .....	24
3.2.1 Signaux monodimensionnels .....	24
3.2.2 Signaux bidimensionnels .....	25
3.3 Formulation du problème LI (2x2) .....	27
3.4 Matrices de covariance .....	28
3.5 Kurtosis et cumulants croisés en fonction de l'angle de rotation .....	29

3.5.1 L'Orthogonalisation .....	29
3.5.2 Formes des courbes selon l'angle de rotation .....	29
3.6 Détermination exhaustive de l'angle $\theta$ .....	31
3.6.1 Cas des signaux stationnaires .....	31
3.6.1.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes .....	31
3.6.1.2 Récupération des formes d'ondes .....	32
3.6.2 Cas des signaux non stationnaires .....	34
3.6.2.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes .....	34
3.6.2.2 Récupération des formes d'ondes .....	35
3.7 Détermination de l'angle adéquat via GA .....	37
3.7.1 Cas des signaux stationnaires .....	37
3.7.1.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes .....	37
3.7.1.2 Récupération des formes d'ondes .....	38
3.7.2 Cas des signaux non stationnaires .....	39
3.7.2.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes .....	39
3.7.2.2 Récupération des formes d'ondes .....	40
3.8 Détermination analytique de l'angle $\theta$ .....	41
3.8.1 Angles de séparation et angles de permutation .....	41
3.8.2 La fonction objective $f_{kz}(\theta) = A \cos(4\theta \pm \psi) + B$ .....	42
3.8.3 Détermination des paramètres $A, \psi, B$ .....	43
3.8.3.1 : Détermination du paramètre $B$ .....	43
3.8.3.2 : Détermination du déphasage $\psi$ .....	43
3.8.3.3 : Détermination de l'amplitude $A$ .....	44
3.8.4 Algorithme de séparation .....	44
3.8.5 Cas des signaux stationnaires .....	44
3.8.5.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes .....	44
3.8.5.2 Récupération des formes d'ondes .....	45
3.8.6 Cas des signaux non stationnaires .....	45

3.8.6.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes .....	45
3.8.6.2 Récupération des formes d'ondes .....	46
3.9 Comparaison des résultats des méthodes appliquées .....	47
3.9.1 Tableaux des résultats de séparation .....	47
3.9.2 Tableaux du calcul des erreurs .....	49
3.10 Conclusion .....	51
Chapitre 4 : Détermination de l'ensemble des angles de rotation du modèle LI ( $n \times n$ ) .....	52
4.1 Introduction .....	52
4.2 Séparation du cas LI ( $3 \times 3$ ) .....	53
4.2.1 Détermination du nombre de sources .....	53
4.2.2 Distribution des amplitudes pour le cas de trois sources .....	53
4.2.3 Ensemble d'angles de rotation.....	54
4.2.4 Solution basée sur la séparation de chaque paire de signaux.....	55
4.2.4.1 Ajustement de la distribution des amplitudes .....	57
4.2.4.2 Récupération des formes d'ondes .....	58
4.2.4.3 Comparaison des résultats .....	61
4.3 Séparation pour le cas LI ( $n \times n$ ) .....	63
4.3.1 Séparation pour le cas LI ( $4 \times 4$ ) .....	64
4.3.1.1 L'ajustement des distributions des amplitude.....	64
4.3.1.2 Récupération des formes d'ondes .....	65
4.3.2 Erreurs de séparation .....	67
4.3.3 Influence de la valeur du kurtosis sur le résultat de séparation .....	68
4.3.4 Nombre d'angles de rotation du cas LI ( $n \times n$ ) .....	69
4.4 Conclusion .....	72
Chapitre 5 : Séparation pour le cas d'un mélange bruité .....	73
5.1 Introduction .....	73
5.2 Les mesures d'évaluations le SNR et le MSE .....	74
5.2.1 Le SNR.....	74

---

5.2.2 Le MSE.....	74
5.3 Le problème de la SAS pour le cas bruité .....	75
5.4 Réduction de la puissance du AWGN par ondelettes .....	76
5.4.1 Décomposition.....	77
5.4.2 Seuillage .....	77
5.4.3 Reconstruction .....	78
5.5 Robustesse d'un algorithme de séparation .....	78
5.5.1 Le test de robustesse par la mesure du NMSE .....	78
5.6 Application de la première solution (Le Prétraitement) .....	80
5.6.1 Réduction de la présence du signal gaussien. ....	80
5.6.2 La présence gaussienne des signaux sources .....	83
5.6.3 Estimation du SNR .....	84
5.7 Application de la deuxième solution (Le Post-traitement) .....	85
5.8 Comparaisons des résultats des deux solutions .....	88
5.9 Séparation pour le cas de n sources bruitées .....	88
5.10 Conclusion .....	92
Conclusion générale .....	93
Appendice A : Cumulant et Kurtosis .....	95
A.1 Fonction caractéristique .....	95
A.2 Moments et cumulants d'une variable aléatoire .....	95
A.3 Cumulant croisés .....	95
A.4 Kurtosis .....	96
Appendice B : Décomposition de Cholesky .....	97
B.1 Matrice Hermitienne.....	97
B.2 Matrice Définie positive .....	97
B.3 Décomposition de Cholesky .....	97
B.4 Une autre version de la décomposition de Cholesky .....	98
Appendice C: SOBIRO (Second Order Blind Identification Robust Orthogonalization) .....	99

---

Bibliographie .....	100
Résumé .....	107
ملخص.....	108
Abstract.....	109

# *Notations et Abréviations*

## **Notations**

$S(t)$  : Vecteur des signaux sources.

$X(t)$  : Vecteur des signaux mélanges (Observations).

$X_b(t)$  : Vecteur des signaux mélanges (Observations) pour le cas bruité.

$X_d(t)$  : Vecteur des signaux mélanges débruités (Observations).

$Z(t)$  : Vecteur des signaux blanchis (Orthogonaux).

$E(t)$  : Vecteur des signaux estimés.

$E_b(t)$  : Vecteur des signaux estimés bruités.

$B(t)$  : Vecteur des signaux bruits.

$M$  : Matrice de mélange.

$R(\theta)$  : Matrice de rotation à deux dimensions.

$R_X$  : Matrice de covariance du vecteur  $X$ .

$C(x_i^s, x_j^q)$  : Cumulants croisés des deux signaux  $x_i$  et  $x_j$ .

$k_i$  : Kurtosis du signal  $x_i$ .

## **Abréviations**

SAS : Séparation Aveugle de Sources

LI : Mélange Linéaire Instantané.

LC : Mélange linéaire Convolutif.

PCA : Principal Component Analysis.

ICA : Independent Component Analysis.

GA: Genetic Algorithm.

SNR : Signal to Noise Ratio.

MSE : Mean Squared Error.

NMSE : Normalized Mean Squared Error.

DWT : Discret Wavelet Transform.

IDWT : Inverse Discret Wavelet Transform.

# ***Introduction générale***

En théorie de l'information, l'objectif principal est d'obtenir et d'extraire des informations utiles, en les rendant compréhensibles et utilisables. Ainsi cette opération d'extraction des informations utiles est une tâche indispensable dans de nombreuses applications du domaine des systèmes de communication (Démodulation, Décodage, Décompression, etc.). Mais dans la plupart des cas, le problème qui se pose lors de l'extraction est que les informations captées sont affectées par des phénomènes qui dégradent l'intelligibilité de tout l'ensemble des informations utiles, et l'exemple le plus évident de cette détérioration, est le problème qui se présente quotidiennement lorsque nous essayons de maintenir une conversation dans un environnement bruyant. Face à ce problème, notre cerveau a la capacité de focaliser le système auditif à un seul interlocuteur parmi plusieurs afin de maintenir la discussion. Ce problème de focalisation sur un interlocuteur pour comprendre ses propos tout en gardant notre écoute sur les autres interlocuteurs est appelé en traitement du signal le problème du cocktail party, et c'est ce phénomène qui a inspiré en 1984 les pionniers Christian Jutten et Jenny Herault d'aborder ce sujet et de le résoudre techniquement en l'appelant le problème de la séparation aveugle des sources (SAS) [1-3]. Le problème de la SAS peut être traduit comme la récupération d'un ensemble de signaux utiles, appelés signaux sources, à partir d'un ensemble de signaux captés appelés signaux de mélange (observations), et ces signaux d'observations sont des transformations des sources dû par le milieu de propagation (système de mélange).

Le terme aveugle signifie que l'extraction ou la récupération de l'ensemble des signaux sources, s'effectue sans aucune information préalable ni sur la nature des signaux sources ni sur la procédure par laquelle le système de mélange transforme les signaux. Conséquemment ce scénario du mélange de sources d'information, se manifeste naturellement dans de nombreux phénomènes qui nécessitent un traitement aveugle afin d'extraire l'information essentielle. À titre d'exemples la résolution du problème de la SAS trouve des applications dans de nombreux domaines de recherche, tels que Les réseaux de télécommunication [1,4], Le traitement des signaux du domaine Biomédical [5-8], traitement des signaux parole et images [9-14] ...etc.

Comme toute transformation en traitement du signal, le problème de la SAS peut se présenter par différents cas, selon la nature du système de mélange. Le système de mélange peut se comporter selon la linéarité comme un système linéaire ou non linéaire, et aussi selon la transformation des signaux sources pour chaque instant, où le système peut être du type instantané ou du type convolutif. Quelle que soit la procédure par laquelle le système de mélange transforme les signaux source, l'objectif par la résolution du problème de la SAS est de restaurer les formes d'onde des signaux sources via la construction d'un système appelé système de séparation, et la construction de ce système de séparation est basée sur des hypothèses concernant le système de mélange ainsi que sur des suppositions concernant les signaux sources.

Étant donné que la résolution du problème du SAS repose sur des hypothèses, par conséquent, la construction du système séparateur devrait inclure plusieurs disciplines telles que les Théories des Probabilités, les Méthodes Numériques...etc. En littérature de la SAS, différents

types de techniques sont utilisées pour construire le système de séparation afin de recouvrer les signaux sources. Ces techniques sont regroupées en deux catégories principales. La première catégorie est celle des méthodes directes, où les solutions proposées dans cette catégorie achèvent la tâche de séparation d'une manière à déterminer les paramètres du système séparateur algébriquement ou analytiquement. Quant à la deuxième catégorie, elle regroupe les solutions qui atteignent le but de la séparation d'une manière bouclée, par la détermination des différents éléments du système de séparation d'une manière itérative où les techniques d'optimisation entrent également dans cette deuxième catégorie, et quel que soit la méthode de solutionnement appliquée (Directe ou Indirecte), la conception du système de séparation est basée, sur l'exploitation des différentes caractéristiques probabilistes des signaux mélange afin de construire le système pseudo inverse du système de mélange. Concernant l'exactitude et la vitesse de l'exécution de la solution proposée, chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients. Pour cela, nous nous sommes fixé comme objectif principal par ce travail, de réaliser une étude sur la solution du problème de la séparation via les deux systèmes de séparation, afin de comparer les résultats par l'application des deux méthodes et d'obtenir une méthode fiable et efficace en termes de performances et de précision pour la récupération des sources originales, et puisque la résolution du problème est un processus non supervisé et basé sur des hypothèses, notre étude vise également à résoudre le problème de la SAS pour le cas linéaire instantané en construisant un système de séparation qui doit converger vers le point de séparation global quel que soit le type des signaux sources (stationnaire ou non stationnaire) même en présence du bruit affectant l'information utile des signaux sources. Par conséquent, et pour atteindre les objectifs de cette étude, le plan de ce travail est organisé comme suit :

- Nous commençons en premier chapitre par la présentation d'une vue d'ensemble sur la formulation du problème de la SAS pour les différents cas dans lesquels il se pose, ainsi que les stratégies de base et les critères utilisés pour sa résolution.
- Le deuxième chapitre inclus et expose des exemples sur des algorithmes qui ont été proposés pour la résolution du problème de la SAS via l'application des deux méthodes.
- Pour le cas du mélange linéaire instantané (LI) de deux sources statistiquement indépendantes, nous présentons dans le troisième chapitre une étude basée sur les statistiques du quatrième ordre afin d'accomplir l'indépendance statistique entre les signaux d'estimations, où cette tâche de séparation sera achevée par l'application des deux méthodes (Directe et Itérative), et nous présentons également dans ce chapitre une étude d'évaluation et comparative des résultats obtenus.
- En se basant sur le même raisonnement du troisième chapitre. Dans le quatrième chapitre, une généralisation des algorithmes de séparation pour résoudre le problème LI pour le cas de plusieurs sources indépendantes sera présentée.
- Le dernier chapitre est consacré pour l'étude du problème de la SAS pour le cas bruité, où le bruit traité dans ce travail, est celui du bruit gaussien blanc additif AWGN qui affecte chaque observation.
- Enfin, nous terminerons ce travail par une conclusion générale comprenant les remarques et déductions les plus importantes tirées, ainsi que quelques perspectives envisagées.

# *Chapitre 1*

## *Formulation du problème de la SAS*

### **1.1 Introduction**

La résolution de tout problème scientifique, nécessite de classer ce problème selon sa nature dans le domaine de recherche approprié, et de définir l'objectif souhaité, afin que nous puissions lui donner un modèle qui peut être formulé par des expressions par lesquelles, le solutionnement proposé puisse achever le but exigé. Pour cela, ce premier chapitre est consacré à la présentation du problème de la SAS sous formes de modèles mathématiques, où nous exposons aussi les stratégies de base pour le solutionnement de chaque modèle. Additionnellement nous introduisons aussi dans ce chapitre l'outil principal pour la résolution du problème de la séparation aveugle des sources statistiquement indépendantes, appelé l'analyse en composantes indépendantes (ICA : Independent Component Analysis), et nous dévoilons également les critères utilisés en ICA pour atteindre l'objectif de la séparation aveugle.

## 1.2 Modèles de mélange

La SAS appartient au type des systèmes MIMO (Multi Input Multi Output). Le problème consiste à récupérer un ensemble de signaux originaux (sources) émis par des sources d'information séparées et indépendantes. Cette récupération des sources doit être effectuée uniquement à partir d'un ensemble de signaux captés appelés signaux mélanges, et qui sont des combinaisons des signaux sources. Le terme (aveugle) signifie que le traitement du problème doit être effectué sans connaissances préalables ni sur la nature des signaux sources ni sur le mécanisme par lequel le système de mélange transforme les signaux. Donc, la résolution du problème de la séparation est fondamentalement basée sur des suppositions concernant la nature des signaux sources ainsi que sur le type du système de mélange.

Selon la linéarité, les systèmes de mélange se divisent en deux catégories :

- Les systèmes de mélange linéaires.
- Les systèmes de mélange non linéaires.

Chacune de ces deux catégories est à son tour divisée en deux types de systèmes selon le retard temporel des signaux sources dans chaque observation. Pour les systèmes linéaires, il existe deux types de systèmes, les systèmes linéaires instantanés (LI) et les systèmes linéaires convolutif (LC). La deuxième catégorie, qui est le cas général des systèmes MIMO non linéaires, se divise également en deux types selon la présence temporelle des sources à chaque instant, le problème pouvant être instantané ou de type général. Dans ce qui suit, nous présenterons une explication détaillée de ces systèmes afin de pouvoir donner une idée de la manière dont le problème de la SAS est résolu dans la littérature spécialisée.

### 1.2.1 Les systèmes de mélange linéaires

Ces systèmes sont caractérisés par la linéarité de la transformation des signaux sources, et concernant la présence des signaux dans le domaine temporel, nous pouvons aussi diviser ces systèmes linéaires en deux catégories :

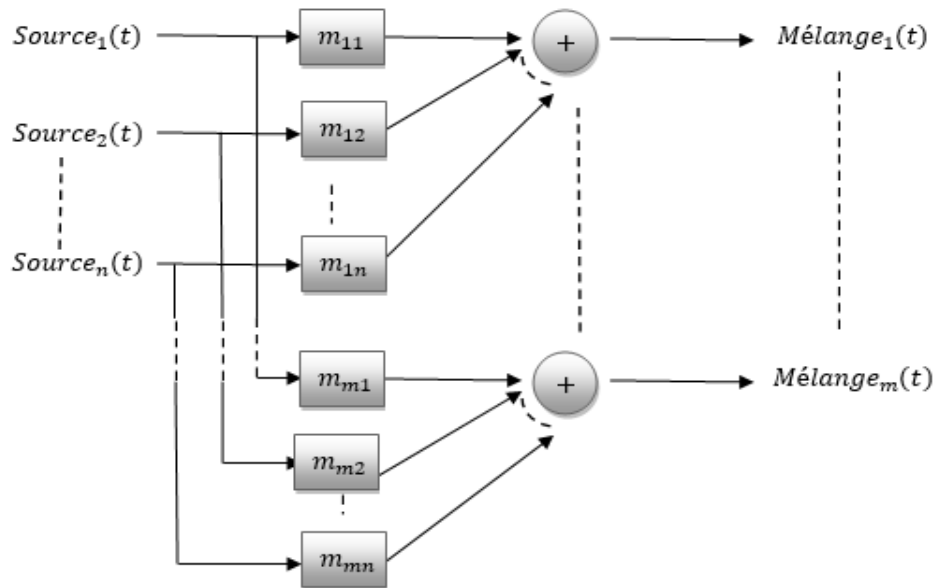
- Les systèmes linéaires instantanés.
- Les systèmes linéaires convolutifs.

#### 1.2.1.1 Système de mélange linéaire instantané LI

Ce type de systèmes est caractérisé par la transformation linéaire de chaque signal sources où chaque signal d'observation du vecteur mélange  $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$  représente seulement une combinaison linéaire et au même instant des éléments du vecteur des signaux source  $S(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$  et nous pouvons exprimer ce problème LI comme le montre l'expression 1.1 et la figure (Fig.1.1).

$$X(t) = M_{(m,n)}S(t) \quad (1.1)$$

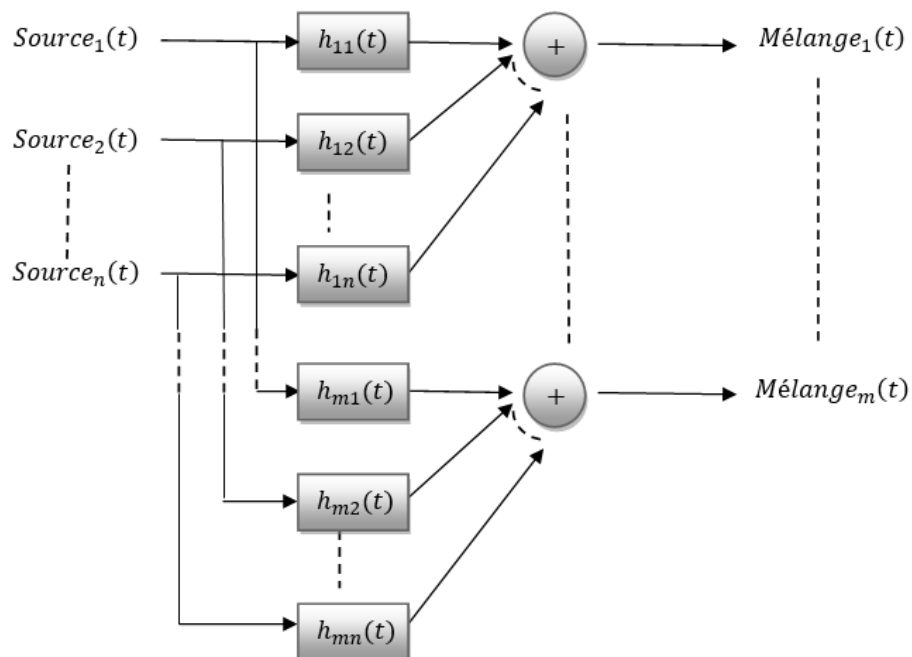
$M_{(m,n)}$ : Matrice du mélange.



**Fig.1.1 :** Système du mélange linéaire instantané LI.

### 1.2.1.2 Système de mélange linéaire convolutif (LC)

Ce type de systèmes, représente le cas linéaire général. Chaque signal source subit des transformations linéaires par plusieurs filtres  $h_{ij}(t)$ . Donc, les signaux d'observation représentent des combinaisons linéaires des signaux sources pour différents instants (Fig.1.2)



**Fig.1.2 :** Système de mélange linéaire convolutif LC.

Nous pouvons exprimer le signal mélange pour le cas linéaire convolutif, comme une somme de plusieurs mélanges linéaires instantanés pour différents instants comme le montre les expressions suivantes :

$$X(t) = \dots + M_{(m,n)}^{(-1)}S(t-1) + M_{(m,n)}^{(0)}S(t) + M_{(m,n)}^{(+1)}S(t+1) + \dots \quad (1.2)$$

$$X(t) = \sum_{t_{(k)}=-\infty}^{t_{(k)}=+\infty} M_{(m,n)}^{(t_{(k)})}S(t+t_{(k)}) \quad (1.3)$$

$S(t+t_{(k)})$ : Est le vecteur des signaux sources =  $[s_1(t+t_{(k)}), s_2(t+t_{(k)}) \dots, s_n(t+t_{(k)})]^T$

$t_{(k)}$ : Indice du décalage de la variable temporelle discrète.

$M_{(m,n)}^{(t_{(k)})}$ : Matrice de mélange des signaux sources  $S(t+t_{(k)})$ .

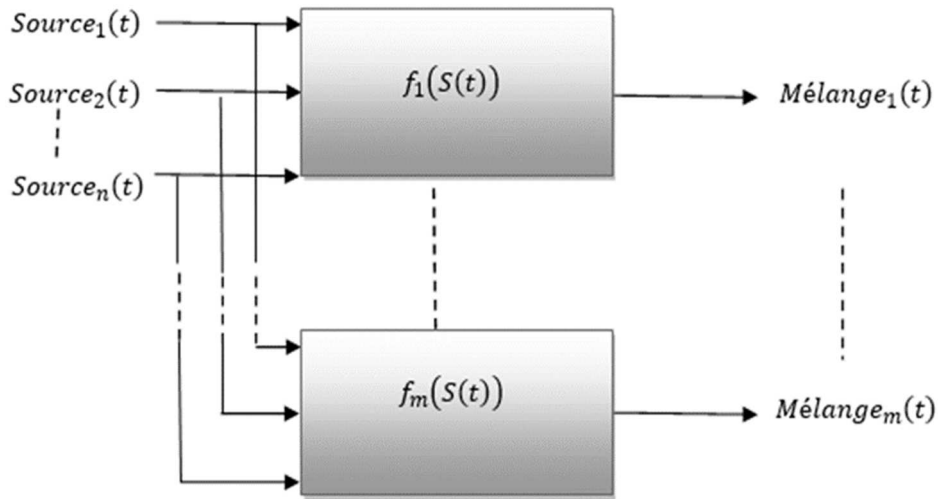
$X(t)$ : Est le vecteur des observations =  $[x_1(t), x_2(t) \dots, x_m(t)]^T$ .

### 1.2.2 Les systèmes de mélange non linéaires

Les systèmes de mélange non linéaires sont le cas général du problème de la SAS, et ces systèmes se divisent aussi en deux catégories selon la présence temporelle des sources.

#### 1.2.2.1 Les systèmes de mélange non linéaires instantanés

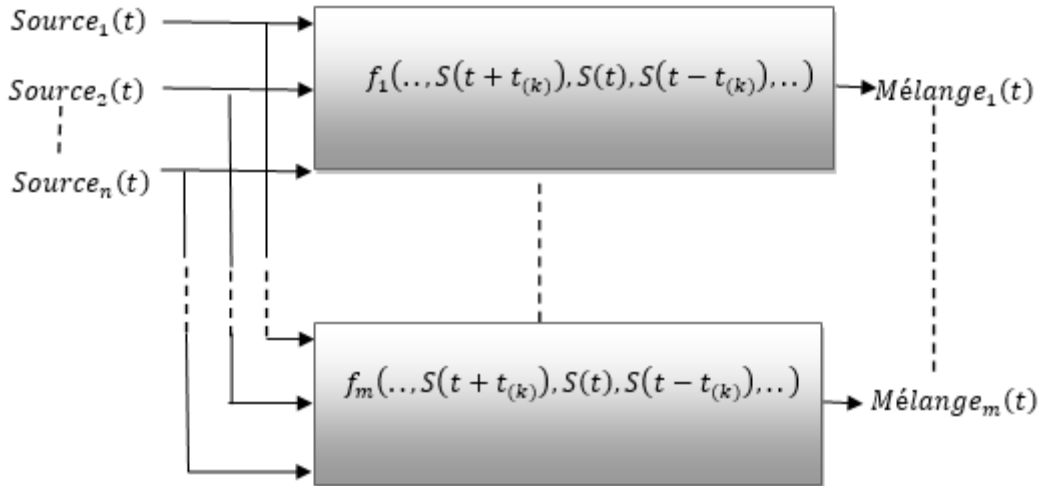
Cette première catégorie est celle des systèmes de mélange où toutes les observations forment des combinaisons des signaux sources au même instant  $t_{(k)}$  et au moins une de ces observations doit représenter une transformation non linéaire (Fig.1.3).



**Fig.1.3** : Système de mélange non linéaire instantané.

#### 1.2.2.2 Les systèmes de mélange non linéaires cas général

La deuxième catégorie des systèmes de mélange non linéaires, est le cas général du problème de la SAS. Dans cette catégorie au moins une des observations forme une transformation non linéaire des signaux sources à un instant  $t_{(k)}$  et l'ensemble des signaux mélange implique au moins une présence d'une source d'un instant différent  $t_{(l)}$  (Fig.1.4).



**Fig.1.4** : Le cas général des systèmes de mélange non linéaires.

### 1.3 Principe de la résolution du problème de la SAS

Comme tout problème scientifique, la résolution du problème de la SAS doit être basée sur des principes et des hypothèses, afin que la solution proposée atteigne l'objectif souhaité. Dans ce qui suit nous présenterons les deux principes par lesquels le solutionnement proposé à la SAS peut atteindre l'objectif de séparation.

#### 1.3.1 Le principe de l'indépendance physique

La condition primordiale pour qu'on puisse recouvrer les signaux originaux à partir des signaux mélange, réside sur la possibilité de trouver l'inverse du mécanisme du système de mélange. En SAS, si le mécanisme et les paramètres du système de mélange sont connus, il suffit de construire l'inverse du système de mélange pour l'obtention des formes d'ondes des signaux sources. Mais si les paramètres du système sont inconnus, alors, la conception du système de séparation doit être basée sur deux hypothèses principales :

- Hypothèse 1 : Le système de mélange doit être inversible.
- Hypothèse 2 : Les signaux sources doivent être physiquement indépendants.

#### 1.3.2 Le principe de l'indépendance statistique

La conception du système de séparation qui restaure les signaux source dépend du type supposé du système de mélange ainsi que des propriétés de probabilité des signaux sources. Même si les signaux sources sont des processus aléatoires physiquement indépendants, cela ne signifie pas d'un point de vue probabiliste qu'ils sont également statistiquement indépendants. Par conséquent, la conception aveugle d'un système de séparation nécessite de prendre en considération les caractéristiques probabilistes et statistiques des signaux sources. Pour le cas des signaux statistiquement indépendants, l'atteinte du but de séparation, exige que les signaux de sortie du système conçu, soient statistiquement indépendants, cela veut dire que la probabilité conjointe de chaque paire de signaux de sortie du système conçu doit être égale au produit des probabilités marginales comme le montre l'expression suivante :

$$P(e_i(t), e_j(t)) = P(e_i(t)) \times P(e_j(t)) \quad (1.4)$$

Où

$P(e_i(t), e_j(t))$  : Probabilité conjointe des deux estimations  $e_i(t)$  et  $e_j(t)$ .

$P(e_i(t)), P(e_j(t))$  : Probabilités marginales.

#### 1.4 L'analyse en composantes indépendantes

Par l'hypothèse que les signaux sources sont statistiquement indépendants. L'outil majeur pour l'achèvement de la séparation en SAS des signaux statistiquement indépendants est appelé l'analyse en composante indépendante ICA. L'ICA est une technique par laquelle nous pouvons obtenir des signaux statistiquement indépendants à partir d'un ensemble de signaux dépendants. En SAS l'ICA a pour but de transformer linéairement les éléments statistiquement dépendants du vecteur  $X(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$  à un nouveau vecteur  $Y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^T$  dont les composantes sont statistiquement indépendantes. Et pour l'achèvement de cette tâche, L'ICA s'appuie sur des critères qu'on les appelle les Critères de Séparation.

#### 1.5 Critères de séparation

Un critère de séparation est une mesure par laquelle nous pouvons juger si l'objectif de séparation a été atteint ou non. Pour le cas des signaux statistiquement indépendants et pour le but de construire le système de séparation, les critères de séparation doivent vérifier les principes et les conditions de l'indépendance statistique des variables aléatoires. Nous citons dans cette partie les critères les plus utilisés pour l'achèvement de cette indépendance statistique.

##### 1.5.1 Critères basés sur la minimisation de l'information mutuelle

Pour résoudre le problème de la SAS des signaux indépendants, beaucoup de solutions proposées se sont basés sur l'exploitation du critère de la minimisation de l'information mutuelle [15-17]. Mais avant d'énoncer ce critère nous devons tout d'abord énoncer le concept de l'entropie.

##### 1.5.1.1 L'Entropie

Soit  $\alpha$  une variable aléatoire caractérisée par la fonction de densité de probabilité  $P_\alpha(\alpha)$ . L'entropie de la variable aléatoire  $\alpha$  est définie par l'expression suivante :

$$H(\alpha) = -E[\ln(P_\alpha(\alpha))] = -\int_{-\infty}^{+\infty} P_\alpha(\tau) \ln(P_\alpha(\tau)) d\tau \quad (1.5)$$

Où :

$E[.]$ : Est l'opérateur de l'espérance mathématique.

Soit  $\beta$  une autre variable aléatoire. L'entropie conditionnelle de la variable  $\alpha$  selon la variable  $\beta$ , est définie par l'équation suivante :

$$H(\alpha/\beta) = -E[\ln(P_{\alpha/\beta}(\alpha/\beta))] \quad (1.6)$$

### 1.5.1.2 L'information mutuelle

L'information mutuelle entre deux variables aléatoires  $\alpha, \beta$  peut être définie comme l'entropie de l'une de ces deux variables moins l'entropie conditionnelle de l'autre variable.

$$I(\alpha, \beta) = H(\alpha) - H(\alpha/\beta) = H(\beta) - H(\beta/\alpha) \quad (1.7)$$

Si les deux variables aléatoires  $\alpha$  et  $\beta$  sont statistiquement indépendantes, alors, l'information mutuelle de ces deux variables doit être nulle. Donc le critère défini par l'équation (1.7) peut être pris comme un critère de séparation pour le cas des signaux indépendants, car la minimisation de ce critère mène à la convergence vers l'indépendance statistique.

### 1.5.2 Critères basés sur la divergence de Kullback Leibler

Soit le vecteur aléatoire  $x = [x_1, \dots, x_m]^T$ , où  $P(x), Q(x)$  représentent deux lois de distributions des probabilités marginales. La mesure de la divergence de Kullback Leibler entre ces deux lois  $P(x)$  et  $Q(x)$  est définie par :

$$\delta(P(x), Q(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) \ln \frac{P(x)}{Q(x)} dx \quad (1.8)$$

L'équation (1.8) s'annule seulement si les éléments du vecteur aléatoire  $X$  sont des éléments statistiquement indépendants. Donc, la divergence de Kullback Leibler [18,19] peut être aussi prise, comme une mesure du degré de l'indépendance statistique entre les signaux pour l'achèvement de la séparation.

### 1.5.3 Critères basés sur la minimisation des cumulants croisés

Etant donné que tous les cumulants croisés (Appendice A) de deux variables aléatoires indépendantes ont la valeur nulle  $C(x_i^s, x_j^q) = 0, s, q = 1, 2, \dots, \infty$ . Par conséquent, l'exploitation des cumulants croisés des signaux d'observation peut être considérée comme une procédure permettant d'obtenir l'indépendance statistique entre les signaux [20-23].

### 1.5.4 Critères basés sur la maximisation du Kurtosis

Le Kurtosis (Appendice A) est une mesure qui exprime ou mesure le degré de l'aplatissement d'une loi de distribution par rapport à la distribution gaussienne. La maximisation du Kurtosis en valeur absolue, est aussi utilisée comme un critère pour atteindre la séparation des signaux indépendants [24-27]. Car en théories des probabilités, le théorème central limite stipule que la valeur du kurtosis d'une variable aléatoire, issue de la somme de plusieurs variables aléatoires indépendantes tend à avoir la valeur nulle.

## 1.6 Stratégies de séparation

Afin de concevoir un système de séparation qui restitue les formes d'onde des sources d'origine, il est nécessaire de développer une stratégie basée sur les hypothèses posées, pour atteindre l'objectif souhaité. Une stratégie de séparation est la manière de combiner l'ensemble de connaissances (outils mathématiques) et les hypothèses posées concernant le modèle du mélange avec les mesures extraites des signaux d'observation.

Dans cette partie nous présentons les stratégies de base pour séparer d'une façon aveugle des signaux sources statistiquement indépendants, via la construction du système de séparation

qui recouvre les sources originales, et en se basant sur les critères de séparation, quatre hypothèses doivent être prise en considération avant d'appliquer l'ICA en SAS [1]:

- Hypothèse 1 : Le système de mélange doit être un système inversible.
- Hypothèse 2 : Le système de mélange doit être déterministe ou sur déterministe (le nombre d'observations égale ou supérieur au nombre de sources).
- Hypothèse 3 : Les signaux sources doivent être des signaux statistiquement indépendants.
- Hypothèse 4 : La nature probabiliste des signaux sources doit être non gaussienne, ou tout au plus l'un des signaux source représente un signal gaussien.

Si ces quatre conditions sont satisfaites, alors, la récupération des formes d'onde des sources originales dépend de la manière par laquelle on inverse le processus du système de mélange.

### 1.6.1 Stratégie de séparation pour le cas LI

Le cas idéal pour la résolution du problème du mélange LI présenté par l'équation (1.1) est de trouver la matrice inverse de la matrice du mélange  $M_{(n,n)}$ . Donc, les signaux source peuvent être récupérés par l'application de l'expression suivante :

$$S(t) = M_{(n,n)}^{-1}X(t) \quad (1.9)$$

Et puisque le but par la séparation est de récupérer les formes d'onde des sources d'origine, alors, on peut via l'ICA inverser le processus du système de mélange afin d'obtenir les formes d'ondes des sources indépendantes mais deux ambiguïtés pour la détermination des vraies versions des formes d'ondes, se présentent.

#### 1.6.1.1 Ambiguïtés de séparation par l'application de l'ICA

L'application de l'ICA sur le vecteur des signaux d'observation, mène à l'obtention d'un vecteur dont les éléments (estimations) sont indépendants, mais ces estimations obtenues ne sont pas forcément les vraies versions des signaux originaux, car par l'application de l'ICA sur le mélange linéaire instantané de sources indépendantes, deux ambiguïtés se manifestent.

- **Ambiguïté d'échelles :** Par la transformation des signaux dépendants en de signaux indépendants, nous pouvons récupérer les formes d'ondes des signaux sources, mais pas avec les mêmes puissances. Cette ambiguïté est tolérable, car le but principal par la séparation est de récupérer les formes d'ondes des signaux originaux. Ainsi, via l'ICA, nous pouvons obtenir des versions des signaux source multipliées par des facteurs pouvant avoir des valeurs positives ou négatives.
- **Ambiguïté de permutation :** Une fois que nous avons obtenu des signaux statistiquement indépendants, nous pouvons dire que la séparation est réalisée, mais nous ne pouvons pas déterminer aveuglément l'ordre des signaux d'origine, donc toute matrice de la forme  $PDM_{(n,n)}^{-1}$  est considérée comme une matrice de séparation.

Où :

$P$ : Une matrice de permutation.

$D$ : Une matrice diagonale dont les éléments ne sont pas nuls.

### 1.6.2 Stratégie de séparation pour le cas LC

Afin d'achever la séparation via L'ICA pour le cas du mélange linéaire convolutif de sources indépendantes, il faut que les signaux d'estimations soient statistiquement indépendants instantanément et chaque estimation doit représenter une version d'une seule source non filtrée [28-30]. La stratégie de base pour résoudre ce problème, est de transférer le problème convolutif du domaine temporel à un autre problème dans le domaine fréquentiel. Dans le domaine fréquentiel (la transformée en  $z$  des signaux d'observations) la relation (1.3) peut être écrite de la manière suivante :

$$X(Z) = \sum_{t(k)=-\infty}^{t(k)=+\infty} M_{(m,n)}^{(t(k))} Z^{t(k)} S(Z) \quad (1.10)$$

De cette dernière équation, nous pouvons remarquer que le problème LC s'est transformé à un simple problème linéaire dans le domaine fréquentiel, avec une variation de la matrice de mélange en chaque point du domaine fréquentielle. Le cas idéal pour récupérer les signaux source à partir du domaine fréquentiel, est de déterminer pour chaque point du domaine fréquentielle la matrice inverse correspondante. Dans la littérature de la SAS la plupart des travaux traitant le problème convolutif en se basant sur cette stratégie, solutionnent le cas LC d'une manière à inverser le processus du système de mélange pour chaque valeur du domaine des fréquences [31-32].

### 1.6.3 Stratégie de séparation pour le cas non linéaire

Généralement, en SAS les travaux traitant le problème non linéaire tentent à transformer le cas non linéaire à un nouveau problème similaire au problème linéaire [33,34], cela signifie que ces travaux procèdent à un prétraitement de linéarité sur les signaux d'observations, pour le but de transformer les projections des d'observations originales à de nouvelles projections semblables aux projections du cas linéaire. Pour résoudre aveuglement le problème du mélange non linéaire de sources statistiquement indépendantes, l'outil majeur utilisé en littérature est appelé l'analyse en composante indépendante non linéaires (Non linear ICA) [35,36], mais il n'existe pas une stratégie bien déterminée qui assure l'obtention des vraies versions des signaux sources, et chaque travail traitant le cas non linéaire résout le problème non linéaire pour un cas spécifique, avec plus d'hypothèses.

## 1.7 Conclusion

Une brève présentation du problème de la SAS a été exposée au cours de ce chapitre par laquelle nous avons présenté la formulation mathématique ainsi que les stratégies de base et les hypothèses pour résoudre aveuglement ce problème, et pour conclure ce chapitre nous citons quelques remarques importantes :

1. La résolution aveugle du problème de la séparation de sources, est basée sur des hypothèses et des suppositions concernant le mécanisme du système de mélange ainsi que sur la nature des signaux sources.
2. Si les signaux sources ne sont pas des signaux gaussiens, ou tout au plus une seule source est gaussienne. L'outil principal pour résoudre le problème de la SAS pour le cas des sources statistiquement indépendants, est l'ICA.
3. Par l'application de l'ICA, l'ambiguïté d'échelles et l'ambiguïté de permutation, sont deux ambiguïtés tolérables, car le but principal en SAS est de récupérer les formes des ondes des sources originales.

# *Chapitre 2*

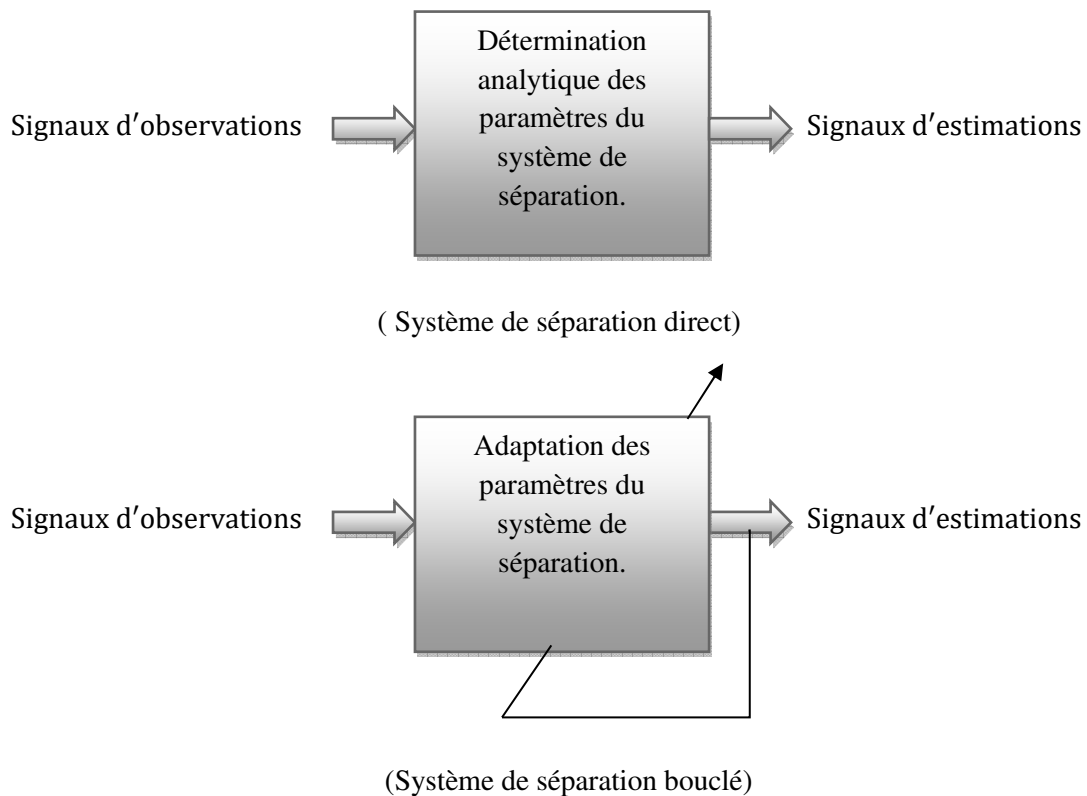
## *Méthodes directes et indirectes*

### **2.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons quelques algorithmes qui ont été proposés pour résoudre le problème de la SAS pour le cas du mélange LI de signaux statistiquement indépendants. Afin de présenter un aperçu de la logique par laquelle le problème de la SAS est abordé dans la littérature, ce chapitre expose quelques exemples sur l'application des deux principales méthodes pour la résolution des différents problèmes mathématiques. La première méthode est appelée la solution directe, où cette méthode résout le problème de la SAS d'une manière algébrique et analytique par l'exploitation des caractéristiques des données disponibles afin d'obtenir une solution directement applicable. Contrairement à la solution directe, les solutions de la deuxième catégorie traitent le problème d'une manière itérative, en adaptant les paramètres du système de séparation conçu, de manière à ce que les sorties du système de séparation convergent vers la solution souhaitée.

## 2.2 Systèmes de séparation

En SAS la conception des systèmes de séparation se divise en deux catégories principales, les systèmes directs et les systèmes bouclés (Fig. 2.1). Les systèmes de séparation directe sont les systèmes qui visent à estimer les paramètres du système de mélange de manière analytique en effectuant des mesures à partir des signaux d'observation, ou ce sont les systèmes qui réalisent la séparation par une méthode qui s'applique directement sans recourir à des opérations itératives. Contrairement aux systèmes directs, les systèmes bouclés sont les systèmes où les paramètres du système de séparation s'adaptent d'une manière par laquelle les caractéristiques des signaux de sortie convergent vers la solution souhaitée.



**Fig. 2.1 :** Systèmes de séparation.

### 2.3 Systèmes directs

Nous présentons dans cette section quelques algorithmes qui ont été proposés pour résoudre d'une manière directe le problème de la SAS, pour le cas du mélange LI de sources statistiquement indépendantes. Ces systèmes qui résolvent le problème d'une façon analytique ou algébrique, exploitent les caractéristiques de probabilité des signaux d'observations pour le but de construire un système inverse ou pseudo inverse du système de mélange.

#### 2.3.1 Une Solution algébrique

Algébriquement et par hypothèse que les sources sont des signaux non gaussiens et statistiquement indépendants, le problème de la séparation peut être résolu par l'exploitation des caractéristiques de probabilités des signaux d'observation. Pour le cas de deux sources linéairement mélangées, les signaux d'observations peuvent être exprimés sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$s_i(t)$ : Signal source.

$x_i(t)$ : Signal mélange.

$m_{ij}$ : L'élément  $(i, j)$  de la matrice de mélange.

Puisque les signaux sources représentent des signaux statistiquement indépendants, l'auteur en [37] a exploité les cumulants croisés du quatrième ordre des signaux d'observation d'une manière par laquelle les coefficients de la matrice du mélange peuvent être aveuglément déterminés. A partir de l'expression (2.1), Les cumulants croisés d'ordre quatre des observations en fonctions des coefficients de la matrice de mélange et les cumulants des signaux sources, peuvent être exprimés par le système d'équations non linéaire suivant :

$$C_{31} = m_{11}^3 m_{21} B_1 + m_{12}^3 m_{22} B_2 \quad (2.2)$$

$$C_{22} = m_{11}^2 m_{21}^2 B_1 + m_{12}^2 m_{22}^2 B_2 \quad (2.3)$$

$$C_{13} = m_{11} m_{21}^3 B_1 + m_{12} m_{22}^3 B_2 \quad (2.4)$$

$$C_{40} = m_{11}^4 B_1 + m_{12}^4 B_2 \quad (2.5)$$

$$C_{04} = m_{21}^4 B_1 + m_{22}^4 B_2 \quad (2.6)$$

Où :

$C_{ij}$ : Est le cumulant croisé du quatrième ordre des deux signaux mélange  $x_i(t)$  et  $x_j(t)$ .

$B_i$ : Est le cumulant du quatrième ordre de la source  $s_i(t)$ .

En se basant sur les ambiguïtés de séparation. Pour résoudre aveuglément le problème (2.1), l'auteur a simplifié le système d'équations non linéaire en réduisant le problème (2.1) de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Et puisque le but à atteindre, est de récupérer les formes d'ondes des sources. Le système d'équations exprimé par (2.2-6), peut être exprimé par le nouveau système d'équations suivant :

$$C_{31} = \beta B_1 + \alpha^3 B_2 \quad (2.8)$$

$$C_{22} = \beta^2 B_1 + \alpha^2 B_2 \quad (2.9)$$

$$C_{13} = \beta^3 B_1 + \alpha B_2 \quad (2.10)$$

$$C_{40} = B_1 + \alpha^4 B_2 \quad (2.11)$$

$$C_{04} = \beta^4 B_1 + B_2 \quad (2.12)$$

Si les matrices de mélange des deux systèmes (2.1) et (2.7) sont inversibles, dans ce cas-là, nous pouvons déterminer le coefficient  $\beta$  en résolvant le polynôme du quatrième degré suivant :

$$(C_{40}C_{13}^2 - C_{22}^3)\beta^4 + 2C_{13}(C_{22}^2 - C_{40}C_{04})\beta^3 + (C_{40}C_{04}^2 + C_{22}^2 - 2C_{22}C_{13})\beta^2 + C_{04}(C_{13}^2 - C_{22}C_{04})\beta^3 = 0 \quad (2.13)$$

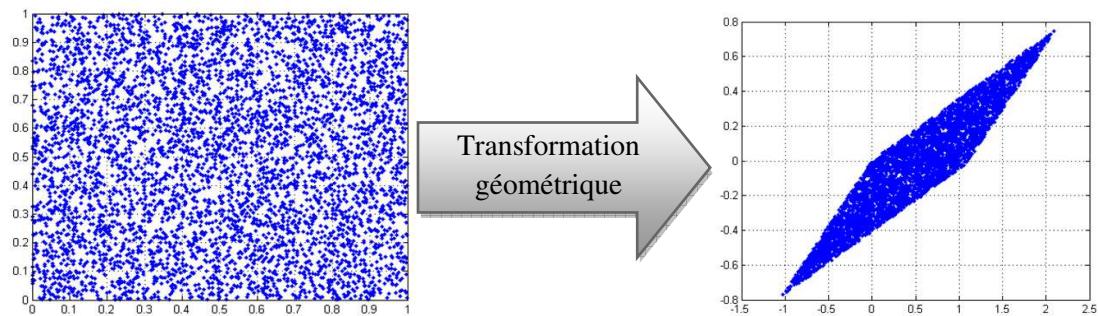
Et pour déterminer le paramètre  $\alpha$  à partir du paramètre  $\beta$  obtenu, nous devons appliquer l'expression suivante :

$$\alpha = \frac{C_{13} - C_{22}\beta}{C_{04} - C_{13}\beta} \quad (2.14)$$

Par la résolution du polynôme exprimé par (2.13). Quatre solutions peuvent être obtenues, mais le choix de la solution qui mène au résultat de séparation désiré, doit être basé sur des connaissances concernant la nature des signaux sources ainsi que sur la nature des coefficients obtenus. Une étude similaire a été proposée en [38], et cette étude a été testée pour le cas de la séparation des signaux du type bidimensionnels. Mais même si ce raisonnement mène à des solutions pour la résolution du problème de la SAS pour le cas de deux sources, la détermination des coefficients de la matrice de mélange d'une manière algébrique reste une tâche difficile au-delà de deux sources, et la résolution devient plus complexe et très lourde.

