

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et De La Recherche Scientifique



Université Hadj Lakhdar- BATNA

Institut de Génie Civil, d'Hydraulique et d'Architecture.

Département D'Hydraulique

Mémoire de Magistère en Hydraulique

Option : Hydraulique numérique et environnement

Présenté par :

Mme FILLALI SIHEM

Pour obtenir le diplôme de magistère en Hydraulique

ETUDE D'UN ECOULEMENT INSTATIONNAIRE DANS UN CANAL DECOUVERT A FOND MOBILE ET A CHARGE VARIABLE

Sous la direction de : Mr. FOURAR Ali

Mémoire soutenu le : 03/06/2012

Devant le jury composé de :

Jury	Grade	Affiliation	Qualité
Mr. LAHBARI Nouredin	MCA	université de Batna	Président
Mr. FOURAR Ali	MCA	université de Batna	Rapporteur
Mr. BOUZIANE Mouhamed Toufik	MCA	université de Biskra	Examineur
Mr. BRIOUA Mourad	MCA	université de Batna	Examineur

Résumé

La présente étude décrit la simulation du phénomène d'un écoulement instationnaire à surface libre dans un canal à fond mobile bidimensionnel. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations de transport non linéaire (de forme convection-diffusion) régissant les équations de quantité de mouvement, l'équation de continuité.

Les résultats numériques sont obtenus par le code de calcul FLUENT pour notre étude des quatre cas différents d'un canal à surface libre et fond mobile en ajoutant des obstacles dans les trois derniers cas.

Mots clés : Ecoulement instationnaire (non permanent), les écoulements à surface libre, fond mobile, modélisation mathématique, simulation numérique.

Abstract :

The present survey described the simulation of the phenomenon of an unsteady out-flow in free surface channel on a mobile bed. The method of the finit volums is used to solve the equations of transportation non linear (of shape convection-diffusion) governing the equations of quantity of movement, the equation of continuity.

The numeric results get by the code of calculation FLUENT, for our research, four different cases are studied of a channel in free surface and mobile bottom while adding some obstacles in the last third cases.

Key words : Unsteady flow, free surface flow, mobile bed, mathematical modelling, numeric simulation.

ملخص

الدراسة الحاضرة تصف صورة ظاهرة جريان غير دائم (متبدل) في قناة بسطح مفتوح ذات قاع متحرك و ارتفاع متغير لسطح الماء. الطريقة المستعملة هي طريقة الأحجام المنتهية لحل معادلاتي الحركة والاستمرار.

النتائج الرقمية والتحليلية تحصلنا عليها باستعمال البرنامج للحسابات المنجزة FLUENT في

دراستنا لأربع حالات مختلفة بإضافة حواجز في الثلاث حالات الأخيرة.

Remerciements

Mes remerciements vont tout premièrement à dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'il m'a donné durant tous ces années d'études.

Je remercie tout particulièrement Mr FOURAR Ali Maître de conférence à l'Université de Batna, et président de la post de graduation option hydraulique numérique et environnement de m'avoir encadré et suivi mon travail de prés avec ses grandes qualités humaines, sa rigueur scientifique et ces précieux conseils sans qui ce travail ne pouvait aboutir.

Et messieurs les Membres de jury :

- ❖ Mr.LAHBARI Nouredine maître de conférence à l'université de Batna Doyen de l'Institut de Génie Civil d'Hydraulique et d'Architecture.*
- ❖ Mr. BOUZIANE Mohamed Toufik maître de conférence à l'université de Biskra.*
- ❖ Mr.BRIOUA Mourad maître de conférence à l'université de Batna.*

Je voudrais dire un grand merci à tout les enseignants du département d'hydraulique et surtout Mr.Messaid, Mr. Bouguerne, Mme Tabbi et Mr.Chaoui pour qu'ils m'ont apportés, leurs encouragements, leur gentillesse, pour les discussions très enrichissantes et leurs conseils lors de toutes mes années d'étude.

Mes remerciements très particuliers s'adressent à mon marie qui m'a apporté soutien et aide durant toutes ces années, à mes parents pour leur soutien moral sans lequel ce travail n'aurait pas été possible à Mr Kardache.F, mes collègues de promotion Mlle. Merrouchi farida et Mr Benmoussaad.K pour leurs aide durant tout ce travail de mémoire et à toute ma famille.

Tables des matières :

Tables des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des symboles

Chapitre I : INTRODUCTION GENERALE.....	14
I-1 Introduction.....	15
Chapitre II : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE.....	18
Chapitre III : MODELISATION MATHEMATIQUE.....	26
III-1 Généralité sur les écoulements.....	27
III-1-1 Introduction.....	27
III-1-2 Type des canaux.....	27
III-1-3 Géométrie des canaux.....	27
III-1-4 L'écoulement dans les canaux.....	28
III-1-4-1 Variabilité dans le temps.....	28
III-1-4-2 Variabilité dans l'espace.....	29
III-1-5- Régime fluvial ou torrentiel.....	29
III-1-6- La turbulence dans un canal.....	30
III-1-7- Ecoulement stationnaire (permanent) uniforme.....	31
III-1-7-1- Description.....	31
III-1-7-2- Perte de charge.....	32
III-2 Ecoulement instationnaire (non permanent) et non uniforme.....	34
III-2-1- Introduction.....	34
III-2-2 Equations de Navier-Stokes.....	36
III-2-2-1- Les équations de base.....	37
III-2-2-2 Hypothèses et approximations.....	40
III-2-2-2-1 Hypothèse de pression hydrostatique.....	40
III-2-2-2-2 Hypothèse de l'imperméabilité du fond et de la surface libre.....	40
III-2-2-2-3- Hypothèse de Boussinesq.....	41
III-2-3- Moyenne des équations de Navier-Stokes.....	41

1-Principe.....	41
2- Règle de Leibnitz.....	41
3- Moyenne de l'équation de continuité	41
4- Moyenne de l'équation de quantité de mouvement.....	42
4-1- Dérivée en temps.....	43
4-2- Termes d'advection.....	43
4-3- Gradient de pression.....	45
4-4- Termes de diffusion.....	45
4-5- Termes de Coriolis.....	46
4-6- Forces de volume	46
4-7- Conclusions.....	48
III-2-4- Equations de Saint-Venant.....	51
III-2-4-1- Formes conservative et non conservative des équations de Saint-Venant.....	51
III-2-4-2- Choix de formulations des équations de Saint-Venant.....	53
III-2-4-3- Equations de base de Saint-Venant.....	54
III-2-4-4- Ecoulement instationnaire à surface libre sur fond mobile.....	55
III-2-4-5- Evaluation du terme de pertes de charges par frottements.....	57
Chapitre IV :MODELISATION NUMERIQUE.....	58
IV-1- Introduction	59
IV-2- Calcul numérique.....	59
IV-2-1- Principe.....	60
IV-2-2 La méthode de calcul :- méthode des volumes finis.....	61
IV-2-2-1 Equation de transport- diffusion.....	61
IV-2-2-2- Discrétisation des différents termes de l'équation.....	63
IV-3- Conditions initiales et aux limites.....	66
IV-3-1- Conditions initiales.....	66

IV-3-2- Conditions aux limites.....	66
IV-4- La simulation par le logiciel.....	67
IV-4-1- Présentation Du Code De Calcul.....	67
IV-4-2- Architecture Du Logiciel.....	67
IV-4-3- Procédé de calcul.....	69
IV-4-3-1- Représentation.....	69
IV-4-3-1-1 Géométrie.....	69
IV-4-3-1-2- construction du maillage.....	70
IV-4-3-2 Présentation du maillage par « GAMBIT ».....	70
IV-4-3-3- Convergence Des Calculs.....	72
Chapitre V : RESULTATS ET INTERPRETATION.....	74
V-1- Introduction.....	75
V-2 Résultats et discussions.....	75
V-2-1 Les profils de pression.....	75
V-2-2- Les profils de la vitesse.....	81
V-2-3- Les vecteurs vitesses.....	91
V-2-4- Profil de la variation de la vitesse à la surface libre.....	96
V-2-4- Les profils de la variation de la charge hydraulique.....	98
V-3- Résultats de calcul des pertes de charge.....	101
Chapitre VI : CONCLUSIONS ET PERSPECTIVE.....	103
Références bibliographique.....	105

Liste des figures

Figure 3.1 : géométrie d'un canal à surface libre.....	27
Figure 3.2 : Ecoulement permanent.....	28
Figure 3.3 : Ecoulement non-permanent.....	28
Figure 3-4 : Schéma d'un écoulement non permanent et non uniforme sur une pente à fond fixe.....	36
Figure 3.5 : la rivière Thur (Suisse) rectifiée [Martin Jaeggi].....	55
Figure 4.1 : Principe du calcul numérique.....	60
Figure 4.2 : Volume de contrôle.....	61
Figure 4.3 : domaine de calcul et volume de contrôle.....	63
Figure 4.4 : Géométrie du canal (1 ^{er} cas).....	70
Figure 4.5 : Maillage des bords.....	71
Figure 4.6 : Maillage de la surface (1 ^{er} cas).....	71
Figure 4.7 : Maillage de la surface (2 ^{ème} cas).....	71
Figure 4.8 : Maillage de la surface (3 ^{ème} cas).....	71
Figure 4.9: Maillage de la surface (4 ^{ème} cas).....	72
Figure 4-10 : Les conditions aux limites.....	72
Figure 4.11 : courbe des résidus.....	73
Figure 5-1: Géométrie du canal.....	75
Figure 5-2 : Champ de pression totale (pascal).....	76
Figure 5-3 : Champ de pression (pascal) à t=10s -(1 ^{er} cas).....	76
Figure 5-4 : Champ de pression (pascal) à t=40s -(1 ^{er} cas)-.....	77
Figure 5-5 : Champ de pression (pascal) à t=10s -(2 ^{ème} cas)-.....	77
Figure 5-6 : Champ de pression (pascal) à t=10s -(2 ^{ème} cas)-.....	78
Figure 5-7 : Champ de pression (pascal) à t=40s -(2 ^{ème} cas)-.....	78
Figure 5-8 : Champ de pression (pascal) à t=20s -(2 ^{ème} cas)-.....	79
Figure 5-9 : Champ de pression (pascal) à t=40s -(2 ^{ème} cas)-.....	79
Figure 5-10 : Champ de pression (pascal) à t=10s -(4 ^{ème} cas)-.....	80
Figure 5-11 : Champ de pression (pascal) à t=20s -(4 ^{ème} cas)-.....	80
Figure 5-12 : Champ de pression (pascal) à t=40s -(4 ^{ème} cas)-.....	81
Figure 5-13 : Champ de vitesse totale (m/s) – (1 ^{er} cas) -.....	82
Figure 5-14 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=10s – (1 ^{er} cas) -..	83

Figure 5-15 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=20s – (1 ^{er} cas) ..	83
Figure 5-16: Champ des vitesses verticales (m/s).....	84
Figure 5-17 : Champ de vitesses totale (m/s).....	84
Figure 5-18 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=10s – (2 ^{ème} cas)	85
Figure 5-19 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=20s – (2 ^{ème} cas)	85
Figure 5-20 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=40s – (2 ^{ème} cas)	86
Figure 5-21 : Champ de vitesses verticales (m/s).....	86
Figure 5-22 : Champ de vitesse totale– (3 ^{ème} cas) –.....	87
Figure 5-23 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=20s – (3 ^{ème} cas)	87
Figure 5-24 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=40s – (3 ^{ème} cas)	88
Figure 5-25 : Champ de vitesses verticales – (3 ^{ème} cas)	88
Figure 5-26 : Champ de vitesse totale– (4 ^{ème} cas) –.....	89
Figure 5-27 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=10s – (4 ^{ème} cas) –	89
Figure 5-28 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=20s – (4 ^{ème} cas) –	90
Figure 5-29 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=40s – (4 ^{ème} cas) –	90
Figure 5-30 : Champ de vitesses verticales – (4 ^{ème} cas) –.....	91
Figure 5-31 : vecteurs des vitesses (m/s) – (1 ^{er} cas)-.....	91
Figure 5-32 : vecteurs des vitesses (m/s) – (1 ^{er} cas)- avec agrandissement.....	92
Figure 5-33 : vecteurs des vitesses (m/s) – (2 ^{ème} cas)-.....	92
Figure 5-34 : vecteurs des vitesses (m/s) – (2 ^{ème} cas)- avec agrandissement.....	93
Figure 5-35 : vecteurs des vitesses (m/s) – (3 ^{ème} cas)-.....	93
Figure 5-36 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 1 ^{er} et 2 ^{ème} obstacle – (3 ^{ème} cas)- avec grandissement.....	94
Figure 5-37 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 3 ^{ème} et 4 ^{ème} obstacle– (3 ^{ème} cas)- avec grandissement.....	94
Figure 5-38 : vecteurs des vitesses (m/s) – (4 ^{ème} cas)-.....	95
Figure 5-39 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 1 ^{er} et 2 ^{ème} obstacle – (4 ^{ème} cas)- avec agrandissement.....	95
Figure 5-40 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 2 ^{ème} et 3 ^{ème} obstacle – (4 ^{ème} cas)- avec agrandissement.....	96
Figure 5-41 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre (1 ^{er} cas).....	96
Figure 5-42 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre – (2 ^{ème} cas).....	97
Figure 5-43 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre – (3 ^{ème} cas).....	97

Figure 5-44 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre – (4 ^{ème} cas).....	98
Figure 4-45: Profils d'hauteur d'eau longitudinale –(1 ^{er} cas)-.....	99
Figure 4-47: Profils d'hauteur d'eau longitudinale –(3 ^{ème} cas)-.....	99
Figure 4-46: Profils d'hauteur d'eau longitudinale –(2 ^{ème} cas)-.....	100
Figure 4-48: Profils d'hauteur d'eau longitudinale –(4 ^{ème} cas)-.....	100

Liste des tableaux

Tableau 3-1 : Comparaisons de la formulation des équations de Saint-Venant.....	53
Tableau 4-1 : Les coefficients à calculer pour le schéma hybride.....	66
Tableau 4-2 : Dimensionnement d l'obstacle (2 ^{ème} cas).....	69
Tableau 4-3 : Dimensionnement des 4 obstacles (3 ^{ème} cas).....	69
Tableau 4.4 : Dimensionnement des 3 obstacles courbés (4 ^{ème} cas).....	69
Tableau V-1 : Résultats de calcul des pertes de charge.....	101

Liste des symboles :

◆ Lettres Latines :

A_H	Coefficient de diffusion (m^2/s) dans l'équation de Saint-Venant
C	Coefficient de Chézy ($m^{1/2}/s$)
C_f	Coefficient de frottement
$\bar{\bar{D}}$	Tenseur des taux de déformation
F	Facteur de frottement sur le fond
F_r	Nombre de Froude
\vec{F}	Vecteur force
$\overrightarrow{F_M}$	Force massique
$\overrightarrow{F_S}$	Force surfacique
$\overrightarrow{F_c}$	Force de Coriolis $\vec{f}_c = -2 \vec{\Omega} \wedge \vec{U}$
f	Paramètre de Coriolis
\vec{g}	Vecteur accélération de la gravité
g	Accélération de la gravité ($g = 9.81m/s^2$)
H	Hauteur du canal
h	Hauteur d'immersion $hz = Z_s - Z(m)$
h	Profondeur totale d'eau $h = Z_s - Z_f (m)$
$\bar{\bar{I}}$	Tenseur unitaire
K_S	Coefficient de Strickler($m^{1/3}/s$)
k_S	Coefficient de rugosité du fond
L_{canal}	Longueur du canal
M	Masse de fluide
M_S	Flux de masse
n	Coefficient de Manning ($s/m^{1/3}$)
\vec{n}	Vecteur unitaire normal
p	Pression (N/m^2)

p_{atm} Pression atmosphérique (N/m^2)

q_x, q_y Composantes du vecteur débit unitaire \vec{q} dans la direction x et y (m^2/s)

q^*_x, q^*_y Débits unitaires au t^{n+1} après l'étape de « advection-diffusion » dans les directions x et y

$R = (O, x, y)$ Repère cartésien

t Temps

$\Delta t, dt$ Pas de temps

$\vec{U} = (U, V, W)$ Vecteur vitesse (m/s)

U, V, W Composante de vecteur vitesse \vec{U} dans les directions x, y et z

U^s, V^s, W^s Composantes du vecteur vitesse en surface

U^f, V^f, W^f Composantes du vecteur vitesse au fond

\vec{u} Vecteur vitesse moyennée sur toute la profondeur $\vec{u} = (u, v, w)$

u, v, w Composantes du vecteur vitesse moyenne \vec{u} dans la direction x, y et z respectivement (m/s)

$\Delta x, \Delta y$ Pas d'espace dans les directions x et y respectivement

Z Dénivellation du fond (m)

Z_s Dénivellation de la surface libre d'eau (m)

Z_{sk} Valeur d'équilibre de Z_s

◆ Lettres grecques

ϕ Champ moyen

φ Champ moyen fluctuant

Γ Coefficient de diffusion

μ Viscosité dynamique ($N \cdot s/m^2$)

ν Viscosité cinématique (m^2/s)

ρ, ρ_0 Masse volumique du fluide (g/m^3)

$\Delta\rho$ Variation de densité de l'eau (g/m^3)

$\vec{\nabla}$ Vecteur nabra

Δ Opérateur Laplacien

$\vec{\tau}_f$	Vecteur contrainte dû au frottement sur fond (N/m^2)
τ_{fx}, τ_{fy}	Composantes du vecteur contrainte $\vec{\tau}_f$ dues au frottement sur le fond dans la direction x et y , respectivement.
$\vec{\tau}_s$	Vecteur contrainte dû au vent en surface (N/m^2)
τ_{sx}, τ_{sy}	Composantes du vecteur contrainte $\vec{\tau}_s$ dues au vent en surface dans la direction x et y respectivement (N/m^2)
Ω	Domaine de calcul
$\Omega_{i,j}$	Volume de contrôle élémentaire
$\vec{\Omega}$	Vecteur de rotation terrestre
$\bar{\bar{\sigma}}$	Tenseur des contraintes

CHAPITRE I
INTRODUCTION
GENERALE

I – Introduction générale

L'hydraulique maintenant étend ses frontières au-delà de son domaine traditionnel. La recherche hydraulique se développe très largement dans des laboratoires industriels ou universitaires. Aux outils traditionnels tels que les essais sur modèles réduits, sont venues s'ajouter les techniques de simulation numérique sur ordinateur, et aussi toutes les possibilités de l'électronique et de la microélectronique qui permettent d'acquérir et de traiter des quantités sans cesse croissantes de données expérimentales.