### 2.3.2 Une solution géométrique

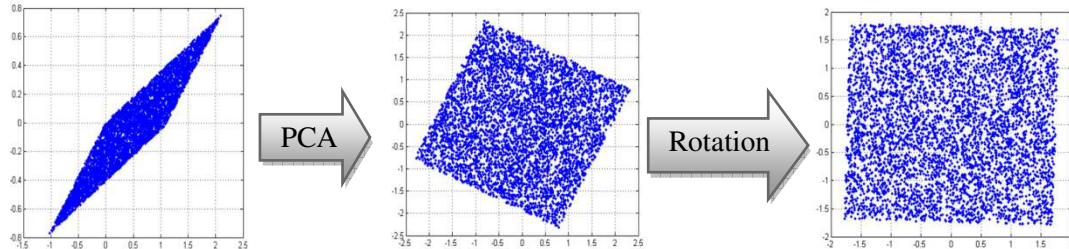
Par l'exploitation des caractéristiques géométriques du modèle de mélange, la séparation peut être réalisée d'une manière géométrique directe. Géométriquement, la transformation des signaux sources par le système (2.1) pour le cas de signaux uniformément distribués, est similaire à la transformation d'un rectangle à un parallélogramme non rectangulaire sur le plan spatial (Fig. 2.2).



**Fig.2.2** : Un exemple démonstratif sur la transformation géométrique de la distribution spatiale d'un mélange LI de deux sources uniformément distribuées.

A partir de cette dernière figure. Nous pouvons via les statistiques d'ordre deux résoudre le problème de la séparation, si nous transformons le parallélogramme non rectangulaire obtenu par le système (2.1), à un rectangle ajusté dans le plan spatial. En statistiques cette transformation géométrique, représente la transformation des données corrélés à de nouvelles données non corrélés, et en SAS cette procédure est appelée aussi le blanchiment spatial des observations et l'outil mathématique accomplissant cette tâche, est appelé l'analyse en composantes principales (PCA : Principal Component Analysis).

En SAS la PCA est considérée comme un prétraitement de séparation, et son application sur des signaux dépendants, n'est pas suffisante pour dire que les signaux obtenus sont des signaux séparés. Géométriquement et pour le cas de deux signaux, l'atteinte d'une indépendance statistique entre les deux signaux blanchis, nécessite d'appliquer une rotation spatiale de la distribution des amplitudes des signaux orthogonaux par un angle approprié, afin d'obtenir un rectangle ajusté dans le plan spatial (Fig. 2.3).



**Fig. 2.3:** Un exemple démonstratif présentant le blanchiment spatial et l'application d'une rotation sur le mélange LI de deux signaux uniformément distribués.

Pour le cas de deux sources, l'auteur en [39] a proposé une détermination géométrique de l'angle séparateur pour le cas des signaux uniformément distribués, et dans le même travail une autre détermination de l'angle a été proposée pour le cas des signaux non stationnaires du type parole. Mais hors de ces deux types de signaux, l'ajustement géométrique de la distribution des amplitudes des signaux blanchis nécessite des connaissances sur la nature des signaux à extraire, pour déterminer géométriquement l'angle adéquat, et pour le cas du mélange LI de trois sources statistiquement indépendantes, et après l'orthogonalisation des signaux d'observation, l'ajustement géométrique de la distribution spatiale des amplitudes des signaux blanchis nécessite au moins trois rotations spatiales, via les matrices de rotation à trois dimensions suivantes :

$$R_x(\theta_{yoz}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_{yoz}) & -\sin(\theta_{yoz}) \\ 0 & \sin(\theta_{yoz}) & \cos(\theta_{yoz}) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$R_y(\theta_{xoz}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{xoz}) & 0 & -\sin(\theta_{xoz}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta_{xoz}) & 0 & \cos(\theta_{xoz}) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$R_z(\theta_{xoy}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{xoy}) & -\sin(\theta_{xoy}) & 0 \\ \sin(\theta_{xoy}) & \cos(\theta_{xoy}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

La détermination géométrique des trois angles qui ajustent la distribution des amplitudes des signaux blanchis, dépend aussi sur les natures des densités de probabilité des sources, et au-delà de trois sources nous pouvons résoudre le problème de la SAS, via une matrice appelée matrice de Givens [40-43]. Géométriquement et même si nous avons toutes les connaissances concernant la nature des signaux sources, la détermination de l'ensemble d'angles de rotations adéquats, demeure une opération très difficile et complexe.

Au cours de cette sous sections nous avons présenté deux exemples sur la résolution du problème de la SAS par des systèmes directs. Dans la section qui va suivre nous allons présenter des exemples sur le solutionnement du problème via les systèmes bouclés.

### 2.4 Systèmes bouclés

Les systèmes bouclés (Indirects) appelés aussi les systèmes en ligne, sont les systèmes conçus d'une manière par laquelle les paramètres du système de séparation s'adaptent pour converger vers le but de séparation via des méthodes itératives. Pour le cas du mélange LI de signaux statistiquement indépendants, les éléments de la matrice de séparation s'adaptent en suivant une loi ou une règle d'adaptation qui assure la convergence des sorties du système de séparation conçu, vers l'indépendance statistique (Fig. 2.4).

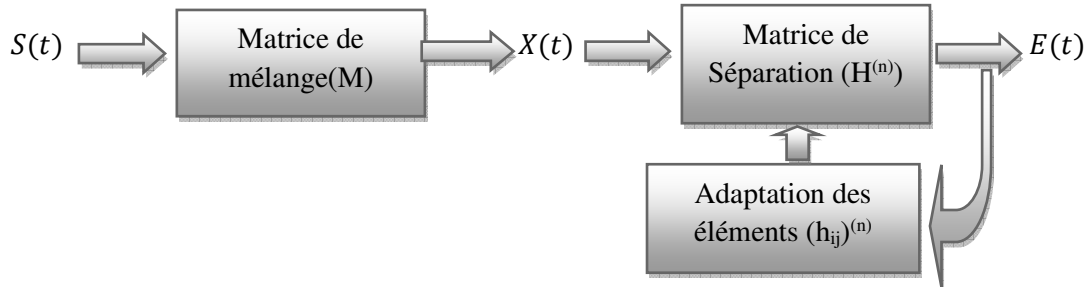


Fig. 2.4: Système en boucle pour le cas d'un mélange LI.

Cette dernière figure expose un schéma simplifié pour l'adaptation des paramètres du système de séparation conçu pour que les sorties de ce système soient des versions des signaux sources. Et puisque la plupart des méthodes indirectes proposées pour résoudre le problème de la SAS sont des méthodes basées sur les techniques de l'intelligence artificielle, dans ce qui suit nous allons présenter quelques algorithmes basés sur ces techniques.

#### 2.4.1 Les réseaux neuromimétiques

Un exemple des techniques adaptives appliquées pour résoudre le problème de la SAS, est l'application des réseaux neuromimétiques. Les réseaux neuromimétiques sont des structures simulant le comportement du réseau neuronal du cerveau humain. En séparation de sources ces réseaux ont pour but d'adapter les paramètres (poids des cellules neuronales) du système de séparation par l'optimisation d'un ou plusieurs critères de séparation, afin que les signaux de sorties soient proportionnels aux signaux sources.

##### 2.4.1.1 Réseau récurrent de J.Hérault et C.Jutten

La première solution proposée pour résoudre le problème de la SAS a été publiée en 1982 par les pionniers, Bernard Ans, Jeanny Hérault et Christian Jutten [44,45]. Cette solution proposée a été conçue sous forme d'un réseau neuromimétique récurrent (Fig. 2.5).

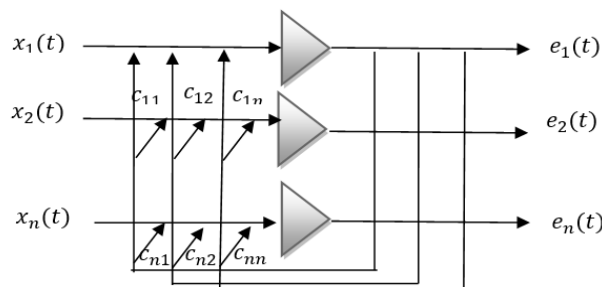


Fig. 2.5: La première solution proposée pour la résolution du problème de la SAS pour le cas LI de sources statistiquement indépendantes.

La sortie  $E(t)$  du réseau présenté sur cette dernière figure s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$E(t) = (I - C)X(t) \tag{2.18}$$

Où :

$C$ : Est la matrice de séparation dont la diagonale est nulle.

Afin que les sorties du réseau convergent vers l'indépendance statistique, les éléments de la matrice de séparation, doivent changer de valeurs en suivant la règle d'adaptation suivante :

$$C_{ij}^{(k+1)} = C_{ij}^{(k)} - \mu f(E_i(k))g(E_j(k)) \tag{2.19}$$

Où :

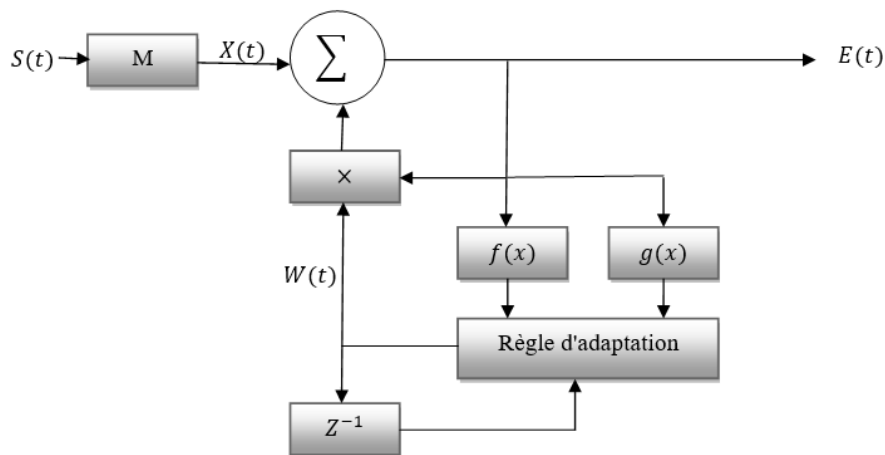
$\mu$ : Est le pas d'adaptation.

$f(\cdot), g(\cdot)$ : Sont des fonctions d'activation croissantes monotones et non linéaires.

Pour le cas de deux sources, seulement deux possibilités pour que les sorties du réseau peuvent être proportionnelles aux signaux sources, et la convergence du réseau vers ces deux solutions dépend sur la stationnarité des signaux sources ainsi que sur le conditionnement de la matrice de mélange. Si la matrice de mélange est mal conditionnée (déterminant  $\approx 0$ ), le réseau échoue pour converger vers l'indépendance statistique entre les signaux, et le réseau diverge aussi pour atteindre une séparation au-delà de deux sources.

### 2.4.1.2 Réseau neuromimétique de A.Cichocki et S.Amari

S'inspirant de la première solution proposée pour résoudre le problème de la SAS. Un autre réseau neuromimétique récursif a été proposé par le travail de Andrzej.Cichocki et Shun inchi.Amari [46,47]. Ce réseau récurrent résout le problème de la matrice mal conditionnée ainsi que le problème de la convergence vers la séparation de plusieurs sources de la première solution. Fig. 2.6 présente la structure de ce réseau neuromimétique.



**Fig. 2.6** : Réseau neuromimétique récurrent proposé par A.Cichocki et S.Amari pour le cas d'un mélange LI de sources statistiquement indépendantes.

La règle d'adaptation de la matrice de séparation  $W$  du réseau présenté sur Fig. 2.6 a été proposée par les auteurs comme suit :

$$W(t + 1) = W(t) - \mu[W + (W + I) - (H(t) \times g^T(E(t)))] \quad (2.20)$$

$$H(t) = f(E(t) + WE(t)) \quad (2.21)$$

Où :

$\mu$ : Est le pas d'adaptation.

$f(\cdot), g(\cdot)$ : Deux fonctions d'activation croissantes monotones et non linéaires.

Bien que la solution illustrée sur Fig.2.6 donne de meilleurs résultats par rapport aux résultats du réseau de Fig.2.5, mais l'obtention d'une séparation souhaitable dépend sur le choix des fonctions d'activation ainsi que sur la précession de valeur du pas d'adaptation.

Nous trouvons dans la littérature de la SAS beaucoup de travaux qui traitent le problème par l'application des techniques neuronales [48-52], même pour les cas LC [53,54] et le cas non linéaire [55]. Et toutes ces solutions ont été conçues d'une manière à inverser le fonctionnement du système de mélange, selon le cas traité et la convergence de ces techniques vers la solution souhaitée en termes de vitesse et d'exactitude, dépend de trois facteurs :

- **Le pas d'adaptation** : La nature (valeur fixe ou variable) du pas d'adaptation influe sur la vitesse de la convergence et aussi sur la précision du résultat.
- **Les fonctions d'activation** : Le choix des fonctions d'activation des cellules neuronales, influe sur la vitesse de convergence, et varie d'une application à une autre selon le type des signaux.
- **La nature des signaux sources** : La nature probabiliste des signaux (stationnaires ou non stationnaires) influe sur la stabilité de la convergence du réseau.

#### 2.4.2 Les Algorithmes génétiques (GA)

Une autre catégorie des méthodes d'optimisations appliquée pour la résolution du problème de La SAS, est l'utilisation des techniques dont le mécanisme d'optimisation s'inspire du comportement des phénomènes biologiques. Parmi ces techniques d'optimisation figure l'application d'algorithmes génétiques, qui sont des techniques qui ont prouvé leur efficacité pour résoudre des problèmes complexes dans de nombreux domaines de la recherche scientifique [56-58]. Les algorithmes génétiques (GA) sont des méthodes d'optimisation inspirées du phénomène de la sélection naturelle et qui ont été introduits dans beaucoup de champs de recherche pour le but de résoudre des problèmes mathématiques dont le modèle n'a pas une formule mathématique bien déterminée ou la formule exacte de la solution est inconnue. D'une façon semblable à celle du mécanisme de la sélection naturelle.

Les GA ont pour objectif de choisir les meilleurs individus afin de transmettre les meilleures caractéristiques qui conduisent à la solution optimale, et comme tout algorithme d'optimisation, le principe du solutionnement de l'algorithme pour converger vers la solution souhaitée, repose sur la détermination des paramètres optimaux d'une fonction qui est appelée fonction objective, et qui doit être maximisée ou minimisée. Pour le cas des algorithmes génétiques, et afin d'optimiser les paramètres de la fonction objective, le GA doit suivre la structure de base exprimée par les étapes suivantes :

- Initialisation de la population (Paramètres de la fonction objective).
- codage des individus.
- Sélection.
- Reproduction.
- Mutation.

Les quatre premières étapes présentées ci-dessus sont des étapes fondamentales qui constituent tout algorithme génétique, mais la dernière étape (mutation) est une étape qui vise à créer de nouveaux individus qui ont probablement les meilleures performances pour converger vers la solution optimale. Pour cela dans la sous-section suivante nous allons présenter le but de chaque étape qui constitue le GA.

#### 2.4.2.1 Initialisation de la population

Pour un problème d'optimisation donné, l'optimisation de  $m$  variables de la fonction objective, doivent être précédé par la création aléatoire de  $n$  individus en suivant une loi de distribution (en générale la distribution uniforme). Ces individus se constituent de  $m$  gènes comme le montre Fig. 2.7.

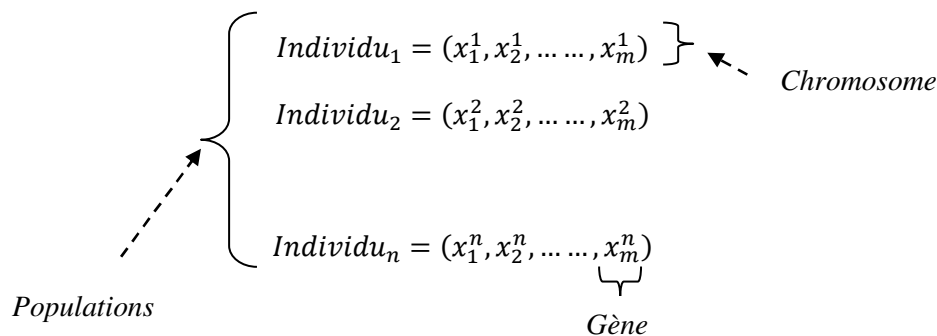


Fig. 2.7 Création de la population initiale.

#### 2.4.2.2 Le codage des individus

Chaque gène de la variable aléatoire qu'on veut optimiser doit être chiffré ou codé par un système de codage, en général par le système binaire. En codant tous les gènes, chaque individu représente un chromosome groupant tous les gènes codés de la fonction objective.

#### 2.4.2.3 La sélection

La performance de chaque individu (chromosome) doit être évaluée selon la fonction objective du problème posé, ensuite tous les individus doivent être classifiés selon la meilleure performance, tout en associant à chaque individu une probabilité de se reproduire pour la prochaine étape (La reproduction).

#### 2.4.2.4 La reproduction

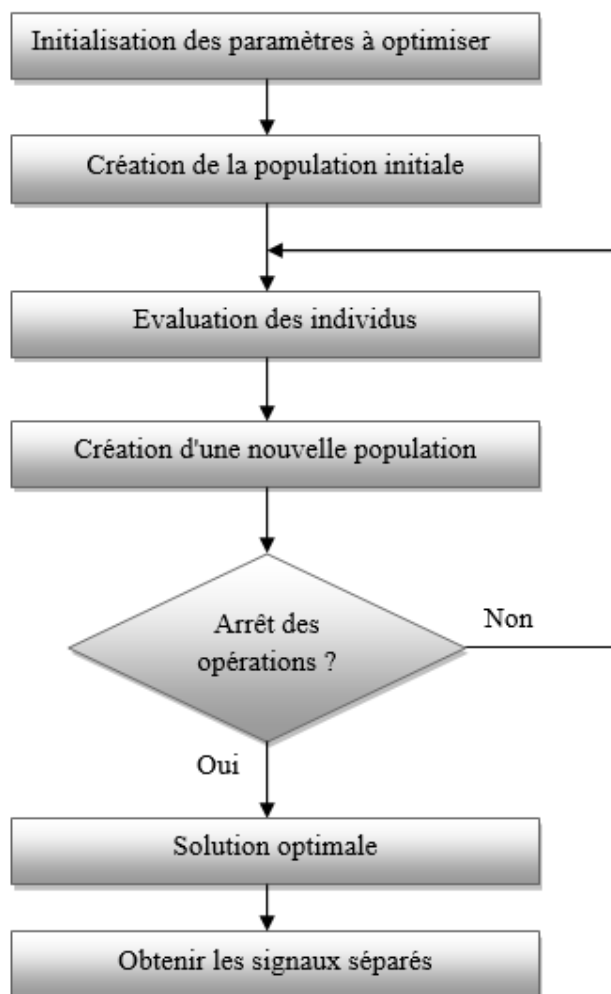
Au cours de cette étape, des paires d'individus doivent être créés selon la meilleure probabilité de se reproduire afin de construire une nouvelle population tout en conservant la taille de la population initiale.

### 2.4.2.5 La mutation

Pareil au phénomène de la sélection naturelle, la mutation est un incident où un gène qui change son codage aléatoirement au cours de l'étape de la reproduction. Le but par cette opération de mutation, est d'assurer qu'aucun point de l'espace de recherche, a la probabilité nulle pour se reproduire.

## 2.5 Application du GA en SAS

En SAS, l'optimisation des éléments du système de séparation via le GA s'effectue après la conception d'un système basée sur d'hypothèses concernant le système de mélange et les signaux source. Et pour la convergence vers une séparation souhaitable, les paramètres du système conçu doivent être optimisés selon la fonction objective basée sur les critères de séparation. Plusieurs solutions ont été proposées pour la résolution du problème de la séparation de sources en appliquant les algorithmes génétiques [27,59-61], et toutes les structures génétiques proposées, ont le même principe de solutionnement, elles se diffèrent seulement que par le choix du critère de séparation et les paramètres à optimisés. Fig. 2.8 présente un simple organigramme qui résume le principe de base de l'application des algorithmes génétiques pour la résolution du problème de la SAS.



**Fig. 2.8:** Organigramme présentant le principe de base pour l'application du GA pour résoudre le problème de la SAS.

## **2.6 Conclusion**

Au cours de ce deuxième chapitre, nous avons présenté quelques solutions proposées pour résoudre le problème de la SAS pour le cas LI des signaux statistiquement indépendants. Nous avons aussi présenté des exemples sur les deux méthodes de solutionnement (directe et bouclée) tout en citant leurs avantages et inconvénients. Bien que beaucoup de solutions ont été proposées pour résoudre le problème via ces deux méthodes, mais le principe de la résolution aveugle reste le même. Le solutionnement est basé sur des hypothèses que ce soit par une méthode directe ou itérative. À la fin de ce chapitre, nous pouvons tirer ces deux conclusions concernant l'application de ces deux méthodes de solutionnement :

1. Les résultats des méthodes directes sont plus précis et plus rapides à exécuter, mais chaque solution conçue reste une proposition pour un problème spécifique.
2. Les méthodes itératives sont des solutions alternatives et elles peuvent être appliquées dans plusieurs cas différents, mais elles dépendent sur plusieurs facteurs pour atteindre la solution souhaitée.

## *Chapitre 3*

# *Détermination de l'angle de rotation adéquat du modèle LI (2×2)*

### **3.1 Introduction**

Au cours du chapitre précédent, des exemples ont été exposés pour la résolution du problème de la SAS pour le cas d'un mélange linéaire instantané (LI) de sources indépendantes, et toutes les solutions qui ont été exposées, s'appuient sur l'hypothèse de l'indépendance statistique entre les signaux sources pour résoudre le problème que ce soit d'une manière directe ou itérative. Ainsi, nous avons aussi introduit le principe de l'analyse en composante principale PCA qui représente pour certaines solutions en SAS une opération de prétraitement pour l'achèvement de l'indépendance statistique [62,63]. Le but par l'application de la PCA en SAS est la transformation des signaux dépendants à des signaux non corrélés, mais cette transformation n'est pas suffisante pour dire que les signaux obtenus sont les signaux séparés, il faut procéder à l'application de l'ICA pour atteindre l'indépendance statistique [64,65]. Pour cela, dans ce troisième chapitre le problème de la séparation pour le cas du mélange linéaire instantané de deux sources statistiquement indépendantes LI (2×2), va être abordé via les deux principes (PCA et ICA), et cette tâche va être accomplie via la détermination d'un angle de rotation adéquat, par lequel les signaux non corrélés vont être transformés en des signaux statistiquement indépendants. Basé sur la maximisation du kurtosis des signaux et dans le but de présenter une étude comparative sur les deux méthodes de séparation (Directe et Indirecte), l'angle de séparation sera obtenu dans ce chapitre par l'application de trois techniques. La première technique obtient l'angle de rotation adéquat par une recherche exhaustive dans un intervalle d'angles de test, la deuxième technique tente à déterminer un angle plus précis par l'application d'un l'algorithme d'optimisation génétique, tandis que la troisième technique, détermine l'angle séparateur d'une manière analytique, et nous présenterons également dans ce chapitre l'évaluation de la performance de chacune de ces trois techniques pour différents types de signaux, ainsi que des comparaisons des résultats obtenus.

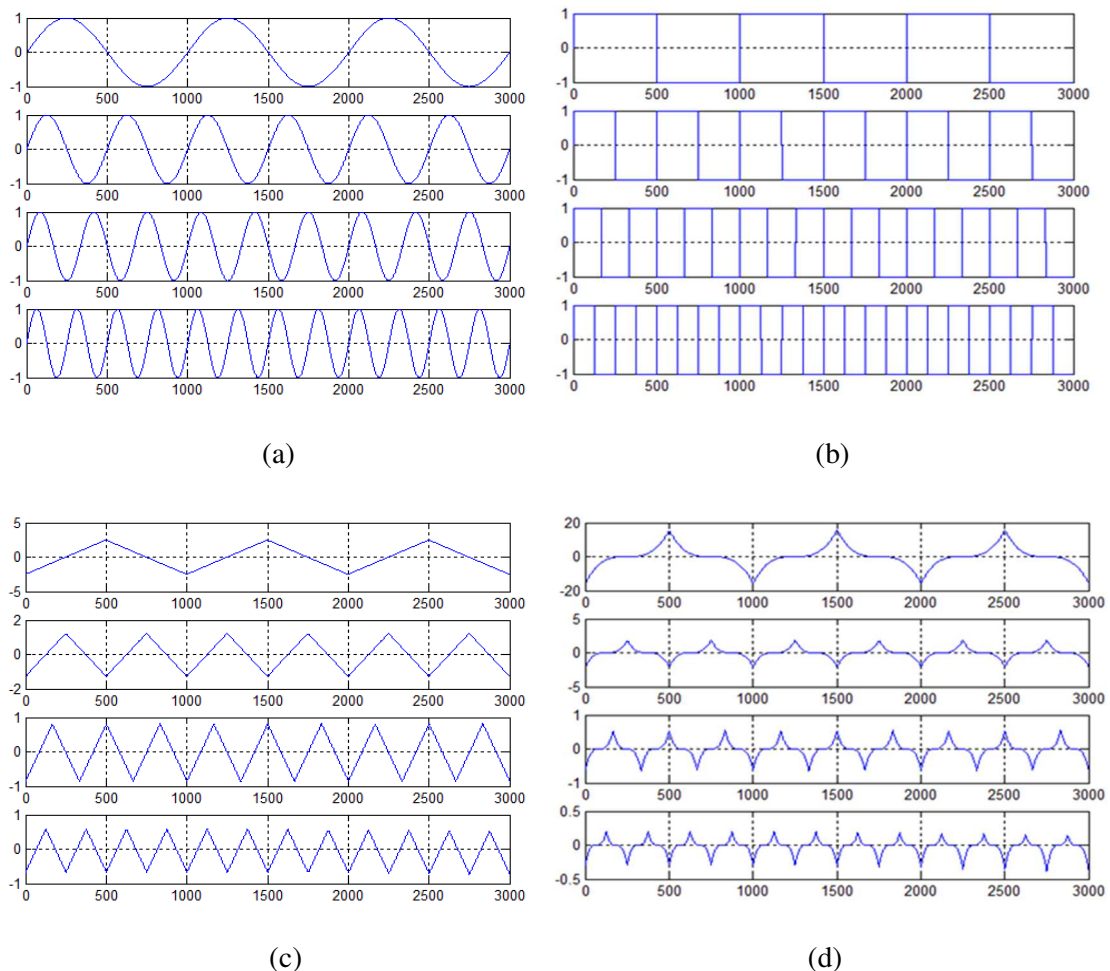
### 3.2 Signaux utilisés comme signaux sources

Afin d'évaluer le recouvrement des formes d'ondes des signaux originaux par l'application des différents algorithmes de séparation, nous présentons dans cette section les différents types de signaux utilisés comme sources originales.

Selon les caractéristiques probabilistes des signaux, les résultats des séparations vont être comparés en appliquant deux catégories de signaux. La première catégorie, est celle des signaux stationnaires du type mono dimensionnel, et la deuxième catégorie est celle des signaux non stationnaires qui comprends le type monodimensionnel et le type bidimensionnel.

#### 3.2.1 Signaux monodimensionnels

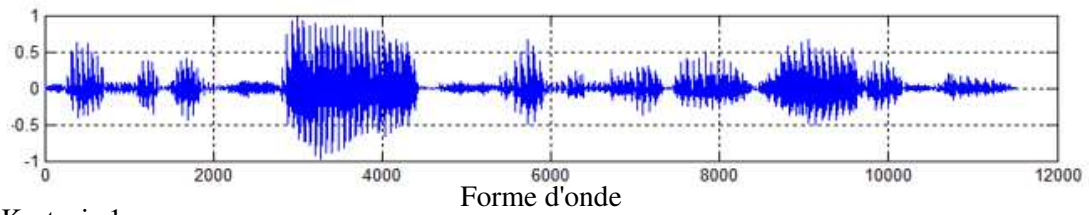
Pour le cas des signaux stationnaires nous avons créé différents signaux déterministes périodiques par une fréquence d'échantillonnage qui vaut  $F_s = 5$  KHZ (Fig. 3.1). Pour le cas de la deuxième catégorie des signaux (signaux non stationnaires monodimensionnel), nous avons testé l'application des algorithmes de séparation sur des signaux parole échantillonnés par une fréquences qui vaut 8 KHZ (Fig. 3.2).



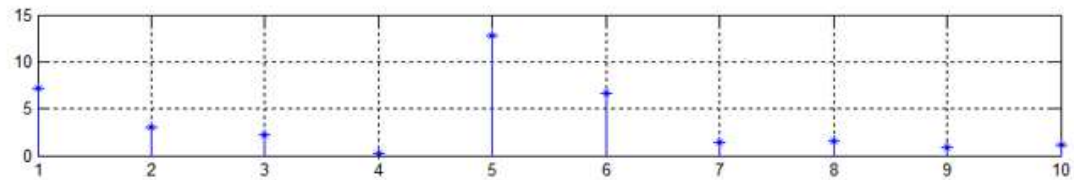
**Fig. 3. 1** : Signaux stationnaires périodiques.

(a) Signaux sinusoïdaux, (kurtosis = -1.5). (b) Signaux carrés, (kurtosis = -1.99). (c) Signaux triangulaires, (kurtosis = -1.2). (d) Le cube des signaux triangulaires (kurtosis = + 0.8).

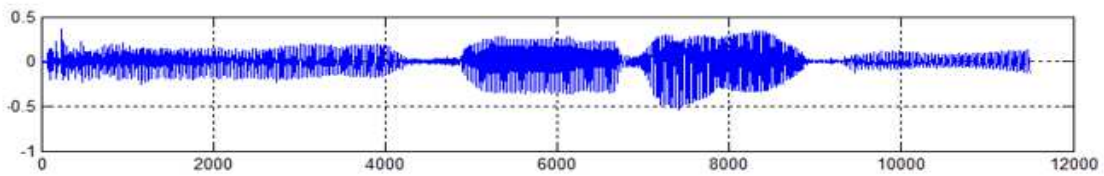
Signal Parole 1



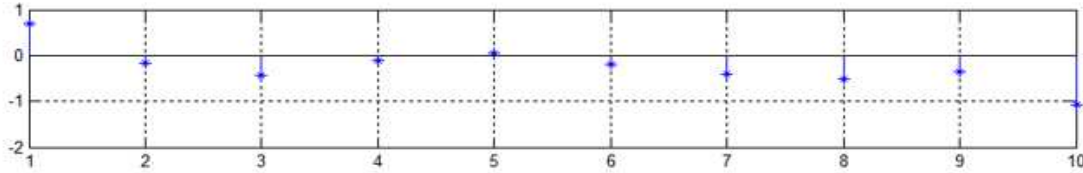
Kurtosis 1



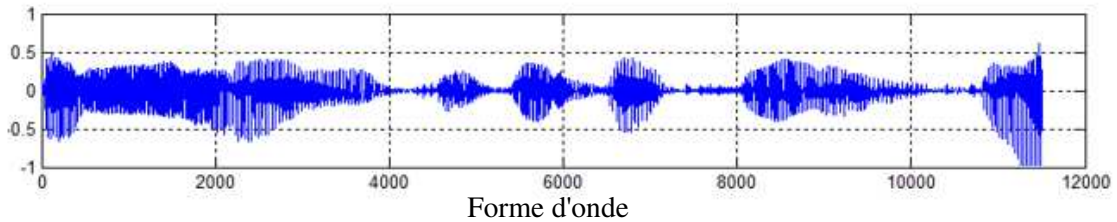
Signal Parole 2



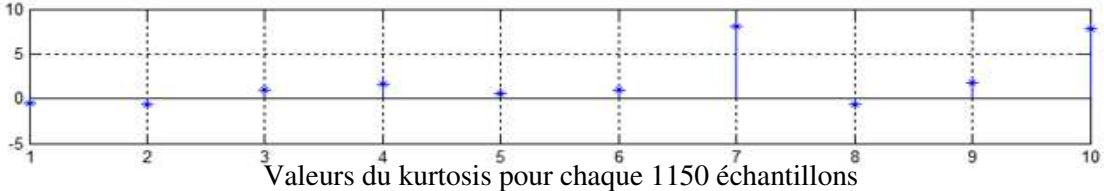
Kurtosis 2



Signal Parole 3

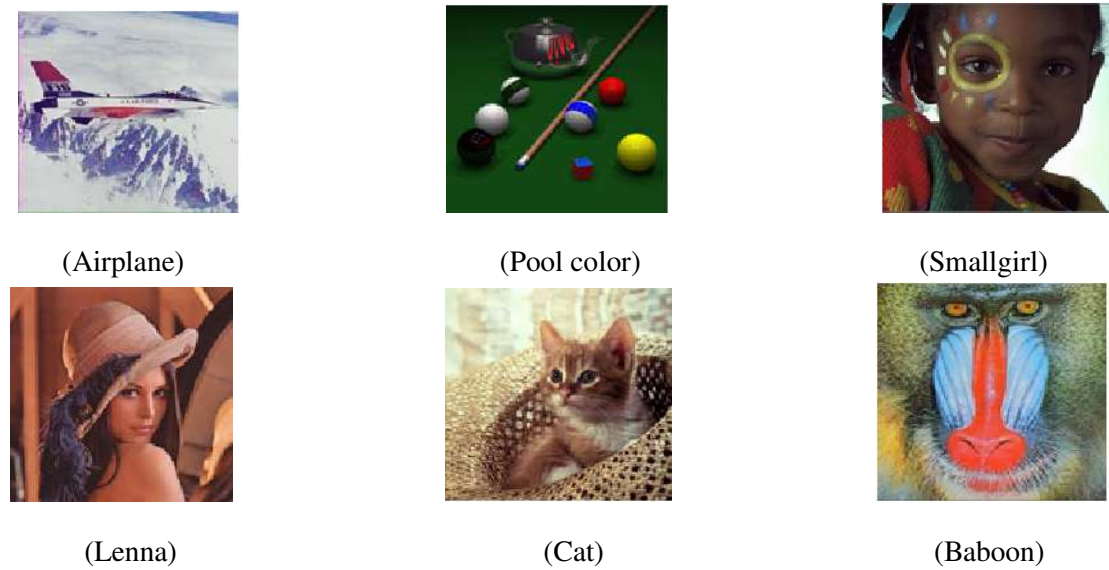


Kurtosis 3

Fig. 3.2: signaux du type parole, fréquence d'échantillonnage  $F_s=8\text{KHZ}$  [66].

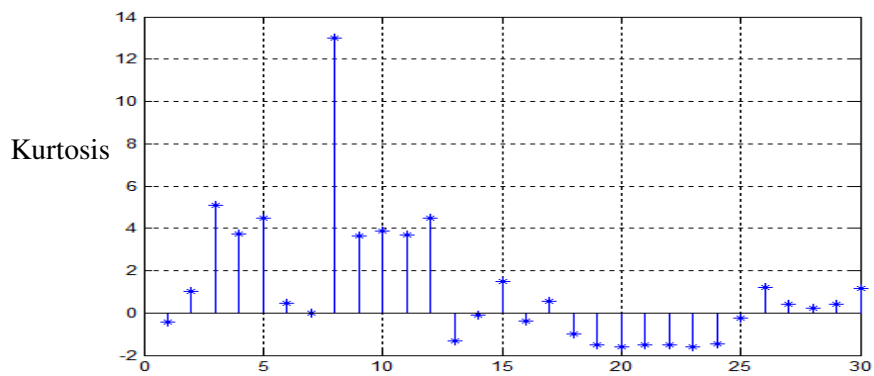
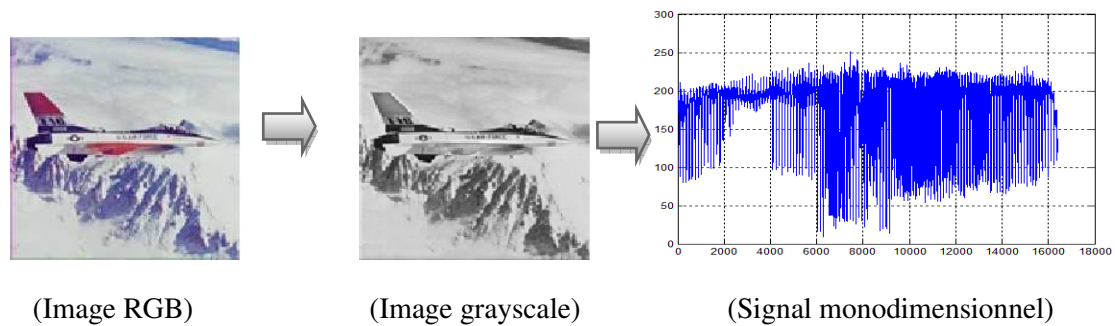
### 3.2.2 Signaux bidimensionnels

Le deuxième type des signaux non stationnaires comprend, des signaux du type image de  $128 \times 128$  pixels (Fig. 3. 3).



**Fig. 3.3:** Signaux du type image RGB. Nombre de pixels =128×128 [67].

Puisque dans ce travail, le problème est du type LI. Donc, les matrices de mélange ont été générées d'une manière aléatoire en suivant la loi de la distribution normale et cela pour chaque type de signaux, et il faut mentionner aussi que pour le cas des image RGB, nous pouvons traiter l'un des plans RGB des images mélange ou de transformer les images en des images bidimensionnels du type (grayscale). Conséquemment, pour l'application des algorithmes de séparation les signaux bidimensionnels doivent être transformés en des signaux monodimensionnels comme le montre l'exemple présenté sur Fig. 3.4.



(Valeurs des kurtosis pour chaque 540 échantillons du Signal monodimensionnel)

**Fig. 3.4:** Transformation d'une image RGB à un signal monodimensionnel.

### 3.3 Formulation du problème LI (2x2)

Pour le cas LI, le vecteur des signaux d'observations  $X(t)$  en fonction des signaux sources  $S(t)$  et le système de mélange  $M$  s'exprime par la forme matricielle suivante :

$$X(t) = MS(t) + B(t) \tag{3.1}$$

Où :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$  : Vecteur des signaux observations.

$S(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$  : Vecteur des signaux sources.

$B(t) = [b_1(t), b_2(t), \dots, b_m(t)]^T$  : Vecteur des signaux bruits additifs.

$M_{mn}$  : Matrice de mélange.

Pour le cas non bruité de deux sources l'expression (3.1) devient :

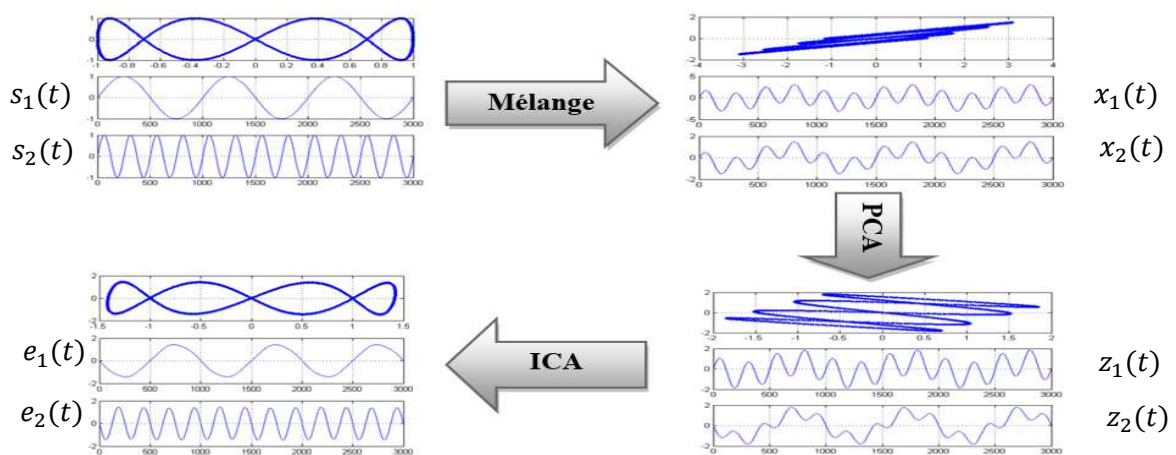
$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Où :

$m_{ij}$  : Est l'élément  $(i, j)$  de la matrice de mélange.

Pour atteindre la séparation par l'application de l'ICA, il faut que le système (3.2) soit inversible ( $m_{11} m_{22} \neq m_{21} m_{12}$ ).

Il a été mentionné, au cours du deuxième chapitre, qu'en suivant deux étapes la séparation s'achève. La première étape est celle du blanchiment spatial des signaux d'observations (application de la PCA), et la deuxième étape consiste à atteindre l'indépendance statistique entre les signaux par l'application d'une rotation de la distribution des amplitudes des signaux blanchis (application de l'ICA). Fig.3.5 présente un exemple démonstratif sur l'application de ces deux étapes pour le cas de deux signaux sinusoïdaux.



**Fig.3.5:** Exemple démonstratif sur la séparation de deux signaux sinusoidaux par la rotation des signaux blanchis.(Cette figure présente pour chaque étape, les distributions spatiales des amplitudes et les signaux corespondants).

En SAS des signaux statistiquement indépendants, l'orthogonalisation des observations par l'application de la PCA, a pour but de transformer les signaux statistiquement dépendants à des signaux non corrélés. Et nous pouvons mesurer cette décorrélation entre deux observations  $x_i(t), x_j(t)$ , en appliquant la formule de covariance suivante :

$$\text{cov}(x_i(t), x_j(t)) = E[x_i(t) \cdot x_j(t)] - E[x_i(t)] \cdot E[x_j(t)] \quad (3.3)$$

Où :

$E[.]$ : Est l'opérateur de l'espérance mathématique.

Si la covariance entre les deux observations, est nulle, dans ce cas-là nous pourrions dire que ces deux signaux sont des signaux non corrélés [68], et le but par l'application de la PCA sur un ensemble de signaux dépendants, est de transformer chaque paire de signaux dépendants en une nouvelle paire non corrélée.

### 3.4 Matrices de covariance

Pour l'ensemble des signaux sources  $S(t)$ , chaque élément de la matrice de covariance  $R_S$  est défini par l'équation suivante :

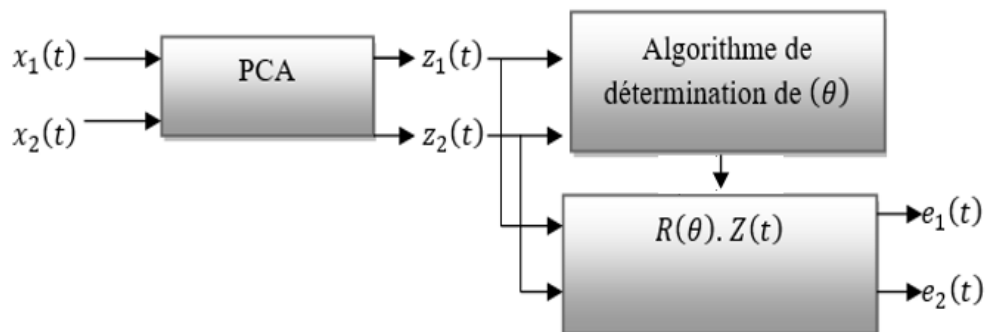
$$rs_{ij} = E[s_i(t) \cdot s_j(t)] - E[s_i(t)] \cdot E[s_j(t)] \quad (3.4)$$

$rs_{ij}$ : L'élément  $(i, j)$  de la matrice de covariance  $R_S$ .

Si les signaux sources sont statistiquement indépendants et non gaussiens, alors la matrice de covariance  $R_S$  doit être une matrice diagonale, ce qui implique que tous les éléments  $rs_{ij}$  de la matrice de covariance des signaux d'observations  $R_X$  doivent être non nuls. Et Par l'application d'une orthogonalisation sur les signaux mélange, la matrice de covariance  $R_Z$  des signaux blanchis doit représenter une matrice identité :

$$R_Z = I \quad (3.5)$$

Pour le cas de deux sources statistiquement indépendantes, Géométriquement, la rotation spatiale de la distribution des signaux blanchis  $Z(t)$ , par un angle de rotation adéquat  $(\theta)$  mène à l'ajustement de cette distribution sur le plan spatial et mène à une séparation (Fig.3.6).



**Fig.3.6** : Séparation par la rotation des signaux blanchis, pour le cas d'un mélange LI (2x2) de sources statistiquement indépendantes.

### 3.5 Kurtosis et cumulants croisés en fonction de l'angle de rotation

Pour obtenir une indépendance statistique en déterminant l'angle de rotation adéquat, au moins l'opération doit être basée sur un des critères de séparation. Pour solutionner le problème présenté par l'équation (3.1) notre étude va être basée sur les statistiques d'ordre quatre. Et pour le but de déterminer l'angle de séparation adéquat par lequel l'indépendance statistique entre les signaux de sorties  $E(t)$  soit achevée, nous présentons dans cette partie, les différentes mesures et procédures à accomplir pour la détermination de cet angle de rotation.

#### 3.5.1 L'Orthogonalisation

Le prétraitement d'orthogonalisation ou le blanchiment spatial des observations, s'effectue dans notre étude similairement à [27,39] et cela via la décomposition de Cholesky (Appendice B) de la matrice de covariance des signaux mélange. Cette orthogonalisation des signaux dépendent doit suivre les deux étapes suivantes :

- **Etape1** : Cette étape comprend l'application de la décomposition de Cholesky sur la matrice de covariance  $R_X$  des observations. Par l'exécution de cette opération, la matrice de covariance  $R_X$  des observations peut être écrite sous la forme suivante :

$$R_X = LL^T \quad (3.6)$$

- **Etape2** : Le but par cette étape est d'obtenir des signaux orthogonaux, et l'ensemble de ces signaux non corrélés  $Z(t)$  s'obtient par l'application de l'équation suivante :

$$Z(t) = L^{-1}X(t) \quad (3.7)$$

Après l'orthogonalisation des observations, l'expression de deux signaux blanchis en fonction de l'angle de rotation, peut être écrite de la manière suivante :

$$Z(t, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

#### 3.5.2 Formes des courbes selon l'angle de rotation

Avant de présenter l'étude sur le comportement des critères de séparation selon l'angle de rotation il faut tout d'abord énoncer les notations suivantes :

$k_{zi}(\theta)$ : Représente le kurtosis du signal  $z_i(t, \theta)$  en fonction de l'angle de rotation.

$f_{kz}(\theta)$ : La somme des kurtosis de  $z_1(t, \theta)$  et  $z_2(t, \theta)$  en valeurs absolues, exprimée par :

$$f_{kz}(\theta) = |k_{z_1}(t, \theta)| + |k_{z_2}(t, \theta)| \quad (3.9)$$

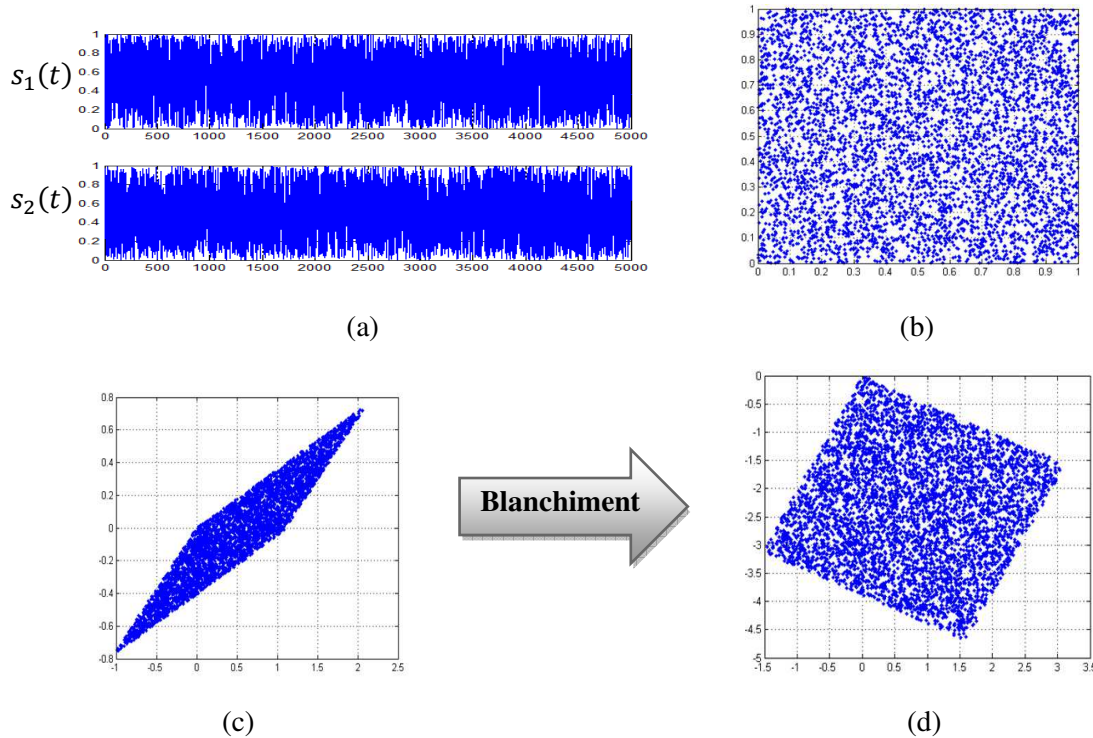
Et les expressions des cumulants croisés du quatrième ordre des signaux blanchis en fonction de l'angle de rotation, s'écrivent comme suit :

$C_{z_{22}}(\theta)$  : Cumulant croisé  $C(z_1(t, \theta)^2, z_2(t, \theta)^2)$ .

$C_{z_{31}}(\theta)$  : Cumulant croisé  $C(z_1(t, \theta)^3, z_2(t, \theta)^1)$ .

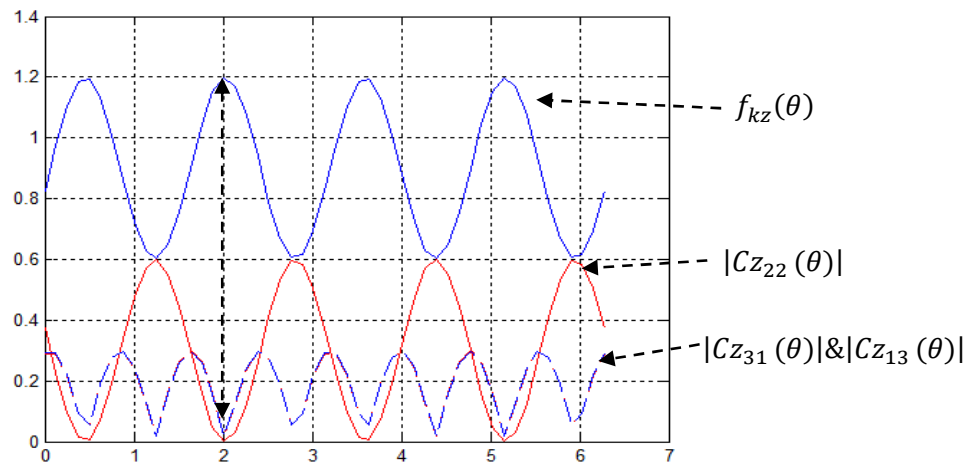
$C_{z_{13}}(\theta)$  : Cumulant croisé  $C(z_1(t, \theta)^1, z_2(t, \theta)^3)$ .

Pour le cas de sources statistiquement indépendantes, l'application de la PCA sur les signaux mélange peut recouvrir une version de la distribution des amplitudes des signaux originaux, mais cette distribution obtenue se diffère par rapport à celle de la distribution originale, par son positionnement à partir du centre du plan spatial et aussi par une rotation avec un angle inconnu (Fig. 3.7).



**Fig. 3.7:** Application de l'orthogonalisation sur le mélange LI de deux signaux uniformément distribués par l'application de (3.7). (a) Formes d'ondes des signaux sources. (b) distribution spatiale des amplitudes des signaux sources. (c) distribution spatiale des amplitudes des signaux mélanges. (d) distribution spatiale des amplitudes des signaux blanchis.

Géométriquement, pour le cas uniforme la transformation LI de la distribution des amplitudes des signaux sources, est semblable à la transformation d'un rectangle à un parallélogramme sur le plan spatial. Ce parallélogramme signifie que les signaux d'observations sont corrélés et aussi dépendants, et l'orthogonalisation des signaux corrélés représente en quelque sorte l'opération géométrique inverse faite par le système de mélange. Par l'application de l'orthogonalisation sur les mélanges  $X(t)$ , les signaux blanchis  $Z(t)$  seront des signaux orthogonaux (non corrélés) mais pas nécessairement indépendants et pour atteindre l'indépendance statistique entre ces signaux orthogonaux, il faut que la distribution des amplitudes des signaux blanchis soit ajustée sur le plan spatial et les critères  $f_{kz}(\theta)$ ,  $Cz_{22}(\theta)$ ,  $Cz_{31}(\theta)$  et  $Cz_{13}(\theta)$ , doivent vérifier les conditions de l'indépendance statistique. Si nous voulons observer le comportement de ces critères de séparation durant la première rotation, nous devrions extraire des mesures à partir des signaux blanchis, pour différents angles de test. Fig.3.8 présente ces différentes mesures prises dans l'intervalle de  $\theta = [0 \ 2\pi[$  pour le cas d'un exemple d'un mélange LI de deux signaux uniformément distribués.



**Fig. 3.8:** Variation des critères  $f_{kz}(\theta)$ ,  $|Cz_{22}(\theta)|$ ,  $|Cz_{31}(\theta)|$  et  $|Cz_{13}(\theta)|$  de l'exemple présenté sur la Figure 3.7 où le pas de recherche  $\Delta\theta = \frac{\pi}{25}$ .

D'après les résultats de cette dernière figure, nous remarquons que dans l'intervalle de  $\theta = \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  la fonction  $f_{kz}(\theta)$  atteint quatre valeurs maximales et toutes ces valeurs maximales coïncident avec les minimums de tous les cumulants croisés en valeurs absolues. Donc, nous pouvons constater que deux conditions sont satisfaites en ce qui concerne l'atteinte de l'indépendance statistique.

- La première condition est que les kurtosis doivent avoir des valeurs maximales.
- La deuxième condition est que les cumulants croisés en valeurs absolues doivent être aux valeurs minimales.

### 3.6 Détermination exhaustive de l'angle $\theta$

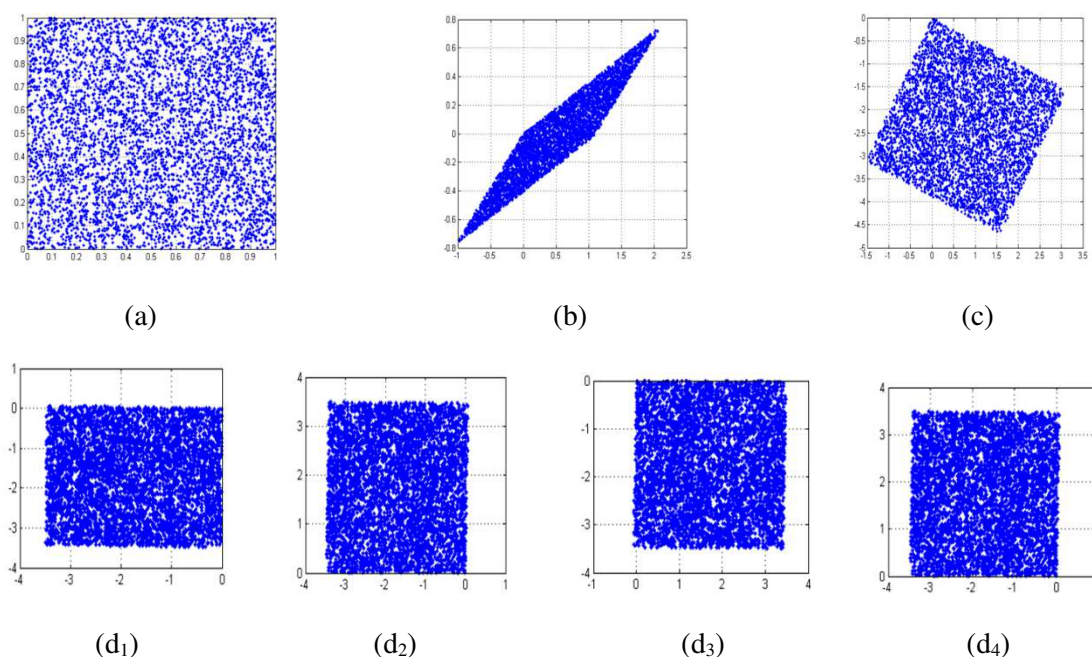
Une recherche exhaustive d'un angle adéquat, peut mener à une séparation, mais la précision du résultat dépend sur le choix du pas de recherche  $\Delta\theta$ , ce qui signifie que le résultat de la séparation serait plus exact si nous diminuons la valeur du pas de recherche. Dans ce qui suit nous allons présenter les résultats obtenus par l'application de cette recherche exhaustive de l'angle séparateur pour différents types de signaux.

#### 3.6.1 Cas des signaux stationnaires

Si par une recherche exhaustive la distribution des amplitudes des signaux blanchis s'ajuste spatialement, alors on pourrait dire dans ce cas que la séparation est achevée.

##### 3.6.1.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes

Pour le cas des signaux uniformément distribués une recherche exhaustive peut ajuster dans le plan spatial la distribution des amplitudes des signaux blanchis, mais la distribution estimée n'a ni les mêmes dimensions ni le même positionnement de la distribution originale (ambiguïtés d'échelles et de permutations). Fig. 3.9 présente un exemple démonstratif sur les différentes distributions et les résultats obtenus par une recherche exhaustive de l'angle de rotation adéquat pour le cas de deux signaux uniformément distribués.

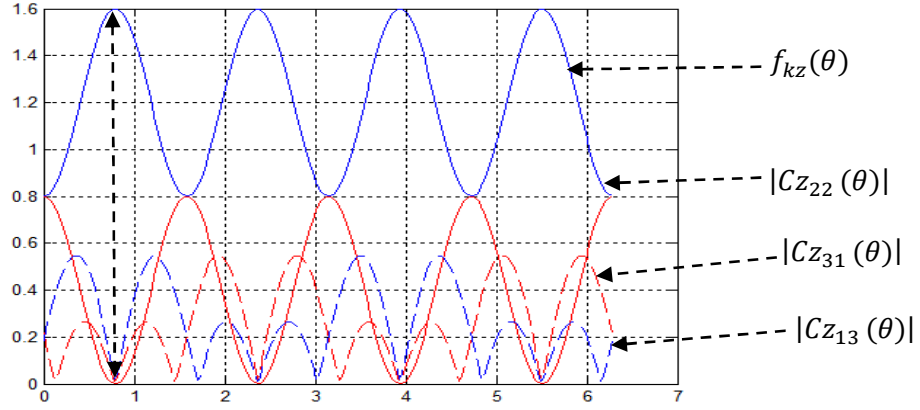


**Fig. 3.9:** Un exemple présentant, la séparation d'un mélange LI deux signaux uniformément distribués, par une recherche exhaustive de l'angle adéquat où  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ . (a) Distribution des amplitudes des signaux sources. (b) Distribution des amplitudes des signaux mélanges. (c) Distribution des amplitudes des signaux blanchis. (d<sub>1</sub>) Résultat par la maximisation du kurtosis du premier signal blanchis ( $\max |k_{z_1}(\theta)|$ ). (d<sub>2</sub>) Résultat par la maximisation du kurtosis du deuxième signal blanchis ( $\max |k_{z_2}(\theta)|$ ). (d<sub>3</sub>) Résultat par la maximisation de la somme des kurtosis en valeurs absolues ( $\max f_{kz}(\theta)$ ). (d<sub>4</sub>) Résultat par la minimisation des cumulants croisés ( $\min(|C_{z_{22}}(\theta)| + |C_{z_{31}}(\theta)| + |C_{z_{13}}(\theta)|)$ ).

De cette dernière figure et puisque toutes les distributions des amplitudes des estimations, sont ajustées sur le plan à deux dimensions, nous pouvons dire donc que la recherche exhaustive a pu achever la séparation pour le cas des signaux uniforme.

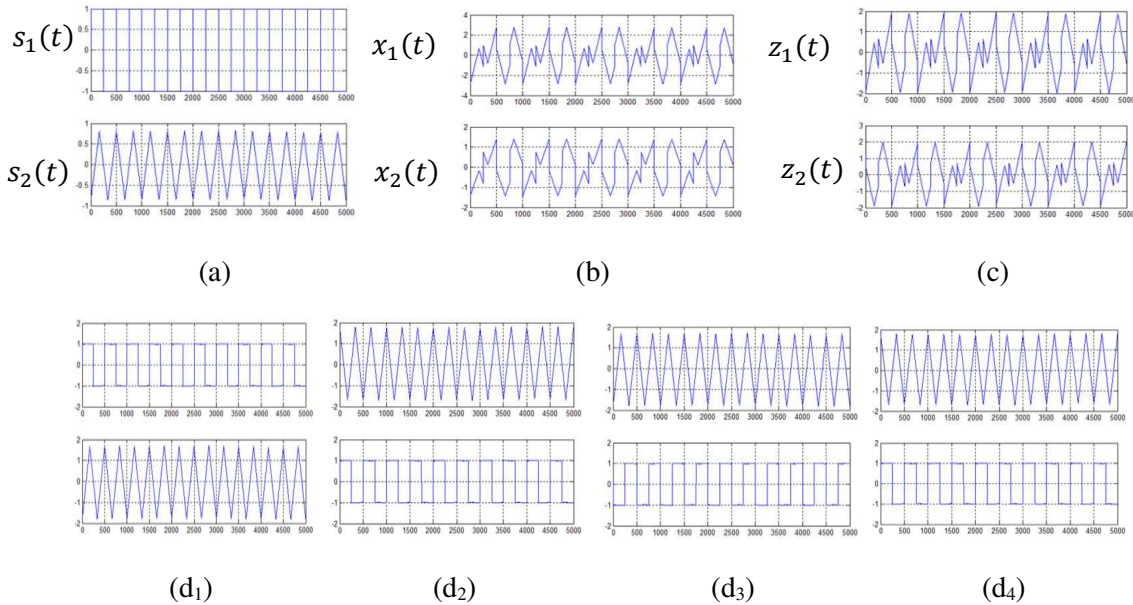
### 3.6.1.2 Récupération des formes d'ondes

La distribution spatiale des amplitudes des signaux sources n'a pas toujours une forme rectangulaire, les distributions se différencient selon la nature des signaux originaux. Le but primordial de la séparation est la récupération des formes d'ondes originales. Pour le cas des signaux sources statistiquement indépendants, la rotation spatiale de la distribution des signaux blanchis n'influe pas sur l'orthogonalité des signaux mais cette rotation transforme les formes d'ondes des signaux orthogonaux pour chaque valeur de l'angle de rotation. Afin de comparer les formes d'ondes des différents signaux pour chaque étape de séparation, la Figure 3.10 présente un exemple sur la variation des kurtosis et des cumulants croisés pour le cas du mélange LI de deux signaux stationnaires déterministes.



**Fig. 3.10 :** Exemple sur la variation des mesures  $(f_{kz}(\theta) , |Cz_{22}(\theta) |, |Cz_{31}(\theta)|, |Cz_{13}(\theta)|)$  où  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$  pour le cas de deux signaux périodiques (carré et triangulaire).

De manière similaire au cas uniforme, on peut remarquer que tous les maximums de la somme des kurtosis en valeurs absolues des signaux blanchis, coïncident avec tous les minimums de la somme des cumulants en valeurs absolues. Ainsi, deux conditions concernant l'obtention de l'indépendance statistique sont satisfaites en ces points. Fig. 3.11 présente les formes d'onde et les résultats de séparation obtenus par la recherche exhaustive de l'angle de rotation adéquat de l'exemple présenté sur Fig.3.10.



**Fig. 3.11:** Résultats de la séparation de l'exemple présenté sur Fig. 3.10 par une recherche exhaustive de l'angle de séparation où  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$  . (a) Formes d'ondes des signaux sources. (b) Formes d'ondes des signaux mélanges. (c) Formes d'ondes des signaux blanchis. (d<sub>1</sub>) Résultats par la maximisation du kurtosis du premier signal blanchis ( $\max |kz_1(\theta)|$ ). (d<sub>2</sub>) Résultats par la maximisation du kurtosis du deuxième signal blanchis ( $\max |kz_2(\theta)|$ ). (d<sub>3</sub>) Résultats en maximisant la somme des kurtosis en valeurs absolues ( $\max f_{kz}(\theta)$ ). (d<sub>4</sub>) Résultats par la minimisation des cumulants croisés,  $\min (|Cz_{22}(\theta)| + |Cz_{31}(\theta)| + |Cz_{13}(\theta)|)$ .

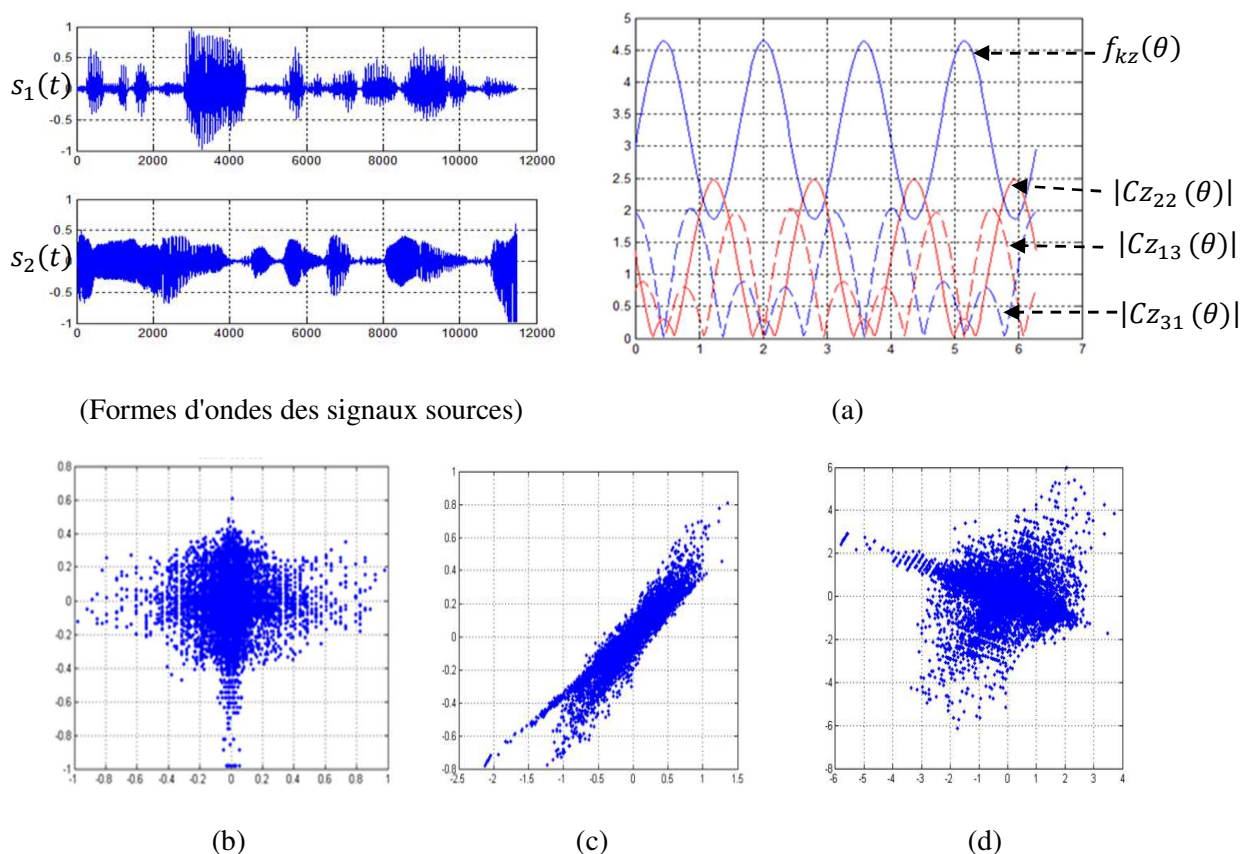
D'après Fig. 3.11 et Fig. 3.9, nous pouvons dire que la méthode exhaustive peut atteindre son objectif de séparation pour le cas d'un mélange LI de deux sources stationnaires.

### 3.6.2 Cas des signaux non stationnaires

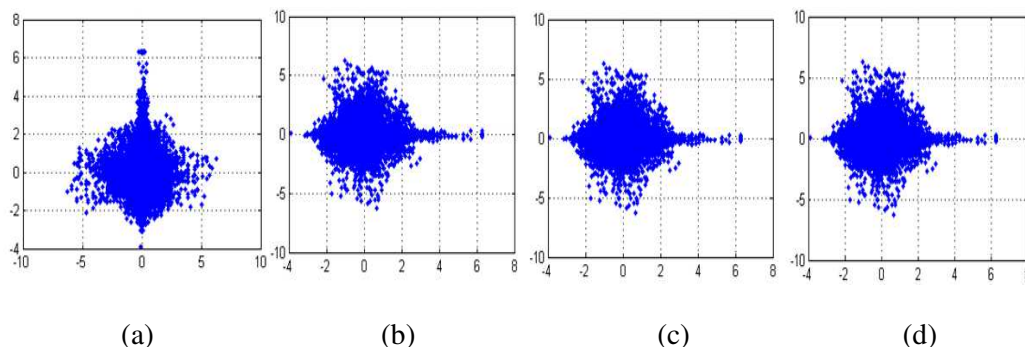
La recherche exhaustive d'un angle de rotation adéquat pour le cas stationnaire a donné des résultats satisfaisants que ce soit pour un ajustement de la distribution des amplitudes dans le plan spatial ou pour la récupération des formes d'ondes des signaux source. Dans cette sous-section nous allons suivre les mêmes étapes de la sous-section précédente pour tester l'achèvement de la séparation d'une manière exhaustive, pour le cas des signaux non stationnaires.

#### 3.6.2.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes

Pour l'ajustement de la distribution des amplitudes des signaux blanchis dans le plan spatial, nous avons testé dans cette partie, l'application de la recherche exhaustive, sur le mélange LI de deux signaux paroles où Fig. 3.10 montre les résultats du blanchiment ainsi que les variations des différentes mesures  $f_{kz}(\theta)$ ,  $|Cz_{22}(\theta)|$ ,  $|Cz_{31}(\theta)|$ ,  $|Cz_{13}(\theta)|$  et Fig. 3.12 présente les différentes distributions obtenues par cette recherche exhaustive.



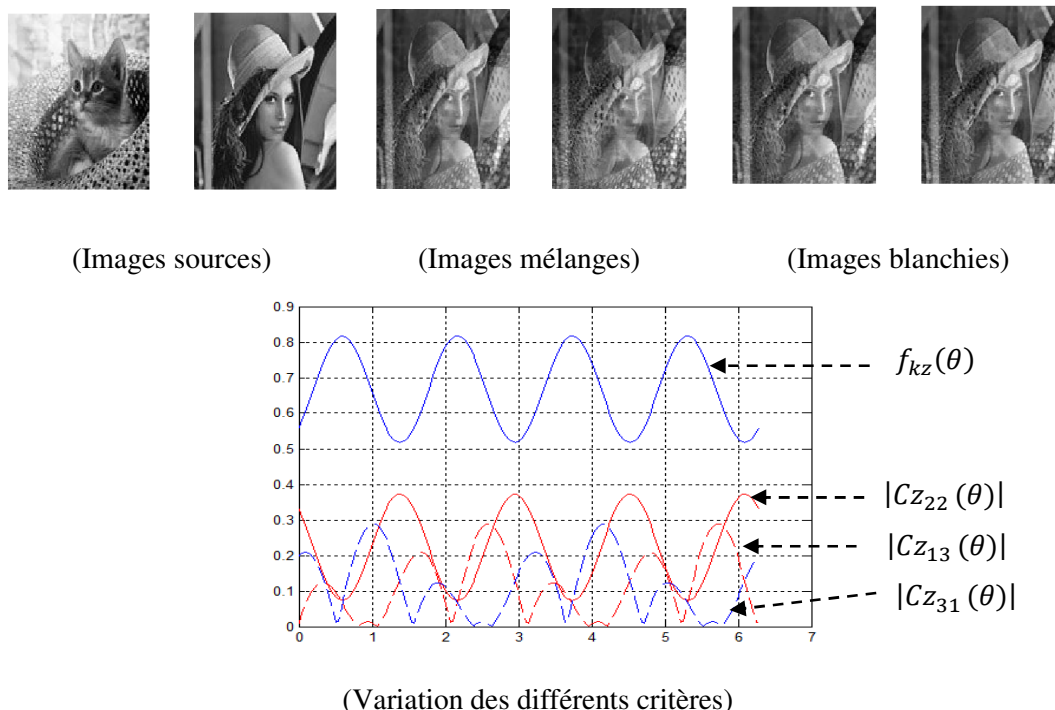
**Fig. 3.12:** Résultat du blanchiment d'un mélange LI de deux sources du type parole  $F_s=8\text{KHZ}$ . (a) Variation des mesures ( $f_{kz}(\theta)$ ,  $|Cz_{22}(\theta)|$ ,  $|Cz_{31}(\theta)|$ ,  $|Cz_{13}(\theta)|$ ) sur un intervalle de  $\theta = [0 \ 2\pi[$  où  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ . (b) Distribution spatiale des amplitudes des signaux sources. (c) Distribution spatiale des amplitudes des signaux mélangés. (d) Distribution spatiale des amplitudes des signaux blanchis.



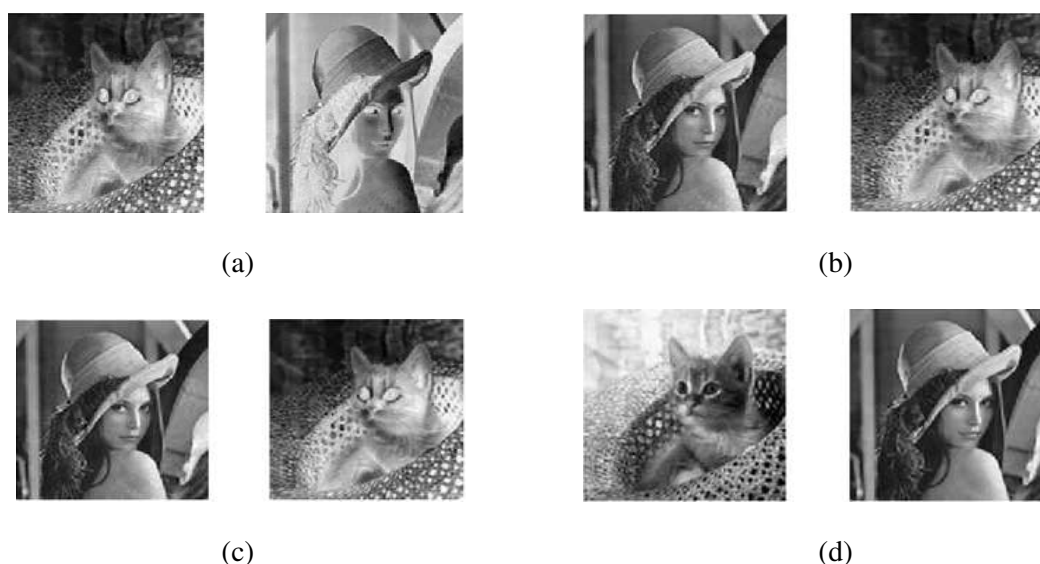
**Fig. 3.13:** Distributions spatiales des différents résultats de séparation par une recherche exhaustive de l'angle adéquat, de l'exemple présenté sur Fig. 3.12. (a) Résultats par maximisation du kurtosis du premier signal blanchis ( $\max |kz_1(\theta)|$ ). (b) Résultats par maximisation du kurtosis du deuxième signal blanchis ( $\max |kz_2(\theta)|$ ). (c) Résultats par maximisation de la somme des kurtosis en valeurs absolues ( $\max f_{kz}(\theta)$ ). (d) Résultats en minimisant les cumulants croisés,  $\min (|Cz_{22}(\theta)| + |Cz_{31}(\theta)| + |Cz_{13}(\theta)|)$ .

### 3.6.2.2 Récupération des formes d'ondes

Pour la comparaison des formes d'ondes des signaux et après la transformation des observations du mélange LI de deux images du type (grayscale) en de signaux d'observations monodimensionnels. Fig. 3.14 présente la variation des différentes mesures  $f_{kz}(\theta)$ ,  $|Cz_{22}(\theta)|$ ,  $|Cz_{31}(\theta)|$  et  $|Cz_{13}(\theta)|$ , et Fig. 3.15 montre les différents résultats obtenus après avoir transformé les signaux monodimensionnels séparés en de signaux bidimensionnels.



**Fig. 3.14:** Résultat du blanchiment d'un mélange LI de deux images du type (grayscale) et la variation des mesures ( $f_{kz}(\theta)$ ,  $|Cz_{22}(\theta)|$ ,  $|Cz_{31}(\theta)|$ ,  $|Cz_{13}(\theta)|$ ) sur un intervalle de  $\theta = [0 \ 2\pi[$  où  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ .



**Fig. 3.15:** Un exemple sur les résultats de séparation par la recherche exhaustive de l'angle de séparation pour le cas d'un mélange LI de deux images (grayscale) où  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ .

(a) Résultats par la maximisation du kurtosis du premier signal blanchis ( $\max |kz_1(\theta)|$ ).

(b) Résultats par la maximisation du kurtosis du deuxième signal blanchis ( $\max |kz_2(\theta)|$ ).

(c) Résultats par la maximisation de la somme des kurtosis en valeurs absolues ( $\max f_{kz}(\theta)$ ).

(d) Résultats en minimisant les cumulants croisés,  $\min (|Cz_{22}(\theta)| + |Cz_{31}(\theta)| + |Cz_{13}(\theta)|)$ .

Que ce soit pour le cas stationnaire ou le cas non stationnaire, les résultats obtenus par l'application de la méthode exhaustive montrent que nous pouvons obtenir une séparation satisfaisante, mais l'exactitude et la vitesse de cette solution dépendent de trois facteurs.

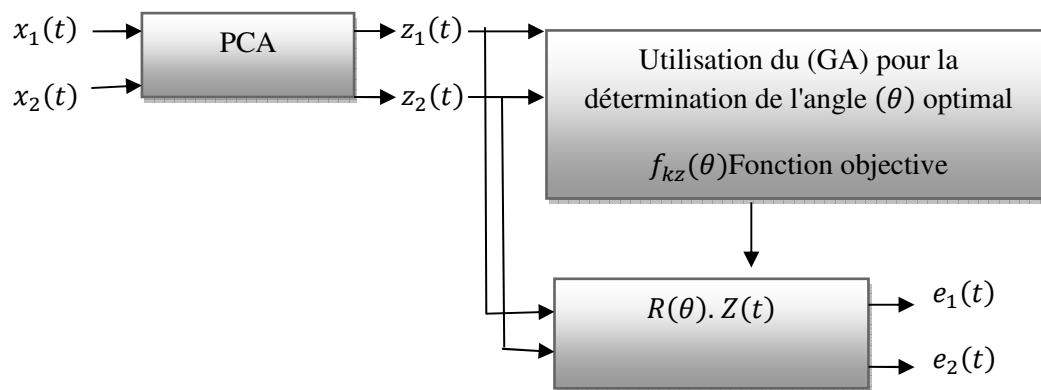
- **L'intervalle de recherche :** Géométriquement, pour l'ajustement de la distribution des amplitudes des signaux blanchis sur la plan spatial, quatre solutions sont possibles pour atteindre l'indépendance statistique entre les deux signaux, cela signifie que pour obtenir l'une de ces quatre solution, l'intervalle de recherche doit être  $\geq \left[0 \frac{\pi}{2}\right]$ .
- **Le Pas de recherche :** La valeur du pas de recherche  $\Delta\theta$  joue un rôle très important concernant la précision du résultat et la vitesse d'exécution. La diminution de la valeur du pas de recherche mène à un résultat plus précis mais le cout du calcul devient plus considérable.
- **Le critère de séparation :** Le choix du critère de séparation influe sur la vitesse de l'opération de recherche. Le cout du calcul dépend aussi sur la complexité du critère utilisé.

Puisque l'exactitude des résultats de séparation par la méthode exhaustive dépend crucialement sur le pas de recherche. Alors, nous ne pouvons pas dire que l'angle de rotation obtenu par cette méthode est exact ou précis quel que soit la valeur du pas  $\Delta\theta$ . Dans la section qui va suivre nous allons appliquer une technique d'optimisation, afin de prouver l'utilité de ce type de techniques pour résoudre le problème de la SAS.

### 3.7 Détermination de l'angle adéquat via GA

Pour le but de déterminer un angle séparateur plus précis par l'optimisation des paramètres du système de séparation et afin de faire une étude comparative. Dans cette section nous allons tester l'application des algorithmes génétiques pour résoudre le problème LI (2×2) de la SAS. Mais tout d'abord il faut mentionner que la méthode génétique appliquée au cours de tout ce travail est celle qui a été implémentée par les concepteurs du Matlab par la fonction (ga) à partir des travaux [69-71].

À partir des figures de la section précédente et qui présentent les différentes variations des critères de l'indépendance statistique utilisés pour atteindre l'indépendance statistique entre les signaux blanchis, nous pouvons choisir les fonctions  $f_{kz}(\theta)$  et  $|Cz_{22}(\theta)|$  comme fonctions objectives afin d'éviter le risque de tomber dans un point local par l'application du GA. Et pour l'achèvement de la séparation, la Figure 3.16 montre un schéma simplifié de l'application du GA pour la détermination de l'angle adéquat. Mais il faut aussi mentionner que pour une convergence plus rapide vers la solution, nous devrions choisir  $f_{kz}(\theta)$  comme une fonction objective, raison de sa complexité par rapport à celle du critère  $|Cz_{22}(\theta)|$ .



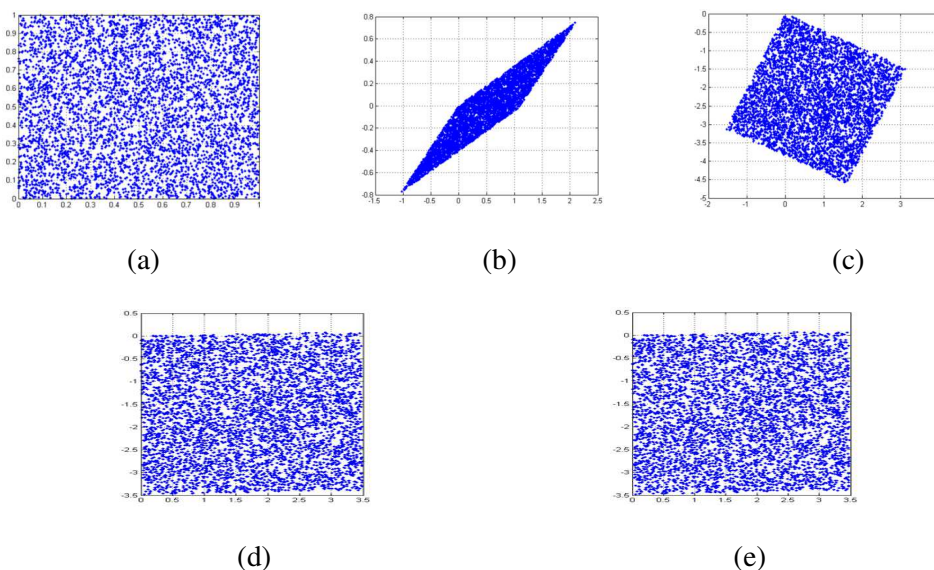
**Fig. 3.16:** Application du GA sur le mélange LI de deux sources statistiquement indépendantes, où la fonction  $f_{kz}(\theta)$  est prise comme une fonction objective.

#### 3.7.1 Cas des signaux stationnaires

En suivant les mêmes étapes et raisonnement de la solution exhaustive, et pour juger si la séparation est atteinte, il faut que la distribution des amplitudes des signaux estimés soit ajustée dans le plan spatial et les formes d'onde doivent être proportionnelles aux signaux sources.

##### 3.7.1.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes

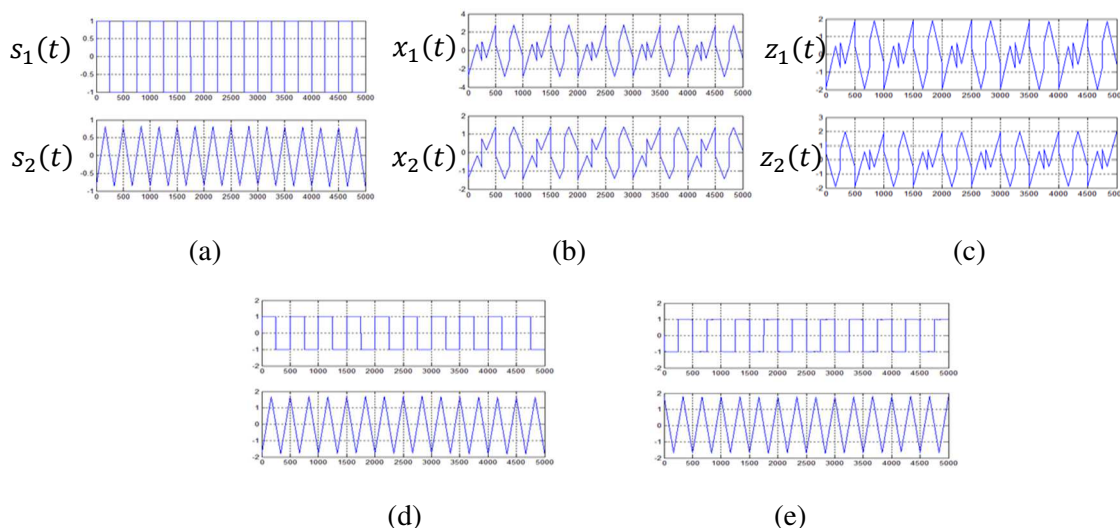
Par l'application des étapes présentées sur Fig. 3.16 pour le cas d'un mélange LI de deux sources uniformément distribuées, nous pouvons obtenir un ajustement de la distribution des amplitudes sur le plan spatial et nous obtiendrons aussi un bon ajustement si nous prenons comme fonction objective que la maximisation de la valeur absolue du kurtosis de l'un des signaux blanchis. Fig. 3.17 présente les résultats de ces deux exemples de séparation.



**Fig. 3.17:** Un exemple sur les résultats de la séparation d'un mélange LI de deux sources uniformément distribuées par la détermination de l'angle séparateur des signaux blanchis par l'application du GA. (a) Distribution des amplitudes des signaux sources. (b) Distribution des amplitudes des signaux mélanges. (c) Distribution des amplitudes des signaux blanchis. (d) Distribution des amplitudes des signaux d'estimations pour le cas du critère  $\max |kz_1(\theta)|$ . (e) Distribution des amplitudes des signaux d'estimations pour le cas du critère  $\max f_{kz}(\theta)$ .

### 3.7.1.2 Récupération des formes d'ondes

Pour la comparaison des formes d'ondes obtenus avec celles des signaux originaux, Fig. 3.18 expose un exemple des différents résultats de séparation pour le cas de deux signaux stationnaires déterministes.



**Fig. 3.18:** Un exemple sur les résultats de la séparation d'un mélange LI de deux sources périodiques par la détermination de l'angle séparateur des signaux blanchis en utilisant GA. (a) Formes d'ondes des signaux sources. (b) Formes d'ondes des signaux mélanges. (c) Formes d'ondes des signaux blanchis. (d) Formes d'ondes des signaux d'estimations pour le cas du critère  $\max |kz_1(\theta)|$ . (e) Formes d'ondes des signaux d'estimations pour le cas du critère  $\max f_{kz}(\theta)$ .

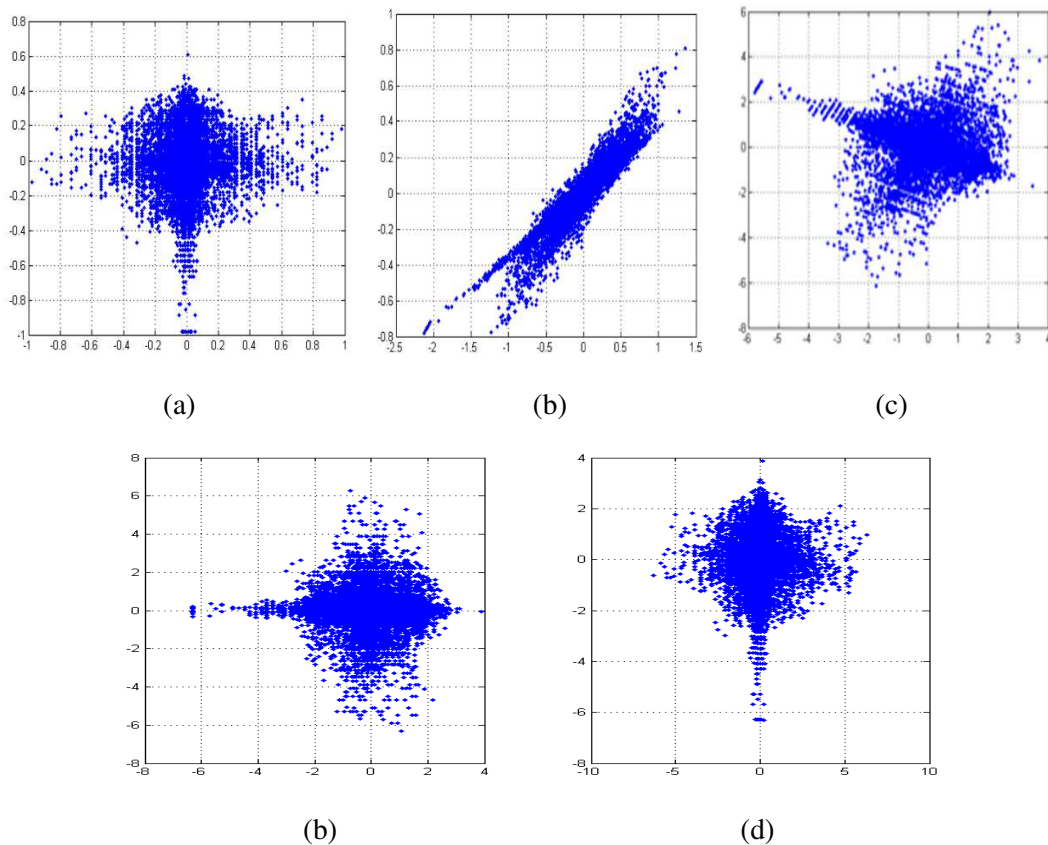
D'après les deux figures précédentes, on peut dire que pour le cas stationnaire l'optimisation par le GA pourrait compléter la séparation en déterminant l'angle de rotation adéquat. Dans la partie suivante nous allons tester cette technique d'optimisation pour le cas des signaux non stationnaires.

### 3.7.2 Cas des signaux non stationnaires

Par les mêmes critères utilisés pour le cas stationnaire, nous devons vérifier l'ajustement des distributions et la ressemblance des formes d'onde afin de juger si l'algorithme génétique peut compléter la séparation pour le cas non stationnaire.