Cette science aborde dès lors des domaines de plus en plus complexes, parmi lesquels on peut citer l'étude approfondie des ondes de surface, la détermination des champs tridimensionnels de vitesses, la turbulence en écoulements diphasiques.

Dans les rivières, les estuaires, les zones côtières et les canaux à surface libre, la recherche est basée sur les écoulements très complexes.

Notre sujet a pour objet l'étude d'un écoulement à surface libre qui est instationnaire mais avec deux conditions : fond mobile et charge variable.

L'étude des écoulements instationnaires dans des canaux à fond mobile et à charge variable mettra en évidence le phénomène d'instationnarité et les modèles des écoulements. L'accent sera mis aussi et de façon particulière sur le concept de la charge hydraulique et de sa variation étant donné que le régime d'écoulement est non permanent.

Le problème très complexe d'interaction fond mobile-écoulement induisant des pertes de charge importantes sera abordé dans cette étude.

Cette étude est une résolution numérique des équations de Saint-Venant gouvernant le problème de l'influence du fond mobile sur le comportement d'un écoulement instationnaire.

Lors du développement d'un modèle numérique, le choix d'une méthode de discrétisation est primordial. Il existe quatre méthodes principales de discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) :

- Méthodes aux différences finies (MDF)

- Méthodes aux éléments finis (MEF)
- Méthodes des volumes finis (MVF)
- Méthode spectrale (MS).

Le présent travail est composé de 6 chapitres articulés comme suit :

Le premier chapitre s'ouvre sur une introduction générale sur une identification du problème et le contenu du travail.

Le deuxième chapitre contient une synthèse bibliographique concernant les principaux travaux de recherches consacrés à cette problématique.

Le chapitre III se décompose de deux parties la première possède des généralités sur les écoulements et la deuxième partie présente une étude mathématique des équations de Navier-Stokes et des équations de Saint-Venant. Les équations de Saint-Venant, qui constituent la base de notre étude, sont obtenues à partir d'une intégration verticale des équations de Navier-Stokes en utilisant un certain nombre des hypothèses.

Le Chapitre IV constitue deux parties : la première partie présente la méthode de résolution et de convergence utilisée par la méthode des volumes finis (utilisée par le code de calcul FLUENT).

Dans la deuxième partie on présente ce dernier qui nous a servi pour les calculs numériques dans notre travail avec un détail sur le procédé de calcul et la méthodologie de validation d'un modèle bidimensionnel d'un canal rectangulaire à surface libre en étudiant un cas sans obstacle et trois autres cas en ajoutant des obstacles au fond.

Le cinquième chapitre comporte une application numérique détaillée par le code de calcul FLUENT, et une présentation des résultats obtenus avec l'interprétation.

Dans le dernier chapitre (Chapitre VI) les conclusions et les perspectives de cette étude seront présentées.

CHAPITRE II

SYNTHESE

BIBLIOGRAPHIQUE

II- Synthèse bibliographique sur les écoulements à fond mobile :

Les écoulements à surface libre, dans les milieux naturels ou urbanisés, se produisent en général avec des conditions aux limites inhomogènes à cause de la distribution des rugosités du fond, fixes ou mobiles et/ou des déformations importantes de la surface libre en particulier pour des écoulements à faible tirant d'eau vis-à-vis des irrégularités du fond. Ces écoulements présentent ainsi des complexités qui constituent des limitations des modèles définis et mis en œuvre pour prédéterminer les écoulements instationnaires et l'effet du mobilité du fond sur la variation du régime de l'écoulement.

De nombreux travaux de recherche ont été réalisés sur ce problème, en 1987 JAVIER APARICIO & MOÏSES BEREZOWSKY [12], ont développé un modèle mathématique de l'écoulement torrentiel transitoire avec lit mobile (un modèle mathématique pour simuler ce type d'écoulement). Le modèle, s'appuie sur un schéma numérique pour la version intégrale de l'ensemble des équations qui régissent le phénomène, et prend en considération les configurations du fond du lit.

Ils ont utilisé un programme de recherche dirigé vers le développement d'un modèle mathématique pour un écoulement supercritique instationnaire sur un lit mobile. Etant donnée la complexité de l'écoulement supercritique instationnaire, il est nécessaire de faire des suppositions pour décrire son comportement physique sans difficultés mathématiques déraisonnables. Pour ce faire ils ont supposé que:

- a) L'écoulement est unidimensionnel; cela signifie qu'il peut être caractérisé par une vitesse moyenne et un niveau d'eau horizontale sur toute la section traversée ;
- b) La hauteur d'eau et des ondes croissantes peut être ajoutée aux profondeurs calculées; ces ondes ne sont pas prises explicitement en considération dans le modèle;
- c) Les accélérations verticales sont négligeables; d'où, la distribution de la pression est hydrostatique verticalement ;
- d) la résistance dû au lit et la rugosité des parois peut être calculée avec la formule de l'écoulement stationnaire ;
- e) le nombre de Froude à chaque section reste toujours supérieur à l'unité; les ondes de choc éventuelles ne sont pas assez fortes ;

- f) la charge d'entraînement a un effet négligeable sur les variations du fond du canal comme comparé pour repiquer la charge.

Dans cette étude une méthode de simulation de tel écoulement est développée par l'utilisation des équations gouvernantes. La méthode est relativement facile à appliquer et, elle donne des résultats assez exacts. Les résultats exacts pourront être obtenus si les dimensions précises dans les modèles physiques et/ou les prototypes sont disponibles.

De prime à bord on peut dire que Les écoulements supercritiques instables avec un lit mobile sont un phénomène complexe et n'est pas beaucoup étudié.

Dans un autre article qu'il a un lien avec notre étude dans le calcul des pertes de charge et la rugosité, intitulé « Vitesse de frottement associée à un écoulement non uniforme et une rugosité relative intermédiaire » étudié par M. Hossein Afzalimehr et M. François Anctil [1] en 2001. Ce travail a pour objectif l'étude expérimentale de la résistance associée à un écoulement non uniforme dans un canal hydraulique à lit mobile constitué par des cailloux, procurant une rugosité relative intermédiaire. La vitesse de frottement est évaluée puis étudiée pour douze scénarios d'écoulements accélérés et décélérés. Quatre méthodes d'évaluation sont comparées : tension de Reynolds, loi logarithmique, loi parabolique et approche globale. Elles sont toutes essentiellement en accord les unes avec les autres. La forme des profils de la vitesse longitudinale moyenne observée est semblable à celle rapportée dans la littérature de cette étude pour des écoulements non uniformes sur lit de gravier et de petites rugosités relatives. Les écoulements accélérés produisent des vitesses de frottement plus faibles que les écoulements décélérés.

Il existe peu d'études qui décrivent la résistance offerte par des lits composés de matériau grossier tels les cailloux, particulièrement alors que l'écoulement est non uniforme (Graf et Altinakar, 1993) [7]. Le coefficient de résistance de Darcy-Weisbach f reste applicable à de tels cas. Ce coefficient est lié à la vitesse longitudinale moyenne du profil \bar{U} , de la façon suivante :

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{\bar{U}}{u_*} \quad (2-1)$$

Où u^* est la vitesse de frottement. La non-uniformité de l'écoulement se reflète alors sur la valeur de la vitesse de frottement. Les études inventoriées, portant sur l'estimation de la vitesse de frottement pour des écoulements non uniformes sur lit de

gravier ou de cailloux, – la distinction entre gravier et cailloux varie beaucoup d'une classification à une autre – sont toutes contraintes à une rugosité relative h/d_{50} supérieure à 4, où h est la profondeur de l'écoulement et d_{50} est la granulométrie médiane du lit. Par exemple, Song et Graf (1994) ont travaillé avec un d_{50} de 12.3 mm et une rugosité relative oscillant entre 10.00 et 16.26.

Afzalimehr et Anctil [1] ont choisi un d_{50} de 25.4 mm et des rugosités relatives entre 8.78 et 15.43.

Des essais expérimentaux ont été réalisés afin d'établir la vitesse de frottement d'écoulements non uniformes accélérés et décélérés sur lit de cailloux, pour une rugosité relative intermédiaire. Les analyses et les interprétations ont mené aux résultats suivants :

-La forme des profils de la vitesse longitudinale moyenne observée est concave pour les écoulements accélérés pente nulle et convexe pour les écoulements décélérés, tel que les écoulements non uniformes sur lit de gravier et de petites rugosités relatives.

-Les écoulements accélérés produisent des vitesses de frottement plus faibles que les écoulements décélérés, ce qui est en contradiction avec les observations rapportées pour des écoulements sur lit de gravier et de petites rugosités relatives.
-L'échelle des rugosités relatives influence donc largement les vitesses de frottement observées.

-Les vitesses de frottement tirées des profils de la vitesse longitudinale moyenne concordent avec celles déduites des profils de la tension de Reynolds. Cette dernière méthode, considérée dans cette étude comme référence, exige toutefois une instrumentation plus sophistiquée et des manipulations plus longues que ses alternatives, ce qui n'est pas toujours facile à effectuer en nature.

-Parmi les méthodes reposant sur les profils de la vitesse longitudinale moyenne, la méthode de la relation parabolique a pour principaux avantages d'être peu sensible à l'ajustement du niveau de référence et de reposer sur la couche extérieure de l'écoulement (passablement plus épaisse que la couche intérieure).

-La méthode globale proposée dans leur étude mène également à des résultats comparables à ceux tirés des profils de la tension de Reynolds. Il faut toutefois être conscient que cette approche ne permet pas une meilleure compréhension du phénomène de résistance à l'écoulement. Cette méthode repose de plus sur la

variation longitudinale de la profondeur de l'écoulement dh/dx , un paramètre difficile à observer avec précision en nature.

En 2002 Zhaosong QU [28] a travaillé sur les écoulements instationnaire dans un canal découvert sur un lit mobile où les deux cas : un canal à fond fixe et mobile ont été étudiés théoriquement et expérimentalement, la théorie des écoulements turbulents en couche limite, les équations de Saint-Venant sont abordés dans ce travail, et divers paramètres sont proposés pour quantifier le degré de non permanence des écoulements étudiés.

Dans ces travaux expérimentaux préliminaires, les profils des vitesses pour un écoulement permanent sont mesurés sur toute la section du canal. L'hypothèse de l'écoulement unidimensionnel est vérifiée en comparant les débits calculés uniquement en utilisant le profil des vitesses au centre du canal et le débit évalué à partir de tous les profils mesurés dans la section. L'erreur due à l'utilisation de la vitesse au centre du canal est évaluée.

Pour l'écoulement non permanent, 37 expériences sont menées avec différents hydrogrammes pour un canal à fond fixe et à fond mobile. Les expériences sont menées pour 15 hydrogrammes triangulaires (TF), 11 hydrogrammes montons croissants (RF) et 11 hydrogrammes montons décroissants (FF). L'expérience correspondant à l'hydrogramme TF13 est répétée 10 fois pour évaluer l'erreur dans l'estimation de la vitesse de frottement, u_* paramètre de vaue, π avec la méthode de moyennage des phases.

L'analyse des déphasages entre les paramètres $Q(t)$, $h(t)$, $U(t)$ et u_* montre que, pour le cas de l'hydrogramme triangulaire, u_* atteint sa valeur maximale le premier puis vient le maximum de $U(t)$; alors que $Q(t)$ et $h(t)$ arrive après.

Dans la région intérieure de l'écoulement non permanent la vitesse suit une distribution logarithmique. En appliquant la loi logarithmique, la vitesse de frottement est estimée. Les déviations des profils des vitesses dans la zone externe peuvent être décrites par une loi de sillage. Les différents termes de l'équation de Saint-Venant sont individuellement calculés à partir des variables instantanées, $U(t)$ et $h(t)$. La variation spatiale de la profondeur, dh/dx est le terme le plus significatif. Les effets du non uniformité et de la stationnarité sur la relation de frottement sont étudiés. Les

effets du non stationnarité de l'écoulement rendent compte de la différence de loi de frottement entre les branches ascendante et descendante de l'hydrogramme.

Les courbes sont tracées dans les relations entre la profondeur, h et la vitesse de frottement, u_* de même qu'entre la profondeur, h et sa variation spatiale dh/dx .

Les données expérimentales montrent que dans la région intérieure de l'écoulement non permanent, en présence du fond mobile, la vitesse suit une distribution logarithmique. Les déviations des profils de vitesse dans la zone externe peuvent être décrites par la loi de sillage.

Les relations de frottement pour les expériences sur fond mobile montrent que le mouvement du fond diminue la résistance de l'écoulement.

Toujours dans ce domaine de recherche une étude sur les écoulements à surface libre sur fond de rugosité inhomogène réalisée par M. Chouaib LABIOD [14] en 2005 présente les résultats des travaux expérimentaux et de modélisation relatifs à des écoulements à surface libre en canal rectangulaire dont le fond présente un contraste de rugosité suivant la transversale. Le contraste de rugosité a été créé par un système de barrettes parallélépipédiques collées périodiquement au centre du canal, les autres parties adjacentes du fond étant lisses. La configuration de rugosité choisie permet de créer un fort gradient transversal du frottement pariétal, à l'origine des écoulements secondaires dans le plan perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement. Au moyen d'un anémomètre Laser Doppler LABIOD a déterminé l'évolution transversale des champs des vitesses moyennes et des composantes du tenseur de Reynolds.

Ensuite il a déduit la distribution transversale du frottement pariétal, de la position de l'origine de la loi logarithmique et de la fonction de la rugosité. L'interprétation de l'évolution des profils verticaux des fluctuations longitudinales et verticales s'appuie sur deux solutions analytiques d'un modèle algébrique dérivé du modèle de transport du tenseur de Reynolds de Gibson et Rodi (1989) [6]. La première solution basée sur l'hypothèse d'équilibre production-dissipation est établie dans la zone de paroi et la seconde, développée près de la surface libre, est basée sur l'hypothèse de « quasi-équilibre diffusion-dissipation ». Des simulations numériques des écoulements parallèles et non parallèles réalisées à l'aide d'un modèle de transport du tenseur de Reynolds et un modèle $k-\varepsilon$ anisotrope sont ensuite commentées.

Les résultats obtenus d'après M. Chouaib LABIOD [14] qu'on peut les comparés avec notre résultats sont :

La première série d'expériences relative à l'essai EI présentée caractérise parfaitement la variation brusque de rugosité et ses effets, via les écoulements secondaires sur les profils des composantes du tenseur de Reynolds. Ces interactions sont interprétées quantitativement grâce aux solutions asymptotiques du modèle algébrique du tenseur de Reynolds dans la zone de paroi et près de la surface libre.

Les variations des gradients verticaux des fluctuations de vitesse traduisent une modification de la production de turbulence liée directement à l'effet des rugosités du fond. Cette analyse a montré également qu'un ajustement des constantes de modélisation était nécessaire pour rendre compte des intensités turbulentes au-dessus de la zone rugueuse et au-dessus de la zone lisse.

Les conclusions de l'analyse des fluctuations longitudinales et verticales sous la surface libre sont plus réservées dans la mesure où la solution asymptotique ne tient pas compte du transport par les écoulements secondaires. Par référence aux cas où l'écoulement est quasiment parallèle, il semble que la formulation de la fonction de proximité de la surface libre, proposée par Gibson et Rodi [6] rend compte de l'amortissement des fluctuations verticales.