#### 3.7.2.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes

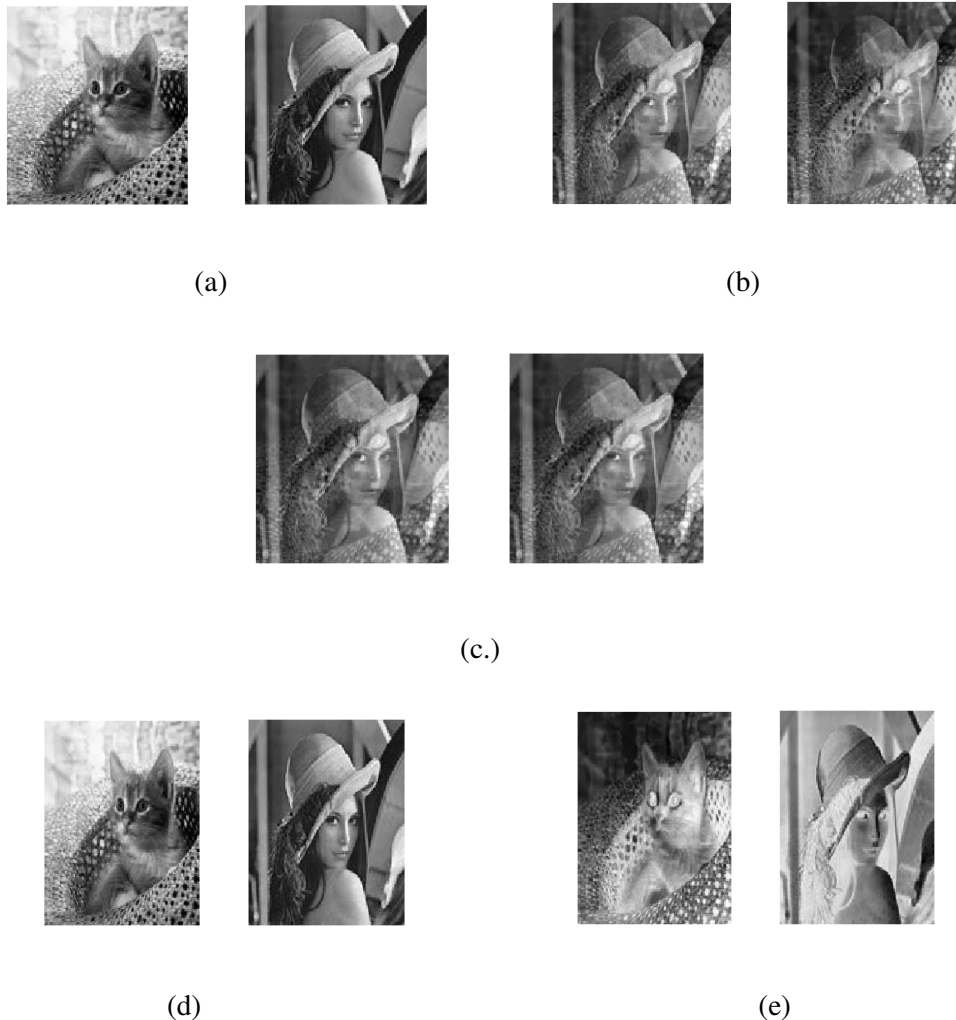
En suivant les mêmes étapes du cas des signaux stationnaires, l'application de l'algorithme génétique pour la détermination de l'angle de séparation adéquat donne aussi de bons résultats de séparation. Et pour vérifier l'ajustement des distributions des amplitudes sur le plan spatial, Fig. 3.19 présente un exemple des différentes distributions spatiales pour le cas d'un mélange LI de deux signaux monodimensionnels du type parole 8KHZ.



**Fig. 3.19:** Résultats de la séparation d'un mélange LI de deux sources non stationnaires du type parole par la détermination de l'angle séparateur des signaux blanchis, en utilisant GA. (a) Distribution des amplitudes des signaux sources. (b) Distribution des amplitudes des signaux mélanges. (c) Distribution des amplitudes des signaux blanchis. (d) Distribution des amplitudes des signaux d'estimations pour le cas du critère  $\max |kz_1(\theta)|$ . (e) Distribution des amplitudes des signaux d'estimations pour le cas du critère  $\max f_{kz}(\theta)$ .

### 3.7.2.2 Récupération des formes d'ondes

Pour comparer la similarité des formes d'ondes obtenues par l'application du GA, avec celles des sources originales, Fig. 3.20 présente un exemple sur les différents résultats de séparation pour le cas d'un mélange LI de deux images du type (grayscale).



**Fig. 3.20:** Résultats de la séparation du mélange LI de deux sources non stationnaires du type images (grayscale) par la détermination de l'angle séparateur des images blanchies en utilisant GA. (a) Images sources. (b) Images mélanges. (c) Images blanchies. (d) Images estimées pour le cas du critère  $\max |kz_1(\theta)|$ . (e) Images estimées pour le cas du critère  $\max f_{kz}(\theta)$ .

D'après les résultats obtenus des deux sections précédentes, nous pouvons dire que pour le cas d'un mélange LI de deux sources statistiquement indépendantes, le problème de la SAS peut être résolu par la détermination d'un angle de rotation adéquat qui maximise les kurtosis des signaux blanchis. Et jusqu'ici cet angle de rotation a été obtenu itérativement par l'application de deux techniques (Exhaustive et GA), et les séparations obtenues étaient satisfaisantes, mais pour obtenir un résultat plus précis les deux techniques dépendent sur la précision de l'angle obtenu et nécessitent plusieurs opérations de séparation pour choisir la solution optimale, et cela implique un coût du calcul considérable.

### 3.8 Détermination analytique de l'angle $\theta$

Que ce soit d'une manière exhaustive ou par optimisation, la séparation s'achève en choisissant un angle parmi un ensemble d'angles de teste, et même si ce raisonnement mène à des solutions acceptables mais le cout du calcul est significatif (plusieurs séparations à tester), et la précision du meilleur résultat dépend aussi sur la précision de ces angles de test. Dans la présente section, nous allons présenter une détermination analytique de l'angle séparateur, afin de construire une méthode directe qui réalise la séparation de manière plus rapide, et avec un résultat plus précis.

#### 3.8.1 Angles de séparation et angles de permutation

D'après toutes les figures de la section (3.6) qui exposent les différentes mesures des variations des valeurs des kurtosis et des cumulants croisés des signaux blanchis, les angles de séparation se situent aux points où la somme des kurtosis en valeurs absolues est en valeur maximale. Si nous supposons par coïncidence que les signaux obtenus par blanchiment sont des versions des signaux sources avec le même ordre original, dans ce cas, les valeurs des kurtosis en valeurs absolues des signaux blanchis doivent être au maximum. En partant de cette supposition, nous pouvons écrire l'expression des signaux blanchis selon l'angle de rotation de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} z_1(\theta, t) \\ z_2(\theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 s_1(t) \\ \alpha_2 s_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \cos(\theta) s_1(t) - \alpha_2 \sin(\theta) s_2(t) \\ \alpha_1 \sin(\theta) s_1(t) + \alpha_2 \cos(\theta) s_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

D'après cette dernière expression, nous pouvons remarquer que pour chaque valeur de l'angle  $\theta = n \left(\frac{\pi}{2}\right)$ ; ( $n = 1, 2 \dots$ ) une séparation peut être achevée mais avec un changement de positions des mêmes signaux blanchis, et si nous développons l'équation (3.10) pour chaque angle  $\theta = (2n + 1) \left(\frac{\pi}{4}\right)$  de la première rotation, et si on pose  $h = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ , les expressions des signaux obtenus peuvent être écrites comme suit :

$$\theta = \frac{\pi}{4}; \begin{bmatrix} z_1(\theta, t) \\ z_2(\theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(\alpha_1 s_1(t) - \alpha_2 s_2(t)) \\ h(\alpha_1 s_1(t) + \alpha_2 s_2(t)) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\theta = \frac{3\pi}{4}; \begin{bmatrix} z_1(\theta, t) \\ z_2(\theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h(\alpha_1 s_1(t) + \alpha_2 s_2(t)) \\ h(\alpha_1 s_1(t) - \alpha_2 s_2(t)) \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\theta = \frac{5\pi}{4}; \begin{bmatrix} z_1(\theta, t) \\ z_2(\theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h(\alpha_1 s_1(t) - \alpha_2 s_2(t)) \\ -h(\alpha_1 s_1(t) + \alpha_2 s_2(t)) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\theta = \frac{7\pi}{4}; \begin{bmatrix} z_1(\theta, t) \\ z_2(\theta, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(\alpha_1 s_1(t) + \alpha_2 s_2(t)) \\ -h(\alpha_1 s_1(t) - \alpha_2 s_2(t)) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

De ces dernières quatre équations, les expressions représentent aussi des versions des mêmes signaux avec une permutation du positionnement. Et puisque le kurtosis d'un signal transformé linéairement est invariable, alors, la fonction  $f_{kz}(\theta)$  devrait toujours trouver un maximum pour chaque angle  $\theta = n \left(\frac{\pi}{2}\right)$  ce qui veut dire que ces angles sont des points de séparation. Et nous remarquons aussi que pour chaque angle  $\theta = (2n + 1) \left(\frac{\pi}{4}\right)$ , la fonction  $f_{kz}(\theta)$  trouve toujours les mêmes valeurs minimales et les signaux obtenus ne sont pas des

versions des signaux sources. Dans ce cas, nous pouvons déduire que ces angles où la fonction  $f_{kz}(\theta)$  trouve un minimum sont des points de permutation.

### 3.8.2 La fonction objective $f_{kz}(\theta) = A\cos(4\theta \pm \psi) + B$

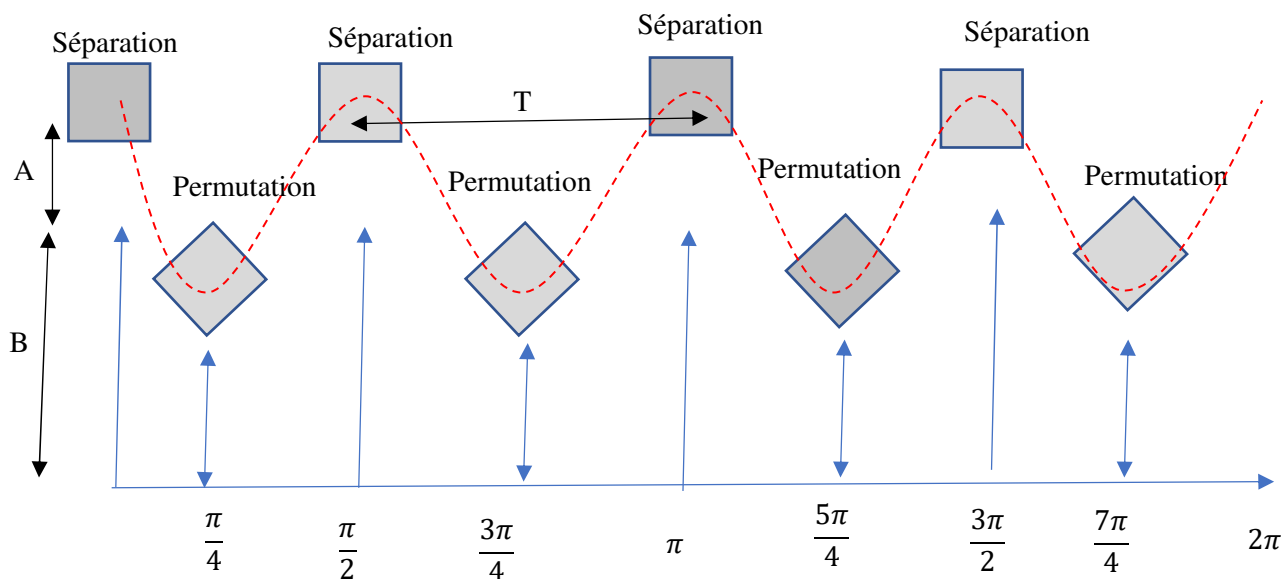
À partir des Figures (3, [8 10 12 14]) nous pouvons remarquer que la forme de la fonction  $f_{kz}(\theta)$  est semblable à la courbe d'une fonction périodique de période  $T = \frac{\pi}{2}$ . Par supposition que les signaux blanchis sont aussi des signaux statistiquement indépendants, la fonction  $f_{kz}(\theta)$  doit être à sa valeur maximale pour l'angle  $\theta = 0$  et elle est toujours positive et non nulle. Cette courbe est similaire à la variation d'un signal cosinus de période  $T = \frac{\pi}{2}$  plus une constante positive supérieure à la valeur de crête. Alors, pour le cas où le blanchiment des observations mène aussi à la séparation, nous pouvons écrire l'expression de  $f_{kz}(\theta)$  comme suit :

$$f_{kz}(\theta) = A\cos(4\theta) + B \tag{3.15}$$

Où :

A, B : représentent deux constantes positives.

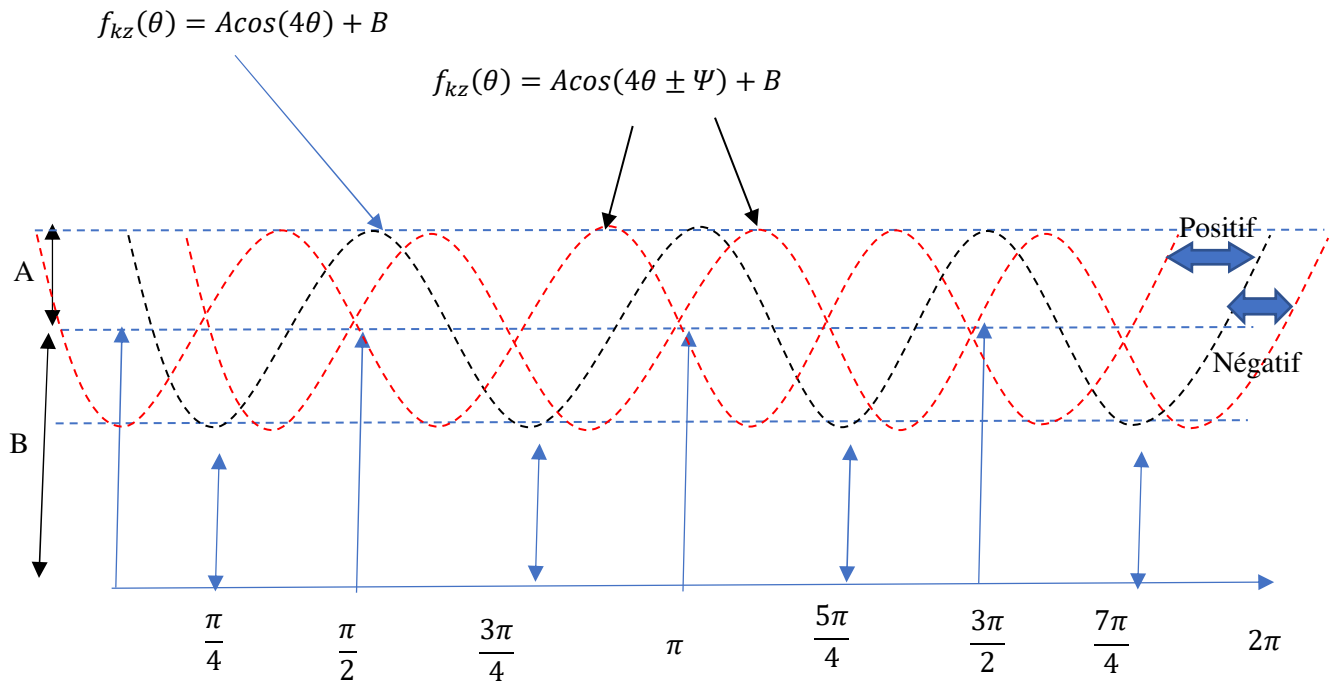
A partir de cette dernière expression, nous pouvons représenter l'état de la distribution des amplitudes des signaux blanchis aux points de séparation et de permutation par la figure (3.21).



**Fig. 3.21** : Etats de la distribution des signaux blanchis aux points de séparations et de permutations du cas uniformes, (pour le cas où les signaux blanchis sont aussi indépendants).

Si les signaux obtenus par blanchiment ne sont pas des signaux séparés, alors,  $f_{kz}(\theta)$  représente la même fonction (3.15) mais avec un déphasage inconnu (Fig. 3.22). Donc l'expression de la fonction  $f_{kz}(\theta)$  pour le cas général peut être écrite comme suit :

$$f_{kz}(\theta) = A\cos(4\theta \pm \psi) + B \tag{3.16}$$



**Fig. 3.22** : La variation de la fonction  $f_{kz}(\theta) = A \cos(4\theta \pm \Psi) + B$

### 3.8.3 Détermination des paramètres $A, \psi, B$

En supposant que la fonction  $f_{kz}(\theta)$  a la forme exprimée par l'équation (3.16), alors les paramètres  $(A, \psi, B)$  de cette fonction pourraient être facilement déterminés par un simple calcul analytique et à partir de ces paramètres nous pouvons résoudre le problème (3.2).

#### 3.8.3.1 : Détermination du paramètre $B$

Nous pouvons déterminer la constante positive  $B$  de la fonction cosinus, en suivant les opérations suivantes :

Puisque la fonction  $f_{kz}(\theta)$  est périodique de période  $T = \frac{\pi}{2}$ . Donc, nous pouvons écrire cette fonction pour les trois angles de rotation  $(0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2})$  comme suit :

$$f_{kz}(0) = A \cos(\pm\psi) + B \tag{3.17}$$

$$f_{kz}\left(\frac{T}{4}\right) = A \cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \psi\right) + B \tag{3.18}$$

$$f_{kz}\left(\frac{T}{2}\right) = A \cos(\pi \pm \psi) + B \tag{3.19}$$

De (3.17) et (3.19) la constante  $B$  peut être exprimée comme suit :

$$B = \frac{f_{kz}(0) + f_{kz}\left(\frac{T}{2}\right)}{2} \tag{3.20}$$

#### 3.8.3.2 : Détermination du déphasage $\psi$

Pour la détermination du déphasage  $\psi$ . Nous supposons que  $f_{kz}(\theta) = A \cos(4\theta - \psi) + B$ . Dans ce cas l'équation (3.18) devient :

$$f_{kz}\left(\frac{T}{4}\right) = A \sin(\psi) + B \quad (3.21)$$

Et de (3.17) et (3.21) le déphasage  $\psi$  s'écrit :

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{f_{kz}\left(\frac{T}{4}\right) - B}{f_{kz}(0) - B}\right) \quad (3.22)$$

### 3.8.3.3 : Détermination de l'amplitude A

Puisque la constante A est positive, on peut l'obtenir à partir de (3.17) comme suit :

$$A = \left| \frac{f_{kz}(0) - B}{\cos(\psi)} \right| \quad (3.23)$$

### 3.8.4 Algorithme de séparation

Après la détermination des paramètres  $(A, \psi, B)$ , nous pouvons déterminer aussi les angles de rotation qui maximisent la fonction  $f_{kz}(\theta)$ . Ainsi, dans le cas d'un mélange LI de deux signaux statistiquement indépendants, l'algorithme de séparation par rotation, et qui maximise les kurtosis des deux signaux blanchis, doit suivre les étapes suivantes :

#### *Algorithme de séparation*

*Etape 1:* Blanchir les observations  $\mathbf{X}(\mathbf{t})$  en appliquant (3.7).

*Etape 2:* Poser la fonction de période  $\left(\mathbf{T} = \frac{\pi}{2}\right)$ .

*Etape 3:* Calculer le paramètre  $(\mathbf{B})$  en appliquant (3.20).

*Etape 4:* Calculer le paramètre  $(\psi)$  en appliquant (3.22).

*Etape 5:* Calculer un angle  $\left(\alpha = \frac{\psi}{4}\right)$ .

*Etape 6:* Calculer les vecteurs :

$$\mathbf{Estimation}_1(\mathbf{t}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{t}) = \mathbf{Z}(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{Estimation}_2(\mathbf{t}) = \mathbf{E}_2(\mathbf{t}) = \mathbf{R}(\alpha)\mathbf{Z}(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{Estimation}_3(\mathbf{t}) = \mathbf{E}_3(\mathbf{t}) = \mathbf{R}\left(\alpha + \frac{T}{2}\right)\mathbf{Z}(\mathbf{t})$$

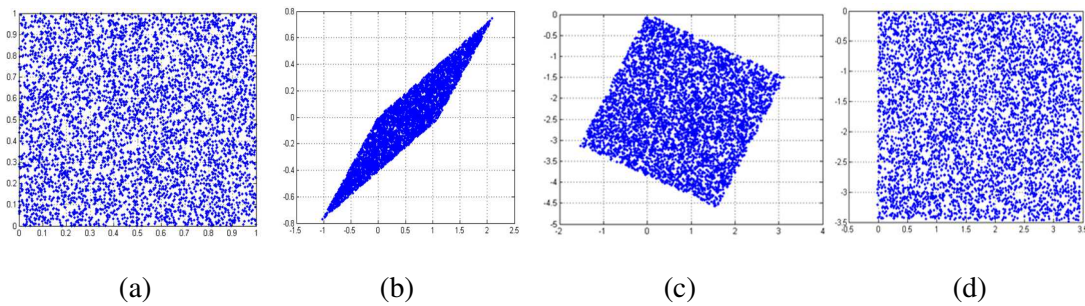
*Etape 7:* Le vecteur des signaux estimés  $\mathbf{E}(\mathbf{t})$  est le vecteur qui a la plus grande valeur de  $f_{kz}$

Afin de prouver la fiabilité de cet algorithme pour atteindre une séparation plus rapide et plus précise, nous devons suivre les mêmes étapes des sections (3.6 et 3.7) et avec les mêmes tests de séparation.

### 3.8.5 Cas des signaux stationnaires

#### 3.8.5.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes

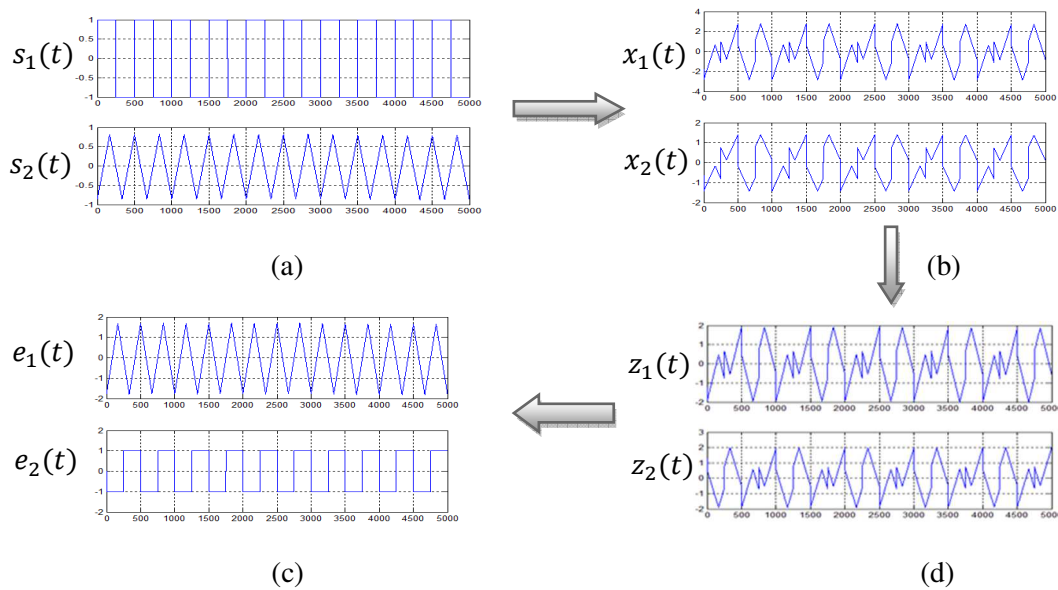
Pour le cas d'un mélange LI de deux signaux aléatoires uniformément distribués, l'algorithme de détermination du déphasage de la fonction  $f_{kz}(\theta)$  a réussi à ajuster la distribution des amplitudes des deux signaux blanchis sur le plan spatial. Un exemple du résultat de cette séparation, est présenté sur Fig. 3.23.



**Fig. 3.23:** Résultats de séparation pour le cas d'un mélange LI de deux sources uniformément distribuées en appliquant l'algorithme de la détermination du déphasage de la fonction  $f_{kz}(\theta)$ . (a) Distribution des amplitudes des signaux sources. (b) Distribution des amplitudes des signaux mélanges. (c) Distribution des amplitudes des signaux blanchis. (d) Distribution des amplitudes des signaux d'estimations.

### 3.8.5.2 Récupération des formes d'ondes

Pour la comparaison des formes d'ondes des signaux via l'algorithme du calcul du déphasage. Fig. 3.24 montre les formes d'ondes obtenues par l'application de l'algorithme sur le mélange de deux signaux déterministes et périodiques.

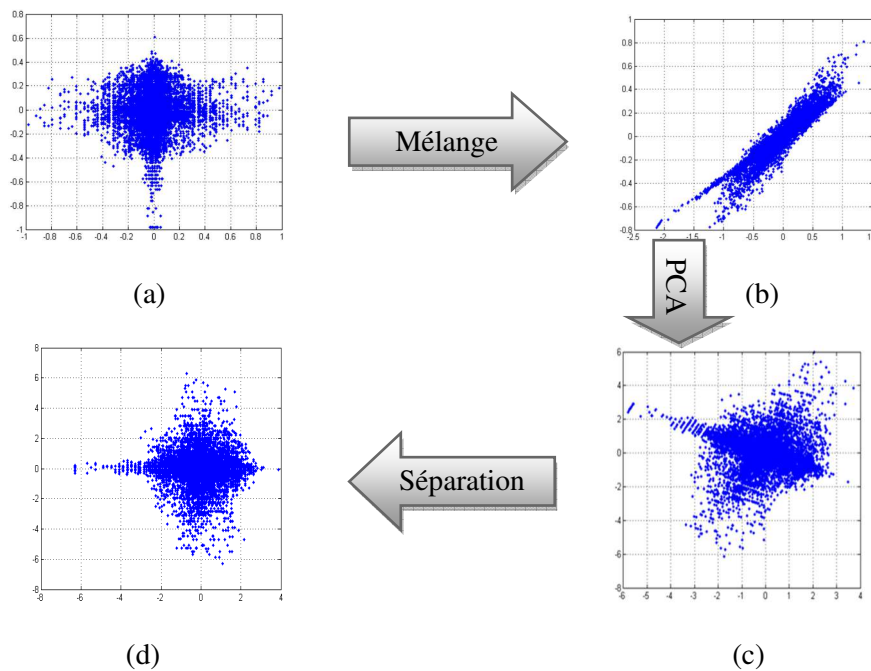


**Fig. 3.24:** Résultats de séparation pour le cas d'un mélange LI de deux sources périodiques par l'application de l'algorithme de la détermination du déphasage de la fonction  $f_{kz}(\theta)$ . (a) Formes d'ondes des signaux sources. (b) Formes d'ondes des signaux mélanges. (c) Formes d'ondes des signaux blanchis. (d) Formes d'ondes des signaux d'estimations.

### 3.8.6 Cas des signaux non stationnaires

#### 3.8.6.1 L'ajustement de la distribution des amplitudes

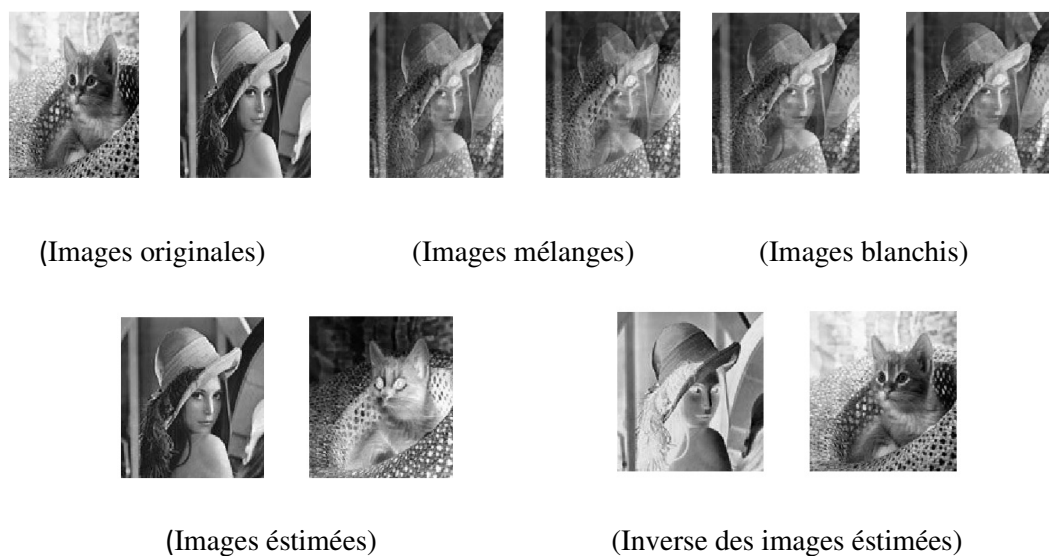
Pour le cas non stationnaire et pour tester l'ajustement de la distribution des amplitudes sur le plan spatial. Fig. 3.24 présente les distributions spatiales de chaque étape de séparation pour le cas de deux signaux source du type paroles.



**Fig. 3.25:** Résultats de séparation pour le cas d'un mélange LI de deux sources du type parole par l'application de l'algorithme de la détermination du déphasage de la fonction  $f_{kz}(\theta)$ . (a) Distribution des amplitudes des signaux sources. (b) Distribution des amplitudes des signaux mélanges. (c) Distribution des amplitudes des signaux blanchis. (d) Distribution des amplitudes des signaux d'estimations.

### 3.8.6.2 Récupération des formes d'ondes

Pour le test de la récupération des formes d'ondes des signaux source par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage de la fonction  $f_{kz}(\theta)$ . Fig. 3.24 présente le résultat de séparation ainsi que l'inverse du résultat pour le cas d'un mélange LI de deux images.



**Fig. 3.26:** Résultats de la séparation d'un mélange LI de deux sources du type images (grayscale), par la détermination du déphasage de la fonction  $f_{kz}(\theta)$ .

### 3.9 Comparaison des résultats des méthodes appliquées

Pour le cas d'un mélange LI de deux sources statistiquement indépendantes, la somme des kurtosis en valeurs absolues, peut être prise comme un critère de séparation par lequel la séparation peut être achevée en déterminant un angle adéquat. La détermination de cet angle séparateur a été effectuée au cours de ce chapitre via trois méthodes (Exhaustive, GA, et Analytique). Et les résultats obtenus ont montré la fiabilité des trois méthodes pour atteindre l'objectif de séparation. Dans cette partie et afin de comparer la performance de chaque technique de séparation nous allons présenter les résultats obtenus sur des tableaux.

#### 3.9.1 Tableaux des résultats de séparation

Pour évaluer la précision et la vitesse d'exécution de chaque méthode, les algorithmes de séparation ont été appliqués avec les mêmes conditions (matrice de mélange, signaux sources, nombre d'échantillons) où le kurtosis a été pris comme critère de séparation et aussi comme une mesure de référence afin de faciliter l'évaluation. Pour cela, tous les signaux ont été normalisés par rendre leurs variances égales à 1 et les kurtosis des signaux sont ordonnés par un ordre croissant et cela pour chaque étape de séparation. En ce qui concerne la mesure de l'indépendance statistique entre les signaux, nous avons choisi les valeurs absolues des cumulants croisés du quatrième ordre ( $C_{22}$ ,  $C_{31}$ ,  $C_{13}$ ) comme des mesures de test pour évaluer l'indépendance statistique. Et concernant les notations sur chaque tableau de comparaison, les techniques de séparation sont abrégées comme suit :

*EXH(2.2)*: Méthode exhaustive pour un intervalle  $= \left[0 \frac{\pi}{2}\right]$  avec un pas  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ .

*GA(2.2)*: Méthode génétique.

$\psi(2.2)$ : Méthode de la détermination du déphasage de la fonction  $f_{kZ}(\theta)$ .

**Tableau 3.1** : Comparaison des résultats de séparation pour le cas de deux signaux aléatoires uniformément distribués.  $Fk = \frac{|k_1|+|k_2|}{2}$ . Nombre d'échantillons = 5000.

	$F_k$	$k_1$	$k_2$	$ C_{22}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{31}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{13}  \cdot 10^{-3}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	1.2073	-1.2196	-1.1950	0.0513	0.0514	0.1323	-----
<b>Mélanges</b>	0.7002	-0.8212	-0.5792	9	10	11.9	-----
<b>EXH(2.2)</b>	1.2067	-1.2187	-1.1946	0.0565	0.1365	0.2042	0.137040s
<b>GA(2.2)</b>	1.2073	-1.2195	-1.1950	0.02071	0.04933	0.08959	2.728271s
<b><math>\psi(2.2)</math></b>	1.2073	-1.2196	-1.1950	0.03493	0.03508	0.04910	0.040051s

**Tableau 3.2 :** Comparaison des résultats de séparation pour le cas de deux signaux stationnaires périodiques (Carré, Triangulaire).  $Fk = \frac{|k_1|+|k_2|}{2}$ . Nombre d'échantillons = 5000.

	$F_k$	$k_1$	$k_2$	$ C_{22}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{31}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{13}  \cdot 10^{-3}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	1.5994	-1.9998	-1.1989	0.0178	0.1207	0.3493	-----
<b>Mélanges</b>	1.0959	-1.3834	-0.8084	6.43	8.59	12.14	-----
<b>EXH(2.2)</b>	1.5979	-1.9979	-1.1978	0.5	3.9	4	0.133865s
<b>GA(2.2)</b>	1.5994	-1.9998	-1.1989	0.1	0.6	3.2	2.690540s
<b><math>\psi(2.2)</math></b>	1.5994	-1.9998	-1.1989	0.0111	0.0371	0.1206	0.038286s

**Tableau 3.3 :** Comparaison des résultats de séparation pour le cas de deux signaux du type parole  $F_s=8\text{KHZ}$ .  $Fk = \frac{|k_1|+|k_2|}{2}$ . Nombre d'échantillons = 12000.

	$F_k$	$k_1$	$k_2$	$ C_{22}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{31}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{13}  \cdot 10^{-3}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	4.6360	2.9986	6.2734	0.0170	0.0906	0.1945	-----
<b>Mélanges</b>	1.7984	1.7575	1.8392	1.6	1.7	2.1	-----
<b>EXH(2.2)</b>	4.6359	2.9957	6.2762	0.0132	0.0485	0.1945	0.257122s
<b>GA(2.2)</b>	4.6362	2.9969	6.2755	0.0175	0.0465	0.1946	4.959528s
<b><math>\psi(2.2)</math></b>	4.6362	2.9970	6.2754	0.0363	0.0364	0.1951	0.051053s

**Tableau 3.4 :** Comparaison des résultats de séparation pour le cas de deux signaux du type image (grayscale).  $Fk = \frac{|k_1|+|k_2|}{2}$ . Nombre de pixels =  $128 \times 128$ .

	$F_k$	$k_1$	$k_2$	$ C_{22}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{31}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{13}  \cdot 10^{-3}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	0.8228	-1.0695	-0.5762	0.1524	0.2299	0.5116	-----
<b>Mélanges</b>	0.4357	-0.5320	-0.3393	2.1	2.9	4.6	-----
<b>EXH(2.2)</b>	0.8158	-1.0810	-0.5507	0.1675	0.1734	0.1957	0.284634s
<b>GA(2.2)</b>	0.8168	-1.0739	-0.5598	0.1486	0.1992	0.2190	5.876867s
<b><math>\psi(2.2)</math></b>	0.8168	-1.0747	-0.5590	0.1462	0.1994	0.2285	0.062059s

### 3.9.2 Tableaux du calcul des erreurs

Étant donné que le kurtosis d'un signal est une mesure linéairement invariante, alors le cas idéal en appliquant ICA pour le cas LI de sources statistiquement indépendantes est d'avoir des signaux d'estimation qui ont les mêmes valeurs de kurtosis que celles des signaux source. Et puisque sur les tableaux des résultats, le kurtosis a été pris comme critère de séparation pour les trois techniques, donc pour évaluer chaque technique de séparation, nous devons calculer l'erreur relative du kurtosis du signal estimé par rapport au kurtosis du signal source, et cette erreur doit être à sa valeur minimale. Pour cela nous présentons par la figure (3.27) les différents résultats du calcul des erreurs des kurtosis pour les quatre derniers tableaux.

#### Cas stationnaire

Erreurs des kurtosis pour le tableau 3.1			Erreurs des kurtosis pour le tableau 3.2				
	$\partial(F_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$		$\partial(F_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$
<b>EXH(2.2)</b>	0.0027	0.0467	0.0521	<b>EXH(2.2)</b>	0.0929	0.0932	0.0923
<b>GA(2.2)</b>	0.0213	0.0014	0.0413	<b>GA(2.2)</b>	0.0080	0.0081	0.0079
<b><math>\psi(2.2)</math></b>	0.0213	0.0015	0.0412	<b><math>\psi(2.2)</math></b>	$1.2 \times 10^{-5}$	$2.3 \times 10^{-7}$	$3.3 \times 10^{-6}$

#### Cas non stationnaire

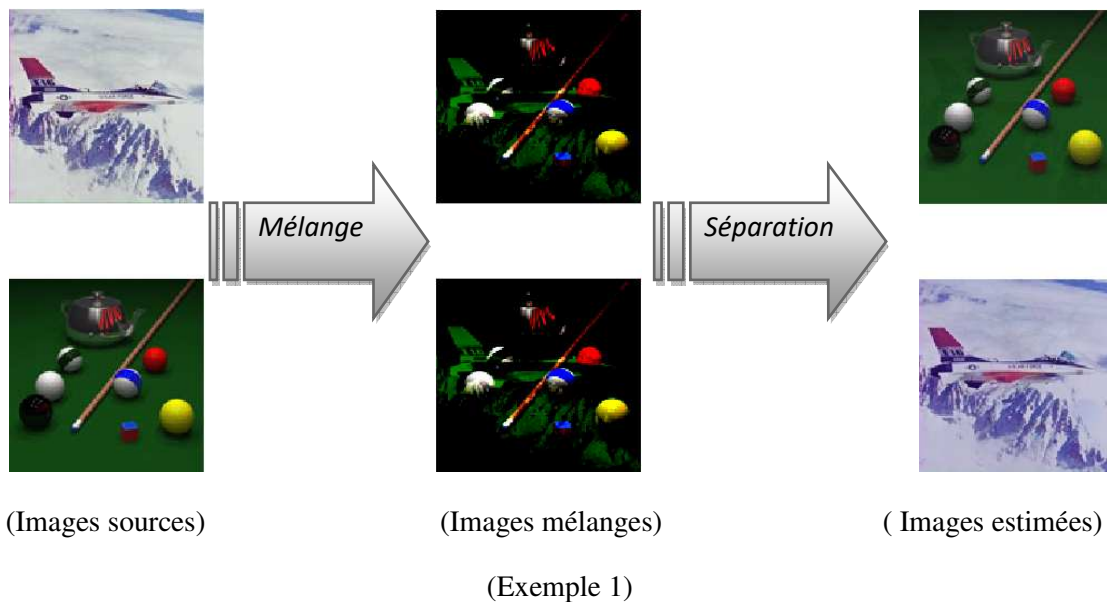
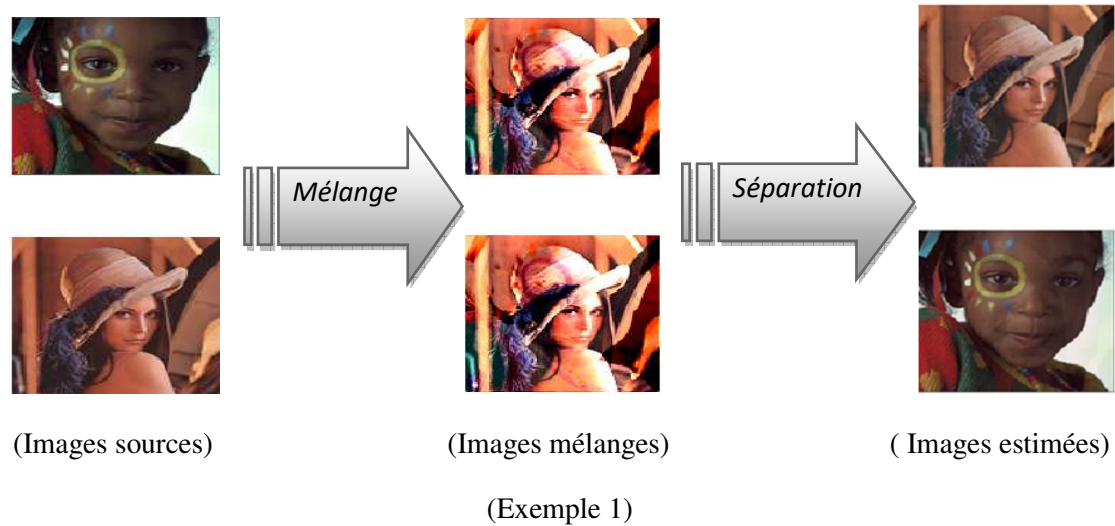
Erreurs des kurtosis pour le tableau 3.3			Erreurs des kurtosis pour le tableau 3.4				
	$\partial(F_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$		$\partial(F_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$
<b>EXH(2.2)</b>	0.0019	0.0993	0.0447	<b>EXH(2.2)</b>	0.7267	0.4846	2.9751
<b>GA(2.2)</b>	0.0035	0.0418	0.0251	<b>GA(2.2)</b>	0.7293	0.3776	2.7839
<b><math>\psi(2.2)</math></b>	0.0042	0.0544	0.0322	<b><math>\psi(2.2)</math></b>	0.7292	0.3840	3.0769

**Fig. 3.27** : Tableaux du calcul des erreurs des kurtosis.

D'après les résultats présentés sur les tableaux de la sous-section (3.9.1), les mesures montrent que toutes les valeurs des kurtosis des signaux estimés convergent vers le même point maximal, et toutes ces valeurs sont acceptables pour dire que le but de la séparation est atteint. Concernant le coût du calcul, la méthode de la détermination du déphasage (méthode  $\psi(2.2)$ ) converge rapidement vers la solution souhaitée et ce résultat est logique puisque cette technique ne nécessite que quatre essais de rotation pour réaliser la séparation. En ce qui concerne la précision des techniques pour obtenir l'angle adéquat, et d'après les résultats du calcul des erreurs présentés sur Fig. 3.27, nous remarquons que les erreurs de la somme des kurtosis obtenues par la méthode  $\psi(2.2)$  sont supérieures par rapport à celles des deux autres méthodes, ce résultat d'erreur est cohérent car cette erreur provient du principe du théorème central limite cela signifie que la technique du calcul du déphasage, est plus exacte du point de vue de l'application de l'ICA, puisque le but par la séparation des signaux indépendants est d'augmenter la valeur du kurtosis autant que possible, et nous pouvons également noter sur les

tableaux de comparaison, que même les signaux originaux (sources) ne sont pas strictement indépendants, c'est pour cette raison que ces valeurs d'erreur ont un sens logique.

Étant donné que la technique du calcul du déphasage s'est avérée fiable pour réaliser la séparation, nous présentons pour cela deux exemples démonstratifs sur la séparation d'un mélange LI de deux images RGB par l'application de cette technique, où le prétraitement de blanchiment a été effectué uniquement sur le plan R, et la matrice L de la décomposition de Cholesky et l'angle de rotation  $\theta$  obtenu à partir du plan (R), ont été appliqués directement aux deux autres plans (G et B).



**Fig. 3.28** : Exemples sur la séparation d'un mélange LI de deux d'images RGB par l'application de l'algorithme de la détermination du déphasage.

### **3.10 Conclusion**

Nous avons prouvé au cours de ce chapitre que le problème de la SAS pour le cas d'un mélange LI de deux sources statistiquement indépendantes, peut être résolu aveuglement en déterminant un angle de rotation adéquat qui transforme les signaux non corrélés en des signaux statistiquement indépendants, et le solutionnement du problème a été basé sur les statistiques d'ordre quatre en prenant le kurtosis et les cumulants croisés comme critères de séparation. Au cours de ce chapitre, la détermination de l'angle séparateur a été achevée par deux méthodes de séparation (séparation itérative et séparation directe), et les résultats des séparations étaient satisfaisants que ce soit pour le cas stationnaires ou le cas non stationnaires. En conclusion de ce troisième chapitre nous devons citer quelques déductions et remarques très importantes extraites lors de l'étude du cas LI (2×2) :

1. Après le blanchiment de deux observations, la détermination d'un angle qui maximise la valeur absolue du kurtosis d'un seul signal ou la somme des kurtosis en valeurs absolues mène à la récupération de deux sources statistiquement indépendantes.
2. La recherche exhaustive de l'angle séparateur, est une solution pour résoudre le problème de la SAS, mais l'opération est coûteuse, et l'exactitude du résultat dépend de la valeur du pas de recherche.
3. L'application des techniques d'optimisation pour déterminer l'angle de séparation, conduit à un résultat plus précis mais le problème du coût de calcul demeure existant.
4. La détermination analytique d'un angle séparateur, reste la méthode la plus exacte et la plus rapide mais l'inconvénient majeur par l'application de cette méthode est qu'au-delà de deux sources, nous devons recourir à une autre étude pour résoudre le problème.

## ***Chapitre 4***

# ***Détermination de l'ensemble des angles de rotation du modèle LI (n×n)***

### **4.1 Introduction**

Le but par l'application de la PCA est de transformer un vecteur de données corrélées en un vecteur de données non corrélées [72-74] et le but par l'application de l'ICA par n'importe quel critère d'indépendance statistique, est de converger vers le point de l'indépendance statistique globale afin de transformer un vecteur de données dépendantes en un vecteur de données statiquement indépendantes [75-77]. Nous avons prouvé au cours du troisième chapitre que pour le cas du modèle LI (2×2) de signaux statistiquement indépendants, la séparation peut être achevée via la détermination d'un angle adéquat par lequel les kurtosis des signaux blanchis atteignent leurs valeurs maximales en valeurs absolues. Ce quatrième chapitre a pour objective d'appliquer les deux principes utilisés au cours du troisième chapitre pour résoudre le problème de la SAS pour le cas de plusieurs sources non gaussiennes, pour cela l'étude de ce quatrième chapitre est consacré à la généralisation des solutions appliquées dans le troisième chapitre, pour le but de résoudre le problème LI (n×n) de sources statistiquement indépendantes, et à l'instar du troisième chapitre, nous présentons également dans ce chapitre, une étude comparative concernant l'application des trois techniques (Exhaustive, Génétique, Analytique) pour la détermination de l'ensemble d'angles adéquats nécessaires qui achèvent la séparation, et nous terminerons également ce chapitre par une conclusion qui contient les observations et les conclusions les plus importantes auxquelles nous sommes parvenus.

## 4.2 Séparation du cas LI (3×3)

Pour résoudre aveuglément le problème LI au-delà de deux sources, la solution nécessite aussi la construction d'un système de séparation basé sur des hypothèses concernant la matrice de mélange et aussi sur la nature probabiliste mutuelle entre les signaux sources. Ainsi dans le cadre de notre étude, la solution au problème devrait reposer sur les hypothèses suivantes :

- **Hypothèse 1** : La matrice de mélange doit être une matrice inversible.
- **Hypothèse 2** : Les sources sont mutuellement et statistiquement indépendantes.
- **Hypothèse 3** : Tout au plus l'un des signaux sources représente un signal Gaussien.
- **Hypothèse 4** : Le nombre d'observations égal ou supérieur à celui des signaux source.

### 4.2.1 Détermination du nombre de sources

Pour le cas d'un mélange LI de sources statistiquement indépendantes, et si le système de mélange est inversible nous pourrions déterminer le nombre de sources non gaussiennes existantes dans l'ensemble des signaux d'observation, en comptant le nombre des valeurs propres significatives de la matrice de covariance des signaux mélange [39,67].