En 2006 Mme SHI Yu-e [21] a travaillé sur la résolution numérique des équations de Saint-Venant par la technique de projection en utilisant une méthode des volumes finis dans un maillage non structuré. Ce travail présente le développement des nouveaux modules et le perfectionnement du modèle numérique 2D ECOMOD-UFVM (Estuary COastal MODel-Unstructured Finite Volumes Method) pour atteindre les objectifs suivants :

- ✓ Développer un modèle numérique 2D efficace et robuste des écoulements à surface libre en eaux peu profondes sur un fond irrégulier dans une géométrie arbitraire. Ce modèle vise des applications diverses telle que : écoulements dans les rivières, les estuaires et les zones côtières, écoulements dus à une rupture de barrage, de digue, diversion des crues à une zone de rétention d'eau. Ce travail comprend :
- le développement d'une technique de projection appliquée à la résolution des équations de Saint-Venant par une méthode aux volumes finis dans un maillage non structuré.
- le développement d'une méthode de calcul des termes d'advection permettant d'éviter les oscillations ainsi que la diffusion numérique

- ✓ Appliquer ce modèle à deux cas grandeur nature : rupture du barrage de Malpasset (France) et inondation dans la ville de Dongchuan (Chine).

Au cours de son travail, plusieurs nouveaux modules ont été développés : Traitement des conditions aux limites, traitement de terrains secs/mouillés, schéma ULSS en second ordre, schéma implicite pour les termes d'advection-diffusion, conservation de masse. Ces nouveaux développements ont permis de réaliser une série de dix cas-tests et deux applications grandeur nature.

Les résultats qu'elle a obtenu confirment la fiabilité des MVF (méthode des volumes finies) en maillage non structuré dans la résolution des équations de Saint-Venant décrivant les écoulements de tout genre : lent, rapide et torrentiel sur tout type de fond : sec/mouillé, plat ou en grande pente, régulier ou très irrégulier.

Dans ce cadre de recherche en 2008 M. Zaouali Sahbi [26] a travaillé sur la structure et la modélisation d'écoulement à surface libre dans des canaux de rugosité inhomogène. Cette étude développe une analyse expérimentale et numérique de la structure d'un écoulement turbulent pleinement développé, dans un canal rectangulaire à ciel ouvert dont le fond présente un fort contraste transversal de rugosité comme le modèle qu'il a étudié M. Chouaib LABIOD [14]. La rugosité est créée par des barrettes parallélépipédiques collées, à espaces réguliers, sur la zone centrale du canal, les parties latérales étant lisses. Les mesures par Anémométrie Laser Doppler à deux composantes ont conduit à une description détaillée des champs du tenseur de Reynolds et de vitesses moyennes, et notamment des écoulements secondaires. Après avoir déterminé l'évolution transversale de la fonction de rugosité, de la position de l'origine de la loi logarithmique et du frottement pariétal, il a analysé et interprété les lois de similitude des composantes du tenseur de Reynolds dans le fond rugueux et sous la surface libre.

Après une étude comparative de plusieurs modèles, il a adapté une version algébrique du modèle de Gibson & Rodi (1989) [6]. L'analyse des prédictions du modèle dans des configurations de référence, tel que l'expérience de Hinze (1973) [11] et ses mesures, montre qu'il simule correctement l'évolution transversale et verticale des profils des contraintes ainsi que la structure des écoulements secondaires. Ce modèle est exploité pour proposer de nouvelles fermetures sur le frottement à la paroi et les termes dispersifs, liés au transport advectif, des modèles intégrés de Saint Venant.

Les résultats qui peuvent être tirés de cette étude sont :

Les formulations algébriques de Naot & Rodi (1982) [12], Celik & Rodi (1984) [4] ou l'adaptation du modèle de Gibson & Rodi (1989) [6] doivent être ajustées pour obtenir une prédiction correcte de l'intensité turbulente près de la paroi.

Cet ajustement porte sur le paramètre de diffusivité qui contrôle le gradient vertical de la vitesse moyenne et en conséquence la production de turbulence. Il s'avère aussi que la condition à la limite de Rodi [6] à la surface libre et la modélisation du terme de production de dissipation, restituent la décroissance de l'échelle de longueur à l'approche de la surface libre. Toutefois, la première semble mieux convenir en présence de grandes échelles et pour assurer la diminution de l'échelle de longueur à l'approche d'une paroi latérale.

L'application des modèles à la simulation de différents écoulements développés montre une réponse satisfaisante dans l'ensemble des situations qui ont été abordées. Nous notons en particulier une forte dépendance entre l'évolution de la contrainte de cisaillement, l'intensité des écoulements secondaires et le gradient de la vitesse longitudinale, dans l'expérience de Hinze (1973) [11]. L'application à la simulation de l'écoulement instationnaire, en charge et à surface libre, montre que les modèles, à travers la bonne prédiction de l'anisotropie de la turbulence induite par les interactions fluide/fond, reproduisent la structure cellulaire symétrique, en charge, et l'influence de la présence de la surface libre sur cette organisation des écoulements secondaires. Les simulations des expériences de Muller & Studerus (1979) [15] et Wang & Cheng (2006) [28] montrent que les modèles répondent bien au déséquilibre de production de turbulence induit par le contraste de rugosité.

La détermination de la distribution transversale des paramètres de paroi (du fond) a confirmé les résultats de Labiod (2005) [14] et a permis une analyse complète des lois de similitude des contraintes turbulentes.

Cette étude confirme également la nécessité d'ajuster le paramètre de diffusivité.

CHAPITRE III

MODELISATION
MATHEMATIQUE

III-1) Généralité sur les écoulements : [24]

III-1-1 Introduction :

Les écoulements dans les canaux naturels (rivière) et artificiels (irrigation, assainissement) sont, dans la plupart des cas, des écoulements à surface libre. La surface libre est l'interface entre l'air et l'eau. La pression y est égale le plus souvent à la pression atmosphérique.

III-1-2- Type des canaux :

On distingue deux catégories de canaux :

- Les canaux naturels : sont les cours d'eau qui existent naturellement
- Les canaux artificiels : sont les cours d'eau réalisés par l'homme.

III-1-3- Géométrie des canaux :

L'étude hydraulique d'un canal se pose souvent aux ingénieurs sous la forme suivante : pour une pente longitudinale de fond, il faut évacuer un certain débit, la forme et les dimensions du canal sont à déterminer :

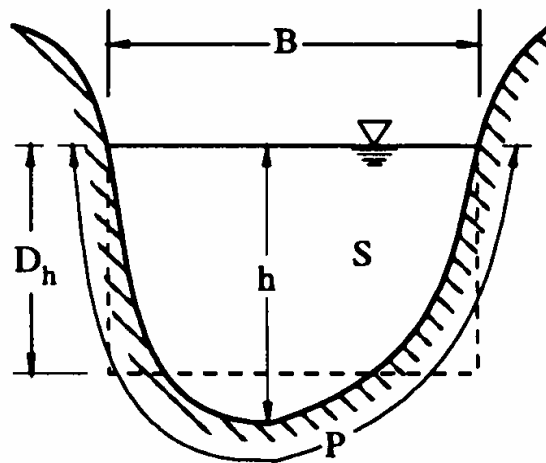


Figure 3.1 : géométrie d'un canal à surface libre

Les grandeurs géométriques les plus utilisées permettant de caractériser l'écoulement sont :

- La section transversale d'un canal est la section plane normale à la direction de l'écoulement.
- La surface mouillée, S , est la portion de la section occupée par le fluide dans la section du canal.

- Un canal dont la section, la pente et la rugosité ne varient pas suivant le sens de l'écoulement est appelé canal prismatique (Les caractéristiques hydrauliques peuvent varier!!).

- Le périmètre mouillé, P , est formé par la longueur de la ligne de contact entre la surface mouillée et les parois de la section (la largeur de la surface libre n'entre pas en compte).

- Le rayon hydraulique est donné par : $Rh = \frac{S}{P}$ (3-1)

- La largeur superficielle ou largeur au miroir, B , est la largeur du canal au niveau de la surface libre. $B = \frac{dS}{dH}$ (3-2)

- La profondeur hydraulique est donnée par : $D_h = \frac{S}{B}$ (3-3)

- La pente, I , varie environ de quelque %.

- La position du centre de gravité y_G par rapport à la surface libre.

- Moment statique : $S \cdot y_G = \int_0^h (h - z)B(z)dz$ (3-4)

III-1-4- L'écoulement dans les canaux :

On peut définir les écoulements suivants la variabilité des caractéristiques hydrauliques tels que le tirant d'eau et la vitesse en fonction du temps et de l'espace.

III-1-4-1- Variabilité dans le temps :

Le mouvement est permanent (ou stationnaire) si les vitesses U et la profondeur h restent invariables dans le temps en grandeur et en direction. Le mouvement est non permanent dans le cas contraire.

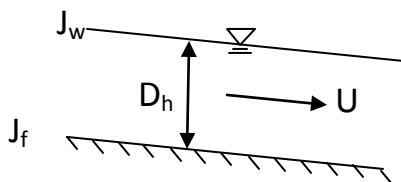


Figure 3.2 : Ecoulement permanent

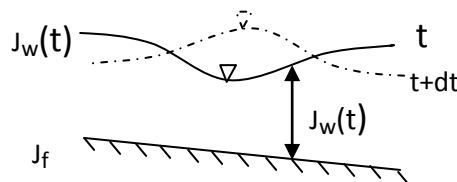


Figure 3.3 : Ecoulement non-permanent

Au sens strict, l'écoulement dans les canaux est rarement permanent. Néanmoins les variations temporelles sont, dans certains cas, suffisamment lentes pour que l'écoulement

puisse être considéré comme une succession de régime permanent. On peut alors définir ainsi le régime quasi-permanent.

III-1-4-2- Variabilité dans l'espace :

- Le mouvement est uniforme si les paramètres caractérisant l'écoulement restent invariables dans les diverses sections du canal. La ligne de la pente du fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre.
- Le mouvement est non-uniforme ou varié si les paramètres caractérisant l'écoulement changent d'une section à l'autre. La pente de la surface libre diffère de celle du fond.
- Un écoulement non-uniforme peut être accéléré ou décéléré suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens du mouvement.
- Lorsque le mouvement est graduellement varié, la profondeur ainsi que les autres paramètres varient lentement d'une section à l'autre.
- Lorsque le mouvement est rapidement varié, les paramètres caractérisant l'écoulement changent brusquement, parfois avec des discontinuités. Cela se manifeste en général au voisinage d'une singularité, telle qu'un seuil, un rétrécissement, un ressaut hydraulique ou une chute brusque.

Les types d'écoulement qu'on rencontre en hydraulique fluvial peuvent être résumés ainsi :

- Ecoulement stationnaire : - Uniforme
-Non uniforme : graduellement ou rapidement varié.
- Ecoulement non stationnaire : -Non uniforme : graduellement ou rapidement varié.

III-1-5- Régime fluvial ou torrentiel :

-Le phénomène physique :

Supposons un canal à section constante, à pente constante et avec une hauteur h et un débit constant Q . On crée une perturbation grâce à une vanne que l'on ferme et que l'on ouvre très rapidement.

Au niveau de la surface libre, il se crée deux ondes (ondes de gravité). L'une se propage toujours vers l'aval et l'autre se propage vers l'amont si la vitesse dans le canal est inférieure à la vitesse de l'onde de gravité ; elle s'oriente vers l'aval dans le cas contraire.

Dans le cas où la vitesse du fluide est supérieure à la vitesse de l'onde c , l'amont n'est pas influencé par les conditions hydrauliques à l'aval (régime torrentiel) ; alors que, dans le cas

contraire, on a une remontée de l'onde qui va perturber l'amont (régime fluvial), ce phénomène est appelé influence aval.

La célérité de l'onde de gravité est donnée par la relation :

$$C^2 = gD_h \quad (3-5)$$

Le nombre de Froude est défini par : $F_r = \frac{U}{\sqrt{gD_h}}$ (3-6)

Limites :

- Ecoulement fluvial : $Fr < 1 \leftrightarrow h > h_c$
- Ecoulement critique : $Fr = 1 \leftrightarrow h = h_c$
- Ecoulement torrentiel : $Fr > 1 \leftrightarrow h < h_c$

III-1-6- La turbulence dans un canal :

-Le phénomène physique

La turbulence est un mouvement tourbillonnaire qui présente une large étendue de dimensions de tourbillons et de vitesse de rotation. Ce mouvement toujours rotationnel peut être conçu comme un enchevêtrement de structures tourbillonnaires dont les vecteurs rotationnels sont orientés dans toutes les directions et sont fortement instationnaires (même en régime dit : « permanent »). La différence entre les plus gros et les plus petits tourbillons, augmente avec l'intensité de la turbulence. Les structures turbulentes peuvent être considérées comme des éléments tourbillonnaires qui s'étirent les uns les autres. Cet allongement des filets tourbillons est un aspect essentiel du mouvement turbulent. Il produit le passage de l'énergie à des échelles de plus en plus petites jusqu'à ce que les forces visqueuses deviennent actives et dissipent l'énergie : c'est la *cascade d'énergie*.

Richardson:

« Les gros tourbillons ont des petits tourbillons, Qui se nourrissent de leur vitesse, Et les petits tourbillons en ont de plus petits, Et c'est ainsi jusqu'à la viscosité ».

Les gros tourbillons qui sont associés aux basses fréquences du spectre, sont déterminés par les conditions aux limites de l'écoulement et leur dimension est de l'ordre de grandeur du domaine occupé par l'écoulement. Les gros tourbillons interagissent avec l'écoulement moyen car leur échelle est du même ordre de grandeur, ils extraient de l'énergie cinétique du mouvement moyen et la fournissent aux agitations à grande échelle. C'est surtout les mouvements à grande échelle qui transportent la quantité de mouvement et la chaleur.

Ainsi le taux de dissipation d'énergie est déterminé par les mouvements à grandes échelles bien que la dissipation soit un processus visqueux dont les petits tourbillons sont le siège.

La viscosité du fluide ne détermine pas le taux de dissipation mais seulement l'échelle à laquelle cette dissipation se produit.

Une solution turbulente est toujours une solution compliquée non stationnaire des équations du mouvement, présentant des fluctuations irrégulières dans l'espace et dans le temps.

Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissons exactement les lois de la nature et la situation de « l'écoulement » à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même « écoulement » à un instant ultérieur.

Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'approximativement ; il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux.

III-1-7- Ecoulement stationnaire (permanent) uniforme :

III-1-7-1- Description :

L'écoulement uniforme et permanent se caractérise par une constance des paramètres hydrauliques. Ainsi la vitesse moyenne, le tirant d'eau et donc le débit restent invariables dans les différentes sections du canal le long de l'écoulement. Les lignes de courants sont rectilignes et parallèles et la pression verticale peut donc être considérée comme hydrostatique. La pente de fond, la pente de la surface libre et la pente de la ligne d'énergie sont parallèles.

Dans les écoulements à surface libre, il est commode de considérer la charge par rapport au fond du canal que l'on désigne par la charge spécifique.

Si on admet que la pente du fond du canal est presque constante et positive et que les caractéristiques de rugosité ne changent pas considérablement, un état d'équilibre peut apparaître entre les forces de pesanteur et les forces de frottement.

La hauteur d'eau résultante s'appelle *hauteur normale* et ne dépend que du débit, du fluide, de la forme de la section ainsi que de la rugosité. Cette hauteur apparaît toujours après une distance importante (≈ 20 à 50 fois le diamètre) des conditions amont et aval.

L'écoulement véritablement uniforme est très rare dans les canaux. On ne l'observe que dans des canaux prismatiques très longs et situés loin des perturbations.

On a donc vu que la pente du canal (I), la pente de la surface libre (P_{sl}), et la perte de charge (J) par unité de poids et par unité de longueur de canal sont identiques :

$I = P_{sl} = J$ et ceci pour des conditions fluviales ou torrentielles.

III-1-7-2- Perte de charge :

A partir des écoulements en charge

Dans le cas des conduites circulaires en charge rectilignes prismatiques à rugosité de paroi uniforme, la perte de charge par unité de longueur s'écrit :

$$J = \frac{V^2 \lambda}{2g D} \quad (3-7)$$

Le coefficient de perte de charge peut être exprimé par la relation de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right] \text{ tel que: } \varepsilon = \frac{Ks}{D} \quad (3-8)$$

L'idée d'appliquer ces équations également aux écoulements à surface libre est évidente. En introduisant le rayon hydraulique $R_h = D/4$ dans les relations précédentes, on établit ainsi une relation qui permet d'exprimer la hauteur uniforme. En réalité le rayon hydraulique R_h est un paramètre arbitraire utilisé pour caractériser un écoulement. R_h peut caractériser une infinité de profils de formes géométriques différentes. Or la forme de la conduite influence l'écoulement. Cependant, comparé à l'exactitude de la détermination de la rugosité et aux conditions de base de l'écoulement uniforme, l'influence est faible. Compte tenu de la complexité de la relation de Colebrook, on utilise plus souvent les relations du type Chézy.

Formule du type Chézy

C : coefficient donné par diverses formules, dont les plus utilisées sont :

$$\text{Bazin : } C = \frac{87\sqrt{R_h}}{K_B + \sqrt{R_h}} \quad (3-9)$$

$$\text{Kutter : } C = \frac{100\sqrt{R_h}}{K_K + \sqrt{R_h}} \quad (3-10)$$

K_B et K_K dépendent de la rugosité des parois.

Ces relations ne sont valables qu'en régime turbulent rugueux.

Formule de MANNING-STRICKLER

Quand l'écoulement est turbulent, ce qui est le cas le plus courant en hydraulique, de nombreuses formules expérimentales ont été proposées pour tenir compte de l'écoulement turbulent pour des canaux rugueux.

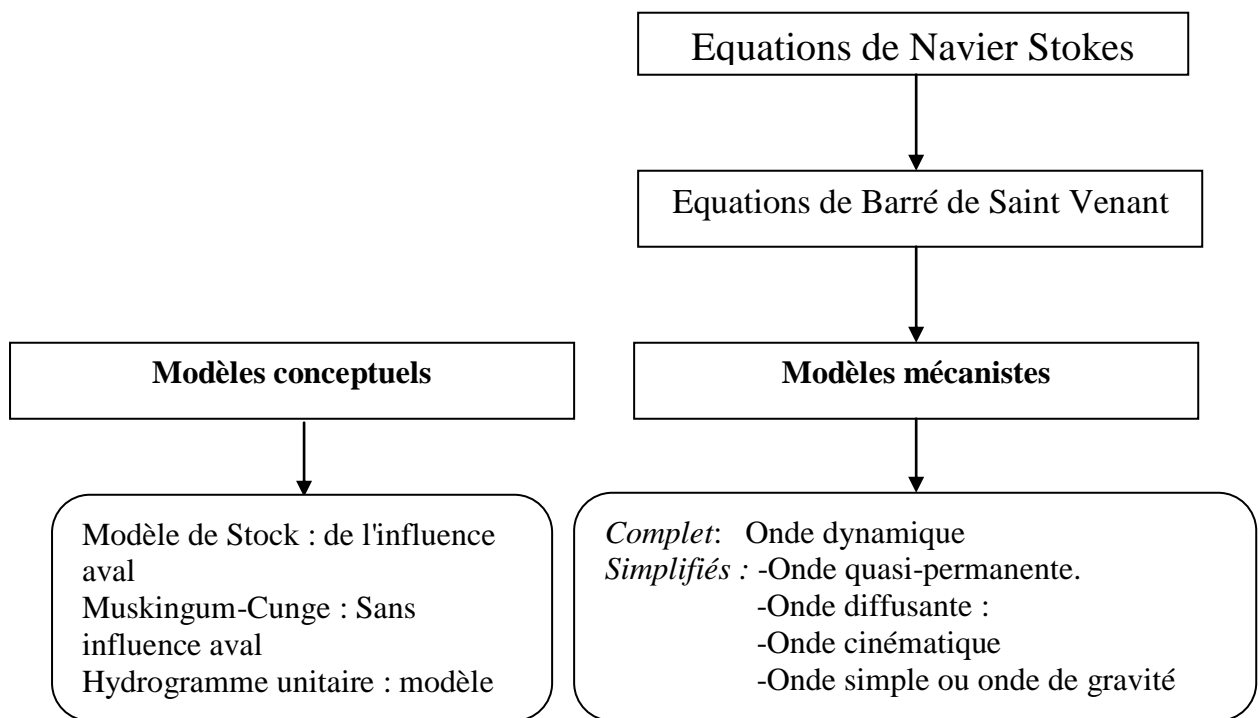
La formule de Manning-Strickler est considérée comme une bonne approximation de la réalité.

$$C = K_s R_h^{1/6} \quad \text{ce qui donne :} \quad I = \frac{U^2}{K_s^2 R_h^{4/3}} \quad (3-11)$$

III-2) Ecoulement instationnaire (non permanent) et non uniforme :

III-2-1- Introduction :

De nombreux modèles existent pour représenter le fonctionnement hydraulique d'un réseau où l'écoulement se fait à surface libre. Ils ont tous été conçus pour la modélisation des écoulements dans les biefs et adaptés à l'étude des écoulements en réseau d'assainissement en leur ajoutant un certain nombre de modules. Les modèles peuvent être regroupés en deux grandes familles :



➤ Approche déterministe ou théorique (mécaniste)

Modèle => Expérience

Ce modèle représente les phénomènes reposant sur les principes et les équations de la mécanique. En hydrologie urbaine, les modèles mécanistes s'appliquent à la simulation de l'infiltration, aux écoulements en réseau, au transport dissout.

Cette approche consiste à décomposer un système et son fonctionnement en sous systèmes et en micro-phénomènes, de les modéliser et de construire ensuite un modèle de recomposition.

➤ **Approche empirique :**

Expérience => Modèle

- Approche conceptuelle : L'approche conceptuelle ou macroscopique considère le système dans son ensemble et s'intéresse uniquement à son comportement global.
- Approche statistique

Modèle conceptuels :

Ils sont caractérisés par le fait que l'on ne cherche pas à comprendre en détail les phénomènes physiques qui se produisent au sein de l'écoulement, mais on considère le réseau dans sa globalité (« boîte noire ») c'est à dire comme un simple transformateur entrée-sortie. On dispose en général des valeurs d'entrée et des grandeurs de sortie qui permettent de fixer les paramètres du modèle. Ces modèles ne traduisent que les conséquences des phénomènes se produisant dans le système et par conséquent permettent de contourner les difficultés dues à la complexité hydraulique des réseaux. Ils donnent une explication comportementale et non mécaniste des phénomènes.

La plupart des modèles conceptuels sont des modèles à réservoirs c'est à dire que le fonctionnement de chaque tronçon est assimilé au fonctionnement d'un ou plusieurs réservoirs en série ou en parallèle. L'ossature de ces modèles est constituée de deux équations :

- Une loi de conservation des débits : la variation du volume stocké est égale à la différence entre le débit entrant et le débit sortant.
- Une équation de continuité ou loi de stockage, de nature empirique : le volume stocké dans un tronçon est fonction du débit.

L'interprétation « physique » des résultats numériques des modèles conceptuels doit faire preuve de beaucoup de prudence. En effet, ces modèles ne traduisent le phénomène de propagation que de manière artificielle par un phénomène de diffusion numérique ou un amortissement au passage d'un réservoir. Ces modèles ont été bâtis pour autoriser le calcul d'un modèle diffusant à l'aide d'un schéma explicite qui permet des calculs très rapides sans nécessiter de recueil de données important.[17]

Modèle mécanistes de BARRE DE SAINT-VENANT :

Contrairement au modèle conceptuel, le modèle mécaniste étudie le mouvement réel du fluide. Ils sont tous basés sur des principes physiques et en particulier sur les équations de Barré de Saint-Venant. Ils décrivent les écoulements instationnaires (non permanents) à surface libre. Leur résolution permet de définir, selon l'abscisse x de l'écoulement, les

variations temporelles de la ligne d'eau et des débits. Les modèles mathématiques issus des équations de Barré de Saint Venant constituent la famille des modèles mécanistes. En raison de la grande quantité de calculs qu'elle nécessite, la résolution numérique des équations complètes de Saint-Venant n'est possible que depuis l'invention des ordinateurs, c'est à dire la deuxième moitié du XXème siècle.

Les équations dites "de Barré de Saint-Venant", publiées en 1871 (SAINT-VENANT A.J.C., 1871)[19], occupent encore aujourd'hui une place primordiale dans les études en hydraulique maritime ou fluviale. Ces équations décrivent les écoulements à surface libre en eaux peu profondes, d'où leur appellation anglaise "Shallow Water Equations". Elles sont obtenues à partir d'une intégration verticale des équations de Navier-Stokes en utilisant un certain nombre d'hypothèses (voir la section 2.2). Les lecteurs peuvent trouver les détails de la dérivation des équations de Saint-Venant dans les littératures. C'est pourquoi, pour une compréhension plus approfondie sur les hypothèses et les conditions auxquelles les équations de Saint-Venant sont intégrées, nous allons d'abord présenter les équations de Navier-Stokes.

III-2-2 Equations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes sont composées de l'équation de continuité, qui exprime la conservation de la masse du fluide étudié, et des équations de quantité de mouvement, qui résultent en fait de la relation fondamentale de la dynamique des fluides.

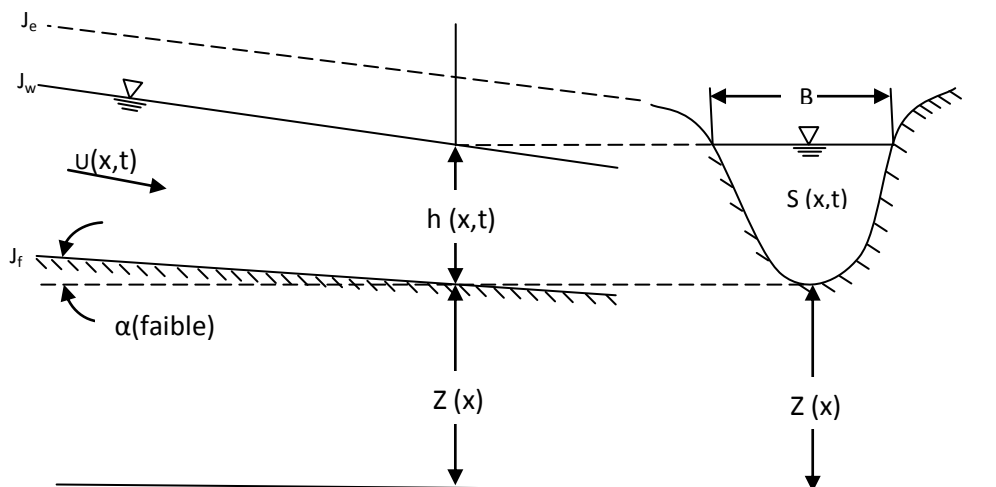


Figure 3-4 : Schéma d'un écoulement non permanent et non uniforme sur une pente à fond fixe.

III-2-2-1- Les équations de base :

Soient \vec{U} le vecteur vitesse dont U , V et W sont ses composantes dans les directions x , y et z d'un repère cartésien, respectivement ; ρ la densité; p la pression. Il s'ensuit que la masse de fluide M à l'intérieur d'un volume de contrôle Ω au temps t est donnée par

$$M(t) = \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (3-12)$$

Où Ω dépend des variables x , y , z . et du temps ; $d\Omega$ est un élément de Ω .

L'équation de continuité exige que le taux de variation de la masse totale M soit nul (la loi de conservation de masse)

$$\frac{d}{dt}(M) = 0 \quad (3-13)$$

L'équation de la quantité de mouvement qui traduit la deuxième loi de Newton appliquée à la masse M , est exprimée sous la forme

$$\frac{d}{dt}(M\vec{U}) = \sum \vec{F} \quad (3-14)$$

Le premier membre gauche indique le taux de variation de la quantité de mouvement de la masse M , et $\sum F$ est la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur M . Pour un fluide newtonien, les équations sont dénommées les équations de Navier-Stokes, d'après Navier et Stokes qui furent les premiers à les formuler.

a) Equation de continuité

La conservation de la masse de fluide contenue dans le domaine Ω s'exprime comme suit:

$$\frac{d}{dt}(M) = \frac{\partial M}{\partial t} + M_s \quad (3-15)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega \quad (3-16)$$

Le deuxième terme du seconde membre dans (3-15) représente le flux M_s net à travers la surface S . Ainsi il devient :

$$M_s = \rho \vec{U} \cdot \vec{n} dS \quad (3-17)$$

Par le théorème de Gauss, le flux aux frontières est alors ramené à une intégrale de volume.

Il s'en suit que (3-15) s'écrit

$$\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) \right] \cdot d\Omega = 0 \quad (3-18)$$

Comme le volume Ω est arbitraire, l'intégrale sur tous points de Ω doit donc être nulle

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (3-19)$$

Ceci représente l'énoncé de la continuité sous une forme différentielle. En utilisant la notion d'une dérivée particulaire, (3-19) devient ainsi :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \rho + \rho (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) = \frac{d\rho}{dt} + \rho (\vec{\nabla} \cdot \vec{U}) = 0 \quad (3-20)$$

Si la densité de fluide reste constante, on a par définition un écoulement incompressible,

$$\text{d'où :} \quad \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (3-21)$$

Comparée à la définition (3-21), l'équation de continuité d'un écoulement incompressible est considérablement simplifiée. On obtient à partir de (3-20) :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (3-22)$$

b) Equation de quantité de mouvement

Comme pour la masse, le premier membre de (3-13) s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \cdot (M\vec{U}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \rho \vec{U} d\Omega \right) = \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{U}) d\Omega + \int_S \rho \vec{U} (\vec{U} \cdot \vec{n}) dS \quad (3-23)$$

Par le théorème de Gauss, il s'en suit que (3-23) s'écrit

$$\frac{d}{dt} \cdot (M\vec{U}) = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{U}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) \right] d\Omega \quad (3-24)$$

Les forces \vec{F} qui accélèrent le fluide dans le domaine Ω sont les forces massiques \overline{FM} et les forces surfaciques \overline{FS} . Notons que des forces internes peuvent également être induites par des sources extérieures ou intérieures. Une force massique quelconque, \overline{FM} peut s'écrire sous la forme :

$$\overline{FM} = \int_{\Omega} \rho \vec{\gamma} d\Omega \quad (3-25)$$

Où $\vec{\gamma}$ a la dimension d'une accélération. Les forces de ce type sont par exemple la pesanteur \vec{g} , la force de Coriolis \vec{f}_c et etc.

$$\vec{\gamma} = \vec{g} + \vec{f}_c = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \wedge \vec{U} \quad (3-26)$$

Où $\vec{\Omega}$ est le vecteur de rotation terrestre. Les forces surfaciques sont représentées par les tenseurs des contraintes. Sur la surface S , le tenseur σ fournit la contribution \overline{FS} où :

$$\overline{FS} = \int_S \vec{n} \cdot \overline{\sigma} dt = \int_S \vec{\nabla} \cdot \overline{\sigma} d\Omega \quad (3-27)$$

Pour un fluide newtonien et incompressible, le tenseur des contraintes visqueuses s'exprime sous la forme :

$$\overline{\sigma} = -P\overline{I} + 2\rho\nu\overline{D} \quad (3-28)$$

où p est la pression, I est le tenseur unitaire, ν est le coefficient de viscosité cinématique (en m^2/s).

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

D est le tenseur des taux de déformation :

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) & \frac{\partial V}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) & \frac{\partial W}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

Le cas particulier de l'écoulement incompressible et à coefficient de viscosité cinématique ν constant conduit à une simplification considérable. On obtient :

$$\frac{d}{dt}(m\vec{U}) = \rho \frac{d\vec{U}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{\gamma} + \rho\nu\Delta\vec{U} \quad (3-31)$$

On peut en déduire la forme "conservative" de l'équation de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial(\rho\vec{U})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{U} \otimes \vec{U}) = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{\gamma} + \rho\nu\Delta\vec{U} \quad (3-32)$$

L'équation de quantité de mouvement en forme "non conservative" s'écrit :

$$\frac{\partial(\vec{U})}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla})\vec{U} = -\frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla}P + \vec{\gamma} + \nu\Delta\vec{U} \quad (3-33)$$

La variation de la masse volumique est due soit à la température, soit à la présence de substances dans l'eau, sel ou sédiments. Dans tous les cas, nous considérerons que cette variation est suffisamment faible pour que l'on puisse utiliser seulement la forme incompressible de l'équation de continuité. Nous arrivons finalement à l'écriture suivante des équations en coordonnées cartésiennes :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3-34)$$

- **Equation de quantité de mouvement :**

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu\Delta(U) + fV \quad (3-35)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial VU}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} + \frac{\partial VW}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu\Delta(V) - fU \quad (3-36)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial WU}{\partial x} + \frac{\partial WV}{\partial y} + \frac{\partial W^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta(W) - g \quad (3-37)$$

Où f est le paramètre de Coriolis, $f = 2\Omega \sin\varphi$

III-2-2-2 Hypothèses et approximations

Les équations de Saint-Venant peuvent être déduites de l'intégration des équations de Navier-Stokes sur toute la profondeur, avec les hypothèses suivantes :

III-2-2-2-1 Hypothèse de pression hydrostatique

Nous supposons ici que l'accélération du mouvement sur la verticale est négligeable devant l'accélération due à la gravité. Le terme de pression dans l'équation (3-37) devient donc :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (3-38)$$

L'équation (3-38) exprime une distribution linéaire et donc hydrostatique de la pression sur la verticale. Cette hypothèse nous permet de traduire la pression en termes de la hauteur d'immersion.

En effet, par l'intégration de (3-38) sur la verticale en choisissant la constante telle que $p_{atm} = 0$, on obtient l'expression de la pression à une coordonnée verticale ascendante z quelconque:

$$P(x, y, z) = \rho g(Z_s - Z) = \rho g h_z \quad (3-39)$$

Où Z_s est le niveau de la surface libre et $h_z = Z_s - Z$ est la hauteur d'immersion.