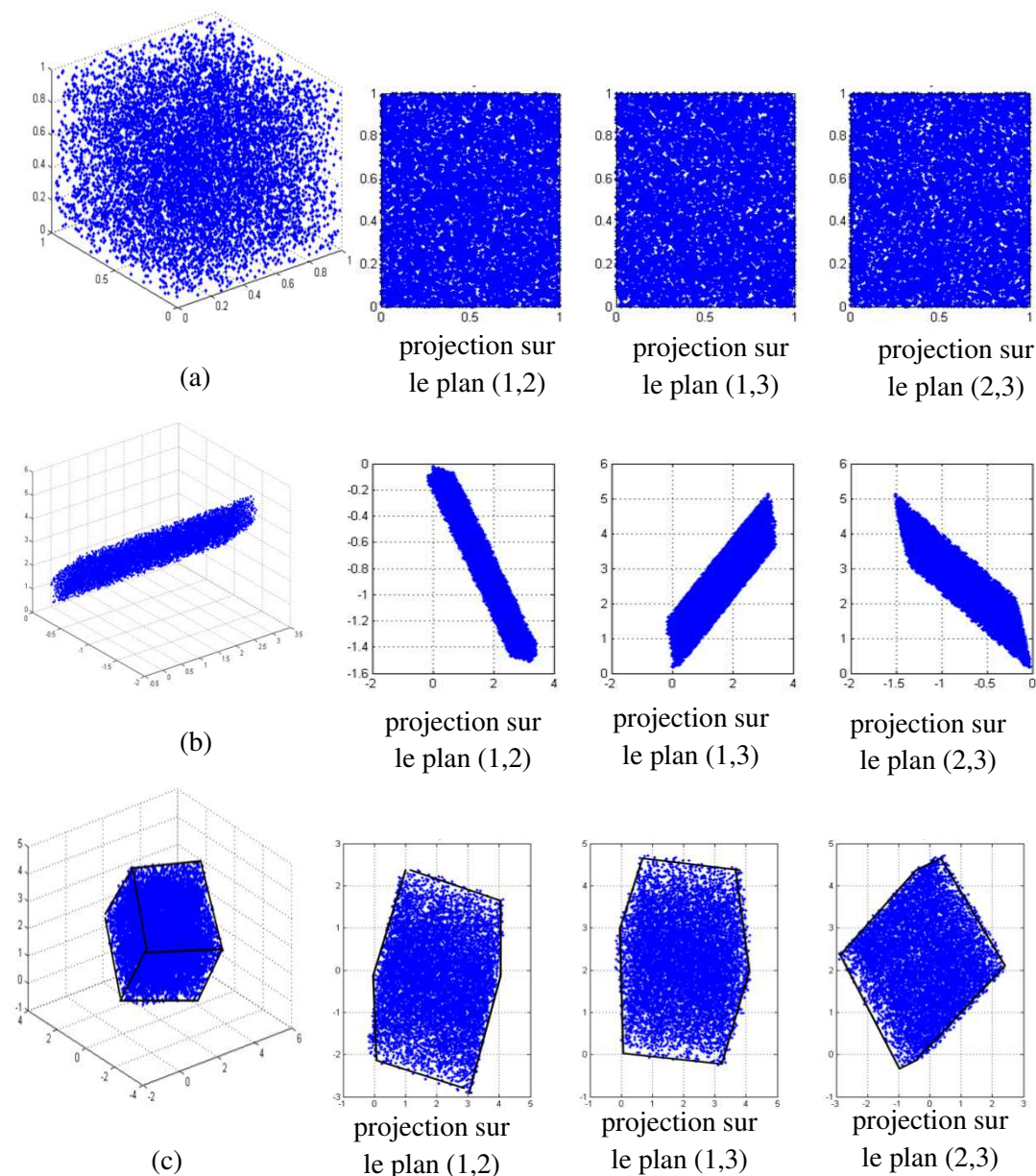
Après avoir déterminé le nombre de sources non gaussiennes existantes dans l'ensemble des signaux de mélange, nous pouvons pour le cas de LI ( $3 \times 3$ ) exprimer trois observations sous la forme de trois signaux résultant du système LI à trois sources qui s'exprime par la formule suivante :

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Pour la résolution du problème (4.1) la tâche à accomplir est de transformer le vecteur d'observations  $X(t)$  en un vecteur dont les éléments sont statistiquement indépendants  $E(t)$ .

### 4.2.2 Distribution des amplitudes pour le cas de trois sources

Similaire au cas de deux sources, pour le cas de trois sources et si les sources sont statistiquement indépendantes et suivent la loi uniforme, la distribution spatiale des amplitudes des signaux sources doit représenter un parallélépipède rectangle dans le repère cartésien tridimensionnel, et les projections de cette distribution (parallélépipède rectangle) doit représenter des rectangles ajustés sur chaque plan de l'espace cartésien. Géométriquement, le système (4.1) transforme ce parallélépipède rectangle à une nouvelle forme géométrique dont les projections représentent des polygones convexes non droits, et par l'application d'une orthogonalisation sur les signaux d'observations, nous obtiendrons un cube non ajusté dans l'espace cartésien (Fig. 4.1).



**Fig. 4.1 :** Un exemple démonstratif sur le blanchiment (Orthogonalisation) spatial d'un mélange LI de trois sources uniformément distribuées. (a) Distributions des amplitudes des signaux sources. (b) Distributions des amplitudes des signaux mélange. (c) Distributions des amplitudes des signaux blanchis.

#### 4.2.3 Ensemble d'angles de rotation

Afin d'achever la séparation d'une manière géométrique pour le cas de trois sources indépendantes, l'opération nécessite au moins trois angles de rotations ( $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ ), pour que la distribution des amplitudes des signaux blanchis soit ajustée. Même si nous supposons qu'il existe que trois angles de rotation, la tâche de l'ajustement géométrique de toutes les projections de la distribution sur les trois plans demeure une opération difficile et par une recherche exhaustive de ces trois angles nous pouvons résoudre ce problème, mais l'opération nécessite le balayage de tout l'espace à trois dimensions ce qui est défavorable du point de vue du coût du calcul. Et si l'ensemble des trois angles de rotation n'est pas suffisant pour ajuster toutes les projections de la distribution d'amplitude des signaux blanchis dans l'espace

tridimensionnel, il faut déterminer un autre ensemble qui comprend plus de trois angles. Géométriquement, les angles qui constituent l'ensemble à déterminer sont les trois angles de rotation  $(\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23})$ , cela signifie que pour la réalisation de la séparation par ces trois angles, le processus doit être effectué en suivant des étapes, et en chaque étape nous devons déterminer à nouveau cet ensemble de trois angles de rotation, jusqu'à la dernière étape à laquelle la séparation s'achève.

#### **4.2.4 Solution basée sur la séparation de chaque paire de signaux**

Afin d'achever la séparation par la maximisation de tous les kurtosis des signaux orthogonaux en valeurs absolues, l'ensemble d'angles de rotations appliqué sur les signaux blanchis doit transformer les signaux non corrélés en des signaux statistiquement indépendants. Et géométriquement cette indépendance peut être atteinte en ajustant toutes les projections de la distribution blanchie sur chaque plan de l'espace à trois dimensions. Nous pourrions atteindre un ajustement de toutes les projections de la distribution des amplitudes par l'application des rotations à deux dimensions sur chaque paire de signaux, cela veut dire qu'il faut maximiser successivement les kurtosis de chaque paire de signaux blanchis jusqu'à ce que tous les kurtosis atteignent une valeur maximale. Et Puisque cette solution est une opération itérative, un arrêt des opérations doit être déterminé, et cela en fixant un nombre maximal d'itérations ou en spécifiant un critère d'arrêt.

Pour le cas LI  $(3 \times 3)$ , le but est de trouver pour chaque itération l'ensemble d'angles de rotation  $(\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23})$  qui maximise les kurtosis de chaque paire de signaux orthogonaux. Fig. 4.2 montre un organigramme qui illustre les différentes étapes à suivre pour appliquer cette solution qui sépare chaque paire de signaux blanchis, et les différentes notations de cet organigramme sont les suivantes :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ ; Vecteur des observations.

$Z(t) = [z_1(t), z_2(t), z_3(t)]^T$ ; Vecteur des signaux blanchis.

$E(t) = [e_1(t), e_2(t), e_3(t)]^T$ ; Vecteur des signaux estimés.

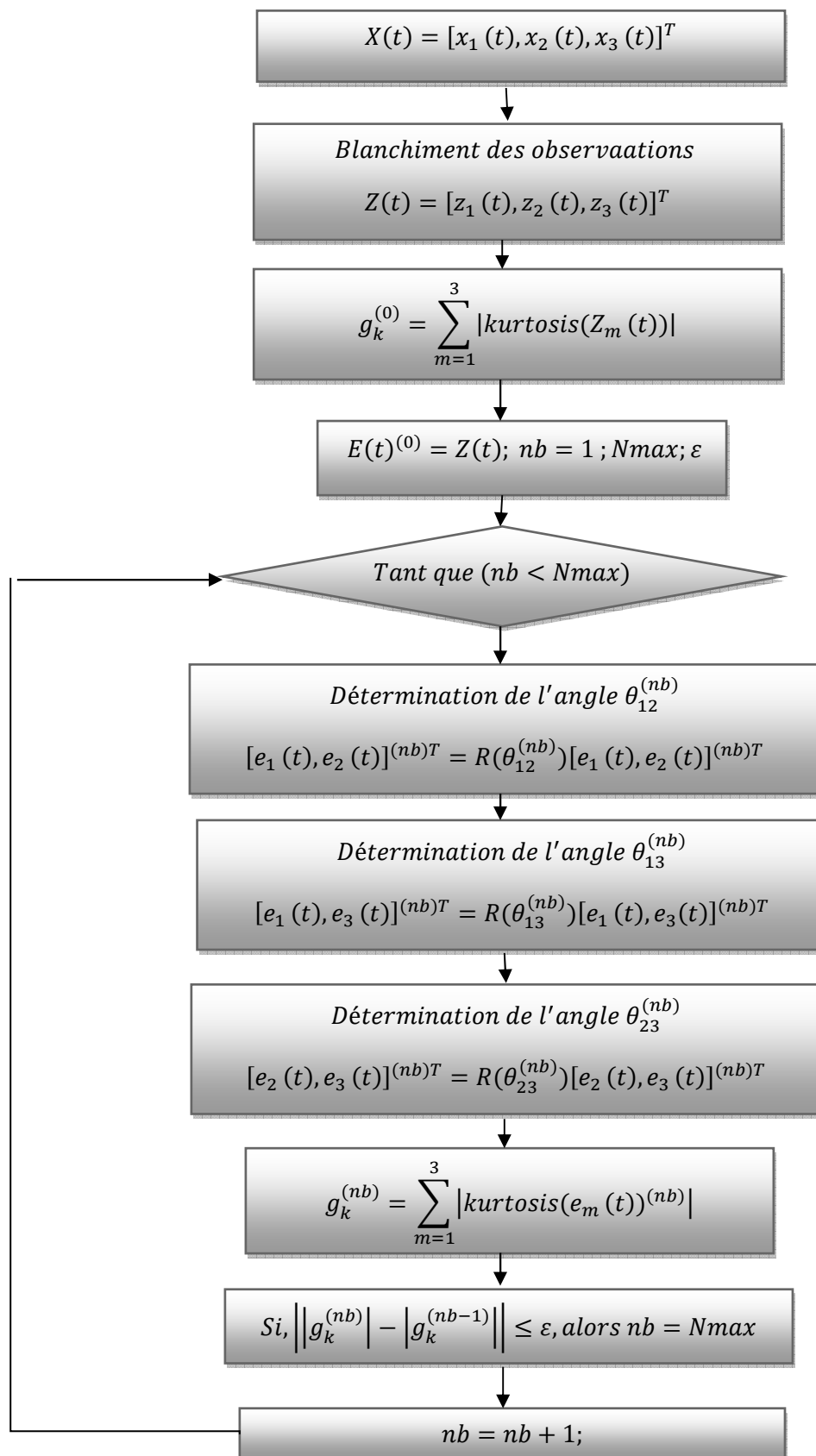
$R(\theta_{ij})$ ; Matrice de rotation à deux dimensions des signaux  $(i \text{ et } j)$ ;  $(i \neq j)$ .

$N_{max}$ ; Nombre maximal d'itérations.

$nb$ ; Le numéro de l'itération actuelle.

$g_k$ ; La somme des valeurs absolues des kurtosis des signaux.

$\varepsilon$ ; Critère d'arrêt.

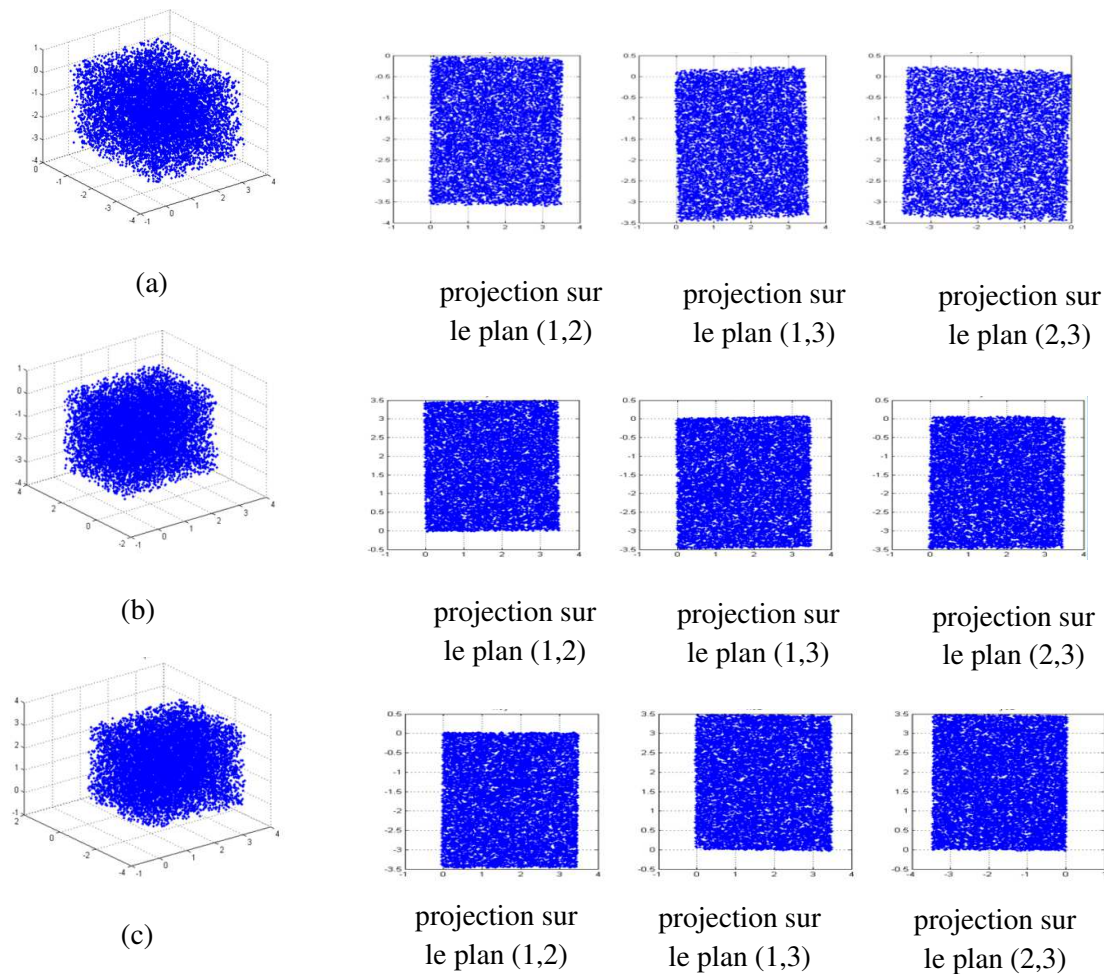


**Fig.4.2** : Organigramme pour la séparation du mélange LI (3x3) de sources statistiquement indépendantes, en maximisant les kurtosis de chaque paire de signaux blanchis.

Afin de prouver la fiabilité de l'organigramme de Fig. 4.2 pour achever la séparation. Nous allons présenter sur des figures les différents résultats de séparations obtenus en suivant les mêmes étapes de test appliquées au cours du deuxième chapitre, et pour le but de comparer la convergence de chaque méthode appliquée pour la détermination de l'angle séparateur entre chaque deux signaux blanchis, nous avons fixé dans tous les tests le nombre d'itérations à cinq itérations ( $N_{max} = 5$ ) sans prendre en considération le critère d'arrêt.

#### 4.2.4.1 Ajustement de la distribution des amplitudes

Si les trois projections de la distribution des estimations sont ajustées sur chaque plan bidimensionnel, nous pouvons alors dire que la séparation est atteinte. En suivant les étapes de l'organigramme présentées sur Fig.4.2 Les résultats obtenus pour le cas de trois signaux uniformément distribués de l'exemple illustré sur Fig. 4.1 sont présentés sur Fig. 4.3.

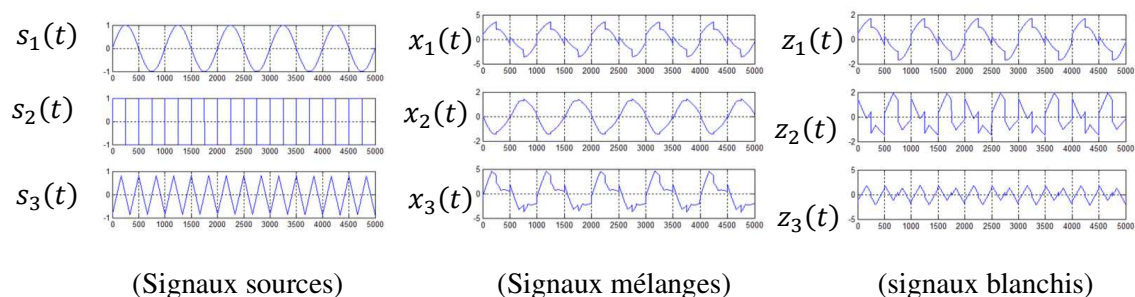


**Fig. 4.3:** Résultats de la séparation de trois signaux uniformément distribués de l'exemple présenté sur Fig. 4.1. (a) Distribution des résultats via la technique exhaustive ( $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ ). (b) Distribution des résultats via la technique génétique GA. (c) Distribution des résultats via la technique du calcul du déphasage.

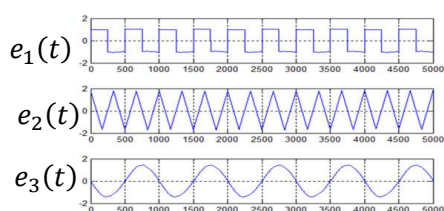
De cette dernière figure, nous pouvons facilement remarquer que quel que soit la méthode ( $2 \times 2$ ) appliquée, toutes les projections des distributions des amplitudes des signaux obtenus ont été ajustées sur chaque plan de l'espace à trois dimensions, et leurs formes représentent des rectangles. On peut donc dire dans ce cas que la séparation est réalisée.

### 4.2.4.2 Récupération des formes d'ondes

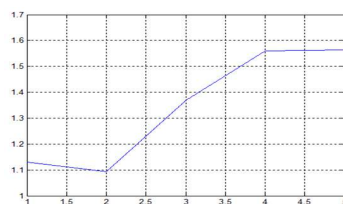
Pour vérifier la récupération des formes d'ondes, Fig. 4.4 présente les résultats de séparation pour le cas de trois signaux stationnaires et déterministes. Pour le cas des signaux non stationnaires Fig. 4.5 illustre les résultats obtenus pour le cas des signaux monodimensionnels du type parole, et Fig. 4.6 présente les résultats obtenus pour le cas de trois images.



	$g_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
$S(t)$	1.5662	-1.5	-1.9998	-1.1989
$X(t)$	1.2297	-1.1833	-1.4764	-1.0295
$Z(t)$	1.1068	-1.1833	-1.1935	-0.9437

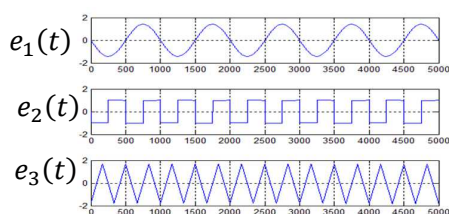


(Estimations par la méthode exhaustive)

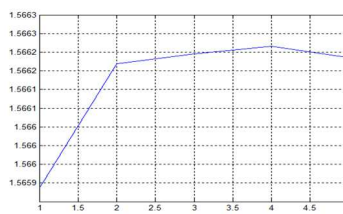


$g_k^{(nb)}$

$g_k = 1.5641$
$k_1 = -1.9966$
$k_2 = -1.1980$
$k_3 = -1.4976$

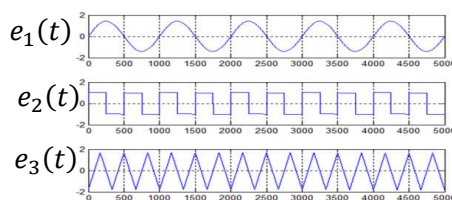


(Estimations par la méthode génétique)

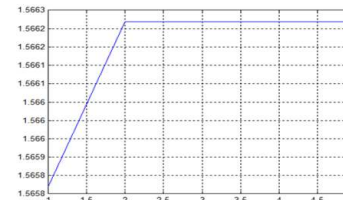


$g_k^{(nb)}$

$g_k = 1.5662$
$k_1 = -1.4999$
$k_2 = -1.9998$
$k_3 = -1.1990$



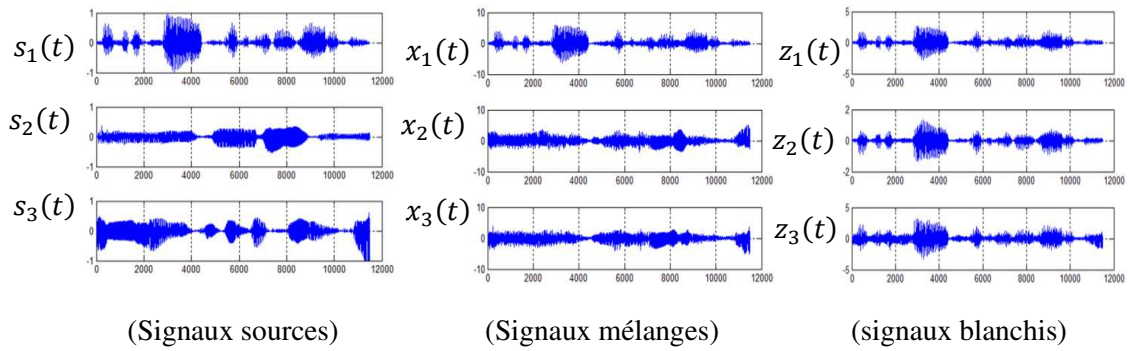
(Estimations par la méthode du déphasage)



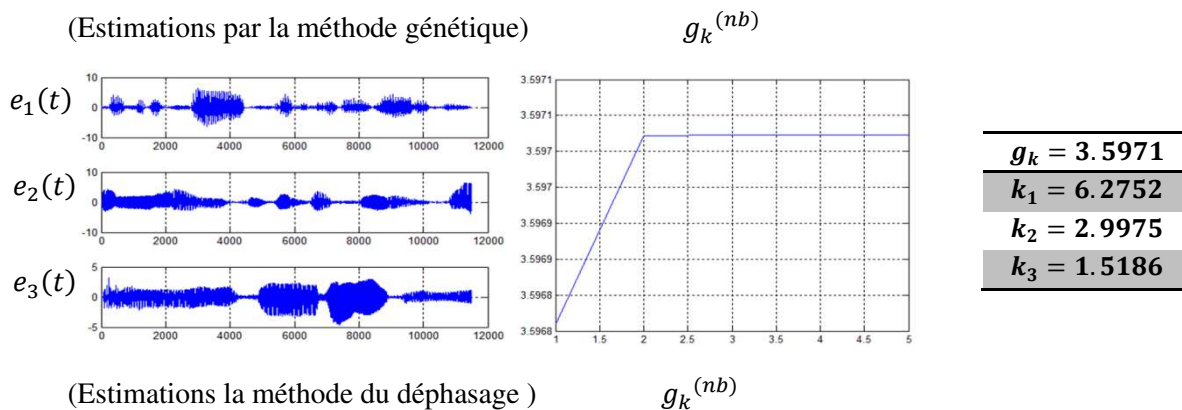
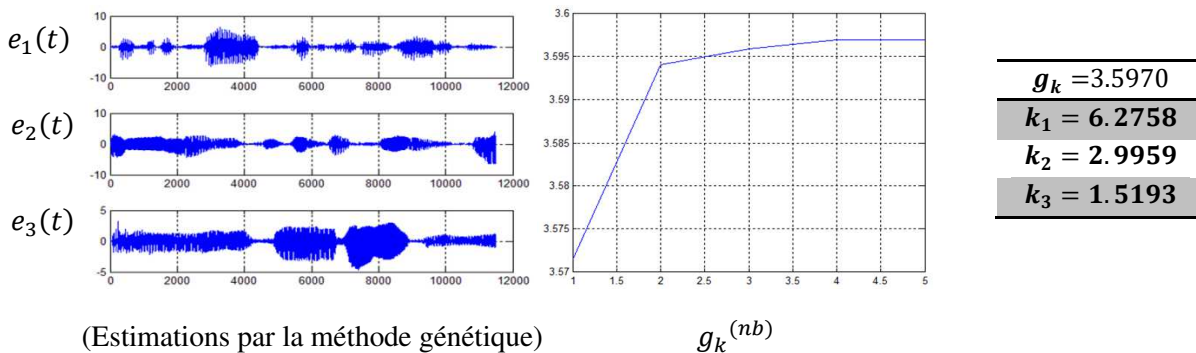
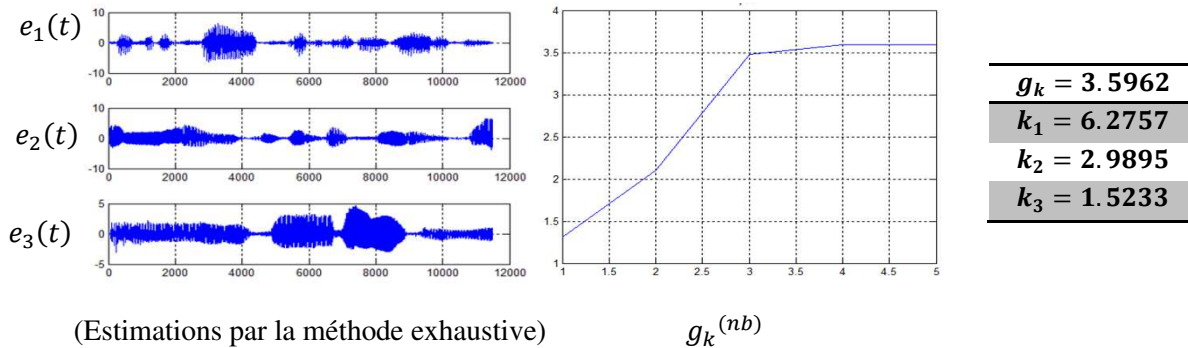
$g_k^{(nb)}$

$g_k = 1.5663$
$k_1 = -1.5000$
$k_2 = -1.9998$
$k_3 = -1.1990$

**Fig. 4.4 :** Résultats de séparations pour le cas d'un mélange LI de trois sources stationnaires périodiques.  $k_i$ : kurtosis du signal( $i$ );  $g_k = \sum_{i=1}^3 \frac{|k_i|}{3}$ ; ( $nb$ ): numéro de l'itération.



	$g_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
$S(t)$	3.5967	6.2734	1.5180	2.9986
$X(t)$	5.248	5.6343	6.1786	3.9317
$Z(t)$	2.4129	5.6343	0.9414	0.6630



**Fig. 4.5** : Résultats de la séparation d'un mélange LI de trois sources non stationnaires du type parole.  $k_i$ : kurtosis du signal( $i$ );  $g_k = \sum_{i=1}^3 \frac{|k_i|}{3}$ ; ( $nb$ ): numéro de l'itération



(Images sources)

(Images mélanges)

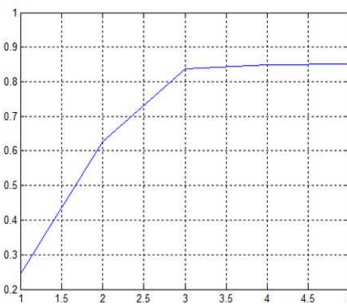


(Images blanchies)

Images	$g_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
<b>Sources</b>	0.8448	0.8888	-0.5762	-1.0695
<b>Mélanges</b>	0.5402	0.7450	0.7523	-0.1233
<b>Blanchies</b>	0.5919	0.7450	-0.4658	-0.5649



(Estimations par la méthode exhaustive)

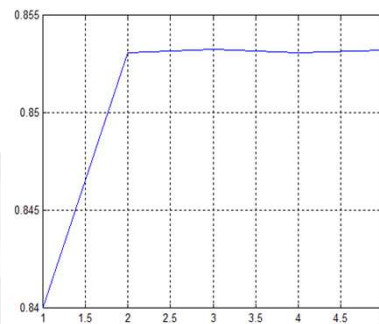


$g_k^{(nb)}$

<b><math>g_k = 0.8515</math></b>
<b><math>k_1 = 0.9235</math></b>
<b><math>k_2 = -0.5599</math></b>
<b><math>k_3 = -1.0713</math></b>



(Estimations par la méthode génétique)

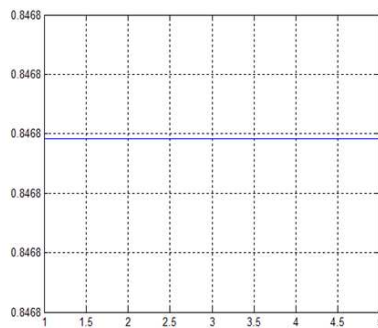


$g_k^{(nb)}$

<b><math>g_k = 0.8532</math></b>
<b><math>k_1 = -1.0727</math></b>
<b><math>k_2 = 0.9281</math></b>
<b><math>k_3 = -0.5588</math></b>



(Estimations par la méthode du déphasage )



$g_k^{(nb)}$

<b><math>g_k = 0.8468</math></b>
<b><math>k_1 = -1.0630</math></b>
<b><math>k_2 = 0.9271</math></b>
<b><math>k_3 = -0.5504</math></b>

**Fig. 4.6** : Résultats de séparations pour le cas de d'un mélange LI de trois images du type (grayscale).  $k_i$ : kurtosis du signal( $i$ );  $g_k = \sum_{i=1}^3 \frac{|k_i|}{3}$ ; ( $nb$ ): numéro de l'itération

À partir des résultats présentés sur les trois dernières figures, nous pouvons dire que la séparation d'un mélange LI de trois sources peut être achevée en maximisant d'une manière successive, les kurtosis de chaque paire de signaux blanchis, et quel que soit la méthode appliquée la courbe de la moyenne de la somme des kurtosis convergent vers le maximum global.

#### 4.2.4.3 Comparaison des résultats

Pour évaluer la fiabilité et la performance de chaque technique appliquée pour la maximisation des kurtosis des signaux orthogonaux pour le cas LI ( $3 \times 3$ ). Dans cette partie nous présentons sur quatre tableaux les différents résultats et mesures obtenus de chaque étape de séparation pour différents types de signaux où les kurtosis des signaux de chaque étape sont ordonnés par un ordre croissant, Concernant la précision du résultat, nous présentons sur Fig. 4.7 le calcul des erreurs des kurtosis pour chaque cas de séparation, et pour tester l'indépendance statistique entre les signaux, nous avons choisi les valeurs absolues des cumulants croisés ( $C_{211}, C_{121}, C_{112}$ ) comme mesures de test, et cela après avoir normaliser tous les signaux par rendre leurs variances égale à 1, et ces valeurs des cumulants mesurés sont également ordonnées par ordre croissant.

Sur les tableaux les différentes notations et les méthodes de séparation sont abrégées comme suit :

*EXH*: Méthode exhaustive pour un intervalle de recherche  $= \left[0 \frac{\pi}{2}\right]$  et  $\Delta\theta = \frac{\pi}{50}$ .

*GA*: Méthode génétique.

$\psi$ : Méthode de la détermination du déphasage.

$Gk = \frac{|k_1|+|k_2|+|k_3|}{3}$ ;  $k_i$ : kurtosis du signal ( $i$ ).

*Nmax* : Nombre d'itérations.

**Tableau 4.1** : Comparaison des résultats pour le cas de trois signaux aléatoires uniformément distribués. Nombre d'échantillons = 5000; *Nmax* = 5.

	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$ C_{211}  \cdot 10^{-4}$	$ C_{121}  \cdot 10^{-4}$	$ C_{112}  \cdot 10^{-4}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	1.1956	-1.1971	-1.1959	-1.1939	0.2675	0.2755	0.4732	-----
<b>Mélanges</b>	0.9647	-1.1600	-1.0200	-0.7142	21	28	31	-----
<b>EXH</b>	1.1947	-1.1954	-1.1948	-1.1939	0.1955	0.2853	0.4024	1.460867
<b>GA</b>	1.1965	-1.1992	-1.1957	-1.1946	0.2265	0.2676	0.4694	40.105042
<b><math>\psi</math></b>	1.1966	-1.1989	-1.1958	-1.1949	0.1323	0.2364	0.2674	0.125390

**Tableau 4.2 :** Comparaison des résultats pour le cas de trois signaux déterministes périodiques. Nombre d'échantillons = 5000;  $N_{max} = 5$ .

	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$ C_{211}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{121}  \cdot 10^{-3}$	$ C_{112}  \cdot 10^{-3}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	1.5662	-1.9998	-1.5000	-1.1989	0.0965	0.2381	0.2887	-----
<b>Mélanges</b>	1.2297	-1.4764	-1.1833	-1.0295	12.51	14.80	17.73	-----
<b>EXH</b>	1.5641	-1.9966	-1.4976	-1.1980	0.0094	0.1444	0.4980	0.802555
<b>GA</b>	1.5662	-1.9998	-1.4999	-1.1990	0.1029	0.2399	0.2914	38.930230
<b><math>\psi</math></b>	1.5663	-1.9998	-1.5000	-1.1990	0.0990	0.1803	0.2894	0.125390

**Tableau 4.3 :** Comparaison des résultats pour le cas de trois signaux non stationnaires du type parole. Nombre d'échantillons = 12000;  $N_{max} = 5$ .

	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$ C_{211}  \cdot 10^{-4}$	$ C_{121}  \cdot 10^{-4}$	$ C_{112}  \cdot 10^{-4}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	3.5967	1.5180	2.9986	6.2734	0.0838	0.0852	0.7831	-----
<b>Mélanges</b>	5.2482	3.9317	5.6343	6.1786	33	35	35	-----
<b>EXH</b>	3.5962	1.5233	2.9895	6.2757	0.0867	0.1466	0.6535	1.550878
<b>GA</b>	3.5967	1.5202	2.9960	6.2738	0.0592	0.1237	0.6556	72.189644
<b><math>\psi</math></b>	3.5971	1.5186	2.9975	6.2752	0.0729	0.5836	0.6520	0.212501

**Tableau 4.4 :** Comparaison des résultats pour le cas de trois signaux non stationnaires type images (grayscale). Nombre de pixels =  $128 \times 128$ ;  $N_{max} = 5$ .

	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$ C_{211}  \cdot 10^{-4}$	$ C_{121}  \cdot 10^{-4}$	$ C_{112}  \cdot 10^{-4}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	0.8448	-1.0695	-0.5762	0.8888	0.1899	0.6834	0.6981	-----
<b>Mélanges</b>	0.5402	-0.1233	0.7450	0.7523	2.255	3.802	4.044	-----
<b>EXH</b>	0.8515	-1.0713	-0.5599	0.9235	0.3746	0.4904	0.5415	1.651158
<b>GA</b>	0.8530	-1.0675	-0.5655	0.9258	0.4665	0.5535	0.5610	87.927807
<b><math>\psi</math></b>	0.8468	-1.0630	-0.5504	0.9271	0.2313	0.4568	0.6389	0.241316

**Cas stationnaire**

Erreurs des kurtosis pour le tableau 4.1

$T.(4.1)$	$\partial(G_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$	$\partial(k_3)\%$
<b>EXH</b>	0.0752	0.1424	0.0901	0.0069
<b>GA</b>	0.0753	0.1777	0.0173	0.0655
<b><math>\psi</math></b>	0.0803	0.1542	0.0050	0.0918

Erreurs des kurtosis pour le tableau 4.2

$T.(4.2)$	$\partial(G_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$	$\partial(k_3)\%$
<b>EXH</b>	0.1383	0.1612	0.1576	0.0759
<b>GA</b>	0.0013	0.0013	0.0043	0.0024
<b><math>\psi</math></b>	0.0016	0.0000	0.0011	0.0051

**Cas non stationnaire**

Erreurs des kurtosis pour le tableau 4.3

$T.(4.3)$	$\partial(G_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$	$\partial(k_3)\%$
<b>EXH</b>	0.0135	0.3522	0.3052	0.0374
<b>GA</b>	0.0004	0.1457	0.0865	0.0067
<b><math>\psi</math></b>	0.0115	0.0382	0.0385	0.0290

Erreurs des kurtosis pour le tableau 4.4

$T.(4.4)$	$\partial(G_k)\%$	$\partial(k_1)\%$	$\partial(k_2)\%$	$\partial(k_3)\%$
<b>EXH</b>	0.7951	0.1674	2.8274	3.8984
<b>GA</b>	0.9612	0.1878	1.8455	4.1631
<b><math>\psi</math></b>	0.2361	0.6016	4.4783	4.3002

**Fig. 4.7** : Résultats du calcul des erreurs des kurtosis pour le cas LI ( $3 \times 3$ ).

D'après les résultats présentés pour le cas LI ( $3 \times 3$ ), les valeurs des kurtosis des estimations prouvent que la séparation peut être obtenue en séparant chaque paire de signaux blanchis successivement et par itérations. Par l'application des trois techniques les kurtosis ont été maximisés et les cumulants croisés ont été minimisés et les erreurs obtenues sont acceptables que ce soit pour le cas stationnaire ou non stationnaire. Concernant le coût du calcul et la précision de la solution, le résultat obtenu par l'application de la technique de détermination du déphasage, montre que cette technique reste la plus rapide et la plus exacte. Nous pouvons également exprimer la même déduction qui a été tirée au cours du deuxième chapitre, que la cause principale de ces erreurs réside dans le fait que les sources elles-mêmes ne sont pas strictement indépendantes, et cela peut être vue à partir des résultats obtenus pour le cas des sources ayant une valeur du kurtosis proche de la valeur du signal gaussien, où l'on constate que les erreurs obtenues pour ce cas sont les plus importantes.

**4.3 Séparation pour le cas LI ( $n \times n$ )**

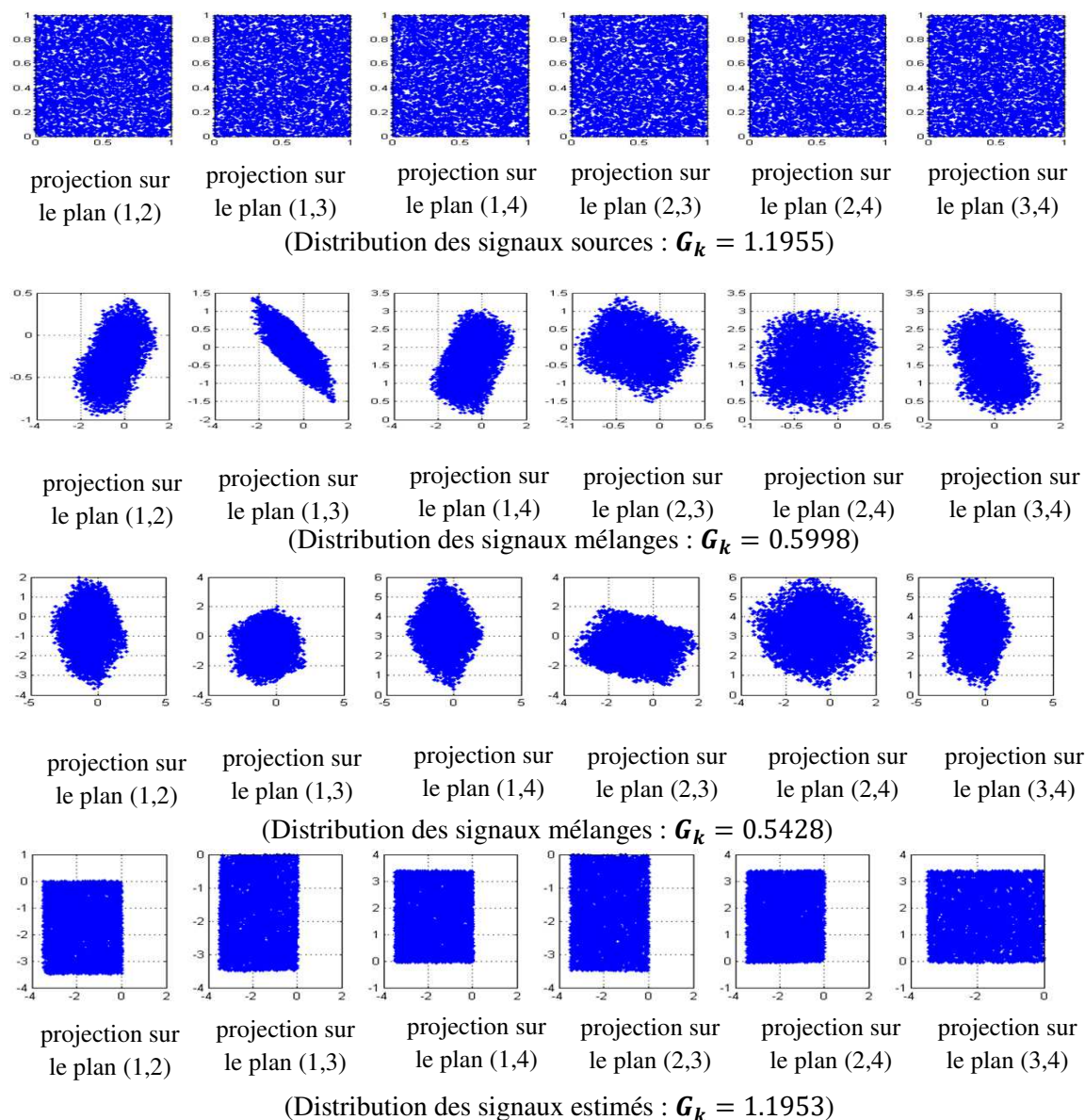
Au cours de la section précédente, nous avons prouvé que pour le cas LI ( $3 \times 3$ ) de sources indépendantes, la séparation peut être atteinte en maximisant les kurtosis de chaque paire de signaux blanchis et cela par la détermination de l'ensemble des trois angles ( $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ ) pour chaque itération. Dans cette section et en suivant le même raisonnement, nous allons tester la solution pour le cas de  $n$  sources statistiquement indépendantes, et puisque l'algorithme de séparation basé sur le calcul du déphasage a prouvé sa fiabilité en précision et aussi en vitesse du temps du calcul, les résultats de séparation pour le reste de ce chapitre ne seront présentés que par l'application de cet algorithme.

### 4.3.1 Séparation pour le cas LI (4x4)

Pour l'achèvement de la séparation pour le cas LI (4x4) de sources indépendantes, les six angles ( $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{23}, \theta_{24}, \theta_{34}$ ) représentent l'ensemble d'angles nécessaire pour chaque itération. Pour le cas des signaux uniformément distribués et en suivant le même raisonnement présenté sur Fig. 4.2, on peut dire que la séparation est atteinte si la distribution des amplitudes de chaque paire de signaux estimés forme un rectangle ajusté.

#### 4.3.1.1 L'ajustement des distributions des amplitudes

Pour le test de l'ajustement des distributions des amplitudes pour chaque pair de signaux, nous présentons sur Fig. 4.8 un exemple du résultat obtenu pour le cas de signaux aléatoires uniformes.

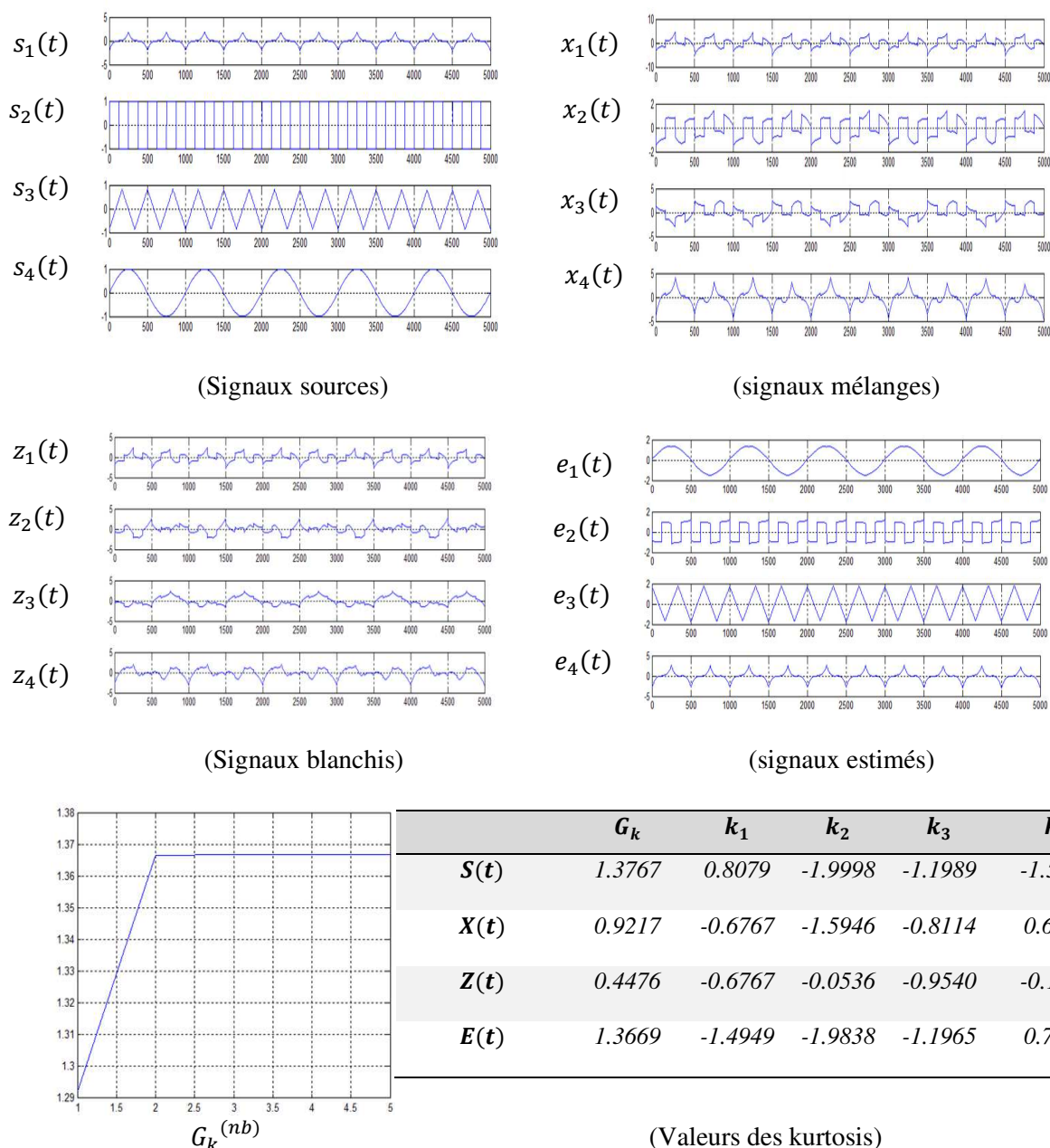


**Fig.4.8** : Exemple sur la séparation d'un mélange LI de quatre sources uniformément distribuées par la maximisation du kurtosis de chaque paire de signaux blanchis après cinq itérations.  $G_k = \sum_{i=1}^4 \frac{|k_i|}{4}$ ;  $k_i$ : kurtosis du signal ( $i$ ).

D'après les résultats présentés sur Fig.4.8, nous pouvons dire que la séparation est atteinte car toutes les projections de la distribution des signaux blanchis sont ajustées sur chaque plan et la somme des kurtosis des signaux blanchis a été maximisée.