III-2-2-2-2 Hypothèse de l'imperméabilité du fond et de la surface libre :

On suppose qu'il n'y a pas de transfert de masse à travers le fond et la surface libre, et qu'une particule d'eau située sur une de ces deux surfaces y restera au cours du temps.

D'après les remarques faites plus haut et en incluant ces hypothèses, nous pouvons donc écrire :

$$U^s \frac{\partial Z_s}{\partial x} + V^s \frac{\partial Z_s}{\partial y} + \frac{\partial Z_s}{\partial t} - W^s = 0 \quad (3-40)$$

$$U^f \frac{\partial Z_f}{\partial x} + V^f \frac{\partial Z_f}{\partial y} + \frac{\partial Z_f}{\partial t} - W^f = 0 \quad (3-41)$$

Où $U^s = U(x, y, Z_s)$, $V^s = V(x, y, Z_s)$ et $W^s = W(x, y, Z_s)$ sont des composantes du vecteur vitesse en surface et $U^f = U(x, y, Z_f)$, $V^f = V(x, y, Z_f)$ et $W^f = W(x, y, Z_f)$ sont celles du vecteur vitesse au fond. (3-40) et (3-41) assurent que la surface libre ou le fond soit une ligne de courants.

III-2-2-2-3 Hypothèse de Boussinesq :

L'hypothèse de Boussinesq nous permet de négliger, dans les équations de quantités de mouvements, les variations de densité de l'eau $\Delta\rho$ par rapport à la densité de référence ρ_0 ($\Delta\rho \ll \rho_0$), à l'exception de celles rencontrées dans le terme de gravitation (terme de flottabilité). On se place de plus dans le cadre de l'hypothèse d'un fluide incompressible.

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho \approx \rho_0 \quad (3-42)$$

III-2-3- Moyenne des équations de Navier-Stokes :

1-Principe :

Les équations de Navier-Stokes vont maintenant être moyennées sur la verticale par intégration entre le fond de cote Z_f et la surface de cote Z_s en utilisant l'hypothèse de pression hydrostatique et l'approximation de Boussinesq. Outre la hauteur d'eau déjà définie, nous noterons u et v les vitesses moyennes sur une verticale suivant x et y . Deux nouvelles variables vont apparaître :

$$u = \frac{1}{h} \int_{Z_f}^{Z_s} U dz \text{ et } v = \frac{1}{h} \int_{Z_f}^{Z_s} V dz \quad (3-43)$$

Ici, $h = Z_s - Z_f$ est la profondeur d'eau totale.

Ces moyennes sur la verticale des composantes horizontales du vecteur vitesse seront appelées vitesses moyennes, ou "composantes du vecteur vitesse moyennes".

2- Règle de Leibnitz

La formule de Leibnitz est alors appliquée pour intervertir les opérateurs différentiels et d'intégration. Cette règle dit que la dérivée d'une intégrale aux bornes variables fait apparaître une dérivée à l'intérieur de l'intégrale et des termes de flux suivant la formule :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} F dz = \int_{Z_f}^{Z_s} \frac{\partial F}{\partial x} dz + F(x, y, Z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial x} - F(x, y, Z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial x} \quad (3-44)$$

3- Moyenne de l'équation de continuité :

L'intégration de l'équation de continuité (2-23) sur toute la profondeur totale donne :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) dz = 0 \quad (3-45)$$

En utilisant les règles de Leibniz (3-44) elle devient :

$$\begin{aligned}
\int_{Z_f}^{Z_s} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} U dz - U(x, y, z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial x} + U(x, y, Z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial x} \\
&+ \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} V dz - V(x, y, z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial y} + V(x, y, Z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial y} \\
&+ W(Z_s) - W(Z_f)
\end{aligned} \quad (3-46)$$

Soit, en tenant compte des hypothèses d'imperméabilité (3-40) et (3-41), nous avons :

- *pour la surface libre :*

$$-U(x, y, z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial x} - V(x, y, z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial y} = \frac{\partial Z_s}{\partial t} - W(Z_s) \quad (3-47)$$

- *pour le fond :*

$$-U(x, y, Z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial x} - V(x, y, Z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial y} = \frac{\partial Z_f}{\partial t} - W(Z_f) \quad (3-48)$$

En remplaçant l'équation (3-46) par les formules (3-47) et (3-48), nous obtenons l'équation de continuité suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) + \frac{\partial Z_s}{\partial t} - \frac{\partial Z_f}{\partial t} = 0 \quad (3-49)$$

Soit enfin :

$$\vec{\nabla} \cdot (h\vec{u}) + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \text{ ou } \vec{\nabla} \cdot (h\vec{u}) + \frac{\partial Z_s}{\partial t} = 0 \quad (3-50)$$

4- Moyenne de l'équation de quantité de mouvement :

Nous allons maintenant moyenner verticalement les équations de quantité de mouvement, trouvées précédemment :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta(U) + fV \quad (3-51)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial VU}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} + \frac{\partial VW}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta(V) - fU \quad (3-52)$$

En appliquant l'hypothèse de pression hydrostatique $p(x, y, z) = \rho g (Z_s - Z)$ Pour les deux équations correspondant aux projections sur x , et y respectivement, nous ne donnons en exemple qu'un des deux développements, l'autre s'effectuant de la même façon. Donc l'équation en U une fois développée et intégrée devient :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left[\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} \right] dz = \int_{Z_f}^{Z_s} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} [\rho g (Z_s - Z)] + \nu \Delta(U) + fV \right] dz \quad (3-53)$$

En utilisant une fois encore les règles de Leibniz pour évaluer la moyenne de chacun des termes, nous obtenons les expressions suivantes pour la composante U.

4-1- Dérivée en temps :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \frac{\partial U}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} (hu) - U(x, y, z_s) \frac{\partial Z_f}{\partial t} + U(x, y, z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial t} \quad (3-54)$$

4-2- Termes d'advection

Il s'agit ici d'une démarche de modélisation des écoulements en eau peu profonde, qui ne repose pas sur une déduction exacte des équations de Navier-Stokes. En effet, toute la modélisation résulte d'une succession de paramétrisations de phénomènes physiques Thual O., 2003b)[22]. En posant :

$$\begin{cases} u'' = U - u \\ v'' = V - v \end{cases} \quad (3-55)$$

Nous avons :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \frac{\partial UW}{\partial y} dz = U(x, y, z_s)W(x, y, z_s) - U(x, y, z_f)W(x, y, z_f) \quad (3-56)$$

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \frac{\partial U^2}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} U^2 dz - U^2(x, y, z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial x} + U^2(x, y, z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial x} \quad (3-57)$$

$$\begin{aligned} \int_{Z_f}^{Z_s} \frac{\partial UV}{\partial y} dz &= \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} UV dz - U(x, y, z_s)V(x, y, z_s) \frac{\partial Z_s}{\partial y} \\ &+ U(x, y, z_f)V(x, y, z_f) \frac{\partial Z_f}{\partial y} \end{aligned} \quad (3-58)$$

Dans (3-57) et (3-58), il apparaît des termes *non linéaires*. Nous développons l'expression en UV :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} UV dz &= \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} (u + U - u)(v + V - v) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} (U - u)(V - v) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} (uV + vU - 2uv) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz + \frac{\partial}{\partial y} \left[u \int_{Z_f}^{Z_s} V dz + v \int_{Z_f}^{Z_s} U dz - 2uvh \right] \quad (3-59) \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz + \frac{\partial}{\partial y} [uvh + uvh - 2uvh] \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz$$

Nous développons l'expression en U^2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} U^2 dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} (u + U - u)(u + U - u) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} (U - u)^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} (2uU - 2u^2) dz \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \left[2u \left(\int_{Z_f}^{Z_s} U dz - \int_{Z_f}^{Z_s} U dz \right) \right] \quad (3-60) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} [2u(uh - uh)] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz \end{aligned}$$

Après l'intégration, le premier membre de l'équation de quantité de mouvement (3-53) devient :

$$\begin{aligned} \int_{Z_f}^{Z_s} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} \right) dz &= \frac{\partial}{\partial t} (hu) - U^s \frac{\partial Z_s}{\partial t} + U^f \frac{\partial Z_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \\ &\frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} (U - u)^2 dz - U^{s2} \frac{\partial Z_s}{\partial x} + U^{f2} \frac{\partial Z_f}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} (U - u)(V - v) dz - \\ U^{s2} \frac{\partial Z_s}{\partial y} + U^{f2} \frac{\partial Z_f}{\partial y} + U^s W^s - U^f W^f &= \frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial y} (huv) - U^s \left[\frac{\partial Z_s}{\partial t} + \right. \\ U^s \frac{\partial Z_s}{\partial x} + V^s \frac{\partial Z_s}{\partial y} - W^s \left. \right] + U^f \left[\frac{\partial Z_f}{\partial t} + U^f \frac{\partial Z_f}{\partial x} + V^f \frac{\partial Z_f}{\partial y} - W^f \right] &+ \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz + \\ \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz &= \frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz \quad (3-61) \end{aligned}$$

Les deux derniers termes du second membre de (2-50) deviennent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} (U - u)^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} (U - u)(V - v) dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz \quad (3-62)$$

Ces termes représentent la fluctuation des composantes de vitesses (U , V) autour de sa valeur moyennée (u , v) sur la profondeur h . Ces termes, dits de dispersion, sont en général interprétés comme une diffusion supplémentaire. La paramétrisation de cette fluctuation de vitesses est basée sur le concept de dispersion, qui est analogue au concept de la viscosité turbulente proposé par Boussinesq:

$$\int_{Z_f}^{Z_s} u''^2 dz = \nu_d \frac{\partial hu}{\partial x} \quad \text{et} \quad \int_{Z_f}^{Z_s} u''v'' dz = \nu_d \frac{\partial hu}{\partial y} \quad (3-63)$$

v_d est le coefficient de dispersion que nous allons déterminer plus tard dans la prochaine section. L'équation (3-61) s'écrit donc comme suit :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} + \frac{\partial UW}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial y} (huv) + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_d \frac{\partial hu}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v_d \frac{\partial hu}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial y} (huv) \quad (3-64)$$

D'une manière identique, pour la composante de vitesse dans la direction y, on a :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial VU}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} + \frac{\partial VW}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} (hv) + \frac{\partial}{\partial x} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} (hv^2) + \frac{\partial}{\partial x} \left[v_d \frac{\partial hv}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v_d \frac{\partial hv}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial t} (hv) + \frac{\partial}{\partial x} (huv) + \frac{\partial}{\partial y} (hv^2) + \vec{\nabla} [v_d \vec{\nabla} (hv)] \quad (3-65)$$

4-3- Gradient de pression

En appliquant l'hypothèse de pression hydrostatique, nous obtenons l'intégration du gradient de pression :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} [\rho g (Z_s - Z)] \right] dz = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} \quad (3-66)$$

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} [\rho g (Z_s - Z)] \right] dz = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial y} \quad (3-67)$$

Le fluide est supposé Newtonien et les équations de départ sont constituées par les équations de Navier-Stokes à masse volumique constante.

4-4- Termes de diffusion

Pour le terme de diffusion, nous supposons que la masse volumique ne varie pas suivant la verticale, elle peut alors être sortie des intégrales en utilisant la formule de Leibnitz :

$$\begin{aligned} \int_{Z_f}^{Z_s} \nu \Delta(U) dz &= \int_{Z_f}^{Z_s} \nu \vec{\nabla}(\vec{\nabla}U) dz \\ &= \vec{\nabla} \cdot \int_{Z_f}^{Z_s} \nu (\vec{\nabla}U) dz - \nu \vec{\nabla}U^s \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \nu \vec{\nabla}U^f \frac{\partial Z_f}{\partial x} \\ &= \vec{\nabla} \left(\nu \vec{\nabla}(hu) \right) - \nu \vec{\nabla}U^s \frac{\partial Z_s}{\partial x} + \nu \vec{\nabla}U^f \frac{\partial Z_f}{\partial x} \end{aligned} \quad (3-68)$$

Où $\nu = \mu / \rho$. Les deux derniers termes du second membre de l'équation (3-68) représentent les contraintes dues au vent à la surface et au frottement sur le fond.

4-5- Termes de Coriolis :

L'intégration suivant z des termes de Coriolis donne :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} fV dz = f(hv), \quad \int_{Z_f}^{Z_s} fU dz = f(hu) \quad (3-69)$$

4-6- Forces de volume :

Les deux derniers termes de l'équation (3-68) représentent les contraintes de cisaillement à la surface due au vent et au frottement sur le fond. On note que $\vec{\tau}_f$ est la contrainte au fond et $\vec{\tau}_s$ est la contrainte à la surface. Ces forces sont en fait superficielles, mais apparaissent dans les équations de Saint-Venant comme des termes sources appliquées à toute la masse d'eau, puisque les équations représentent une moyenne sur la verticale.

Contrainte due au frottement sur le fond :

Soit $\vec{\tau}_f$ la contrainte de cisaillement de fluide agissant sur le fond et déterminée par la loi de Newton:

$$\vec{\tau}_f = u \frac{\partial \vec{U}}{\partial n} = \rho v \frac{\partial \vec{U}}{\partial n} \quad (3-70)$$

La contrainte exercée par le fond sur le fluide est opposée au vecteur vitesse du fluide :

$$-\frac{1}{\rho h} \vec{\tau}_f \quad (3-71)$$

En hydrodynamique, on détermine la contrainte de frottement comme suit :

$$-\vec{\tau}_f(\tau_{fx}, \tau_{fy}) = \frac{1}{2} \rho C_f \sqrt{u^2 + v^2} \vec{u} \quad (3-72)$$

Où C_f est un coefficient de frottement. On peut encore écrire :

$$v \frac{\partial \vec{U}}{\partial n} = \frac{1}{2} \rho C_f \sqrt{u^2 + v^2} \vec{u} \quad (3-73)$$

Le coefficient C_f est souvent déterminé par les formules de Chézy, de Strickler, et de Manning.

Formule de Chézy :

$$C_f = \frac{2g}{C_h^2} \quad (3-74)$$

Formule de Strickler :

$$C_f = \frac{2g}{R_h^{1/3} K_s^2} \quad (3-75)$$

Formule de Manning :

$$C_f = C_f = \frac{2gn^2}{R_h^{1/3}} \quad (3-76)$$

Où C_f ($m^{1/2} s$) est coefficient de Chézy, K_s le coefficient de Strickler ($m^{1/3} /s$), n le coefficient de Manning ($s/m^{1/3}$) le rayon hydraulique. Par ailleurs, la formule de Manning-Strickler nous permet d'établir une relation entre ces coefficients :

Formule de Manning-Strickler :

$$C_h = K_s R_h^{1/6} = \frac{1}{n} R_h^{1/6} \quad (3-77)$$

Où approximativement $h = h$. Cette approximation n'est justifiée que pour des canaux de très grandes largeurs.

Remarque :

Deux types de paramétrisation de la contrainte de frottement sur le fond sont:

- La paramétrisation de Chézy pour laquelle la condition de frottement dépend seulement de la rugosité du fond. Le coefficient de Chézy reste donc inchangé ;
- La paramétrisation de Manning-Strickler pour laquelle le coefficient de Chézy dépend à la fois de la rugosité du fond et de la hauteur d'eau.

Ainsi, les composantes de la contrainte de frottement sur le fond sont déterminées par :

$$\tau_{fx} = \rho \frac{g}{C_h^2} \sqrt{u^2 + v^2} u \quad (3-78)$$

$$\tau_{fy} = \rho \frac{g}{C_h^2} \sqrt{u^2 + v^2} v \quad (3-79)$$

En posant :

$$F = \frac{g}{h C_h^2} \sqrt{u^2 + v^2} \quad (3-80)$$

Les expressions des termes τ_{fx} et τ_{fy} sont simplifiées:

$$\frac{\tau_{fx}}{\rho h} = F u \quad (3-81)$$

$$\frac{\tau_{fy}}{\rho h} = F v \quad (3-82)$$

Finalement, on peut écrire le dernier terme du second membre de l'équation (3-68) comme suit :

$$v \vec{\nabla} U^f \frac{\partial Z_f}{\partial x} = \int_{Z_f}^{Z_s} -\frac{1}{\rho h} \tau_f dz = -\frac{1}{2} C_f \sqrt{u^2 + v^2} \vec{u} = -\frac{g}{C_h^2} \sqrt{u^2 + v^2} \vec{u} \quad (3-83)$$

Contrainte due au vent en surface libre

La contrainte due au vent $\vec{\tau}_s$ est habituellement exprimée avec une formule analogue à (2-61) excepté le fait que la vitesse du fluide est remplacée par la vitesse du vent. On note $\vec{\tau}_s/\rho$ la contrainte du vent de l'équation (3-68) :

$$v \vec{\nabla} U^s \frac{\partial Z_s}{\partial x} = \frac{\vec{\tau}_s}{\rho} \quad (3-84)$$

4-7- Conclusions :

L'intégration des *termes du second membre* de l'équation de quantité de mouvement dans la direction x donne :

$$\int_{Z_f}^{Z_s} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} [\rho g (Z_s - Z)] + v \Delta U + fV \right] dz = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} + f(hv) + \vec{\nabla} \left(v \vec{\nabla}(hu) \right) + \frac{\vec{\tau}_{sx}}{\rho} - \frac{\vec{\tau}_{fx}}{\rho} \quad (3-85)$$

Avec les équations de (3-53), (3-64) et (3-85), l'équation de quantité de mouvement pour la composante u, moyennée sur toute la profondeur est la suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} (hu) + \frac{\partial}{\partial x} (hu^2) + \frac{\partial}{\partial y} (huv) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} + f(hv) + \vec{\nabla} \left[(v + v_d) \vec{\nabla}(hv) + \frac{\vec{\tau}_{sx}}{\rho} - \frac{\vec{\tau}_{fx}}{\rho} \right] \quad (3-86)$$

En posant ;

$$A_H = v + v_d \quad (3-87)$$

Et au cas où A_H varie peu en espace, nous avons ;

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} + f(hv) + \vec{\nabla}[A_H \vec{\nabla}(hv)] + \frac{\overline{\tau_{sx}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fx}}}{\rho} = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} + f(hv) + [A_H \Delta(hv)] + \frac{\overline{\tau_{sx}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fx}}}{\rho} \quad (3-88)$$

A_H s'appelle coefficient de diffusion. De la même façon, la moyenne de l'équation de quantité de mouvement en dans la direction y donne :

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} + f(hv) + [A_H \Delta(hv)] + \frac{\overline{\tau_{sy}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fy}}}{\rho} \quad (3-89)$$

Evaluation du coefficient de diffusion A_H :

L'application du modèle de turbulence et de dispersion aux écoulements à surface libre nous permet d'évaluer du coefficient de diffusion A_H . Une première étude bibliographique sur l'état de l'art concernant la modélisation de la turbulence dans les écoulements à surface libre a été donnée par ASCE Task Committee (ASCE Task Committee on Turbulence Models in Hydraulic Computations, 1988) . Cette étude remarque :

- Il existe très peu de modèles de turbulence pour les écoulements à surface libre. Les modèles de turbulence utilisés pour ces écoulements sont en général empruntés du développement pour les écoulements de mécanique des fluides industriels et aéronautiques.

Les modèles appliqués font souvent partie de la famille $k - \varepsilon$. Dans ces modèles, pas du tout ou très peu de coefficients empiriques ont été ajustés.

Un modèle de turbulence de la famille $k - \varepsilon$ moyenné sur la verticale a été proposé par Rastogi et Rodi . Selon ASCE Task Committee, « *un modèle $k-\varepsilon$ moyenné sur la verticale est en général suffisamment adéquat pour la modélisation des écoulements dans un champ proche (near-field)* ». Cependant, l'application de ce modèle aux cas d'écoulements transitoires dans un canal avec la présence des segments courbés est contestable .

Comme cela a été évoqué par Rodi, la turbulence dans un écoulement à surface libre, est principalement générée près du fond. La dispersion est donc en corrélation avec la vitesse de frottement u^* et la profondeur h , c'est-à-dire $v_d \propto u_* d$. La formule d'Elder est de cette forme :

$$v_d = 6u_*h \text{ Avec } u_* = \frac{\sqrt{g(u^2+v^2)}}{C_h} \quad (3-90)$$

Selon Simon (Simon L., 1994)[20] la formule d'Elder est la seule permettant de déterminer le coefficient de dispersion dans un modèle 2D moyenné sur la verticale.

Un autre problème de nature numérique concerne l'évaluation du coefficient de diffusion : le problème de l'échelle de temps et de l'espace. Les processus physiques qui se produisent à une échelle de temps ou d'espace plus petite que le maillage de calcul ou le pas du temps utilisé, seront filtrés par le modèle. Il est donc nécessaire d'introduire cet effet de « sous échelle ». Le problème de sous-échelle cité au dessus est analogue au problème de fermeture de la turbulence mais à une échelle de temps et d'espaces très différente. Afin de prendre en compte ce problème, Hervouet [10] suggère le modèle de Smagorinski pour l'approximation de coefficient de diffusion. L'idée est d'ajouter au coefficient de dispersion, une viscosité supplémentaire $v_{d,subgrid}$ déduite d'un modèle de longueur de mélange, cette longueur de mélange correspondant à la taille des tourbillons inférieure à celle de la maille. On arrive donc simplement à la formulation suivante :

$$v_{d,subgrid} = C_s^2 \Delta^2 \sqrt{2D_{ij}D_{ij}} \quad (3-91)$$

Où C_s est un coefficient adimensionnel à régler et Δ est la taille de mailles. Les valeurs de C_s vont de 0.1 (écoulement en canal) à 0.2 (turbulence isotrope). La valeur de $v_{d,subgrid}$ est plus importante lorsque la taille de maille est plus grande.

III-2-4- Equations de Saint-Venant : [21]

L'équation de continuité (3-50) et les équations de quantité de mouvement (3-88)-(3-89) constituent les équations de Barré de Saint-Venant bidimensionnelles :

Equation de Continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) + \frac{\partial z_s}{\partial t} = 0 \quad (3-92)$$

Equations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} + f(hv) + A_H \Delta(hu) + \frac{\overline{\tau_{sx}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fx}}}{\rho} \quad (3-93)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} + f(hu) + A_H \Delta(hv) + \frac{\overline{\tau_{sy}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fy}}}{\rho}$$

III-2-4-1- Formes conservative et non conservative des équations de Saint-Venant :

Les variables dépendantes dans les équations de Saint-Venant peuvent être choisies selon les formulations suivantes :

- formulation « vitesse-hauteur d'eau » : profondeur d'eau h et vecteur de vitesse \vec{u} comme variables dépendantes ;
- formulation « débit-hauteur d'eau » : profondeur d'eau h et vecteur débit unitaire $\vec{q}(q_x, q_y) = (hu, hv)$ comme variables dépendantes ;
- formulation « vitesse-dénivellation » : dénivellation de la surface libre Z_s et vecteur vitesse \vec{u} comme variables dépendantes ;
- formulation « débit-dénivellation » : la dénivellation de la surface libre Z_s et vecteur débit unitaire \vec{q} comme variables dépendantes.

Nous allons par la suite étudier les différentes formulations des équations de Saint-Venant sous forme conservative et non conservative.

1 -Equation sous forme conservative :

- *Formulation « vitesse - hauteur d'eau » :*

La formulation « vitesse-hauteur d'eau » des équations de Saint-Venant sous *forme conservative* se présente alors de la manière suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = H \quad (3-94)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ u \\ v \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} hu \\ \frac{u^2}{2g} + gh \\ uv \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} hv \\ uv \\ \frac{v^2}{2} + gh \end{bmatrix} \quad (3-95)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ -Fu + fv + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ -Fv - fu + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{bmatrix} \quad (3-96)$$

- Formulation « débit unitaire - hauteur d'eau »

La formulation débit unitaire - hauteur d'eau se présente alors de la manière suivante avec (q_x, q_y) et h :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = H$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ q_x \\ q_y \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \end{bmatrix} \quad (3-97)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ -Fq_x + fq_y + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial q_x}{\partial y} \right) \\ -Fq_y - fq_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_H \frac{\partial q_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_H \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) \end{bmatrix} \quad (3-98)$$

On peut remarquer que la formulation « débit-hauteur » sous forme conservative (3-94), (3-98) est identique à la formulation « vitesse-hauteur » (3-94)-(3-96).

2- Equation sous forme non conservative

- Formulation « vitesse - dénivellation »:

La formulation vitesse - dénivellation se présente alors de la manière suivante avec (u, v) et Z_s :

$$\frac{\partial Z_s}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (h\vec{u}) = 0 \quad (3-99)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)u = -g \frac{\partial Z_s}{\partial x} + A_H \Delta u + fv + \frac{\tau_{sx}}{h\rho} - \frac{\tau_{sy}}{h\rho} \quad (3-100)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)v = -g \frac{\partial Z_s}{\partial y} + A_H \Delta v - fu + \frac{\tau_{fy}}{h\rho} - \frac{\tau_{fx}}{h\rho}$$

- *Formulation « débit unitaire - dénivellation » :*

La formulation débit unitaire - dénivellation se présente alors de la manière suivante avec

(q_x, q_y) et Z_s :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} = 0 \quad (3-101)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(q_x) + \frac{\partial}{\partial x}(q_x u) + \frac{\partial}{\partial y}(q_x v) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} + A_H \Delta(q_x) + f q_y + \frac{\tau_{sx}}{\rho} - \frac{\tau_{fx}}{\rho} \quad (3-102)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(q_y) + \frac{\partial}{\partial x}(q_y u) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y v) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial y} + A_H \Delta(q_y) + f q_x + \frac{\tau_{sy}}{\rho} - \frac{\tau_{fy}}{\rho}$$

III-2-4-2- Choix de formulations des équations de Saint-Venant :

Tableau 3-1 : Comparaisons de la formulation des équations de Saint-Venant

Sous forme	Formulation	Application	Remarque
<i>conservative</i>	u, v, h	Ecoulement hyperbolique, ressaut hydraulique	Front discontinu avec problème des termes source
	q_x, q_y, h		
<i>Non conservative</i>	u, v, Z_s	Ecoulements dans des rivières, des estuaires ou des	Conservation de masse
	q_x, q_y, Z_s	zones côtières, Fond irrégulier	Meilleure conservation de masse

La formulation des équations de Saint-Venant sous forme conservative (3-94)-(3-96) et (3-97)-(3-98) permet d'utiliser un solveur de Riemann Approximate Riemann Solver, pour la résolution de ces équations. Ce solveur est initialement construit pour la résolution d'une équation hyperbolique homogène appliquée aux problèmes aéronautiques dont la solution peut être représentée par une discontinuité. Cependant, l'utilisation de ce solveur dans le cas d'un écoulement sur un fond très irrégulier avec une discrétisation non

adéquate des termes source qui est principalement en fonction de la pente du fond, peut conduire à des instabilités numériques importantes. Un traitement particulier de ce terme doit être requis. C'est pourquoi, durant ces dernières années, un grand nombre de chercheurs avaient consacré leur travail au traitement des termes source tels que (Vázquez-Cendón M.E., 1999) [24].

Afin d'échapper à ce problème, on s'oriente vers la formulation des équations de Saint-Venant sous forme non conservative. Ce choix est justifié par le fait que les écoulements dans des rivières, des estuaires ou des zones côtières sont souvent sur des fonds très irréguliers.

III-2-4-3- Equations de base de Saint-Venant :

Désormais nous utilisons la formulation « vitesse - dénivellation » des équations de Saint-Venant tout au long de cette étude :

$$\frac{\partial Z_s}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_x}{\partial x} = 0 \quad (3-103)$$

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(q_x)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(q_x u) + \frac{\partial}{\partial y}(q_x v)}_{II} &= \underbrace{-gh \frac{\partial Z_s}{\partial x}}_{III} + \underbrace{A_H \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \right) + A_H \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial q_x}{\partial y} \right)}_{IV} + \underbrace{f q_x + \frac{\tau_{sx}}{\rho} - \frac{\tau_{fx}}{\rho}}_V \\ \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(q_y)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(q_y u) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y v)}_{II} &= \underbrace{-gh \frac{\partial Z_s}{\partial y}}_{III} + \underbrace{A_H \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial q_y}{\partial x} \right) + A_H \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial q_y}{\partial y} \right)}_{IV} \\ &+ \underbrace{+ f q_y + \frac{\tau_{sy}}{\rho} - \frac{\tau_{fy}}{\rho}}_V \end{aligned} \quad (3 - 105)$$

Dans les équations (3-104)-(3-105), nous classons les termes en six groupes dont les significations physiques sont :

I : Accélération locale de l'écoulement

II : Termes d'advection, transport de la quantité de mouvement par l'écoulement moyen

III : Termes de gradients de surface libre

IV : Termes de diffusion

V : Effet de la force de Coriolis, des contraintes dues au vent en surface et au frottement sur le fond.

Les termes source sont l'ensemble des groupes I, III et V.

Remarque :

En enlevant les termes III et V, (3-104) et (3-105) ont la forme d'une équation de transport. En conséquence, la présentation des techniques numériques des équations de Saint-Venant passe d'abord par celle d'une équation de transport d'une variable scalaire quelconque.

III-2-4-4- Ecoulement instationnaire à surface libre sur fond mobile :



Figure 3.5 : la rivière Thur (Suisse) rectifiée [Martin Jaeggi].

Dans les canaux naturels et artificiels, un fond mobile est définie comme un fond composé de particules solides (granulats, non cohésifs, alluvions) qui se déplacent sous l'action de l'écoulement en formant des ondulations du lit, appelées couramment dunes, ces particules sont caractérisées par la densité ρ_s , le diamètre médian $d \equiv d_{50}$, et la distribution granulométrique.

Un fond mobile présente successivement plusieurs aspects qui correspondent à différents types de déformation du fond. Ces déformations influent sur le régime d'écoulement. On les classe en 3 régimes à l'aide du nombre de Froude :

- 1) $Fr < 1$: Le fond reste d'abord plat, ceci jusqu'à ce que la vitesse atteigne une valeur critique et que le transport de la particule solide commence.
- 2) $Fr = 1$: La vitesse croît et les dunes disparaissent. C'est l'état de transition au fond plat.
- 3) $Fr > 1$: Si la vitesse augmente encore, il se forme des dunes d'une autre espèce, appelées anti dunes, qui à l'inverse des dunes.

Les équations de base :

A cause de ces sédiments ou du fond mobile il y a une présence des ondulations de la surface libre donc une charge hydraulique variable (hauteur d'eau).

Donc les équations de Saint-Venant bidimensionnelles utilisées pour le calcul de la variation de la charge hydraulique et la vitesse d'écoulement sont :

Equation de Continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) + \frac{\partial Z_s}{\partial t} = 0 \quad (3-92)$$

Equations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} + f(hv) + A_H \Delta(hu) + \frac{\overline{\tau_{sx}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fx}}}{\rho} \quad (3-93)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial y} + f(hu) + A_H \Delta(hv) + \frac{\overline{\tau_{sy}}}{\rho} - \frac{\overline{\tau_{fy}}}{\rho}$$

En simplifiant les équations de Saint-Venant par l'élimination de la force de Coriolis et la force due au vent en surface libre, on obtient :

Equation de Continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) + \frac{\partial Z_s}{\partial t} = 0 \quad (3-106)$$

Equations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial x} + A_H \Delta(hv) - \frac{\overline{\tau_{fx}}}{\rho}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2) = -gh \frac{\partial Z_s}{\partial y} + A_H \Delta(hv) - \frac{\overline{\tau_{fy}}}{\rho} \quad (3-107)$$

Grâce au frottement sur le fond et la viscosité on a une grande dissipation d'énergie dans l'écoulement.

III-2-4-5- Evaluation du terme de pertes de charges par frottements :

Les pertes de charges dues aux frottements sont déterminées par des lois empiriques faisant intervenir les variables U et h . Elles supposent que J_e est proportionnel au carré de la vitesse. La plus utilisée est la relation de Chézy valable pour les écoulements turbulents rugueux qui sont les plus fréquents. Il existe d'autres expressions de J_e déterminées expérimentalement [GRAAF-1996] [8].

Par exemple, la relation de Weisbach-Darcy valable pour les écoulements laminaires et turbulents lisses :

$$J_e = f \frac{1}{4R_h} \frac{V^2}{2g} \quad (3-108)$$

Où f est le coefficient de pertes de charges qui peut être déterminé par la relation de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = -2 \log \left[\frac{K_s}{3.7D_h} + \frac{2.51\nu}{UD_h\sqrt{C_f}} \right] \quad (3-109)$$

Où ν représente la viscosité dynamique, C_f le coefficient de frottement et D_h la profondeur hydraulique en considérant que :

$$f = 8 \times C_f \quad (3-110)$$

- la relation de Chézy est la suivante:

$$J_e = \frac{V^2}{C^2 R_h} \quad (3-111)$$

Où : $R_h = \frac{S}{P}$ rayon hydraulique avec : P est le Périmètre mouillé.

- La formule de Manning-Strickler est actuellement la plus utilisée et donne pour C l'expression suivante:

$$C = K_s R_h^{1/6} \quad (3-112)$$

Tel que : K_s est le coefficient de Strickler qu'on va le calculé à partir de la rugosité moyenne du fond ou la longueur moyenne des aspérités du fond du canal k_s . Donc la formule qui sera utilisée pour le calcul des pertes de charge est celle de Manning-Strickler:

$$J_e = \frac{V^2}{K_s^2 R_h^{4/3}} \quad (3-113)$$

Le coefficient de Manning est généralement considéré comme étant constant et ne variant pas lorsque la hauteur d'eau change ; mais ces approximations sont réductrices.

CHAPITRE IV

MODELISATION
NUMERIQUE

IV-Modélisation numérique :

IV-1- Introduction :

La simulation numérique est l'un des outils qui permettent de simuler des phénomènes réels, appelée aussi simulation informatique, elle désigne un procédé selon lequel on exécute un programme informatique sur un ordinateur en vue de simuler par exemple un phénomène physique complexe.