### 4.3.1.2 Récupération des formes d'ondes

Pour tester la récupération des formes d'onde des sources. Fig. 4.9 présente un exemple pour le cas d'un mélange LI de sources périodiques et déterministes, et Fig. 4.10 présente un exemple de récupération de quatre images linéairement mélangées.



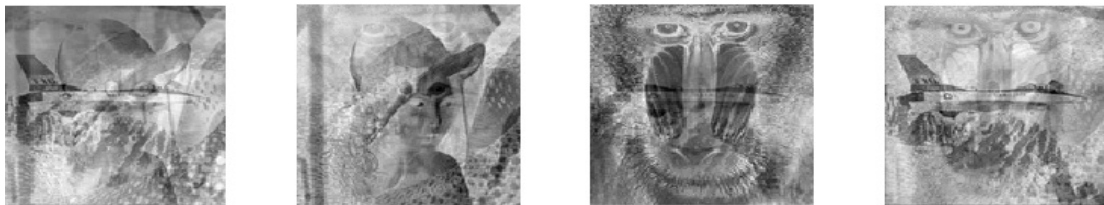
**Fig. 4.9:** Un exemple sur la séparation après cinq itérations, d'un mélange LI de quatre sources périodiques déterministes par la maximisation du kurtosis de chaque paire de signaux blanchis.  $G_k = \sum_{i=1}^4 \frac{|k_i|}{4}$ ;  $k_i$ : (kurtosis du signal  $i$ ).



(Images sources)



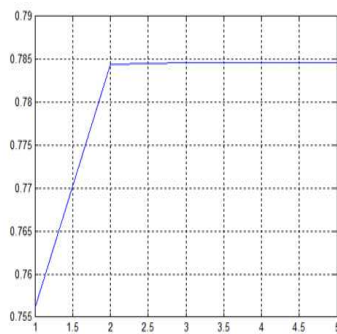
(Images mélanges)



(Images blanchies)



(Images estimations)



$$G_k^{(nb)}$$

<i>Kurtosis des Images</i>	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
<b>Sources</b>	0.7245	0.8888	-0.5762	-1.0695	-0.3633
<b>Mélanges</b>	0.3513	-0.3256	-0.3405	-0.4442	0.2951
<b>Blanchies</b>	0.2923	-0.3256	-0.3849	-0.4570	-0.0017
<b>Estimations</b>	0.7846	0.9239	-1.0882	-0.5641	-0.5621

**Fig. 4.10:** Exemple sur la séparation après cinq itérations, d'un mélange LI de quatre Images par la maximisation du kurtosis de chaque paire d'images monodimensionnelles blanchies.

$$G_k = \sum_{i=1}^4 \frac{|k_i|}{4}; k_i: (kurtosis \text{ du signal } i).$$

### 4.3.2 Erreurs de séparation

Afin d'évaluer les résultats obtenus par la séparation de chaque paire de signaux blanchis, nous présentons dans les tableaux ci-dessous les mesures et les calculs d'erreur pour chaque type de signal testé pour le cas LI (4×4), et sur ces tableaux, les kurtosis de chaque étape, sont ordonnés par ordre croissant, et après la normalisation des signaux, nous avons choisi, la valeur absolue de  $C_{1111}$  comme critère pour mesurer l'indépendance statistique.

**Tableau 4.5 :** Résultats de séparation pour le cas de quatre signaux aléatoires uniformément distribués. *Nombre d'échantillons = 5000; Nmax = 5.*

	$\sum_{i=1}^4 \frac{ k_i }{4}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$ C_{1111}  \cdot 10^{-5}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	1.2009	-1.2167	-1.1971	-1.1959	-1.1939	6.9859	-----
<b>Mélanges</b>	0.5845	-0.8639	-0.6532	-0.4245	-0.3963	10.877	-----
$\psi$	1.2016	-1.2171	-1.1988	-1.1956	-1.1949	6.8295	0.337416
<b>Erreurs (%)</b>	0.0619	0.0337	0.1487	0.0258	0.0916	-----	-----

**Tableau 4.6 :** Résultats de séparation pour le cas de quatre signaux stationnaires déterministes. *Nombre d'échantillons = 5000; Nmax = 5.*

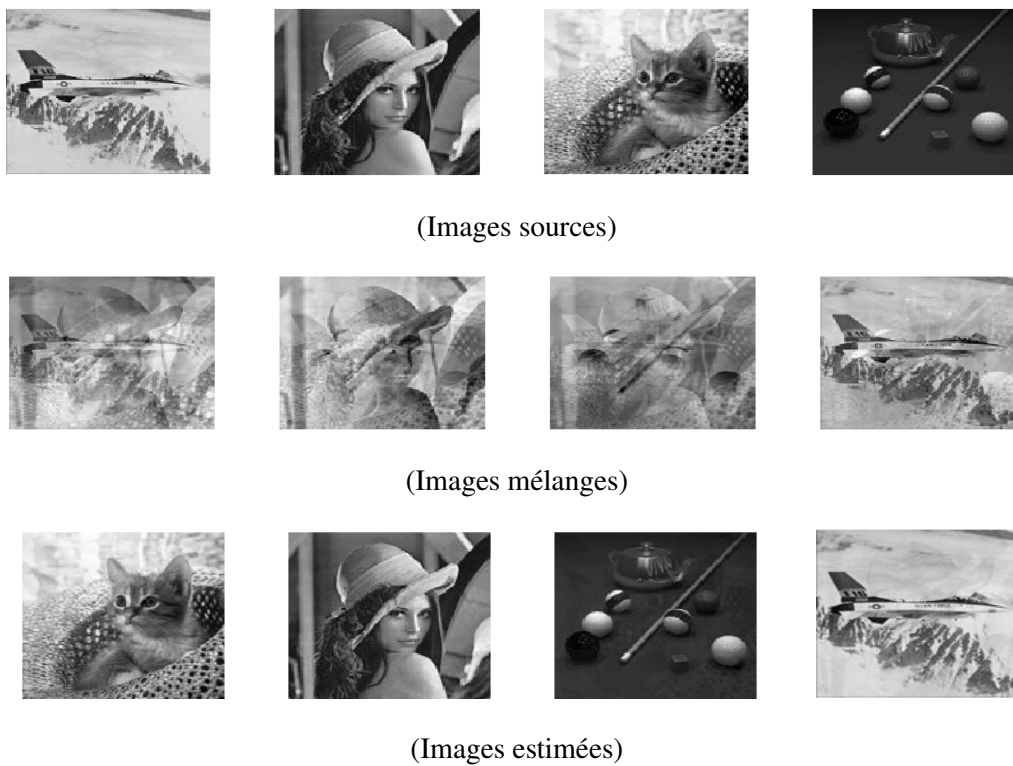
	$\sum_{i=1}^4 \frac{ k_i }{4}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$ C_{1111}  \cdot 10^{-5}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	1.3767	-1.9998	-1.5000	-1.1989	0.8079	0.0224	-----
<b>Mélanges</b>	0.9217	-1.5946	-0.8114	-0.6767	0.6041	0.0046	-----
$\psi$	1.3669	-1.9838	-1.4949	-1.1965	0.7925	0.0176	0.274545
<b>Erreurs (%)</b>	0.7064	0.7982	0.3396	0.2047	1.9044	-----	-----

**Tableau (4.7) :** Résultats de séparation pour le cas de quatre Images du type (grayscale). *Nombre d'échantillons = 128 × 128; Nmax = 5.*

	$\sum_{i=1}^4 \frac{ k_i }{4}$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$ C_{1111}  \cdot 10^{-5}$	Temps(s)
<b>Sources</b>	0.7245	-1.0695	-0.5762	-0.3633	0.8888	6.6988	-----
<b>Mélanges</b>	0.3513	-0.4442	-0.3405	-0.3256	0.2951	4.8290	-----
$\psi$	0.7846	-1.0882	-0.5641	-0.5621	0.9239	7.1032	0.547513
<b>Erreurs (%)</b>	8.3029	1.7531	2.0881	54.7160	3.9477	-----	-----

### 4.3.3 Influence de la valeur du kurtosis sur le résultat de séparation

D'après les résultats présentés sur les derniers tableaux, on peut remarquer que les kurtosis des signaux blanchis ont été bien maximiser pour dire que la séparation est atteinte, mais pour le calcul des erreurs et plus précisément pour le cas de la séparation des signaux image, on note une valeur d'erreur qui dépasse 50 %. Cette valeur d'erreur peut s'expliquer par la présence de deux sources avec des valeurs du kurtosis proches de la valeur gaussienne, et cette erreur est aussi due au fait que même les sources ne sont pas strictement indépendantes. On peut facilement en déduire de ces résultats obtenus, que la nature des signaux selon la valeur du kurtosis, influence également sur la précision du résultat de la séparation. Comme exemple, si l'on remplace une des images de la Figure (4.10) par une autre dont la valeur du kurtosis est significative (voir Fig. 4.11), on pourrait conclure du résultat de séparation obtenu que les sources ayant des valeurs du kurtosis proches de celle de la valeur nulle, se comportent approximativement comme des sources gaussiennes.



	$\sum_{i=1}^4 \frac{ k_i }{4}$	$k_{airplane}$	$k_{lenna}$	$k_{cat}$	$k_{pool}$	$ C_{1111}  \cdot 10^{-6}$
<b>Sources</b>	4.2214	0.8888	-0.5762	-1.0695	14.3509	7.8488
<b>Mélanges</b>	0.3140	-0.2118	-0.3224	-0.4275	0.2942	9.1735
<b>Estimations</b>	4.4707	0.9466	-0.5606	-1.0840	15.2916	2.5158
<b>Erreurs (%)</b>	5.9072	6.5031	2.6979	1.3577	6.5549	-----

(Tableau des erreurs du kurtosis pour chaque image)

**Fig. 4.11:** Séparation après cinq itérations d'un mélange LI de quatre Images par la maximisation des kurtosis de chaque paire d'images blanchies.

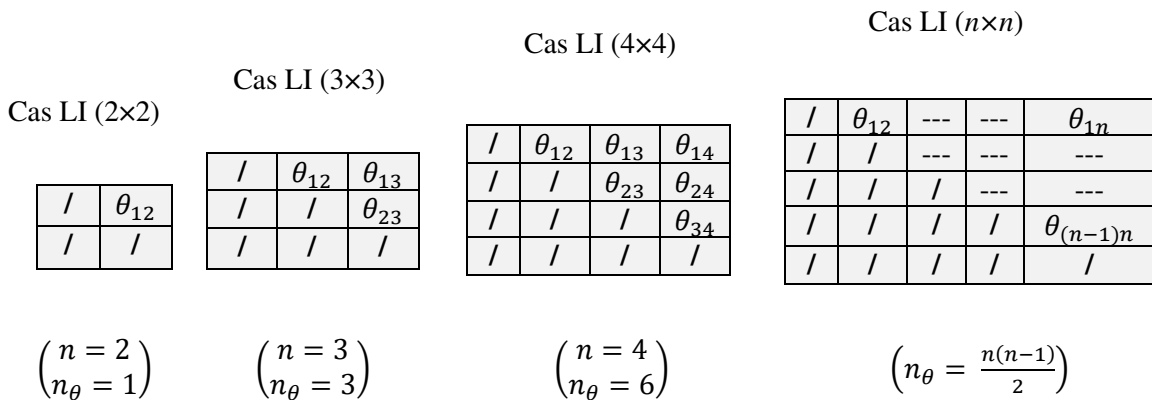
### 4.3.4 Nombre d'angles de rotation du cas LI ( $n \times n$ )

Dans les sections précédentes nous avons déterminé pour les cas LI (3x3) et LI (4x4), l'ensemble des angles nécessaires pour lesquels la séparation peut être réalisée. Dans cette sous-section et pour généraliser la solution de la séparation du cas LI( $n \times n$ ) par la maximisation du kurtosis via la détermination de l'angle de séparation de chaque paire de signaux blanchis, nous devons déterminer tous les angles de rotation pour chaque itération. Et puisque le nombre de sources non gaussiennes peut être obtenu à partir de la matrice de covariance des signaux d'observations, dans ce cas, nous pouvons également déterminer l'ensemble des angles de rotation nécessaires de chaque itération afin de compléter l'indépendance statistique de l'ensemble des signaux. Ce nombre d'angles peut être déterminé en calculant la somme de la suite arithmétique (Voir Fig.4.12) en appliquant l'expression suivante :

$$\text{nombre d'angles} = n_{\theta} = \frac{n(n-1)}{2} \tag{4.2}$$

Où :

$n$  : Nombre des valeurs propres significatives de la matrice de covariance mélange  $R_X$ .



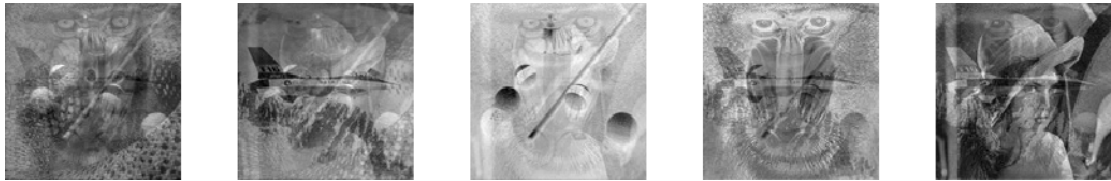
**Fig. 4.12:** Détermination du nombre d'angles de rotation  $n_{\theta}$ .

A titre d'exemple, pour le cas LI (4x4), l'application de la relation (4.2) conduit à obtenir un nombre égal à six angles à chaque itération, et de la même manière on peut obtenir pour le cas LI (5x5) l'ensemble des angles de rotation nécessaire pour réaliser la séparation et qui est constitué de dix angles, ( $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{15}, \theta_{23}, \theta_{24}, \theta_{25}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{45}$ ).

Et pour présenter des exemples démonstratifs sur cette généralisation de la solution du cas LI ( $n \times n$ ), par la séparation de chaque paire de signaux blanchis, Fig. 4.13 présente un exemple sur la récupération de cinq images du type (grayscale) après cinq itérations, et avec le même nombre d'itérations Fig. 4.14 présente deux exemples démonstratifs sur la séparation pour le cas des images du type RGB.



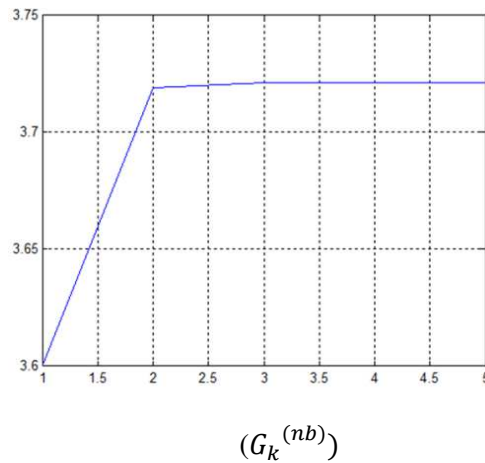
(Images sources)



(Images mélanges)

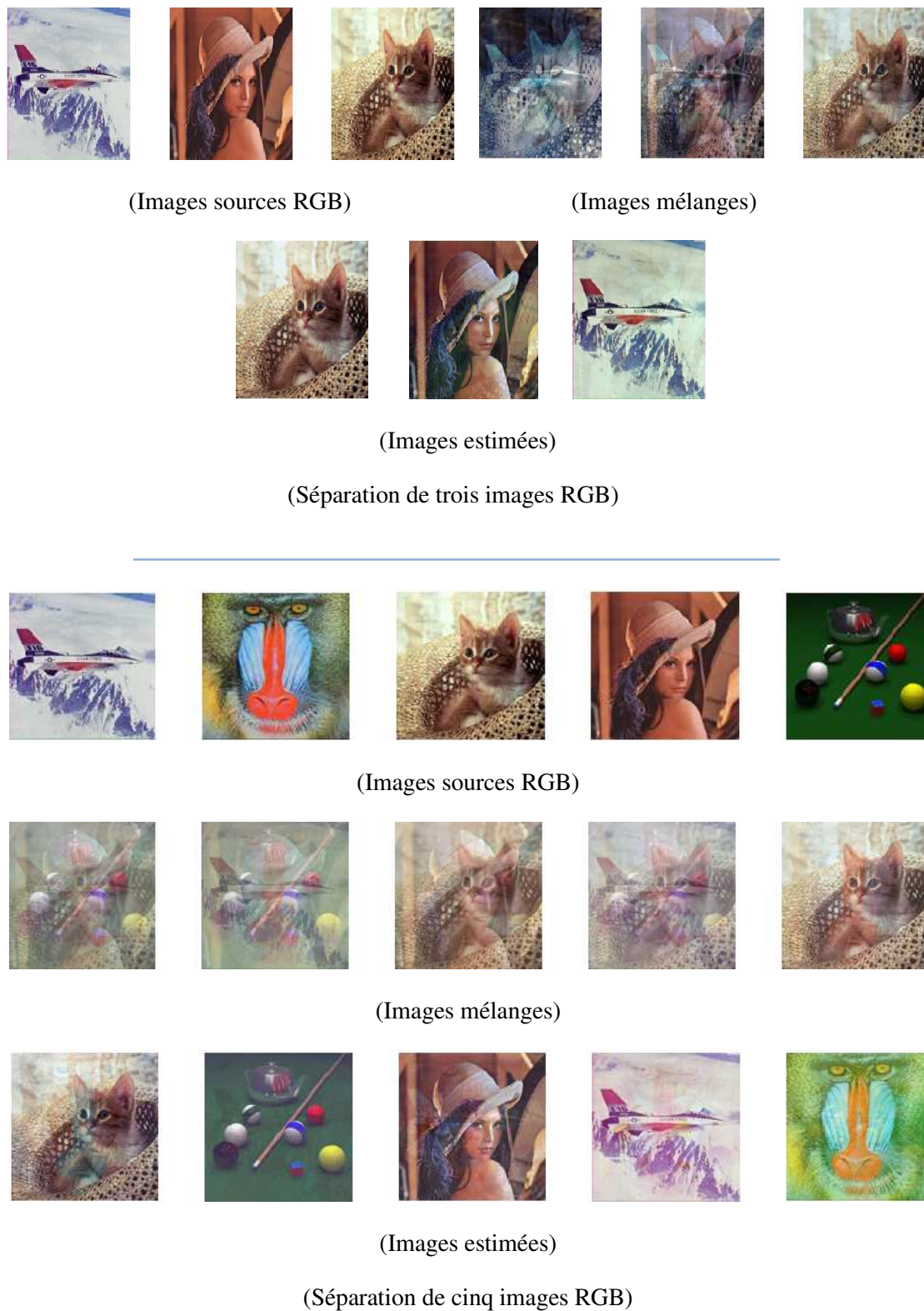


(Images estimées)



	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$
<b>Sources</b>	3.4497	0.8888	-0.5762	-1.0695	-0.3633	14.3509
<b>Mélanges</b>	0.6596	0.0703	0.9633	0.4938	-0.7212	-1.0496
<b>Estimations</b>	3.7212	-0.5539	15.4751	0.9545	-1.0963	-0.5260

**Fig. 4.13:** Séparation après cinq itérations d'un mélange LI de cinq Images du type (grayscale) par la maximisation du kurtosis de chaque paire de signaux blanchis en appliquant la méthode de la détermination du déphasage,  $G_k = \sum_{i=1}^5 \frac{|k_i|}{5}$ ;  $k_i$ : (kurtosis du signal  $i$ ).



**Fig. 4.14:** Exemples sur la séparation du mélange LI des Images du type RGB par la maximisation du kurtosis de chaque paire d'images blanchies, via l'application de la méthode de détermination du déphasage.

#### **4.4 Conclusion**

Ce quatrième chapitre visait à résoudre le problème SAS pour le cas LI de plusieurs sources statistiquement indépendantes, et cela par la généralisation des solutions présentée dans le troisième chapitre, et nous avons démontré par des tests de simulation qu'après avoir déterminé le nombre de sources non gaussiennes dans l'ensemble de signaux mélange, la maximisation des kurtosis de chaque paire de signaux blanchis restaure l'ensemble de tous les signaux sources et cela par de l'application successive de la séparation du cas LI ( $2 \times 2$ ) sur chaque paire de signaux blanchis jusqu'à ce que les kurtosis de tous les signaux blanchis atteignent leurs valeurs maximales. Les résultats obtenus par simulation montrent la fiabilité de cette généralisation pour atteindre la séparation. Et avant de terminer ce chapitre, nous devons souligner quelques conclusions tirées au cours de ce chapitre concernant cette généralisation :

1. Pour le cas LI de sources statistiquement indépendantes, la séparation successive et itérative de chaque paire de signaux blanchis conduit à la récupération de l'ensemble des signaux sources.
2. L'ensemble des angles de rotation nécessaires pour réaliser la séparation peut être obtenu en déterminant le nombre de sources non gaussiennes dans l'ensemble des signaux d'observation.
3. Les valeurs des kurtosis des signaux sources influencent sur le résultat de la séparation.
4. Les signaux qui ont une valeur du kurtosis proche de la valeur gaussienne agissent approximativement tel un signal gaussien, ce qui crée une sorte d'ambiguïté pour obtenir les vraies valeurs des kurtosis des sources.

# Chapitre 5

## Séparation pour le cas d'un mélange bruité

### 5.1 Introduction

Fréquemment, un problème apparaît lors de la transmission des signaux dans le milieu de propagation, lorsqu'un ou plusieurs signaux dégradent l'intelligibilité des informations utiles. Ce phénomène est principalement dû à l'interférence de l'ensemble des informations utiles avec d'autres signaux indésirables. En théorie de l'information, ces signaux indésirables et qui ne contiennent pas d'informations importantes, sont appelés Signaux de Bruit et pour récupérer les informations utiles incluses dans le signal bruité, il faut réduire au maximum la puissance de ces signaux bruit sans affecter l'intelligibilité de l'information utile. Pour cela, nous avons consacré ce dernier chapitre, à l'étude de ce problème du bruit, pour le cas du bruit blanc gaussien additif (AWGN : Additive white Gaussian Noise) où la réduction du bruit va être effectuée au cours de ce chapitre, via l'application d'un célèbre algorithme proposé par DONOHO's [78,79]. Cet algorithme de débruitage est basé sur l'estimation de l'écart type du signal gaussien présent dans le signal affecté où la réduction de la puissance du bruit s'achève par une opération de seuillage dans le domaine des ondelettes. Et pour évaluer les performances de l'application de cette technique de filtrage et l'algorithme de séparation proposé, les résultats obtenus, vont être comparés avec celles obtenues via l'application d'un célèbre algorithme de séparation appelé SOBIRO (Second Order Blind Identification RObust) [67,80].

## 5.2 Les mesures d'évaluations le SNR et le MSE

L'étude du problème SAS pour le cas bruité nécessite des mesures d'évaluation pour tester les performances de l'algorithme de séparation ainsi que la technique de réduction du bruit appliquée et la résolution de ce problème de bruit nécessite également de connaître la nature des sources et le type de bruit à réduire. Le type de bruit traité dans ce travail est celui du bruit blanc gaussien additif AWGN qui est un signal aléatoire qui suit la loi de distribution gaussienne (kurtosis =0), et du point de vue probabiliste ce signal de bruit est un signal indépendant de tout autre signal et si la puissance du signal gaussien (bruit) est significative par rapport à celle du signal non gaussien, le signal reçu devient inintelligible et l'information utile pourrait être perdue. Le signal  $x_b(t)$  affecté par le bruit pour le cas additif peut être exprimé comme suit :

$$x_b(t) = x(t) + b(t) \quad (5.1)$$

Où :

$x(t)$ : Signal sans bruit original (non gaussien).

$b(t)$ : Le signal bruit.

### 5.2.1 Le SNR

Si le signal  $x(t)$  contenant l'information utile, est affecté par le signal bruit  $b(t)$ , alors le SNR (Signal Noise Ratio) représente la valeur de la puissance du signal utile sur la puissance du signal de bruit. En général l'unité de cette grandeur est le décibel et peut être calculée en appliquant l'expression suivante :

$$SNR_{(x(t),b(t))} = 10 \log_{10} \left( \frac{Var(x(t))}{Var(b(t))} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{std(x(t))}{std(b(t))} \right) dB \quad (5.2)$$

$std(x(t))$ : L'écart type du signal  $x(t)$ .

$std(b(t))$ : L'écart type du bruit  $b(t)$ .

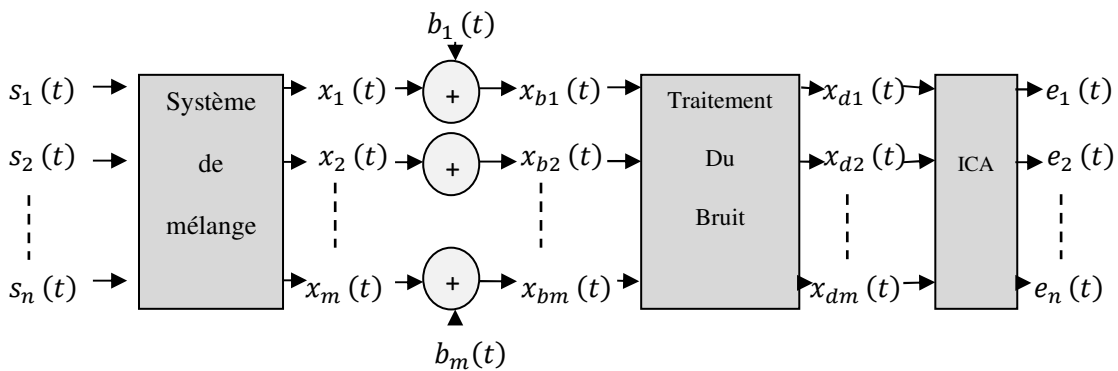
### 5.2.2 Le MSE

Afin de réduire la puissance du bruit et de récupérer le signal utile, le signal bruité doit subir un traitement du filtrage, et le cas idéal de cette opération est lorsque le signal filtré (sortie du filtre  $x_d(t)$ ) a la même forme d'onde du signal original  $x(t)$ . Ainsi, pour évaluer la fiabilité et les performances de toute opération de filtrage, nous devons mesurer le degré de similitude de forme d'onde entre les deux signaux (signal d'origine et signal filtré). Dans le Domain temporel discret  $t = [1, 2, \dots, L]$  Nous pouvons mesurer le degré de similarité entre le signal original et le signal filtré par le calcul de la moyenne des erreurs quadratiques (MSE : Mean Square Error) en appliquant l'expression suivante :

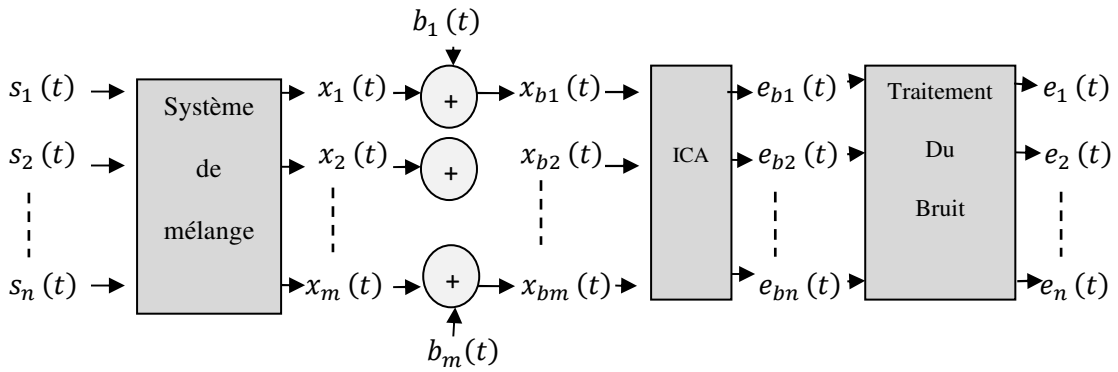
$$MSE_{(x(t),x_d(t))} = \frac{\sum_{t=1}^L (x(t) - x_d(t))^2}{L} \quad (5.3)$$

### 5.3 Le problème de la SAS pour le cas bruité

La résolution du problème de la SAS pour le cas bruité, a pour but de récupérer un ensemble de signaux sources  $S(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$  à partir d'un ensemble de signaux mélanges bruités  $X_b(t) = [x_{b1}(t), x_{b2}(t), \dots, x_{bm}(t)]^T$  [81-83]. La difficulté pour résoudre ce problème de séparation est que le bruit présent en chaque observation se diffère de celui d'une autre  $B(t) = [b_1(t), b_2(t), \dots, b_m(t)]^T$ . Alors, l'objectif est de réduire tous les signaux de bruit existants dans l'ensemble des signaux utiles. Deux solutions peuvent être appliquées pour résoudre ce problème. La première solution consiste à traiter les signaux au niveau des signaux d'observation bruités (mélanges) puis il faut appliquer les techniques de séparation sur les signaux mélange débruités pour récupérer les sources. Et si le procédé de séparation est robuste à la présence de bruit, la seconde solution opère de manière à traiter le bruit au niveau des signaux séparés. (Voir Fig. 5.1).



Solution (1) -Le Prétraitement-



Solution (2) -Le Post traitement-

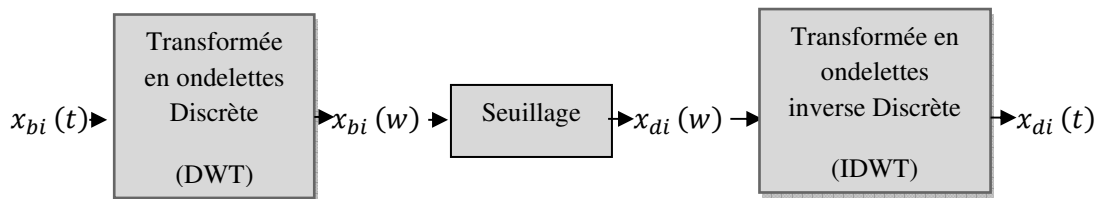
**Fig.5.1** : Les deux solutions possibles de l'application d'un filtre de bruit, pour la résolution du problème de la SAS pour le cas d'un mélange LI dans un environnement bruité.

D'après cette dernière figure, les deux solutions traitent le bruit en le réduisant de chaque signal affecté indépendamment des autres signaux bruités. Étant donné que le bruit traité dans ce travail est un bruit blanc, le filtre doit réduire autant que possible la présence gaussienne de chaque signal affecté par l'AWGN.

#### 5.4 Réduction de la puissance du AWGN par ondelettes

On trouve dans la littérature de nombreux travaux proposés pour traiter le problème de la réduction du l'AWGN [84] et en général le traitement de ce problème est basé sur des connaissances préalables concernant le signal à récupérer. Mais en SAS, le signal utile (source originale) est inconnu et affecté par des signaux non gaussiens et qui sont aussi des signaux utiles, ce qui signifie que ces signaux d'observation bruités contiennent également des signaux gaussiens issus d'informations utiles. Pour cette raison et dans le but de tester la fiabilité et les performances des deux solutions présentées sur la figure (5.1) pour réduire la puissance du bruit gaussien en chaque signal affecté, nous avons choisi d'appliquer de manière similaire à celle de [27,82], l'application de l'algorithme proposé par DONOHO's qui traite le problème de l'AWGN par la réduction de la puissance du signal gaussien en estimant son écart-type dans le domaine des ondelettes.

La réduction du bruit blanc par décomposition en ondelettes vise à estimer l'écart type du signal gaussien existant dans le signal à traiter, puis à seuiller les composantes constitutives du signal gaussien dans le domaine des ondelettes. Fig. 5.2 présente un schéma simplifié des différentes étapes à suivre de cette opération de filtrage.



**Fig. 5.2:** Réduction de la puissance du signal gaussien via la décomposition en ondelettes.

DWT : (De l'anglais : Discrete Wavelets Transform).

IDWT : (De l'anglais : Inverse Discrete Wavelets Transform).

$x_{bi}(t)$  : Signal à traiter dans le domaine temporel.

$x_{bi}(w)$  : Signal à traiter dans le domaine des ondelettes.

$x_{di}(w)$  : Le signal débruité dans le domaine des ondelettes.

$x_{di}(t)$  : Le signal débruité dans le domaine temporel.

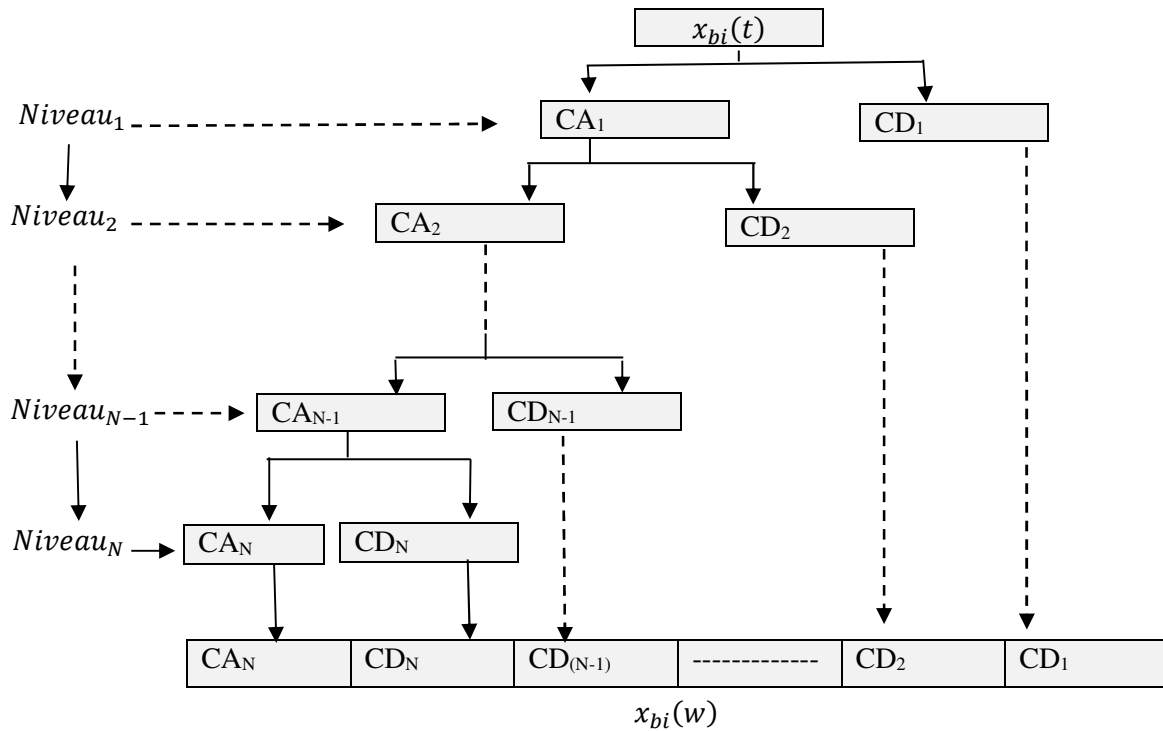
Cette dernière figure indique que le traitement du bruit s'effectue via trois étapes.

- **Etape de décomposition :** Le signal bruité  $x_{bi}(t)$  doit être décomposé dans le domaine des ondelettes.
- **Etape du Seuillage :** Après la détermination du seuil, le signal bruité  $x_{bi}(w)$  du domaine des ondelettes doit subir une opération de filtrage.
- **Etape de Reconstruction :** Le signal traité dans le domaine des ondelettes doit être reconstruit dans le domaine temporel.

Après avoir brièvement présenté les étapes à suivre pour réduire la présence du bruit blanc via la décomposition en ondelettes. Dans ce qui suit nous allons présenter quelques détails de ces trois opérations.

### 5.4.1 Décomposition

La transformation du signal à traiter dans le domaine des ondelettes consiste à décomposer ce signal jusqu'à un niveau N par une ondelette spécifique. Le choix du niveau et le type d'ondelettes appliqué varient d'une application à une autre, selon la nature des signaux et la puissance du bruit (Fig. 5.3).



**Fig. 5.3 :** La décomposition du signal par la transformée en ondelettes jusqu'au niveau N.

$CA_j$ : Approximation du signal au niveau j.

$CD_j$ : Détail du signal au niveau j.

### 5.4.2 Seuillage

Tous les éléments  $CD_j$  du signal  $x_{bi}(w)$  dans le domaine des ondelettes, doivent subir une opération de seuillage. Et le seuil que nous avons appliqué dans ce travail est appelé le *seuillage universel* et qui peut être obtenu par l'application des étapes suivantes :

**Etape 1 :** Estimation de l'écart type du bruit blanc (Le signal gaussien).

$$estdn_i = \frac{\text{median}|CD1|}{0.6745} \quad (5.4)$$

$estdn_i$ : De l'anglais (estimated standard deviation of the noise i).

**Etape 2 :** Détermination de la valeur du seuil universel.

$$TH_i = \text{estdn}_i \sqrt{2 \ln(\text{length}(x_{bi}(t)))} \quad (5.5)$$

*TH<sub>i</sub>* : De l'anglais (THreshold *i*)

**Etape 3 :** Tous les éléments en valeur absolue du signal  $x_{bi}(w)$ , dont les valeurs sont inférieures au seuil déterminé doivent être mis à la valeur nulle, et par cette dernière opération le signal débruité est noté  $x_{di}(w)$  dans le domaine des ondelettes.

### 5.4.3 Reconstruction

Pour l'obtention du signal filtré  $x_{di}(t)$  dans le domaine temporel, le signal  $x_{di}(w)$  doit être reconstruit au domaine temporel via la transformée des ondelettes discrètes inverse.

## 5.5 Robustesse d'un algorithme de séparation

En traitement du signal, le terme Robustesse d'un algorithme signifie que cet algorithme peut atteindre son objectif et récupérer ou extraire les informations utiles même dans des conditions obstructives. En SAS la robustesse de l'algorithme de séparation doit être affectée à un problème spécifique, cela signifie que cet algorithme ne peut pas récupérer les signaux sources pour tout type de mélange ou pour tout type de bruit, il faut préciser la nature du système de mélange ainsi contre quel type de bruit cet algorithme peut récupérer les sources d'origine. Dans notre cas qui est le mélange LI de sources statistiquement indépendantes, nous pourrions dire que l'algorithme est robuste, s'il a la capacité d'atteindre l'indépendance statistique et de conserver l'information utile même en présence du AWGN.

### 5.5.1 Le test de robustesse par la mesure du NMSE

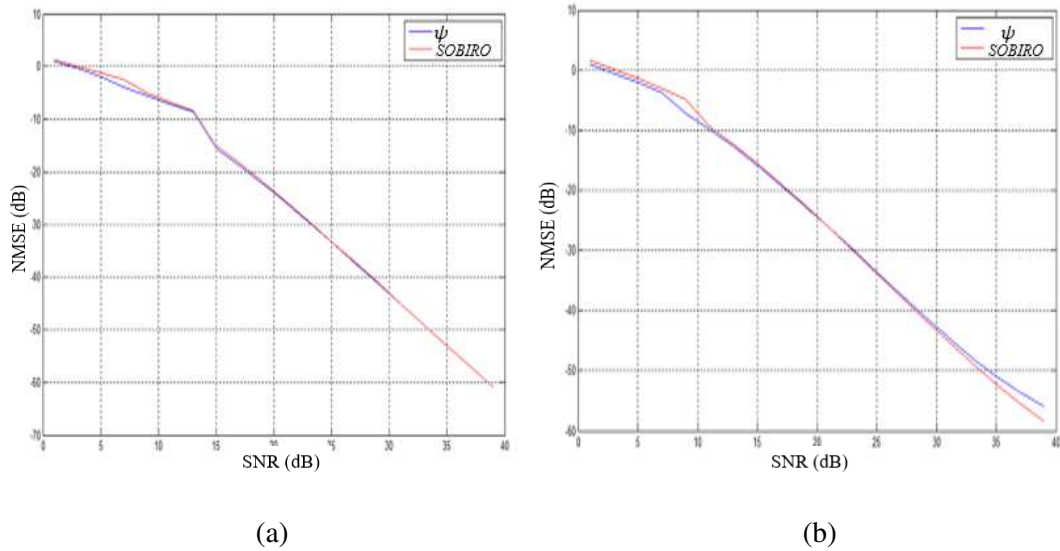
Au cours des deux chapitres précédents l'algorithme du calcul du déphasage a prouvé sa fiabilité à récupérer les formes d'ondes des signaux originaux, pour le cas non bruité d'un mélange LI de sources statistiquement indépendantes. Dans cette partie nous allons tester la robustesse de cet algorithme contre la présence du AWGN pour atteindre l'indépendance statistique entre les signaux tout en conservant l'information originale. Pour cela, la robustesse de l'algorithme doit être comparée à celle d'un autre algorithme cité dans la littérature comme l'un des algorithmes robustes contre la présence du AWGN. L'algorithme qu'on a choisi comme une référence de comparaison est appelé SOBIRO (Second Order Blind Identification RObust) [67,80]. Ainsi dans ce chapitre et pour différentes valeurs du SNR, les résultats par l'application l'algorithme du calcul du déphasage qui est noté par le symbole  $\psi$ , vont être comparés à ceux obtenus par l'application de SOBIRO, et en raison des ambiguïtés de séparations et afin d'avoir une mesure moyenne du MSE pour chaque SNR de test, il faut normaliser tous les signaux et les ordonner par un ordre croissant selon leurs valeurs du kurtosis, puis d'appliquer la moyenne des erreurs quadratiques normalisée (NMSE) [85] exprimée par la formule suivante:

$$NMSE = \frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{i=1}^n 1 - \left( \frac{\hat{s}_{ik} s_i^T}{\|\hat{s}_{ik}\|_2 \|s_i\|_2} \right)^2 \quad (5.6)$$

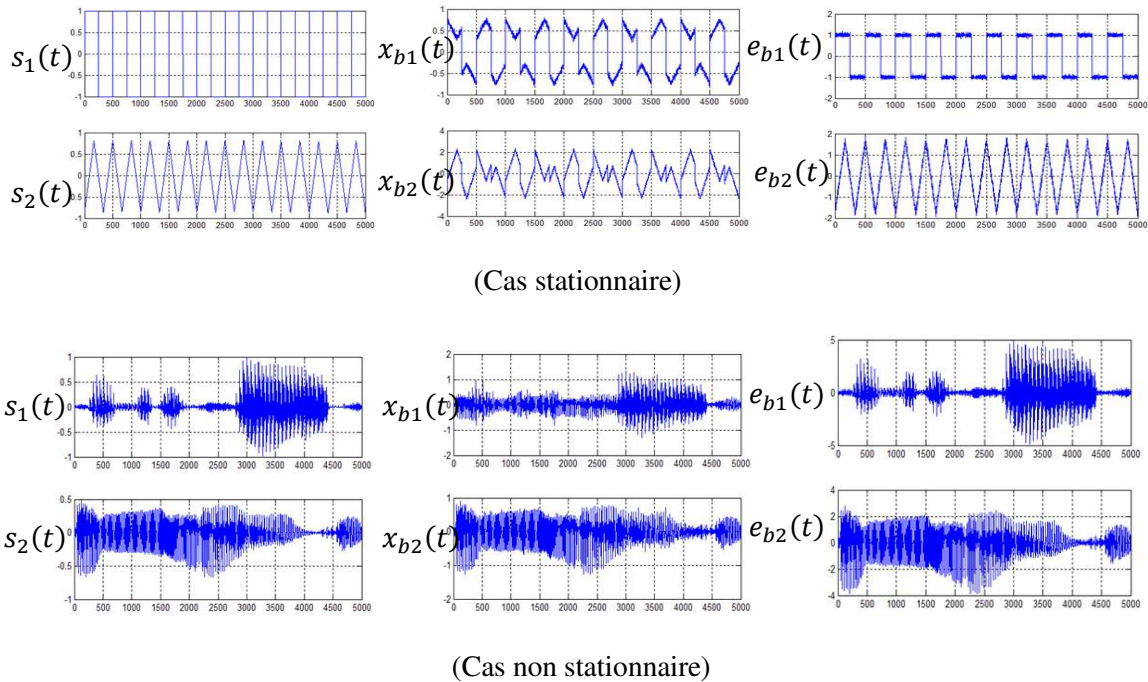
$N_k$ : Le nombre de matrices générées pour chaque SNR de test.

$\hat{s}_{ik}$ : La source estimée *i* de la *k*ème matrice.

Pour évaluer les performances de l'algorithme de calcul de déphasage pour atteindre l'indépendance statistique en présence du AWGN, Fig.5.4 expose un test de la robustesse avec la mesure du NMSE pour le cas d'un mélange LI de deux sources où dans ce test le nombre de matrices de mélange inversibles pour chaque SNR est  $N_k = 10$ . Et pour comparer les formes d'onde du signal de chaque étape de séparation, Fig. 5.5 présente deux exemples démonstratifs sur la séparation sans le traitement du bruit pour le cas d'un SNR = 25dB.



**Fig. 5.4:** Test de la robustess de l'algorithme de la détermination du déphasage  $\psi$  pour le cas LI ( $2 \times 2$ ) contre la présence du AWGN pour différentes valeurs du SNR.(a) Résultats du NMSE pour le cas de deux sources periodiques stationnaires.(b) Résultats du NMSE pour le cas de deux sources non stationnaires du du type parole. ( Nombre d'echantillons =5000).



**Fig. 5.5:** Exemples démonstratifs sur la séparation par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage  $\psi$  sur le mélange LI de deux sources pour le cas d'un SNR=25dB.

D'après les résultats présentés sur Fig. 5.4, on peut remarquer que les courbes du NMSE obtenues par l'application des deux algorithmes SOBIRO et  $\psi$  sont quasiment identiques ce qui signifie que l'algorithme de détermination du déphasage du kurtosis des signaux blanchis peut être considéré comme un algorithme robuste contre l'AWGN. Et puisque le kurtosis est utilisé comme critère de séparation pour cet algorithme, les tableaux ci-dessous présentent les valeurs des kurtosis obtenues à partir de l'exemple présenté sur Fig. 5.5.

Tableau 5.1 : cas stationnaire.

	$G_k$	$k_1$	$k_2$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	1.5994	-1.9998	-1.1989
<b>Observations: <math>X_b(t)</math></b>	1.2758	-1.7719	-0.7798
<b>Estimations: <math>E_b(t)</math></b>	1.5846	-1.9901	-1.1900

Tableau 5.2 : cas non stationnaire

	$G_k$	$k_1$	$k_2$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	2.2705	4.1496	0.3915
<b>Observations: <math>X_b(t)</math></b>	1.0217	1.7624	0.2810
<b>Estimations: <math>E_b(t)</math></b>	2.2588	4.1335	0.3840

Tableaux des résultats des kurtosis de l'exemple de la Figure (5.5) :

$$G_k = \sum_{i=1}^2 \frac{|k_i|}{2}, k_i: \text{kurtosis du signal } i.$$

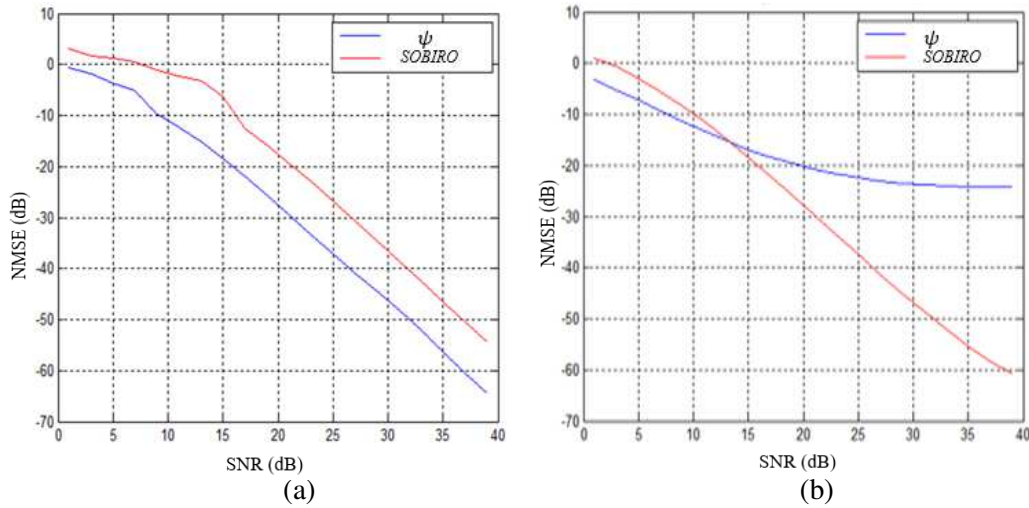
Les résultats des valeurs des kurtosis présentés dans ces deux tableaux prouvent que l'objectif d'avoir une indépendance statistique a été atteint même en présence du AWGN. Et puisque les deux algorithmes peuvent atteindre la séparation tout en conservant les informations utiles pour le cas d'un mélange LI bruité de deux sources statistiquement indépendantes, donc, dans ce qui suit nous allons tester la fiabilité des deux solutions présentées sur Fig. 5.1 pour réduire puissance du bruit blanc.

## 5.6 Application de la première solution (Le Prétraitement)

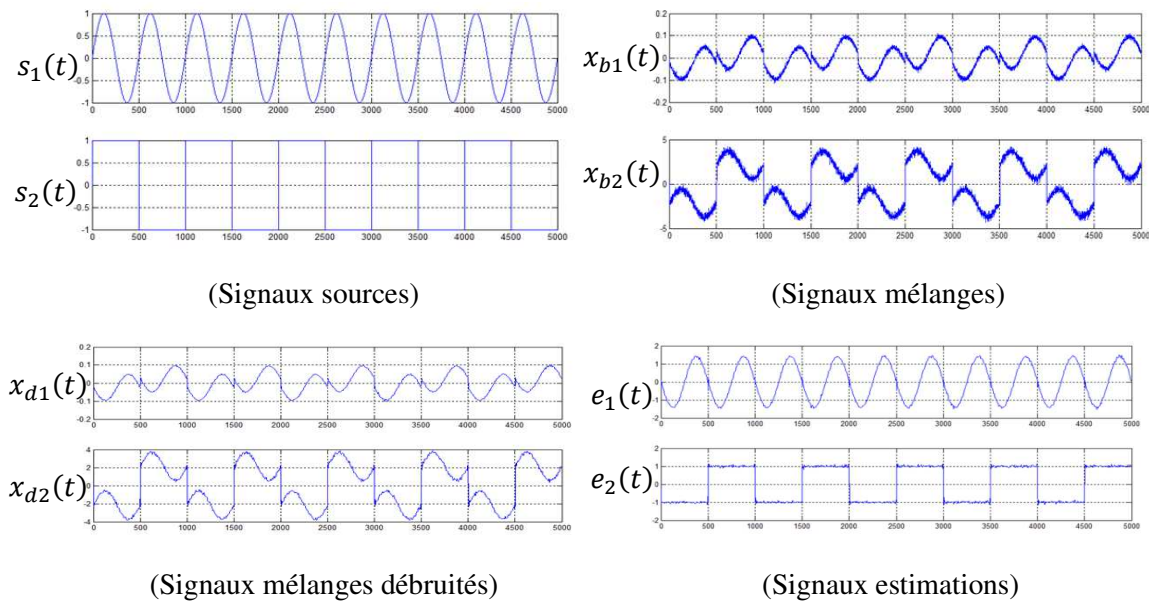
Pour le cas d'un mélange LI de deux sources non gaussiennes statistiquement indépendantes  $S(t) = [s_1(t), s_2(t)]$  et en se référant à la Figure (5.1), le bruit blanc doit être réduits au niveau des deux signaux mélanges  $X_b(t) = [x_{b1}(t), x_{b2}(t)]$ , puis les signaux mélanges filtrés  $X_d(t) = [x_{d1}(t), x_{d2}(t)]$  doivent être séparés en deux signaux statistiquement indépendants  $E(t) = [e_1(t), e_2(t)]$ .

### 5.6.1 Réduction de la présence du signal gaussien.

Afin d'évaluer le résultat obtenu par l'application de cette première solution et d'une manière similaire à celle du test de la robustesse des algorithmes de séparation présenté dans la section (5.5.1). Le traitement du bruit blanc ne sera effectué qu'avec l'application de l'algorithme du calcul du déphasage, car les deux algorithmes (SOBIRO et  $\psi$ ) ont approximativement les mêmes formes des courbes du NMSE. Et pour montrer comment ce prétraitement réduit la présence gaussienne, Fig. 5.6 présente les résultats obtenus par l'application du prétraitement du bruit pour différentes valeurs du SNR, et les deux Figures (Fig.5.7 et Fig.5.8) présentent deux exemples démonstratifs sur la séparation pour le cas d'un mélange LI de deux sources dans un environnement bruité où le SNR=25dB.



**Fig. 5.6:** Test des séparations de deux sources linéairement mélangées dans un milieu bruité par l'application du prétraitement de débruitage et pour le cas de l'application de l'algorithme  $\psi$ . (a) Résultats du NMSE pour le cas de deux sources périodiques stationnaires. (b) Résultats du NMSE pour le cas de deux sources non stationnaires du type parole. (Niveau de la décomposition en ondelettes = 3 et le nombre d'échantillons = 5000)

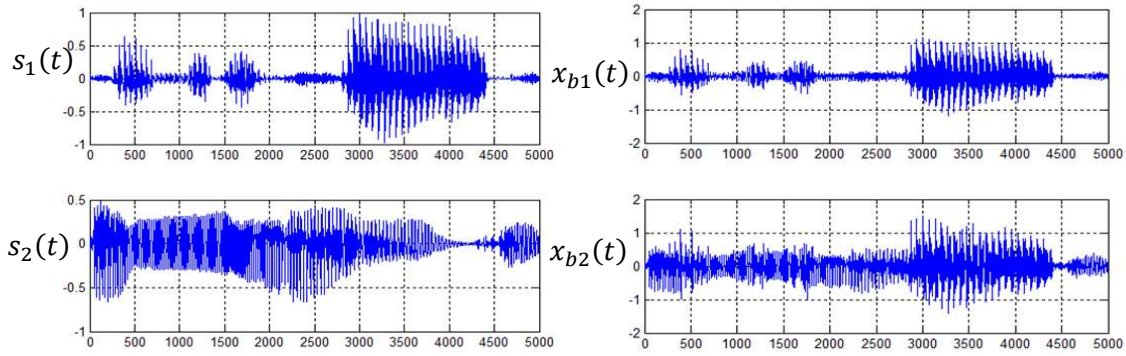


	$G_k$	$k_1$	$k_2$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	1.7499	-1.5000	-1.9998
<b>Mélanges: <math>X_b(t)</math></b>	1.1841	-1.0589	-1.3093
<b><math>X_a(t)</math></b>	1.1896	-1.0637	-1.3156
<b>Estimations: <math>E(t)</math></b>	1.7475	-1.4980	-1.9971

(Tableau des valeurs des kurtosis)

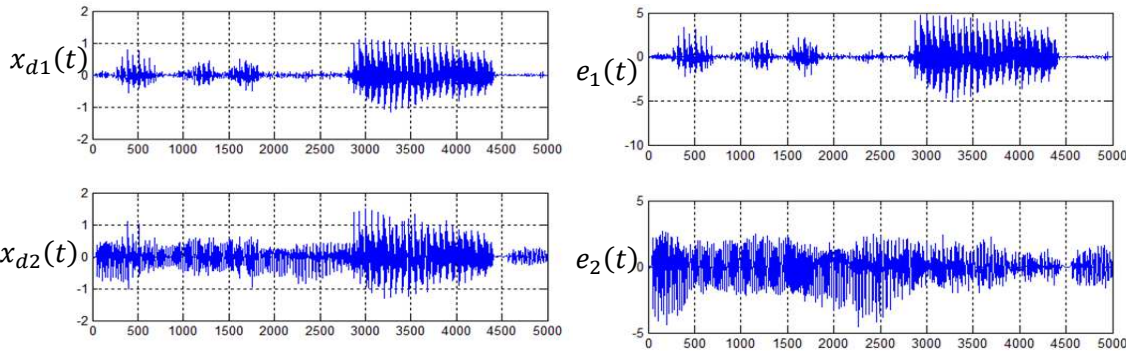
**Fig. 5.7:** Exemple démonstratif sur le prétraitement du AWGN pour le cas de la séparation de deux sources stationnaires périodiques linéairement mélangées, dans un milieu bruité (SNR=25 dB) par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage.

$$G_k = \sum_{i=1}^2 \frac{|k_i|}{2}, k_i: \text{kurtosis du signal } i$$



(Signaux sources)

(Signaux mélanges)



(Signaux mélanges débruités)

(Signaux estimations)

	$G_k$	$k_1$	$k_2$
<b>Sources:</b> $S(t)$	2.2705	4.1496	0.3915
<b>Mélanges:</b> $X_b(t)$	2.5341	3.8865	1.1816
$X_d(t)$	2.8365	4.2698	1.4032
<b>Estimations:</b> $E(t)$	2.4148	4.3541	0.4756

(Tableau des valeurs des kurtosis)

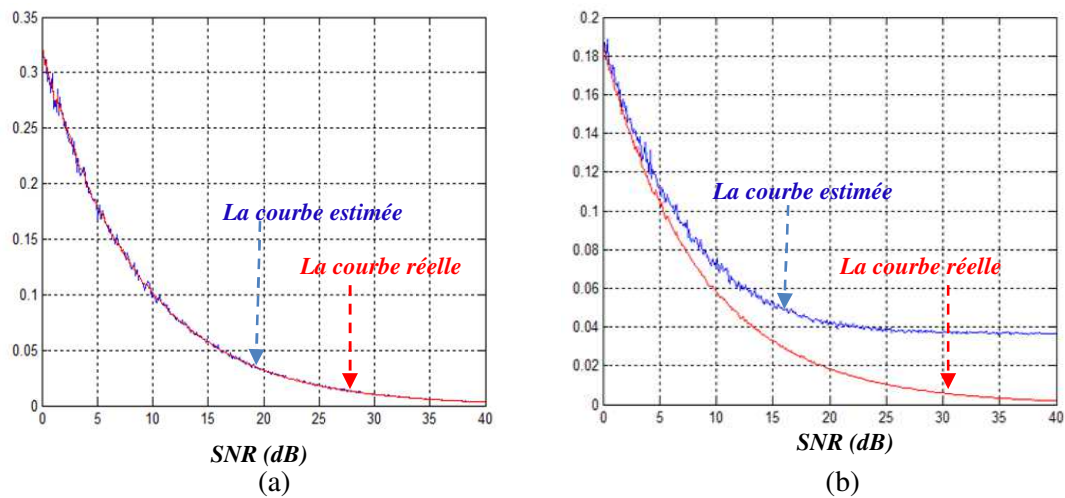
**Fig. 5.8:** Exemple démonstratif sur la séparation de deux sources non stationnaires du type parole linéairement mélangées dans un milieu bruité (SNR=25 dB) par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage où le traitement du AWGN est appliqué comme prétraitement de séparation.

$$G_k = \sum_{i=1}^2 \frac{|k_i|}{2}, k_i: \text{kurtosis du signal } i$$

D'après la Fig.5.6, pour le cas stationnaire le prétraitement du AWGN sur le mélange LI de deux sources indépendantes a prouvé sa fiabilité en réduisant la puissance du signal gaussien présent dans chaque signal mélange et on peut également remarquer sur Fig.5.7 que les signaux estimés ont approximativement les mêmes valeurs des kurtosis que celles des signaux sources. Mais pour le cas non stationnaire, la variation de la courbe NMSE présentée sur Fig.5.6 montre que le prétraitement du bruit n'est fiable que pour les cas où la puissance du bruit est considérable (SNR < 12 dB).

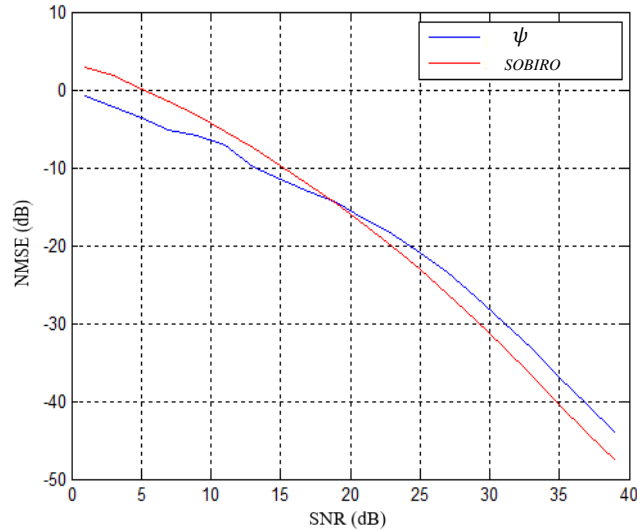
### 5.6.2 La présence gaussienne des signaux sources

Le but en estimant l'écart type du signal gaussien dans le domaine des ondelettes est de filtrer les composantes du signal affectées par le bruit selon une valeur du seuil déterminé. D'après les résultats présentés sur Fig. 5.6 on en déduit que pour le traitement du cas non stationnaire (signaux de parole), le filtre considère certaines composantes du signal de parole dans le domaine des ondelettes comme des composantes qui constituent le signal gaussien. Cette déduction peut être prouvée par un test de comparaison entre la vraie valeur de l'écart type de l'AWGN et la valeur estimée dans le domaine des ondelettes. Fig. 5.9 présente un exemple sur le test de performance de l'algorithme de filtrage appliqué pour déterminer la valeur de l'écart type de l'AWGN pour le cas d'un mélange LI de deux sources.



**Fig. 5.9:** Exemples démonstratifs sur l'estimation de l'écart type du AWGN par l'application de la relation (5.4). (a) Cas d'un mélange LI de deux signaux stationnaires déterministes. (b) Cas d'un mélange LI de deux signaux non stationnaires du type parole. (Niveau de la décomposition en ondelettes =3, Nombre d'échantillons =5000)

D'après cette dernière figure, le résultat obtenu montre que pour le cas stationnaire la courbe de l'écart type estimé de l'AWGN est quasiment identique à celle de la courbe réelle, mais pour le cas non stationnaire, les deux courbes ne sont pas identiques mais ils ont la même allure. Cette divergence des courbes pour le cas non stationnaire réside dans le fait que la nature de ce type de signal dans certaines portions du domaine temporel est similaire à la nature d'un signal gaussien. Et même avec une connaissance préalable de la valeur réelle de l'écart type de l'AWGN, l'opération du filtrage s'opère de la même manière sur ce type de signaux. Et afin de prouver que la cause principale de cette ambiguïté provient de la nature des signaux de parole, Fig. 5.10 présente un exemple démonstratif sur la séparation de deux sources mélangées linéairement dans un milieu bruité où l'écart type de l'AWGN de chaque observation est connu a priori.



**Fig. 5.10:** Un exemple sur le test de la séparation de deux sources non stationnaires du type parole linéairement mélangées dans un milieu bruité où l'écart type du AWGN de chaque observation est connu a priori. (Niveau de la décomposition en ondelettes =3).

### 5.6.3 Estimation du SNR

La réduction de la puissance du AWGN peut être contrôlée en estimant la valeur du  $SNR_i$  du signal à traiter  $x_i(t)$ . Via le filtrage par ondelette, cette estimation peut être obtenue en déterminant la valeur de l'écart type du signal gaussien existant dans le signal en appliquant les relations suivantes :

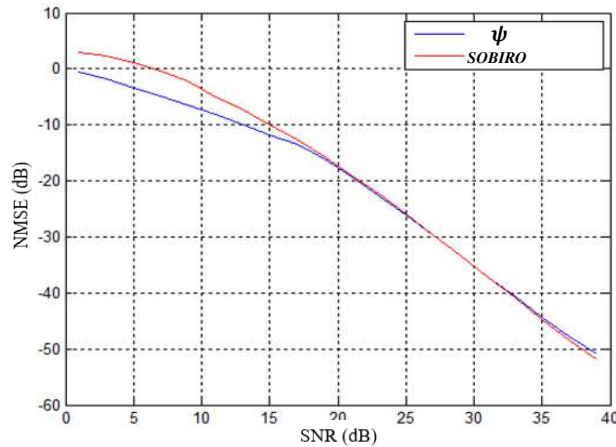
$$\text{var}(x_{ci}(t)) = \text{var}(x_i(t)) - \text{estdn}_i^2 \quad (5.7)$$

$$(SNR_i)_{\text{Estimé}} = 10 \log_{10} \left( \frac{\text{var}(x_{ci}(t))}{\text{estdn}_i^2} \right) \quad (5.8)$$

Où :  $x_{ci}(t)$  est le signal original non affecté par le AWGN.

$$x_{ci}(t) = x_i(t) - b_i(t) \quad (5.9)$$

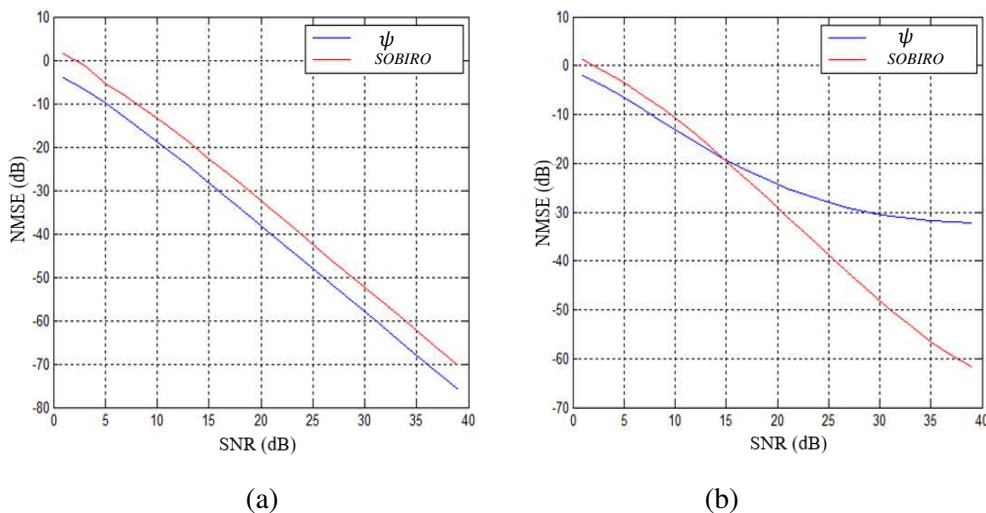
Et comme un exemple démonstratif sur le filtrage contrôlé par ondelettes, Fig. 5.11 présente les résultats de la variation de la courbe du NMSE obtenu pour chaque SNR, pour le cas de la séparation d'un mélange bruité LI de deux signaux parole où le prétraitement du filtrage de bruit est contrôlé à la valeur du SNR=15dB. Si le SNR estimé est inférieur à cette valeur le traitement du bruit doit être appliqué, si non, nous séparons directement les signaux sans recourir au filtrage.



**Fig. 5.11:** Un exemple sur la forme de la courbe du NMSE pour le cas de la séparation de deux sources non stationnaires du type parole linéairement mélangées dans un milieu bruité, où le traitement du bruit des observations est contrôlé à la valeur de SNR=15 dB. (Niveau de la décomposition en ondelettes =3).

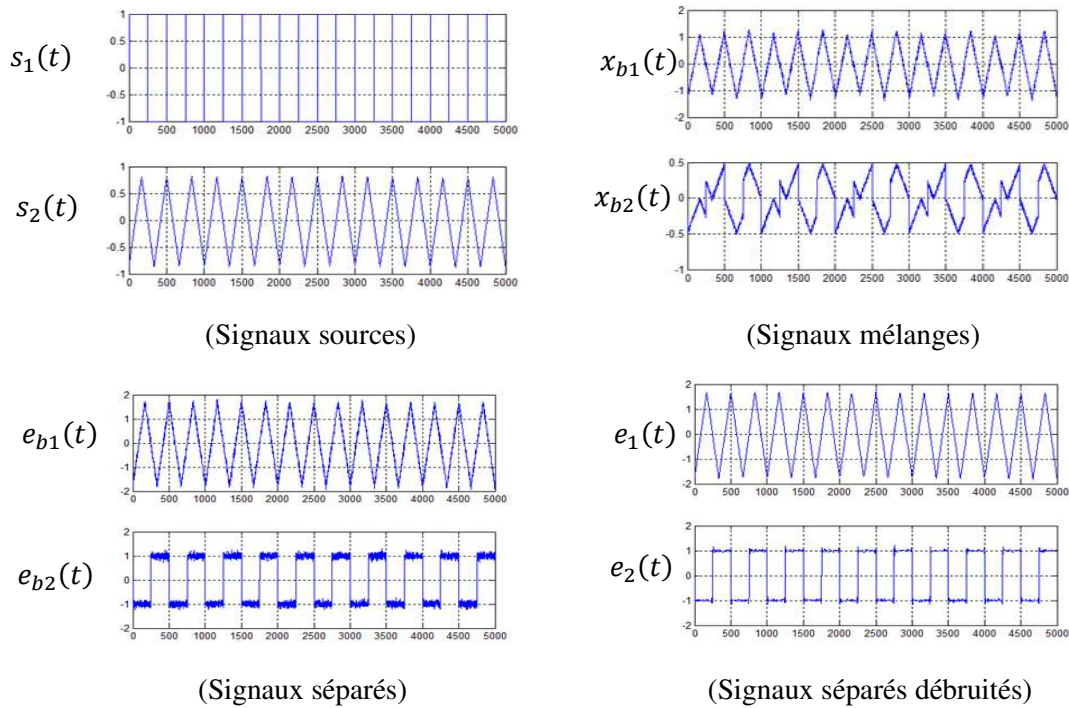
**5.7 Application de la deuxième solution (Le Post-traitement)**

En revenant à la figure (5.1), la deuxième solution traite l'AWGN au niveau des signaux séparés. Et comme l'AWGN est un signal gaussien qui ne contient aucune information utile, donc, sa transformation linéaire n'affecte pas sur le principe du filtrage s'il est traité par un post-réduction, cela veut dire qu'après l'application d'un algorithme de séparation sur les signaux mélange bruités, les signaux d'estimation  $E_b(t) = [e_{b1}(t), e_{b2}(t)]$  contiennent aussi une présence gaussienne qui doit être réduite. Par conséquent, chaque signal séparé  $e_{bi}(t)$  doit subir un filtrage pour obtenir une estimation d'une source originale. De la même manière appliquée pour la première solution, Fig. 5.12 présente un test sur l'application de la deuxième solution où le nombre de matrices générées pour chaque SNR est de ( $N_k = 10$ ).



**Fig. 5.12:** Séparation de deux sources linéairement mélangées dans un milieu bruité par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage, où le traitement du bruit est appliqué comme un post traitement. (a) Résultats du NMSE pour le cas de deux sources périodiques stationnaires. (b) Résultats du NMSE pour le cas de deux sources non stationnaires du type parole. (Niveau de la décomposition en ondelettes =3 et le nombre d'échantillons= 5000)

D'après les résultats présentés sur Fig. 5.12, le post-traitement du bruit donne de bons résultats pour le cas des signaux stationnaires mais pour le cas des signaux non stationnaires (signaux de parole) on remarque un résultat similaire à celui de l'application du pré-traitement car la présence gaussienne des signaux de parole est à l'origine de la divergence de la courbe NMSE. Et pour comparer les formes d'ondes des signaux estimé après l'application du post-traitement du AWGN, Fig. 5.13 et Fig. 5.14 présentent deux exemples sur le résultat obtenu par la séparation d'un mélange LI de deux sources pour le cas d'un SNR=25 dB.

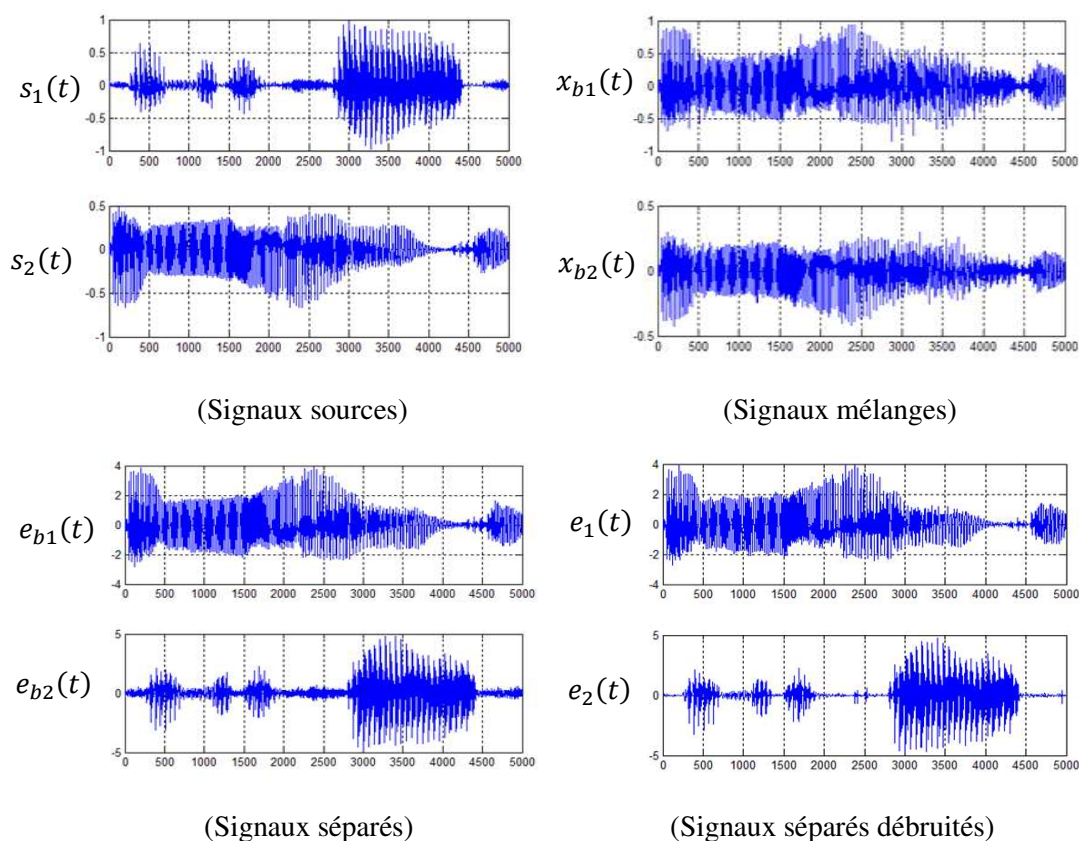


	$G_k$	$k_1$	$k_2$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	1.5994	-1.9998	-1.1989
<b>Mélanges: <math>X_b(t)</math></b>	1.1834	-1.1529	-1.2138
<b><math>E_b(t)</math></b>	1.5796	-1.1832	-1.9761
<b>Estimations: <math>E(t)</math></b>	1.5932	-1.1916	-1.9947

(Tableau des kurtosis)

**Fig. 5.13:** Exemple démonstratif sur l'application de l'algorithme du calcul du déphasage et le post traitement du bruit sur le mélange LI de deux sources stationnaires périodiques dans un milieu bruité (SNR=25 dB).

$$G_k = \sum_{i=1}^2 \left| \frac{k_i}{2} \right|, k_i: \text{kurtosis du signal } i$$



	$G_k$	$k_1$	$k_2$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	2.2705	4.1496	0.3915
<b>Mélanges: <math>X_b(t)</math></b>	0.0962	0.1102	0.0822
<b><math>E_b(t)</math></b>	2.2153	0.3798	4.0508
<b>Estimations: <math>E(t)</math></b>	2.4889	0.4677	4.5102

(Tableau des kurtosis)

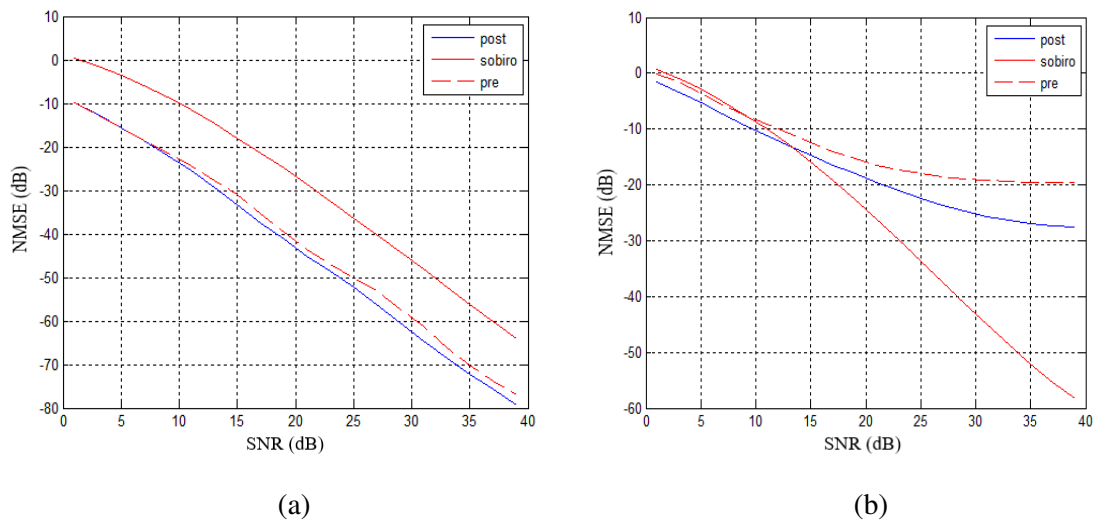
**Fig. 5.14:** Exemple démonstratif sur la séparation de deux sources non stationnaires du type parole, linéairement mélangées dans un milieu bruité (SNR=25 dB), en appliquant l'algorithme du calcul du déphasage et le post traitement du bruit.

$$G_k = \sum_{i=1}^2 \frac{|k_i|}{2}, k_i: \text{kurtosis du signal } i$$

Dans les deux sections précédentes, nous avons obtenu en appliquant les deux solutions présentées sur Fig. 5.1 sur le mélange LI de deux sources, des résultats satisfaisants concernant la réduction de la puissance du signal gaussien présent dans le signal affecté par l'AWGN. Dans la section suivante nous présenterons une étude comparative pour juger laquelle de ces deux solutions réduit le mieux la puissance du signal gaussien et récupère les sources d'origine.

### 5.8 Comparaisons des résultats des deux solutions

La courbe du NMSE obtenue par l'application du filtrage par ondelettes, et que ce soit par un prétraitement ou par un post traitement, montre que le seuillage dans le domaine des ondelettes réduit la présence du signal gaussien quel que soit le type du signal (stationnaire ou non stationnaire). Mais nous avons aussi remarquer que ce type de filtrage influe sur des composantes qui constituent les signaux originaux en les considérant comme des composantes d'un signal gaussien. Et afin d'évaluer et comparer les résultats obtenus par l'application des deux solutions pour préserver l'information utile, Fig. 5.15 présente les variations des courbes du NMSE obtenus pour chaque type du signal et pour chaque solution appliquée par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage.



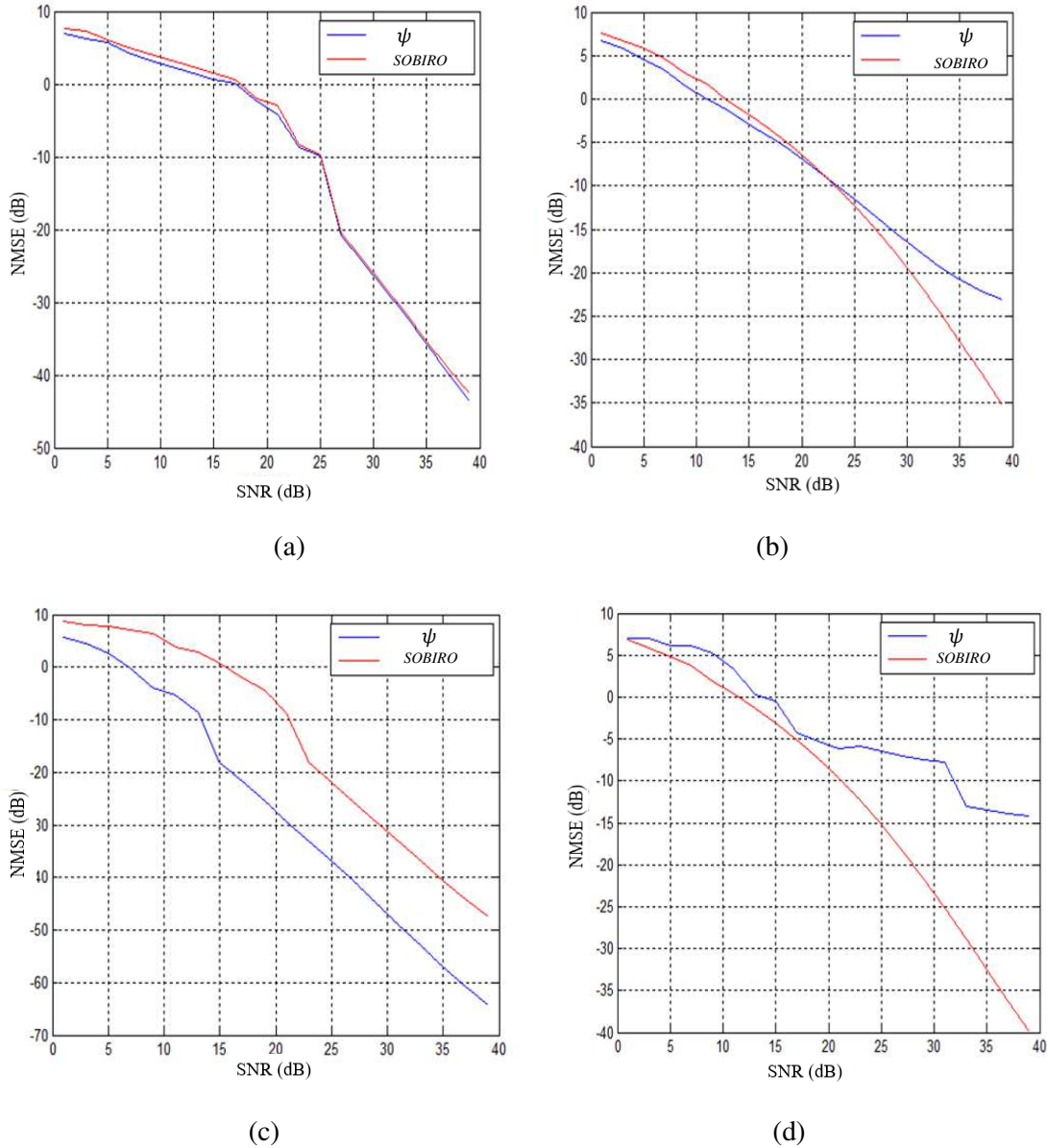
**Fig. 5.15:** Comparaison des résultats du NMSE par l'application des deux solutions présentées sur Fig.5.1 pour le cas du mélange LI (2×2). (a) Résultats pour le cas de deux sources périodiques stationnaires. (b) Résultats pour le cas de deux sources non stationnaires du type parole. (Niveau de la décomposition en ondelettes =3, Nombre d'échantillons=5000, Nombre de matrices générée pour chaque SNR,  $N_k = 10$ )

D'après cette dernière figure, les courbes du NMSE prouvent que le traitement de l'AWGN par un post-traitement donne de meilleurs résultats. Du point de vue de la conservation de l'information utile ce résultat est logique car quelque soit la technique du traitement du bruit appliquée, le filtrage reste non idéal et lors de son application une partie de l'information utile est dégradée ou perdue avant l'application de la séparation. On peut donc en déduire que pour mieux préserver l'information utile il est préférable de traiter le problème de la SAS du cas bruité après l'application d'un algorithme de séparation robuste contre la présence du bruit.

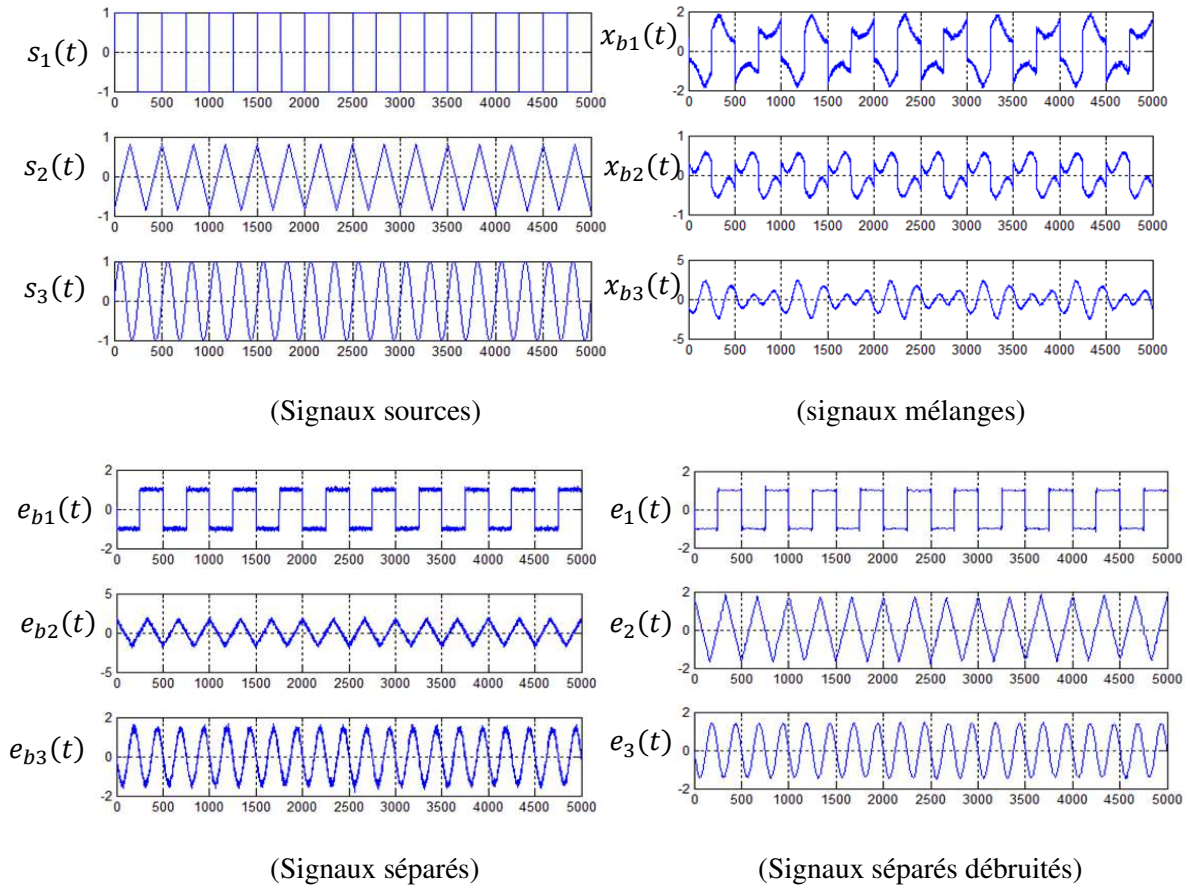
### 5.9 Séparation pour le cas de $n$ sources bruitées

Le problème de la SAS pour le cas LI bruité de  $n$  sources non gaussiennes statistiquement indépendantes peut être résolu de manière similaire du cas de deux sources. Dans cette partie nous ne présentons que le cas LI de trois sources afin de présenter l'intérêt de combiner les techniques de séparation et les techniques du filtrage de bruit pour l'extraction ou la récupération de l'information utile incluse dans le signal reçu. Dans le reste de cette section et à partir d'un ensemble de signaux d'observation  $X_b(t) = [x_{b1}(t), x_{b2}(t), x_{b3}(t)]$  issu d'un mélange de trois sources  $S(t) = [s_1(t), s_2(t), s_3(t)]$  dans un milieu bruité, l'évaluation de

la performance de la technique du filtrage du AWGN s'effectue uniquement par un post traitement. En suivant les mêmes étapes du cas de deux sources, Fig. 5.16 présente les tests de la robustesse des algorithmes de séparation (séparation sans filtrage) ainsi que les résultats par l'application de l'opération de filtrage, et pour la comparaison des formes d'ondes des sources originales, Fig.5.17 et Fig. 5.18 présentent deux exemples démonstratifs sur l'application de la deuxième solution présentée sur Fig. 5.1 sur le mélange bruité LI (3×3).



**Fig. 5.16:** Résultats de la séparations de trois sources statistiquement indépendantes linéairement mélangées dans un milieu bruité. (a) Résultats du NMSE pour le cas de trois sources periodiques stationnaires sans traitemnt du bruit. (b) Résultats du NMSE pour le cas de trois sources non stationnaires type parole sans traitement du bruit. (c) Résultats du NMSE pour le cas de trois sources periodiques stationnaires avec le post traitement du AWGN. (d) Résultats du NMSE pour le cas de trois sources non stationnaires du type parol avec l'application du post traitement du AWGN. (Niveau de la décomposition en ondelettes =3, nombre d'échantillons =5000, Nombre de matrices générée pour chaque SNR égal à dix. Pour chaque matrice générée le nombre d'itérations pour la maximisation du kurtosis  $N_{max}=5$ )



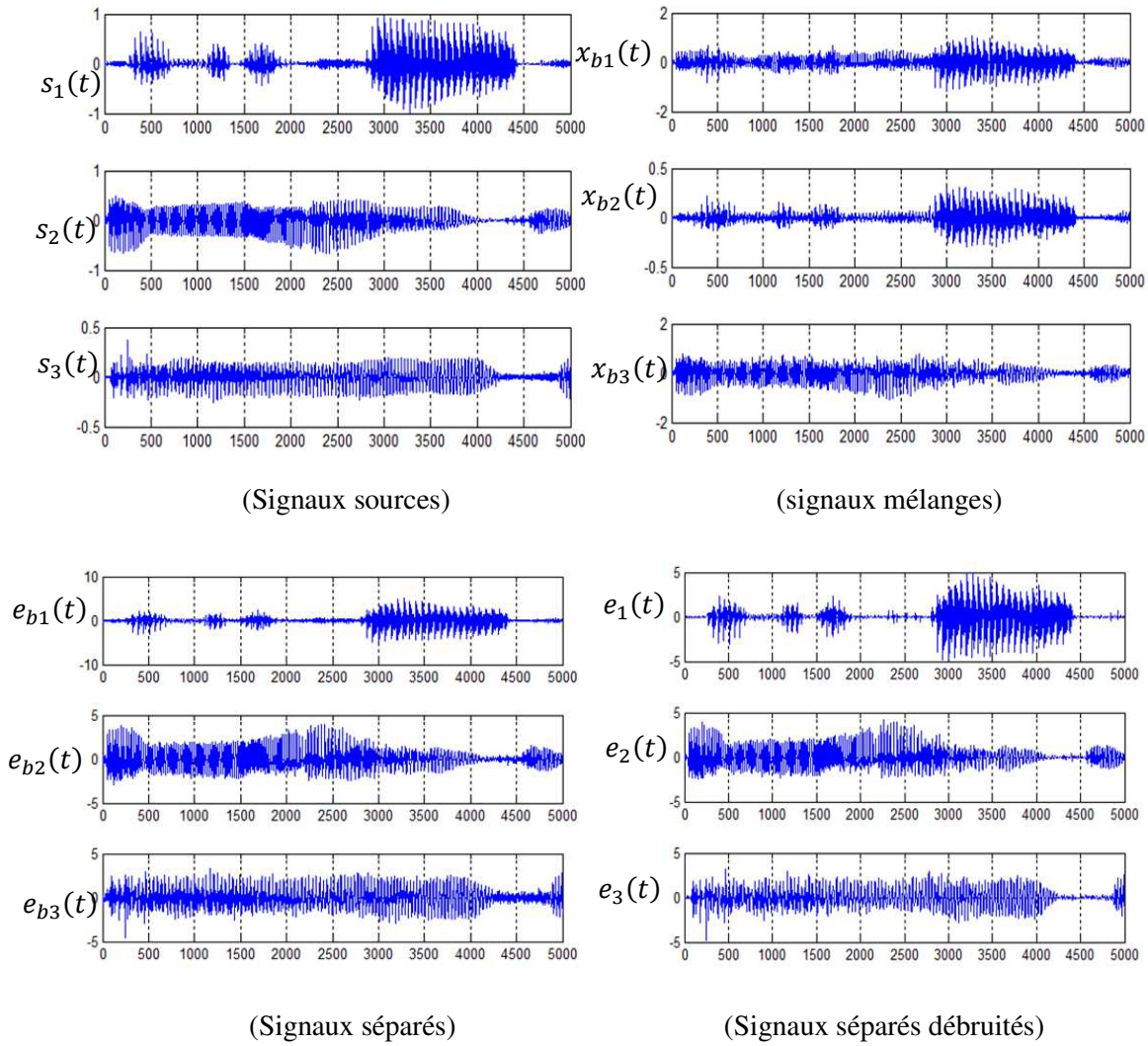
	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	1.5662	-1.9998	-1.1989	-1.5000
<b>Mélanges: <math>X_b(t)</math></b>	1.1586	-1.5249	-1.2384	-0.7126
<b><math>E_b(t)</math></b>	1.5362	-1.9900	-1.1494	-1.4691
<b>Estimations: <math>E(t)</math></b>	1.5627	-1.9968	-1.1937	-1.4977

(Tbleau des valeurs des kurtosis)

**Fig. 5.17:** Exemple démonstratif sur la séparation de trois sources stationnaires périodiques linéairement mélangées dans un milieu bruité (SNR=25 dB) par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage où la réduction du bruit est appliquée par un post traitement.

$$G_k = \sum_{i=1}^3 \frac{|k_i|}{3}, k_i : \text{kurtosis du signal } i.$$

Nombre d'itérations = 5



	$G_k$	$k_1$	$k_2$	$k_3$
<b>Sources: <math>S(t)</math></b>	1.5453	4.1496	0.3915	0.0947
<b>Mélanges: <math>X_b(t)</math></b>	1.9140	1.9228	3.4696	0.3497
<b><math>E_b(t)</math></b>	1.5540	4.1375	0.4142	0.1104
<b>Estimations: <math>E(t)</math></b>	1.7164	4.4636	0.4962	0.1893

(Tbleau des valeurs des kurtosis)

**Fig. 5.18:** Exemple démonstratif sur la séparation de trois sources non stationnaires du type parole, linéairement mélangées dans un milieu bruité (SNR=25 dB), par l'application de l'algorithme du calcul du déphasage où la réduction du bruit est appliquée par un post traitement.

$$G_k = \sum_{i=1}^3 \frac{|k_i|}{3}, k_i : \text{kurtosis du signal } i.$$

Nombre d'itérations = 5

Des différents résultats présentés sur les trois dernières figures, on peut ressortir pour le cas de la séparation du mélange bruité LI ( $n \times n$ ), les mêmes observations et déductions extraites lors de l'étude du problème bruité LI ( $2 \times 2$ ). Pour le cas des signaux stationnaires, l'application d'un filtrage de bruit sur chaque estimation réduit la puissance de l'AWGN pour toutes les valeurs du SNR et les signaux sources sont récupérés tout en conservant leurs informations utiles. Mais pour le cas des signaux non stationnaires, la nature des signaux de parole est à l'origine des divergences des courbes du NMSE, car dans certaines portions du signal dans le domaine temporel, leur nature gaussienne crée une sorte de ambiguïté pour l'estimation de la valeur réelle de l'écart type du bruit blanc, et on peut aussi mentionner qu'une des causes de cette divergence est que les signaux sources eux-mêmes ne sont pas strictement indépendants, donc la présence de l'AWGN influe sur l'indépendance mutuelle dans les portions dont la nature est gaussienne, et cela peut être remarqué sur Fig. 5.18 où l'on peut facilement observer que même les valeurs de kurtosis des estimations sont supérieures à celles des signaux sources.