Les simulations numériques scientifiques reposent sur la mise en œuvre des modèles théoriques utilisant souvent la technique dite des éléments finis. Elles sont donc une adaptation aux moyens numériques de la modélisation mathématique, et servent à étudier le fonctionnement et les propriétés d'un système modélisé ainsi qu'à son évolution. On parle également de calcul numérique.

IV-2- Calcul numérique :

Les méthodes de discrétisation les plus connues sont :

- Méthodes des différences finis (MDF).
- Méthodes des éléments finis (MEF).
- Méthodes des spectrales (MS).
- Méthodes des volumes finis (MVF).

Comme tout calcul, le calcul numérique a des avantages comme il a des inconvénients, parmi ces avantages on peut citer la rapidité d'exécution, la possibilité de simuler des conditions réelles exceptionnelles et il peut nous donner une solution numérique pour nombreux problèmes pratiques ayant un modèle mathématique.

L'inconvénient de ce calcul est sa difficulté pour sélectionner la bonne solution en cas de plusieurs solutions au problème mathématique [17].

IV-2-1- Principe :

Le principe du calcul numérique est schématisé comme suite :

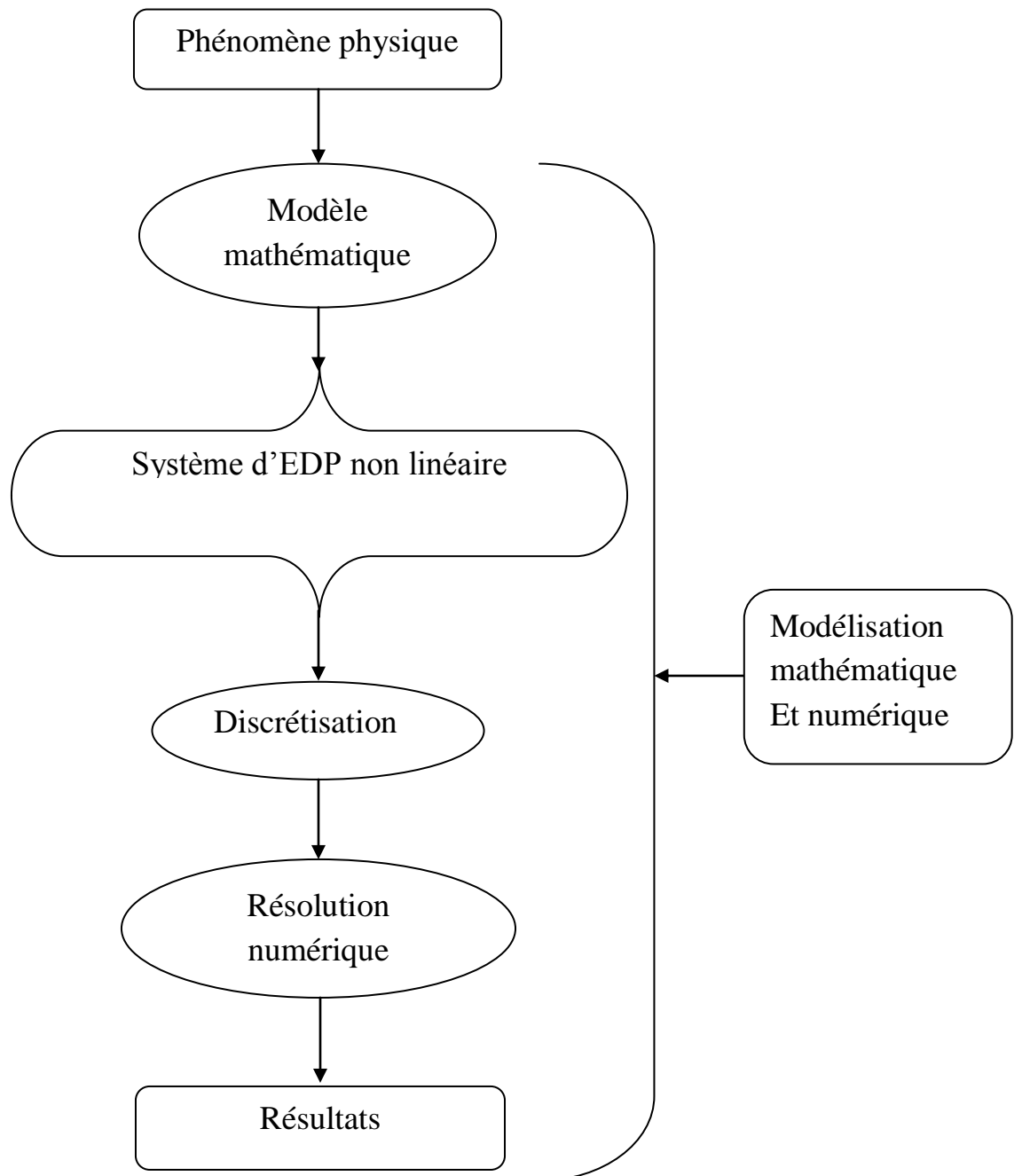


Figure 4.1 : Principe du calcul numérique

IV-2-2 La méthode de calcul :- méthode des volumes finis :

En 1971, Patankar et Spalding ont décrit cette méthode, elle a été publiée en 1980 par Patankar (Numérical Heat Transfer and fluid flow).

En analyse numérique la méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles comme la méthode des éléments finis et celle de la différence finie.

Contrairement à la méthode des différences finies qui met en jeu des approximations des dérivées, les méthodes des volumes finis et des éléments finis exploitent des approximations d'intégrales. Toutefois, la méthode des volumes finis se base directement sur la forme dite forte de l'équation à résoudre, alors que la méthode des éléments finis se fonde sur une formulation variationnelle de l'équation (on parle aussi de formulation faible).

La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Le volume de la géométrie est discrétisé en volumes élémentaires (hexaèdres, tétraèdres, prismes ou un mélange des trois) qu'on appelle aussi mailles. [25].

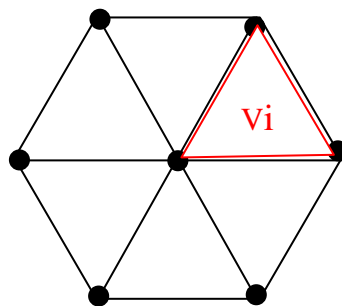


Figure 4.2 : Volume de contrôle

IV-2-2-1 Equation de transport- diffusion : [18]

Les équations de transport de la matière : équation de continuité ; de la quantité de mouvement, peuvent s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\rho\phi u_j) = \text{div}(\Gamma \cdot \text{grad}(\phi)) + S_\phi \quad (4.1)$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\phi u_j)}_1 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x_j})}_2 + \underbrace{S_\phi}_3 \quad (4.2)$$

Donc :

1. Terme de convection ;
2. Terme de diffusion ;
3. Terme source.

Les expressions des termes de diffusivité et de source varient en fonction des types d'équations résolues.

Le terme de gradient de pression, qui ne peut être classé ni comme un terme de convection ni comme un terme de diffusion est en général inclus dans le terme de source pour les trois équations de la dynamique.

Ensuite, les équations précédentes sont réécrites dans le repère rapporté au maillage.

Ces équations sont intégrées sur un volume de contrôle dV et leur forme intégrale devient :

$$\int_{V_c} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} dV dt \quad (4.3)$$

$$\int_{V_c} \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S_\phi \right] dV dt \quad (4.4)$$

$$\text{Où : } dV = dx dy . 1$$

Pour un régime instationnaire :

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{V_c} (\rho\phi) dV \right] dt + \int_{\Delta t} \int_A n \cdot (\rho\phi) dA dt = \int_{\Delta t} \int_{V_c} n \cdot (\Gamma\phi \text{grad}\phi) dA dt + \int_{\Delta t} \int_{V_c} (S_\phi) dV dt \quad (4.6)$$

Cette méthode des volumes finis est dérivée de celle des éléments finis. Elle présente l'avantage d'être facilement compréhensible par rapport à d'autres méthodes

telles que celles des éléments finis ou la méthode spectrale. Elle a été, de plus, largement validée.

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport-diffusion ci-dessus (4.5) demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires liant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points du maillage P_{ij} .

L'approche du type volume de contrôle exige que l'on définisse autour du point P_{ij} un volume élémentaire sur lequel on va intégrer l'équation aux dérivées partielles. Pour deux points voisins les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'en suit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul.

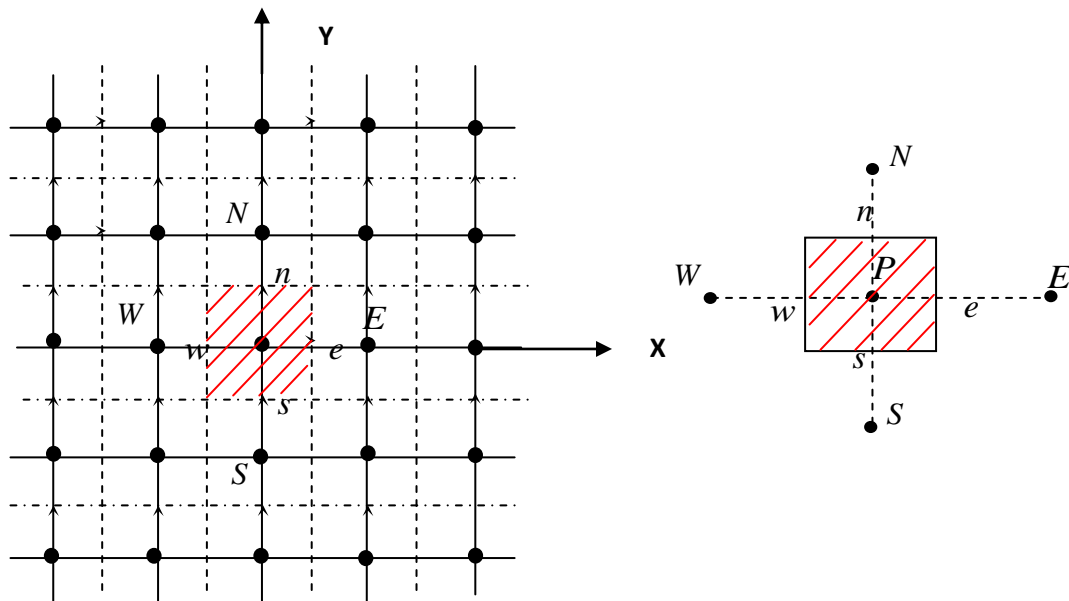


Figure 4.3 : (a) : domaine de calcul (b) : volume de contrôle

IV-2-2-2- Discrétisation des différents termes de l'équation:

❖ Termes de stockages :

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \int_{\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt dV &= (\rho\phi) \Big|_t^{t+\Delta t} \cdot \Delta x \Delta y \\ &= ((\rho\phi_p)^{t+\Delta t} - (\rho\phi_p)^t) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (4.7)$$

❖ **Suivant X :****-Terme convectif :**

$$\begin{aligned}
\int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) dV dt &= (\rho u \phi) \Big|_w^e \cdot \Delta y \Delta t \\
&= ((\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w) \Delta y \Delta t \\
&= (F_e \phi_e - F_w \phi_w) \Delta t \tag{4-8}
\end{aligned}$$

$$\text{Avec : } F_e = \rho u_e \Delta y, \quad F_w = \rho u_w \Delta y \tag{4-9}$$

-Terme diffusif :

$$\begin{aligned}
\int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] dx dy dt &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Big|_w^e \cdot \Delta y \Delta t \\
&= \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w \right] \Delta y \Delta t \\
&= \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_{PE}} - \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_{WP}} \right) \Delta y \Delta t \\
&= \frac{\Gamma_e \Delta y}{\Delta x_{PE}} (\phi_E - \phi_P) - \frac{\Gamma_w \Delta y}{\Delta x_{WP}} (\phi_P - \phi_W) \Delta t \\
&= (D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W)) \cdot \Delta t \tag{4-10}
\end{aligned}$$

$$\text{Avec : } D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\Delta x_{PE}}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\Delta x_{WP}} \tag{4-11}$$

❖ **Suivant Y :****-Terme convectif :**

$$\begin{aligned}
\int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \left[\frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) \right] dV dt &= (\rho v \phi) \Big|_s^n \Delta x \Delta t \\
&= [(\rho v \phi)_n - (\rho v \phi)_s] \Delta x \Delta t \\
&= (F_n \phi_n - F_s \phi_s) \cdot \Delta t \tag{4-12}
\end{aligned}$$

$$\text{Avec : } F_n = \rho v_n \Delta x, \quad F_s = \rho v_s \Delta x \tag{4-13}$$

-Terme diffusif:

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt &= \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial y} (\phi) \right) \Big|_s^n \cdot \Delta x \Delta t \\
 &= \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s \right] \Delta x \Delta t \\
 &= \left(\Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y_{PN}} - \Gamma_s \frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y_{SP}} \right) \Delta x \Delta t \\
 &= \frac{\Gamma_n \Delta x}{\Delta y_{PN}} (\phi_N - \phi_P) - \frac{\Gamma_s \Delta x}{\Delta y_{SP}} (\phi_P - \phi_S) \Delta t \\
 &= (D_n (\phi_N - \phi_P) - D_s (\phi_P - \phi_S)) \cdot \Delta t \quad (4-14)
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\Delta y_{NP}} \quad , \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\Delta y_{SP}} \quad (4-15)$$

❖ **Terme source :**

$$\begin{aligned}
 \int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} (S_\phi) dV dt &= S_\phi \Delta x \Delta y \Delta t \\
 &= (S_p \phi_p + S_u) \Delta x \Delta y \Delta t \quad (4-16)
 \end{aligned}$$

Après une substitution dans l'équation transport-diffusion et en appliquant un schéma implicite pour le temps on obtient la forme discrétisée suivante :

$$\begin{aligned}
 a_p^0 (\phi_p^{t+\Delta t} - \phi_p^t) + (F_e \phi_e^{t+\Delta t} - F_w \phi_w^{t+\Delta t}) + (F_n \phi_n^{t+\Delta t} - F_s \phi_s^{t+\Delta t}) \\
 = \left(D_e (\phi_E^{t+\Delta t} - \phi_P^{t+\Delta t}) \right) + \left(D_w (\phi_P^{t+\Delta t} - \phi_W^{t+\Delta t}) \right) + \left(D_n (\phi_N^{t+\Delta t} - \right. \\
 \left. \phi_P^{t+\Delta t}) - \left(D_s (\phi_P^{t+\Delta t} - \phi_S^{t+\Delta t}) \right) + (s_p \phi_p^{t+\Delta t} + s_u) \Delta x y \quad (4-17)
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } a_p^0 = \rho \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (4-18)$$

Après des simplifications on aura :

$$a_p \phi_p^{t+\Delta t} = a_w \phi_w^{t+\Delta t} + a_e \phi_e^{t+\Delta t} + a_s \phi_s^{t+\Delta t} + a_n \phi_n^{t+\Delta t} + a_p^0 \phi_p^t + S_u \Delta x \Delta y \quad (4-19)$$

Les coefficients a_m (d est selon: w, e, s, n) sont donnés par :

Tableau 4-1 : les coefficients à calculer pour le schéma hybride

a_w	$\max\left(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right)$
a_e	$\max\left(-F_e, D_e + \frac{F_e}{2}, 0\right)$
a_s	$\max\left(F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0\right)$
a_n	$\max\left(-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right)$
a_p	$a_p^0 + a_w + a_e + a_s + a_n - s_p \Delta x \Delta y$

IV-3- Conditions initiales et aux limites :**IV-3-1- Conditions initiales :**

Il faut fournir au modèle numérique les conditions initiales qui représentent l'état de l'écoulement lors du démarrage de la simulation.

Il est nécessaire de donner des vitesses initiales de l'écoulement dans différents domaines fluides, ainsi que les valeurs initiales pour la pression et la fraction position initiale de la surface libre. [10]

IV-3-2- Conditions aux limites :

Une fois que nous avons représenté la géométrie du système étudié, nous devons fixer des conditions aux limites du système sur les valeurs de la pression P , de la vitesse U . L'étude des conditions aux limites est déterminante dans une modélisation.

Plusieurs types de conditions aux limites sont proposés dans le code de calcul FLUENT qu'on va l'utiliser.

Nous utilisons essentiellement trois : vitesse d'entrée, pression de sortie et conditions de rugosité :

-La première condition aux limites « velocity-inlet » correspond à une vitesse imposée. Nous injectons ainsi le débit à partir d'une vitesse et d'une section mouillée.

-La deuxième condition « pressure-outlet » (pression de sortie) est appliquée au niveau des sorties (sortie de fluide à la pression atmosphérique).

-La troisième « type wall », la condition de rugosité permet également de modéliser l'effet du fond sur l'écoulement. La rugosité est introduite sous forme de hauteur de grain où taille des aspérités, notée k_s .

Notre code de calcul FLUENT est basé sur la méthode décrite précédemment-(méthode des volumes finis)-.