### 5.10 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude et à la résolution du problème de la SAS pour le cas d'un mélange LI de sources statistiquement indépendantes dans un milieu bruité. Nous avons mis en œuvre deux solutions pour extraire les sources originales tout en réduisant le problème de l'AWGN à chaque observation par seuillage dans le domaine des ondelettes. Les résultats obtenus par plusieurs simulations, prouvent la fiabilité des solutions pour réduire la présence gaussienne et récupérer les formes d'onde des signaux sources. En conclusion de ce chapitre, les remarques les plus importantes tirées lors de l'étude de ce problème de bruit doivent être mentionnées.

1. Si l'algorithme de séparation est robuste vis-à-vis de l'AWGN, le post-traitement du bruit donnerait de meilleurs résultats par rapport à l'application du filtrage en tant que prétraitement.
2. La fiabilité du processus du filtrage dépend de la nature des signaux source ainsi que des hypothèses posées pour résoudre le problème. Même si une méthode du débruitage s'avère fiable pour certains types de signaux, on ne peut pas dire qu'elle soit également fiable pour tous les signaux.
3. Le traitement aveugle du problème de la SAS pour le cas bruité, est une tâche pluridisciplinaire. Pour construire un système de séparation qui restaure toutes les formes d'onde des sources originales, il faut se baser sur plus d'hypothèses concernant la nature des signaux sources et la nature du bruit qui affecte les observations.

## Conclusion générale

Nous avons présenté à travers ce manuscrit une évaluation et une étude comparative sur l'application de techniques analytiques et de méthodes d'optimisation pour résoudre le problème de la SAS pour le cas LI de signaux statistiquement indépendants. Quel que soit le type de signaux source (stationnaire ou non stationnaire), l'étude s'est appuyée sur le théorème central limite et les statistiques du quatrième ordre, dans le but d'obtenir une indépendance statistique entre les signaux. Après avoir présenté par les deux premiers chapitres un aperçu général sur le problème de la SAS ainsi que sur les méthodes de sa résolution, dans le troisième chapitre notre étude s'est focalisée sur la résolution du problème LI ( $2 \times 2$ ) de sources statistiquement indépendantes via le principe géométrique qui vise à déterminer un angle de rotation par lequel la distribution des amplitudes des signaux blanchis s'ajuste spatialement. Par simulation nous avons prouvé que l'indépendance statistique et la reconstruction des formes d'onde des signaux sources peuvent être obtenues par un angle qui maximise les kurtosis des signaux blanchis, et cet angle adéquat a été déterminé au cours de ce troisième chapitre par l'application de deux systèmes de séparations (Directe et Bouclé). Après avoir résolu le problème LI ( $2 \times 2$ ) dans le troisième chapitre, notre étude a été généralisée pour le cas LI ( $n \times n$ ) dans le quatrième chapitre où cette généralisation a été présentée sous la forme d'une simple application de la solution LI ( $2 \times 2$ ) sur l'ensemble des signaux blanchis en maximisant successivement le kurtosis de chaque paire de signaux jusqu'à ce que tous les kurtosis atteignent leurs valeurs maximales. Finalement, le dernier chapitre a été consacré au problème de la SAS pour le cas bruité, où chaque observation est affectée par la présence de l'AWGN. Deux solutions ont été introduites pour la récupération des formes d'onde des signaux sources, et les résultats obtenus sont satisfaisants. Enfin, et en conclusion de ce document, il convient de mentionner les points les plus importants qui ont été tirés au cours de cette étude ainsi que quelques perspectives envisagées.

- Le problème SAS peut être résolu directement ou en boucle. Le procédé analytique par un système direct reste toujours la solution la plus précise et la plus rapide, mais l'inconvénient de ce type de méthode réside dans leur généralisation, alors que les méthodes itératives sont des solutions alternatives et qui peuvent s'appliquer dans de nombreux cas différents, il suffit de construire un système de séparation généralisé puis optimiser ses éléments selon une fonction objectif.
- Bien que théoriquement la maximisation du kurtosis des signaux blanchis, conduit à la réalisation de la séparation pour le cas des signaux indépendants, mais les valeurs de ce critère influencent le résultat recherché. D'une part, le fait que les signaux sources ne sont pas strictement indépendants et d'autre part la présence gaussienne dans certaines portions des signaux sources.
- La résolution du problème SAS pour le cas bruité peut se faire via un pré-traitement ou un post-traitement, et si l'algorithme de séparation est robuste contre la présence du bruit à traiter alors, pour mieux préserver l'information utile des signaux source, il est préférable de réduire la puissance du bruit au niveau des signaux séparés.
- La robustesse de l'algorithme de séparation et l'efficacité de la technique de filtrage ne sont pas des conditions suffisantes pour obtenir un résultat de séparation exact, car

l'ambiguïté de la détermination des vraies valeurs du kurtosis des signaux sources demeure. Par conséquent, la conception d'un système de séparation plus fiable nécessite davantage d'hypothèses sur la nature des signaux à extraire.

- Étant donné que les valeurs des kurtosis des sources influencent les résultats de la séparation souhaitable via l'application de l'ICA, il convient de mentionner que l'objectif principal de la séparation aveugle est de récupérer les formes d'onde des signaux source, non de transformer les signaux en signaux strictement indépendants, par conséquent, une étude portant sur cette question devrait être menée.
- Lors de notre étude du problème de la SAS pour le cas du mélange LI de sources statistiquement indépendantes, les signaux sources et les matrices de mélange étaient du type réel. Une étude du cas complexe instantané (Mélange Spectral) sera réalisée.
- En parallèle de notre étude, nous avons également effectué des tests pour résoudre le problème linéaire convolutif (milieu réverbérant), et bien que nous ayons obtenu par l'application de quelques techniques de lissage un résultat acceptable, mais ces résultats n'ont été obtenus que pour des cas faiblement convolués (un ou deux légers retards). Ainsi, dans le cas d'un mélange fortement convoluté ou considérablement retardé, une étude approfondie doit être réalisée.

## Appendice A : Cumulant et Kurtosis

### A.1 Fonction caractéristique [65,68,86]

Soit le vecteur des variables aléatoires  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , On définit la fonction caractéristique de la variable aléatoire  $x_i$  comme suit :

$$\varphi_{x_i}(\omega) = E\{e^{j\omega x_k}\} = \begin{cases} \sum e^{j\omega x_k} P_{x_i}(x_k) & \text{Cas discret} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega x_i} f_{x_i}(x_i) dx_i & \text{Cas continu} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

$E\{.\}$  : L'opérateur de l'espérance mathématique.

$P_{x_i}(x_k)$  : Fonction de la densité de probabilité pour le cas discret.

$f_{x_i}(x_i)$  : Fonction de la densité de probabilité pour le cas continu.

La fonction caractéristique conjointe du vecteur aléatoire  $X$  est définie comme suit :

$$\varphi_X(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = E\{e^{j(x_1\omega_1 + x_2\omega_2 + \dots + x_n\omega_n)}\} \quad (\text{A.2})$$

### A.2 Moments et cumulants d'une variable aléatoire

Le moment d'ordre  $k$  de la variable aléatoire  $x_i$  peut être mesuré par l'application de l'expression suivante :

$$m_k = (-j)^k \left. \frac{\partial^k \varphi_{x_i}(\omega)}{\partial \omega^k} \right|_{\omega=0} \quad (\text{A.3})$$

On définit le cumulant d'ordre  $k$  de la variable aléatoire, par l'expression suivante :

$$C_k = (-j)^k \left. \frac{\partial^{k \ln} (\varphi_{x_i}(\omega))}{\partial \omega^k} \right|_{\omega=0} \quad (\text{A.4})$$

Le cumulant d'ordre  $k$  peut être exprimé en fonction des moments et les cumulants d'ordre inférieurs, par la relation suivante [65] :

$$C_k = m_k - \sum_{i=1}^{k-1} \binom{k-1}{i-1} C_i m_{k-i} \quad (\text{A.5})$$

### A.3 Cumulant croisés [65,86]

Le cumulant conjoint ou cumulant croisé du vecteur aléatoire  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  est défini comme suit :

$$C_{(x_1^{k_1}, \dots, x_p^{k_p})} = (-j)^r \left. \frac{\partial^r (\ln(\varphi_X(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p)))}{\partial \omega_1^{k_1}, \dots, \partial \omega_p^{k_p}} \right|_{\omega_1 = \dots = \omega_p = 0} \quad (\text{A.6})$$

$$r = k_1 + \dots + k_p$$

Les cumulants croisés du vecteur aléatoire  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  sont liés avec les moments d'ordre inférieur et ordre égale, par la relation suivante [] :

$$C(x_1, x_2, \dots, x_n) = (\sum (-1)^{q-1} (q-1)! \quad E\{\prod_{i \in v_1} x_i\} E\{\prod_{j \in v_2} x_j\} \dots E\{\prod_{k \in v_n} x_k\}) \quad (A.7)$$

q : le nombre d'éléments qui constituent la partition.

À partir du développement de l'équation (A.7). Voici les expressions des quatre premiers cumulants croisés obtenus :

$$C(x_1) = E\{x_1\}$$

$$C(x_1, x_2) = E\{x_1 x_2\} - E\{x_1\} E\{x_2\}$$

$$C(x_1, x_2, x_3) = E\{x_1 x_2 x_3\} - E\{x_1\} E\{x_2 x_3\} - E\{x_2\} E\{x_1 x_3\} - E\{x_3\} E\{x_1 x_2\} \\ + 2 E\{x_1\} E\{x_2\} E\{x_3\}$$

$$C(x_1, x_2, x_3, x_4) = E\{x_1 x_2 x_3 x_4\} - E\{x_1\} E\{x_2 x_3 x_4\} - E\{x_2\} E\{x_1 x_3 x_4\} \\ - E\{x_3\} E\{x_1 x_2 x_4\} - E\{x_4\} E\{x_1 x_3 x_2\} - E\{x_1 x_2\} E\{x_3 x_4\} \\ - E\{x_1 x_3\} E\{x_2 x_4\} - E\{x_1 x_4\} E\{x_2 x_3\} + 2 E\{x_1 x_2\} E\{x_3\} E\{x_4\} \\ + 2 E\{x_1 x_3\} E\{x_2\} E\{x_4\} + 2 E\{x_1 x_4\} E\{x_2\} E\{x_3\} \\ + 2 E\{x_2 x_3\} E\{x_1\} E\{x_4\} + 2 E\{x_2 x_4\} E\{x_1\} E\{x_3\} \\ + 2 E\{x_3 x_4\} E\{x_1\} E\{x_2\} - 6 E\{x_1\} E\{x_2\} E\{x_3\} E\{x_4\}$$

#### A.4 Kurtosis [64,65,86]

Le kurtosis de la variable aléatoire  $x$  représente le cumulant d'ordre quatre de cette variable, et nous pouvons le mesurer par l'application de l'équation normalisée suivante [] :

$$Kurtosis = \frac{E\{x^4\}}{E\{x^2\}^2} - 3 \quad (A.8)$$

Selon la valeur du kurtosis de la distribution gaussienne, la nature des processus stochastiques se divise en trois catégories :

$$Kurtosis \begin{cases} = 0 & \text{Un processus gaussien} \\ > 0 & \text{Un processus super gaussien} \\ < 0 & \text{Un processus sub gaussien} \end{cases}$$

## Appendice B : Décomposition de Cholesky

### B.1 Matrice Hermitienne

On définit la matrice transposée hermitienne de la matrice  $A$  par l'expression suivante :

$$A^H = \bar{A}^T \quad (\text{B.1})$$

La matrice  $A$  est dite, Hermitienne si :

$$A = A^H \quad (\text{B.2})$$

Si la matrice  $A$  est une matrice hermitienne, toutes les valeurs propres de cette matrice ont des valeurs réelles.

### B.2 Matrice Définie positive

Si La matrice  $A$  est une matrice hermitienne, et toutes les valeurs propres de cette matrice sont positives, alors, on dit que la matrice  $A$  est définie positive.

### B.3 Décomposition de Cholesky [87]

Si la matrice  $A_{(n,n)}$  est une matrice définie positive, alors, cette matrice peut être décomposée comme suit :

$$A = LL^H \quad (\text{B.3})$$

$L$  : Une matrice triangulaire inferieure.

L'équation (B.3) représente la décomposition de Cholesky de la matrice  $A$ , et les étapes à suivre pour la détermination de la matrice  $L$  sont les suivantes

- **Etape 1** : Initialisation de la matrice  $L$ , par mettre tous les éléments au-dessus de la diagonale à zéro, et de poser  $l_{11} = \sqrt{a_{11}}$  et  $j = 2$ .
- **Etape 2** : Si  $j = n + 1$  arrêt des opérations.
- **Etape 3** : Pour chaque élément de la diagonal on définit la matrice  $\tilde{L}_j$  ; où  $j = (i)$  jusqu'à  $(n)$  et on calcul

$$l_{jj} = \sqrt{a_{jj} - \langle \tilde{L}_j, \tilde{L}_j \rangle} \quad (\text{B.4})$$

- **Etape 4** : Si  $j = n$  on passe directement à l'étape 5, sinon on calcul élément suivant comme suit

$$l_{ij} = \frac{a_{ij} - \langle \tilde{L}_i, \tilde{L}_j \rangle}{a_{jj}} \quad (\text{B.5})$$

- **Etape 5** : Augmenter  $j$  par 1, et revenir à l'étape 2.

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  : L'opérateur du produit interne.

Nous pouvons trouver des exemples démonstratifs bien détaillés sur cette décomposition, en [87] page 133.

#### B.4 Une autre version de la décomposition de Cholesky

Une autre version peut être appliquée pour la décomposition de Cholesky.

Pour obtenir la matrice  $L$ , il faut tout d'abord transformer la matrice définie positive  $A$  par la décomposition  $LU[r]$ , ensuite il faut transformer la matrice  $L$  obtenue en appliquant le script suivant :

```
function [L]=decomposcholesky(L)
%%la decomposition de cholesky version 2%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
s=size(L);
for ii=1:s(1)
    L(ii,ii)=sqrt(L(ii,ii));
    L(ii+1:s(2),ii)=L(ii+1:s(2),ii)/L(ii,ii);
end
```

## ***Appendice C : SOBIRO***

### ***(Second Order Blind Identification Robust Orthogonalization)***

Dans cet appendice nous introduisons le principe de l'algorithme de séparation SOBIRO, pour le cas de la séparation de mélanges LI de sources statistiquement indépendantes dans un environnement bruité, et pour plus de détails ainsi que pour le code d'implémentation, les deux peuvent être vérifiés et obtenus à partir de [67].

Soit le système de mélange suivant :

$$X(t) = MS(t) + B(t) \quad (C.1)$$

$X(t)$ : Vecteur des signaux observations.

$S(t)$ : Vecteur des signaux sources.

$B(t)$ : Vecteur des signaux bruits additifs.

Pour l'achèvement de l'indépendance statistique et l'obtention de la séparation, l'application de l'algorithme doit suivre les étapes suivantes :

- **Etape 1 :** Obtenir la matrice d'diagonalisation robuste  $Q$ . Cette matrice peut être déterminée à partir des signaux mélange  $X(t)$  en suivant l'algorithme présenté en [67, p (149,150).
- **Etape 2 :** Blanchir les signaux d'observation par l'application de l'expression suivante :

$$Z(t) = QX(t) \quad (C.2)$$

- **Etape 3 :** Estimation de l'ensemble des matrices de covariance des observations  $R_X(p_i)$  selon le retard  $p_i, i = (1,2, \dots, n)$ :

$$R_X(p_i) = QR_X(p_i)Q^T \quad (C.3)$$

- **Etape 4 :** Décomposer l'expression (C.3) en estimant la matrice orthogonale  $U$  à l'aide de techniques de diagonalisation pour obtenir l'expression suivante :

$$R_X(p_i) = UD_i U^T \quad (C.4)$$

- **Etape 5 :** Obtenir l'estimation des signaux sources en appliquant l'expression suivante :

$$E(t) = U^T Z(t) \quad (C.5)$$

## Bibliographie

1. Comon. P, Jutten. C (2010). *Handbook of blind source separation: independent component analysis and applications*. 1st edn. Academic Press, New York.
2. J. Héroult and B, Ans (1984). *Réseau de neurones à synapses modifiables : décodage de messages sensoriels composites par apprentissage non supervisé et permanent*. C. R. Acad. Sci. Paris, vol 299. Séries III, pp. 525–528.
3. J. Héroult, C. Jutten, and B. Ans (1985). *Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé*. In *Actes du Xème colloque GRETSI*, Nice, France, 20-24, May 1985, pp. 1017–1022.
4. Amine Brahmi, Hicham Ghennioui, Christophe Corbier, Mohammed Lahbabi, François Guillet (2017). *A semi-analytical method for blind separation of cyclostationary sources*. In digital communications: IEEE, International Conference on Advanced Technologies for Signal and Image Processing (ATSIP). [http:// doi. org/ 10.1109/ATSIP.2017.8075607](http://doi.org/10.1109/ATSIP.2017.8075607)
5. Kardec Barros, A. Mansour, and N. Ohnishi (1998). *Adaptive blind elimination of artifacts*. In *ecg signals*. in International ICSC Workshop on Independence & Artificial Neural Networks 98, Tenerife-Spain, 11-13 February.
6. Kardec Barros, A. Mansour, and N. Ohnishi (1999). *Removing artifacts from ecg signals using independent components analysis*. Elsevier. Neurocomputing, vol. 22, pp. 173–186.
7. A. Kachenouraa,b, L. Alberaa,b, L. Senhadjia,b (2007). *Séparation aveugle de sources en ingénierie biomédicale Blind source separation in biomedical engineering*. Elsevier. IRBM, Volume 28, Issue 1, March 2007, Pages 20-34. <https://doi.org/10.1016/j.rbmret.2007.02.004>
8. Adam AM, El-Desouky BS, Farouk RM (2022). *Modified Weibull distribution for Biomedical signals denoising*. Elsevier. Neurosci Inf. [https:// doi. org/ 10. 1016/j. neuri. 2021 100038](https://doi.org/10.1016/j.neuri.2021.100038)
9. Ding, S., Cichocki, A., Huang, J. and Wei, D. (2005). *Blind source separation of acoustic signals in realistic environments based on ICA in the time-frequency domain*. International Journal of Pervasive Computing and Communications, Vol. 1 No. 2, pp. 89-100. <https://doi.org/10.1108/17427370580000115>.
10. N Murata, S Ikeda, A Ziehe (2001). *An approach to blind source separation based on temporal structure of speech signals*. Elsevier Neurocomputing Volume 41, Issues 1–4. [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(00\)00345-3](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(00)00345-3).
11. Shoji MAKINO, Hiroshi SAWADA, Ryo MUKAI, Shoko ARAKI (2005). *Blind Source Separation of Convolutional Mixtures of Speech in Frequency Domain*. IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences Vol.E88-A No.7 pp.1640-1655.
12. Fontaine M, Sekiguchi K, Nugraha AA, Bando Y, Yoshii K (2022). *Generalized fast multichannel nonnegative matrix factorization based on Gaussian scale mixtures for blind source separation*. IEEE. Vol.30: pp1734–1748. [https:// doi. org/ 10. 1109/ TASLP.2022 31726 31](https://doi.org/10.1109/TASLP.2022.3172631).

13. Sayoud A, Djendi M, Guessoum A (2019). *A new speech enhancement adaptive algorithm based on fullband-subband MSE switching*. Springer. Int J Speech Technol vol.22: pp 993–1005. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10772-019-09651-4>
14. Mansour, M. Kawamoto, and N. Ohnishi. (2000). *Blind separation for instantaneous mixture of speech signals: Algorithms and performances*. In IEEE Conf. of Intelligent Systems and Technologies for the Next Millennium (TENCON 2000), Kuala Lumpur, Malaysia, 24-27 September 2000, pp. I-26 – I-32. <https://ieeexplore.ieee.org/document/893534>
15. H. H. Yang and S. I. Amari (1997). *Adaptive on-line learning algorithms for blind separation - maximum entropy and minimum mutual information*. IEEE. Neural Computation, vol. 9, pp. 1457–1482, 1997. <https://dl.acm.org/doi/10.1162/neco.1997.9.7.1457>
16. K.E. Hild, D. Erdogmus, J. Principe (2001). *Blind source separation using Renyi's mutual information*. IEEE Signal Processing Letters. Volume: 8, Issue: 6, June 2001. <https://ieeexplore.ieee.org/document/923043>.
17. MassoudBabaie-Zadeh, Christian Jutten (2005). *A general approach for mutual information minimization and its application to blind source separation*. Elsevier. Signal Processing Volume 85, Issue 5, May 2005, Pages 975-995. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2004.11.021>
18. Mei,T., Xi,J., Yin,F., Mertins,A., Chicharo, J.F. (2006). *Blind Source Separation Based on Time-Domain Optimization of a Frequency-Domain Independence Criterion*. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing Volume: 14, Issue: 6, Nov. 2006. <https://dl.acm.org/doi/10.1109/TASL.2006.872623>
19. Togami, M., Masuyama, Y., Komatsu, T., Nakagome,Y.(2020). *Unsupervised training for deep speech source separation with kullback-leibler divergence based probabilistic loss function*. IEEE. ICASSP 2020 - 2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP) 14 May 2020. <https://doi.org/10.1109/ICASSP40776.2020.9054171>
20. P. Comon, (1989). *Separation of sources using higher-order cumulants*. in SPIE Vol. 1152 Advanced Algorithms and Architectures for Signal Processing IV, San Diego (CA), USA, August 8-10, 1989. <https://doi.org/10.1117/12.962275>.
21. B. C. Ihm and D. J. Park (1999). *Blind separation of sources using higher-order cumulants*. Elsevier, Signal Processing, vol. 73, pp. 267–276, 1999. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(98\)00197-2](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(98)00197-2)
22. A. Hyvarinen (2001). *Blind source separation by nonstationary of variance: a cumulant-based approach*. IEEE Transactions on Neural Networks Volume: 12, Issue: 6, Nov. 2001. <https://doi.org/10.1109/72.963782>.
23. Sergio Cruces, Luis Castedo, Andrzej Cichocki (2002). *Robust blind source separation algorithms using cumulants*. Elsevier. Neurocomputing Volume 49, Issues 1–4, December 2002, Pages 87-118. [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(02\)00525-8](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(02)00525-8).
24. C.B. Papadias (2000). *Globally convergent blind source separation based on a multiuser kurtosis maximization criterion*. IEEE Transactions on Signal Processing Volume: 48, Issue: 12, Dec 2000. <https://doi.org/10.1109/78.887044>
25. Marc Castella; Eric Moreau (2010). *A new method for kurtosis maximization and source separation*. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2010.5496250>.

26. Kumar M, Jayanthi VE (2020) *Blind source separation using kurtosis, negentropy and maximum likelihood functions*. Springer. Int J Speech Technol 23:13–21. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10772-019-09664-z>
27. El mouataz billah smatti, Djemai arar (2023). *Global convergence towards statistical independence for noisy mixtures of stationary and non-stationary signals*. Springer. Int. j. inf. tecnol. **15**, pages 833–843 <https://doi.org/10.1007/s41870-022-01146-x>
28. C. Jutten, L. Nguyen Thi, E. Dijkstra, E. Vittoz, and Caelen J (1991). *Blind separation of sources: An algorithm for separation of convolutive mixtures*. in International Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics, Chamrousse, France, July 1991, pp. 273–276.
29. L. Nguyen Thi and C. Jutten, (1995). *Blind sources separation for convolutive mixtures*. Elsevier. Signal Processing, vol. 45, no. 2, pp. 209–229, 1995. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(95\)00052-F](https://doi.org/10.1016/0165-1684(95)00052-F).
30. Feng F, Kowalski M (2019). *Underdetermined reverberant blind source separation: Sparse approaches for multiplicative and convolutive narrowband approximation*. IEEE/ACM Trans Audio Speech Lang Process vol 27: pp 442–456. <https://doi.org/10.1109/TASLP.2018.2881925>
31. Hoang-Lan NguyenThi ChristianJutten (1995). *Blind source separation for convolutive mixtures*. Elsevier. Signal Processing Volume 45, Issue 2, August 1995, Pages 209-229. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(95\)00052-F](https://doi.org/10.1016/0165-1684(95)00052-F)
32. Shoji Makino, Hiroshi Sawada, Shoko Araki (2007). *Frequency-Domain Blind Source Separation*. Springer. Part of the Signals and Communication Technology book series (SCT).
33. H. H. Yang, S. I. Amari, and A. Cichocki (1998). *Informationtheoretic approach to blind separation of sources in nonlinear mixture*. Elsevier. Signal Processing, vol. 64, pp. 291–300, 1998. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(97\)00196-5](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(97)00196-5)
34. Christian Jutten, Juha Karhunen (2003). *Advances in Nonlinear Blind Source Separation*. 4th International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA2003), April 2003, Nara, Japan.
35. Fantinato DG, Duarte LT, Deville Y, Attux R, Jutten C, Neves A (2019) *Second-order statistics method for blind source separation in post-nonlinear mixtures*. Elsevier. Signal Processing vol 155: pp 63–72. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.09.031>
36. Yannick Deville, Leonardo Tomazeli Duarte (2015). *An Overview of Blind Source Separation Methods for Linear-Quadratic and Post-nonlinear Mixtures*. Springer. International Conference on Latent Variable Analysis and Signal Separation. LVA/ICA 2015: Latent Variable Analysis and Signal Separation pp 155-167
37. A. Mansour; C. Jutten (1996). *A direct solution for blind separation of sources*. IEEE Transactions on Signal Processing Volume: 44, Issue: 3, Mar 1996. <https://doi.org/10.1109/78.489054>
38. Itoh,K, Yamaguchi,T. (2000). *An algebraic solution to independent component analysis*. Elsevier, Optics Communication, Volume 178, Issues 1–3, 1 May 2000, Pages 59-6. [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(00\)00642-8](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(00)00642-8)
39. Mansour; C.G. Puntonet; N. Ohnishi. (2001). *A simple ICA algorithm based on geometrical approach*. IEEE. Published in: Proceedings of the Sixth International Symposium on Signal Processing and its Applications (IEEE). <https://doi.org/10.1109/ISSPA.2001.949762>

40. Jean-Louis Lacoume, Pierre-Olivier Amblard, Pierre Comon (1997). *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*. MASSON.
41. Mansour, C. G. Puntonet, and N. Ohnishi (2001). *A new geometrical blind separation of sources algorithm*. in the 5th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics (SCI'2001), Florida, USA, 22-25 July 2001, pp.350–355.
42. C. G. Puntonet, A. Prieto, C. Jutten, M. Rodriguez Alvarez, and J. Ortega (1995). *Separation of sources: A geometry-based procedure for reconstruction of n-valued signals*. Elsevier. Signal Processing, vol. 46, no. 3, pp. 267–284, 1995. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(95\)00088-0](https://doi.org/10.1016/0165-1684(95)00088-0)
43. Prieto, B. Prieto, C. G. Puntonet, A. Canas, and P. Martin-Smith (1999). *Geometric separation of linear mixtures of sources: Application to speech signals*. in International Workshop on Independent Component Analysis and Blind Separation of Signals. France, 11-15 January 1999, pp. 295 – 300.
44. Christian Jutten, Jeanny Hérault (1991). *Blind separation of sources, part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture*. Elsevier. Signal Processing. Volume 24, Issue 1, July 1991, Pages 1-10. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(91\)90079-X](https://doi.org/10.1016/0165-1684(91)90079-X)
45. Christian Jutten and Jeanny Hérault (1991). *Blind separation of sources, Part II" Problems statement*. Elsevier: Signal Processing vol,24: pp,11-20. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(91\)90080-3](https://doi.org/10.1016/0165-1684(91)90080-3)
46. S. Amari; A. Cichocki (1995). *Recurrent neural networks for blind separation of sources*. Int. Symp. NOLTA, 1995 – Citeseer.
47. S. Amari; A. Cichocki (1998). *Adaptive blind signal processing-neural network approaches*. IEEE. Proceedings of the IEEE Volume: 86, Issue: 10, Oct. 1998. <https://doi.org/10.1109/5.720251>
48. Lukas Drude; Reinhold Haeb-Umbach (2019). *Integration of Neural Networks and Probabilistic Spatial Models for Acoustic Blind Source Separation*. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing Volume: 13, Issue: 4, Aug. 2019. <https://doi.org/10.1109/JSTSP.2019.2912565>.
49. O. Macchi and E. Moreau (1993). *Self-adaptive source separation by direct and recursive networks*. in in Proc. International Conference on Digital Signal Processing (DSP'93), Limasol, Cyprus, May 1993, pp. 1154–1159.
50. E. Moreau and O. Macchi (1996). *High-order contrasts for selfadaptive source separation*. International journal of adaptive control and signal processing, pp. 19–46, 1996. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1115\(199601\)](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1115(199601)10:1<19::AID-ADSC19>3.0.CO;2-1)
51. S. I. Amari (1996). *Neural learning in structured parameter spaces: Natural riemannian gradient*. in Neural Information Processing System-Natural and Synthetic, San Diego, Colorado, USA, 2-7 December 1996.
52. H. H. Yang and S. I. Amari (1997). *Adaptive on-line learning algorithms for blind separation - maximum entropy and minimum mutual information*. IEEE. Neural Computation, vol. 9, pp. 1457–1482, 1997. <https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.7.1457>.
53. Michael Syskind, Pedersen, Jan Larsen, Ulrik Kjems, Lucas C. Parra (2008) *Convolutional Blind Source Separation Methods*. Springer Handbook of Speech Processing pp 1065-1094.
54. K. Nakayama, A. Hirano, A. Horita (2002). *A learning algorithm for convolutional blind source separation with transmission delay constraint*. IEEE. Proceedings of the

- 2002 International Joint Conference on Neural Networks. IJCNN'02 (Cat. No.02CH37290) . [https:// doi. org/ 10.1109/IJCNN.2002.1007680](https://doi.org/10.1109/IJCNN.2002.1007680)
55. Y Tan, J Wang, JM Zurada (2001). *Nonlinear blind source separation using a radial basis function network*. IEEE Transactions on Neural Networks. Volume: 12, Issue: 1, Jan. 2001. [https:// doi. org/ 10.1109/72.896801](https://doi.org/10.1109/72.896801)
56. K.S. Tang; K.F. Man; S. Kwong; Q. He (1996). *Genetic algorithms and their applications*. IEEE Signal Processing Magazine. Volume: 13, Issue: 6, Nov 1996. [https:// doi. org/ 10.1109/79.543973](https://doi.org/10.1109/79.543973)
57. Teli TA, Wani MA (2021). *A fuzzy based local minima avoidance path planning in autonomous robots*. Springer. Int J Inf Technol 13:33–40. [https:// doi. org/ 10. 1007/ s41870- 020- 00547-0](https://doi.org/10.1007/s41870-020-00547-0)
58. Nagpal R, Singh P, Garg BP (2019). *Concurrent bacterial foraging with emotional intelligence for global optimization*. Springer. Int J Inf Technol 11:313–320. [https:// doi. org/ 10. 1007/ s41870- 018- 0215-z](https://doi.org/10.1007/s41870-018-0215-z)
59. Jun-an Yang, Bin Li, Zhenquan Zhuang (2003). *Multi-universe parallel quantum genetic algorithm its application to blind-source separation*. International Conference on Neural Networks and Signal Processing, 2003. Proceedings of the 2003.IEEE. [https:// doi. org/ 10.1109/ICNNSP.2003.1279292](https://doi.org/10.1109/ICNNSP.2003.1279292)
60. Hujun Yin; Israr Hussain (2006). *Blind Source Separation and Genetic Algorithm for Image Restoration*. IEEE. 2006 International Conference on Advances in Space Technologies. [https:// doi. org/ 10.1109/ICAST.2006.313821](https://doi.org/10.1109/ICAST.2006.313821)
61. Yang Junan Li Bin Zhuang Zhenquan (2003). *Research of quantum genetic algorithm and its application in blind source separation*. Springer. JOURNAL OF ELECTRONICS: the National Natural Science Foundation of China (No. 60171029). 20, pages 62–68. <https://doi.org/10.1007/s11767-003-0089-4>
62. C.ServièreP.Fabry (2005). *Principal component analysis and blind source separation of modulated sources for electro-mechanical systems diagnostic*. Elsevier. Mechanical Systems and Signal Processing. Volume 19, Issue 6, November 2005, Pages 1293-1311. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2005.08.001>
63. R. MUTIHACI, MARC M. VAN HULLE (2004). *Comparison of Principal Component Analysis and Independent Component Analysis for Blind Source Separation*. Romanian Reports in Physics, Volume 56, Number I, pp. 20-32.
64. James V. Stone (2004). *Independent Component Analysis A Tutorial Introduction*. A Bradford Book the MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England.
65. João Marcos, Travassos Romano,Romis Attux,Charles Casimiro Cavalcante,Ricardo Suyama (2010). *Unsupervised Signal Processing Channel Equalization and Source Separation*: Published September 28, 2010 by CRC Press.
66. Speech Enhancement and Assessment Resource.  
[http://cslu.ece.ogi.edu/nsef/data/SpEAR\\_database.html](http://cslu.ece.ogi.edu/nsef/data/SpEAR_database.html)
67. Cichocki A, Amari S (2005) *Adaptive blind signal and image processing: learning algorithms and applications*. edn Wiley.
68. Hwei Hsu (1997). *Schaum's outline of theory and problems of probability, random variables, and random processes*.
69. Goldberg, David E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
70. A. R. Conn, N. I. M. Gould, and Ph. L. Toint. (1991). *A Globally Convergent Augmented Lagrangian Algorithm for Optimization with General Constraints and*

- Simple Bounds*. SIAM Journal on Numerical Analysis, Volume 28, Number 2, pages 545–572, 1991. <https://doi.org/10.1137/0728030>
71. A. R. Conn, N. I. M. Gould, and Ph. L. Toint. (1997). *A Globally Convergent Augmented Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds*. Mathematics of Computation, Volume 66, Number 217, pages 261–288, 1997.
  72. Hamid Y, Sugumaran MA (2020). *t-SNE based nonlinear dimension reduction for network intrusion detection*. Springer. Int J Inf Technol 12:125–134. <https://doi.org/10.1007/s41870-019-00323-9>.
  73. Hamid Y, Shah FA, Sugumaran M (2019). *Wavelet neural network model for network intrusion detection system*. Springer. Int J Inf Technol 11:251–263. <https://doi.org/10.1007/s41870-018-0225-x>
  74. Preeti KD (2017). *Feature selection for face recognition using DCT-PCA and Bat algorithm*. Springer. Int J Inf Technol 9:411–423. <https://doi.org/10.1007/s41870-017-0051-6>
  75. P. Comon, (1990). *Analyse en composantes indépendantes et identification aveugle*. Traitement du signal, vol. 7, no. 5, pp. 435–450, December 1990.
  76. Khan A, Li JP, Khan MY (2020). *Complex environment perception and positioning based visual information retrieval*. Springer. Int J Inf Technol 12:409–417. <https://doi.org/10.1007/s41870-020-00434-8>
  77. Kadakadiyavar S, Ramrao N, Singh MK (2020). *Efficient mixture control chart pattern recognition using adaptive RBF neural network*. Springer. Int J Inf Technol 12:1271–1280. <https://doi.org/10.1007/s41870-019-00381-z>.
  78. David L. Donoho, Iain M. Johnstone, Gérard Kerkycharian, Dominique Picard (1995). *Wavelet Shrinkage: Asymptotia?* Journal of the Royal Statistical Society. <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1995.tb02032.x>.
  79. Can He, Jianchun Xing, Juelong Li, Qiliang Yang, and Ronghao Wang (2015). *A New Wavelet Threshold Determination Method Considering Interscale Correlation in Signal Denoising*. Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering Volume 2015, Article ID 280251, 9 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2015/280251>.
  80. Belouchrani, A., Cichocki, A. (2000). *A Robust Whitening Procedure in Blind Source Separation Context*. IET. Electronics Letters, 2000, Vol. 36, pp. 2050–2051. <https://doi.org/10.1049/el:20001436>
  81. Wei Wu and Hua Peng (2014). *Application of EMD Denoising Approach in Noisy Blind Source Separation*. Journal of Communications Vol. 9, No. 6, June 2014: Engineering and Technology Publishing.
  82. R. Romo Vázquez, H. Vélez-Pérez, R. Ranta, V. Louis, Dorr D. Maquin, L. Maillard (2012) *Blind source separation, wavelet denoising and discriminant analysis for EEG artefacts and noise cancelling*. Elsevier. Biomedical Signal Processing and Control Volume 7, Issue 4, July 2012, Pages 389–400 <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2011.06.005>.
  83. Bertrand Rivet, Vincent Vigneron, Anisoara Paraschiv-Ionescu, Christian Jutten (2004) *Wavelet De-noising for Blind Source Separation in Noisy Mixtures*. Springer. International Conference on Independent Component Analysis and Signal Separation: Independent Component Analysis and Blind Signal Separation pp 263–270. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-30110-3\\_34](https://doi.org/10.1007/978-3-540-30110-3_34)

84. Weichao Kuang, Bingo Wing-Kuen Ling, Zhijing Yang (2017). *Parameter free and reliable signal denoising based on constants obtained from IMFs of white Gaussian noise*. Elsevier. Measurement: Volume 102, May 2017, Pages 230-243. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.02.011>.
85. Meziane, A. & Meziane, B., Belouchrani, A., Chonavel, T., Aïssa-El-Bey, A. (2018). *An analytical derivation for second-order blind separation of two signals*. Springer-Annals of Telecommunications. 73, pages 711–717. <https://doi.org/10.1007/s12243-018-0635-6>.
86. Valeriu VRABIE (2003). *Statistiques d'ordre supérieur applications en géophysique et électrotechnique*. THESE EN COTUTELLE pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'INPG ET DE L'UPB à l'Université POLITEHNICA de Bucarest.
87. Richard Bronson (2011). *Schaum's outline of Matrix Operations*.

**Résumé :**

Ce manuscrit présente une étude qui traite et résout le problème de la séparation aveugle de sources (SAS) pour le cas du mélange linéaire instantané (LI) de signaux stationnaires et non stationnaire statistiquement indépendants dans les environnements non bruités et bruités. L'étude est basée sur l'exploitation des caractéristiques probabilistes des signaux mélanges en s'appuyant sur le théorème central limite et les statistiques du quatrième ordre dans le but de compléter la séparation en deux étapes principales. La première étape vise à transformer les signaux mélanges en signaux orthogonaux (Le blanchiment) tandis que la deuxième étape vise à transformer les signaux orthogonaux en signaux statistiquement indépendants. Cette indépendance statistique est mise en œuvre dans ce travail en appliquant deux systèmes de séparation différents (Système Direct et Système en Boucle). Pour le cas non bruité du mélange LI de deux sources ( $2 \times 2$ ), la résolution du problème est basée sur le concept géométrique qui vise à déterminer un angle adéquat qui maximise le kurtosis en valeurs absolues des signaux orthogonaux. La détermination de cet angle est réalisée par le système en boucle par optimisation à l'aide de techniques d'intelligence artificielle (IA : Artificial Intelligence) pour obtenir un angle optimal via l'application d'un algorithme génétique (GA : Genetic Algorithm), et pour le système direct, la détermination de l'angle de séparation est complété analytiquement à partir d'une analyse de la variation d'une fonction objectif proposée qui est basée sur le calcul du déphasage entre deux signaux sinusoïdaux. Pour le cas sans bruit du mélange LI de plusieurs sources ( $n \times n$ ), la résolution du problème se présente sous la forme d'une simple généralisation de la solution ( $2 \times 2$ ) où cette généralisation peut se traduire par la maximisation du kurtosis de chaque paire de signaux blanchis successivement et itérativement jusqu'à ce que tous les kurtosis convergent vers le point global et atteignent leurs valeurs maximales. Dans le cas bruité où chaque observation est affectée par le bruit gaussien blanc additif (AWGN : Additive White Gaussian Noise), le problème est traité dans ce travail par l'application de deux solutions afin de conserver et de récupérer l'information des sources originales. La première solution réduit la puissance du signal gaussien au niveau des signaux mélange (Le Prétraitement) tandis que la deuxième solution réduit la puissance du bruit au niveau des signaux séparés (Le Post Traitement). La réduction de puissance de l'AWGN affectant chaque signal à traiter est basée sur l'estimation de l'écart type du signal gaussien dans le domaine des ondelettes.

Tout au long de cette étude et pour chaque cas étudié du problème LI, plusieurs simulations ont été réalisées et les résultats obtenus ont prouvé la fiabilité et l'efficacité des solutions présentées dans ce manuscrit pour récupérer les sources originales que ce soit pour le cas stationnaire ou non stationnaire.

**Mots clés :**

PCA, ICA, Kurtosis, Cumulant, Matrice de Rotation, GA, Seuillage.

**ملخص:**

تقدم هذه المخطوطة دراسة تعالج وتحل مشكلة الفصل الأعمى للمصادر في حالة الخلط الخطي اللحظي للإشارات المستقرة وغير المستقرة المستقلة إحصائياً في البيئات غير الصاخبة والصاخبة. اعتمدت الدراسة على استغلال الخصائص الاحتمالية للإشارات المختلطة بالاعتماد على نظرية الحد المركزي وإحصاءات الدرجة الرابعة من أجل استكمال الفصل من خلال خطوتين رئيسيتين. تهدف الخطوة الأولى إلى تحويل الإشارات المختلطة إلى إشارات متعامدة (التبويض) بينما تهدف الخطوة الثانية إلى تحويل الإشارات المتعامدة إلى إشارات مستقلة إحصائياً. يتم تنفيذ هذا الاستقلال الإحصائي في هذا العمل من خلال تطبيق نظامين مختلفين للفصل (نظام مباشر ونظام حلقي). بالنسبة للحالة الخالية من الضوضاء لمزيج من مصدرين  $(2 \times 2)$ ، يعتمد حل المشكلة على المفهوم الهندسي الذي يهدف إلى تحديد زاوية مناسبة تزيد من التفرطح في القيم المطلقة للإشارات المتعامدة. يتم تحديد هذه الزاوية بواسطة نظام الحلقة عن طريق التحسين باستخدام تقنيات الذكاء الاصطناعي للحصول على زاوية مثالية من خلال تطبيق الخوارزمية الجينية. وبالنسبة للنظام المباشر، يتم تحديد زاوية الفصل بشكل تحليلي من خلال دراسة تغير دالة موضوعية مقترحة تستند على حساب فرق الطور بين الدالتين لهما طبيعة جيبيية. بالنسبة لحالة خلط عدة مصادر  $(\tau \times \tau)$ ، يأتي حل المشكلة في شكل تعميم بسيط للحل  $(2 \times 2)$  حيث يمكن أن يؤدي هذا التعميم إلى تعظيم تفرطح كل زوج من الإشارات المبيضة تباعاً وتكراراً حتى تتقارب كل التفرطحات إلى النقطة الذروة الرئيسية وتصل إلى قيمها القصوى. في الحالة الصاخبة حيث تتأثر كل ملاحظة بالضوضاء الغاوسية البيضاء المضافة، تتم معالجة المشكلة في هذا العمل من خلال تطبيق حلين من أجل الاحتفاظ بالمعلومات واستعادتها من المصادر الأصلية. يقلل الحل الأول من قوة الإشارة الغاوسية على مستوى الإشارات المختلطة (المعالجة المسبقة) بينما يقلل الحل الثاني من قوة الضوضاء على مستوى الإشارات المنفصلة (المعالجة اللاحقة). يعتمد تقليل قوة الضوضاء من كل إشارة تتم معالجتها على تقدير الانحراف المعياري للإشارة الغاوسية في المجال الموجبات.

خلال هذه الدراسة وفي كل حالة من حالات المشكلة المدروسة، تم إجراء العديد من عمليات المحاكاة وأثبتت النتائج موثوقية وفعالية الحلول المقدمة في هذه المخطوطة لاستعادة المصادر الأصلية سواء كانت للحالة المستقرة أو غير المستقرة.

**كلمات مفتاحية :**

تحليل المكونات الرئيسية، تحليل المكونات المستقلة، التفرطح، التراكم، مصفوفة الدوران، الخوارزمية الجينية، التحديد العتبي.

**Abstract:**

This manuscript presents a study that processes and solves the blind source separation (BSS) problem for the case of linear instantaneous (LI) mixing of statistically independent stationary and non-stationary signals in the noiseless and the noisy environments. The study is based on the exploitation of the probabilistic characteristics of the mixed signals by relying on the central limit theorem and the fourth order statistics for the purpose of completing the separation via two main steps. The first step aims to transform the mixed signals into orthogonal signals (The whitening) while the second step aims to transform the orthogonal signals into statistically independent signals. This statistical independence is performed in this work by applying two different separation systems (Direct system and Looped system). For the noiseless case of the LI mixture of two sources ( $2 \times 2$ ), the resolution of the problem is based on the geometric concept which aims to determine an adequate angle which maximizes the kurtosis in absolute values of the orthogonal signals. The determination of this angle is performed by the looped system by optimization using artificial intelligence techniques (AI: Artificial Intelligence) to obtain an optimal angle via the application of a genetic algorithm (GA: Genetic Algorithm), and for the direct system, the determination of the separating angle is completed analytically from an analysis of the variation of a proposed objective function which is based on the calculation of the phase shift between two sinusoidal signals. For the noiseless case of the LI mixture of several sources ( $n \times n$ ), the resolution of the problem comes in the form of a simple generalization of the solution ( $2 \times 2$ ) where this generalization can be expressed as the maximization of kurtosis of each pair of whitened signals successively and iteratively until all kurtosis converge to the global point and reach their maximum values. In the noisy case where each observation is affected by the additive white Gaussian noise (AWGN: Additive White Gaussian Noise), the problem is processed in this work by the application of two solutions in order to preserve and recover the information of the original sources. The first solution reduces the power of the Gaussian signal at the level of the mixed signals (The Preprocessing) while the second solution reduces the power of the noise at the level of the separated signals (The Post Processing). The power reduction of the AWGN affecting each signal to be processed is based on the estimation of the standard deviation of the Gaussian signal in the wavelet domain.

Throughout this study and for each studied case of the LI problem, several simulations were performed and the obtained results proved the reliability and efficiency of the solutions presented in this manuscript to recover the original sources whether for the stationary or non-stationary case.

**Key words:**

PCA, ICA, Kurtosis, Cumulant, Rotation Matrix, GA, Thresholding.