IV-4- La simulation par le logiciel :

L'utilisation des logiciels pour la résolution de problèmes physiques est très fréquent. En effet, dans la plus part des ces problèmes, surtout la résolution de phénomènes (transfert de chaleur, rayonnement, changement de phase...) couplés à la mécanique des fluides n'est possible que sous certaines hypothèses simplificatrices qui ne permettent pas de faire une étude plus réelle des phénomènes physiques observés expérimentalement.

IV-4-1- Présentation Du Code De Calcul :

Pour réaliser nos simulations, nous avons choisi d'utiliser le code de calcul FLUENT que nous présentons dans cette partie.

IV-4-2- Architecture Du Logiciel

Comme tout logiciel de CFD, il est composé de trois éléments : le *préprocesseur*, le *solveur* et le *postprocesseur*.

- La définition du problème à résoudre s'effectue à l'aide du *préprocesseur* GAMBIT. Il permet de représenter la géométrie du système, de définir le type de conditions limites aux frontières du domaine, de spécifier le type de matériau (fluide ou solide). Il fournit aussi la possibilité de discrétiser le domaine, en proposant plusieurs algorithmes de maillage suivant sa géométrie.
- Le *solveur* permet de définir numériquement les conditions opératoires (gravité, pression) dans lesquelles est effectuée la simulation, ainsi que la spécification des conditions aux limites. Enfin, il permet de choisir le processus itératif, en proposant

notamment plusieurs schémas numériques pour la discrétisation spatiale et temporelle, et pour le couplage de la vitesse et de la pression. Il offre également une interface permettant de contrôler à tout moment l'état d'avancement des calculs.

- Le *postprocesseur* est l'élément qui permet de visualiser la géométrie et le maillage du domaine, mais surtout d'afficher les résultats obtenus. Il est ainsi possible de visualiser les champs de vecteur vitesse, les champs de pression, de turbulence ainsi que toutes les autres grandeurs calculées sur un segment, une section du domaine ou sur tout le volume. Il offre aussi la possibilité de tracer des courbes et de visualiser les lignes de courant ou la trajectoire de particules.

Fluent qui est un code largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile, offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Ces raisons ont motivé notre choix pour l'utilisation de ce logiciel.

Fluent propose trois schémas de discrétisation. Les plus utilisés pour notre étude sont : *Schéma amont du premier ordre*: Ce schéma permet une certaine stabilité dans les calculs mais est responsable de diffusion numérique.

Schéma amont du second ordre: l'utilisation de cette méthode permet de minimiser la diffusion numérique mais peut faire diverger le calcul.

Schéma d'ordre supérieur: le schéma d'ordre supérieur disponible dans Fluent est le schéma QUICK. Il prend en compte le flux aux interfaces.

Fluent (2003) propose trois modèles principaux fondés sur l'approche Eulérienne¹, à savoir: le modèle VOF (Volume Of Fluid), le modèle de mélange ou «Mixture» et le modèle d'Euler. [5]

Dans le dernier modèle, une distinction est faite entre les écoulements fluide-fluide et les écoulements fluide-solide (modèle dit Eulérien-granulaire).

Fluent qui est un code largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile, offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Ces raisons ont motivé notre choix pour l'utilisation de ce logiciel.

IV-4-3- Procédé de calcul :**IV-4-3-1- Représentation :****IV-4-3-1-1- Géométrie :**

Un canal rectangulaire horizontale (pente nulle), de longueur utile est $L_{canal} = 10m$ et de hauteur $H=1m$. Avec une vitesse d'entrée égale à $U_0 = 0.8m/s$.

On va étudier quatre cas :

- 1^{er} cas : canal à fond mobile sans aucun obstacle.
- $2^{ème}$ cas : canal à fond mobile avec un seul obstacle.
- $3^{ème}$ cas : canal à fond mobile avec plusieurs obstacles.
- $4^{ème}$ cas: canal à fond ondulé.

Les dimensions des obstacles :

- Pour le deuxième cas on a imposé que la hauteur d'obstacle est : $h_{obstacle} = 0.2m$ et l'épaisseur: $E_{obstacle} = 0.1m$ situé à 5m à partir de l'entrée.

Tableau 4.2 : dimensionnement d l'obstacle ($2^{ème}$ cas)

obstacles	Hauteur (m)	Epaisseur (m)	situation
1	0.2	0.1	5m

- Pour le troisième cas on a choisi quatre obstacles avec le dimensionnement suivant :

Tableau 4.3 : Diemonsionnement des 4 obstacles ($3^{ème}$ cas)

obstacles	Hauteur (m)	Epaisseur (m)	situation
1	0.2	0.1	3m
2	0.05	0.3	5m
3	0.25	0.1	7m
4	0.1	0.1	8m

- Pour le cas du fond ondulé on a posé les dimensions suivantes :

Tableau 4.4 : Diemonsionnement des 3 obstacles courbés ($4^{ème}$ cas)

obstacles	Hauteur (m)	Epaisseur (m)	situation
1	0.1	0.3	3m
2	0.2	0.4	5m
3	0.4	0.6	8m

Géométrie du canal pour le 1^{er} cas :



Figure 4.4 : Géométrie du canal (1^{er} cas)

La géométrie des autres cas sera abordée au suivant avec le maillage.

IV-4-3-1-2 Construction du maillage :

Le canal a une géométrie assez simple, pour ceci on a utilisé un maillage raffiné structuré quadratique en 2D.

IV-4-3-2- Présentation du maillage par « GAMBIT »

La génération du maillage dans « GAMBIT » passe par deux étapes principales

- ✚ La géométrie.
- ✚ Le maillage.

Au cours de génération du maillage de la surface d'étude on passe par les instructions suivantes:

- ✚ La création de la surface et la définition de ses dimensions.
- ✚ Le maillage de la surface.
- ✚ L'insertion des conditions aux limites sur la surface et le contenu de cette surface.
- ✚ La préparation du maillage à l'exporter pour le traitement par le code de calcul «FLUENT».

Étape 1 : Choisir de Solutionneur :

La première étape est de choisir le code qui doit modéliser et résoudre les équations du système.

Solver → FLUENT5/6

Étape 2 : Création de la Géométrie :

Méthode de création de la géométrie a deux façon à choisir et appliquer :

- ✚ Soit on base sur les géométries prédéfinies dans ce logiciel.
- ✚ Soit on crée le volume à partir des points, des lignes, et puis des surfaces.

La géométrie est déjà définie comme la montre le schéma précédent.

Étape 3 : Maillage des bords de la surface :

Ce maillage a été choisi raffiné pour l'importance du phénomène qui déroule dans cette surface.



Figure 4.5 : Maillage des bords

Étape 4 : Maillage de la surface :

- 1^{er} cas :

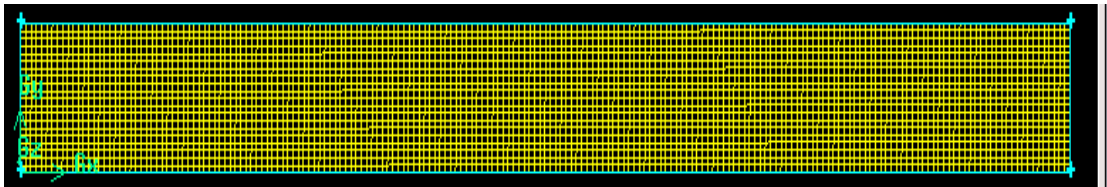


Figure 4.6 : Maillage de la surface (1^{er} cas)

- 2^{ème} cas :

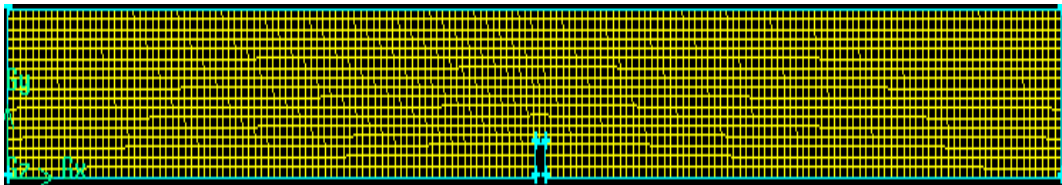


Figure 4.7 : Maillage de la surface (2^{ème} cas)

- 3^{ème} cas :

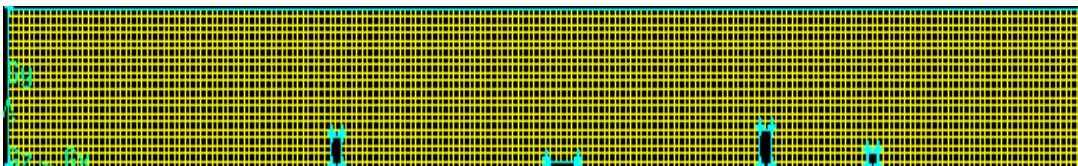


Figure 4.8 : Maillage de la surface (3^{ème} cas)

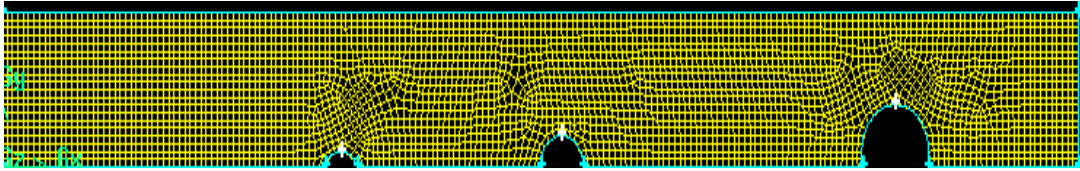


Figure 4.9: Maillage de la surface (4^{ème} cas)

Étape 5 : Qualité du maillage

On examine le maillage par **EXAMINE MESH**, pour voir la distribution des mailles sur la surface.

Étape 6 : Les conditions aux limites

La déclaration des conditions aux limites est importante pour les définir après par «**FLUENT**».

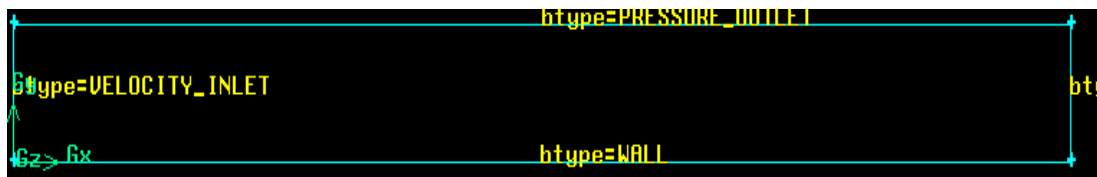


Figure 4-10 : Les conditions aux limites

Étape 7 : Exporter les mailles et sauvegarder la session

1. Exporter un dossier qui contient le maillage du canal, (extension : .msh).

File → Export → Mesh

2. Sauvegarder la session « **GAMBIT** », et puis quitter le « **GAMBIT** ».

File → Exit

IV-4-3-3- Convergence Des Calculs :

Pour s'assurer de la convergence des calculs, nous nous aidons de deux critères visuels. Le premier consiste à observer les courbes des résidus définis par les équations notre équation de continuité et de quantité de mouvement tracées par Fluent, en fonction des itérations.

Un autre critère consiste à suivre l'évolution des champs de vitesse, de pression, au fur et à mesure des itérations. Lorsqu'ils n'évoluent plus, cela signifie que le calcul a convergé.

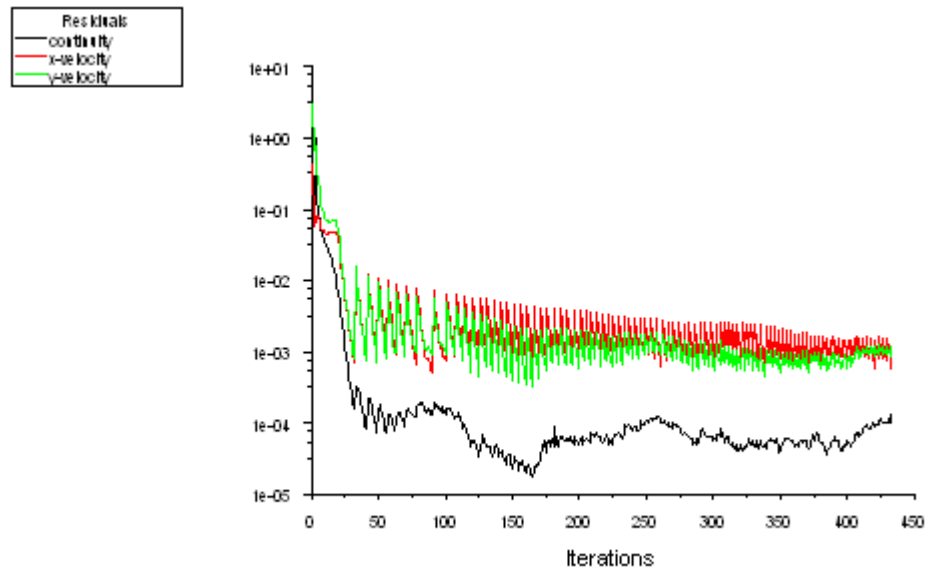


Figure 4.11: courbe des résidus

CHAPITRE V

RESULTATS ET
INTERPRETATION

V- Résultats et interprétation :

V-1- Introduction :

Dans cette partie, nous présentons des résultats numériques de la simulation de nos données à travers des canaux à différentes conditions posées. Lors de cette simulation numérique, le code de calcul FLUENT a été utilisé.

L'objectif de cette étude numérique est de voir l'influence des obstacles sur la vitesse et la hauteur de l'écoulement à surface libre.

- Premièrement on va présenter les résultats obtenus par notre code pour un écoulement instationnaire à surface libre dans un canal à fond mobile (sans aucun obstacle).
- Deuxièmement, la présentation des résultats obtenus par le même code de calcul mais dans un canal à fond mobile en présence d'un seul obstacle qui est considéré comme une faible rugosité du fond.
- Troisièmement, on va présenter les résultats d'un canal à fond mobile avec plusieurs obstacles (4 obstacles de différentes dimensions) considérés comme une rugosité du fond..
- Quatrièmement, on aura exposé les résultats du fond ondulé.

V-2- Résultats et discussions :

On a considéré que l'écoulement à une vitesse égale à 0.8m/s et la vitesse de mouvement du fond est 0.05m/s.

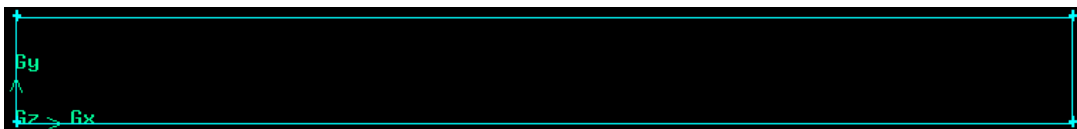


Figure 5-1: Géométrie du canal

V-2-1 Les champs de pression :

Les figures présentent respectivement les résultats calculés pour les champs et les profils de pression mesurés dans les différents cas étudiés.

1- cas d'un canal sans obstacle

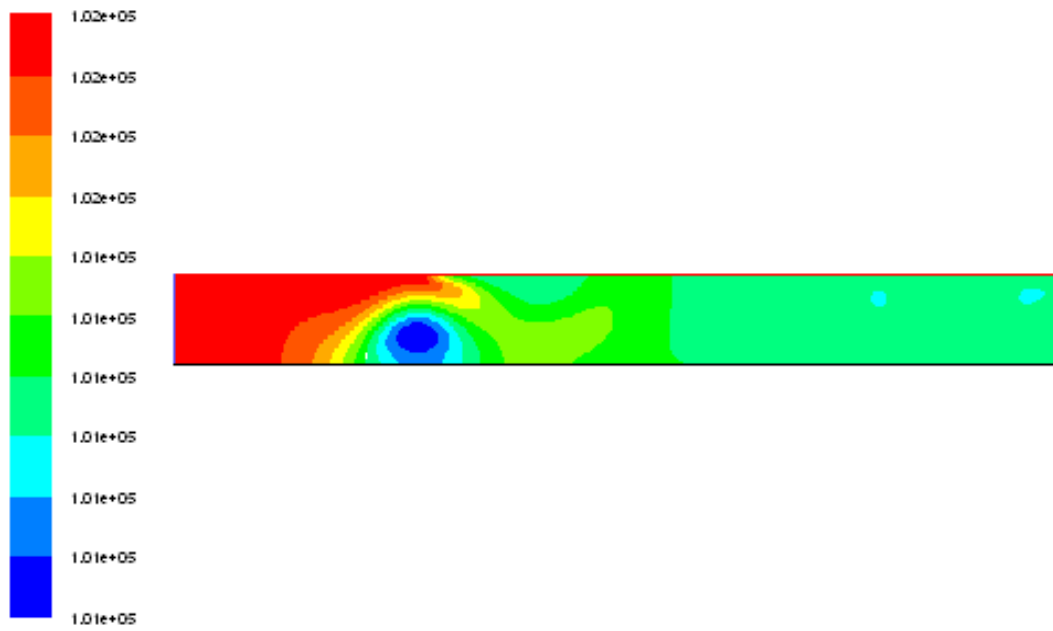


Figure 5-2 : Champ de pression totale (pascal)



Figure 5-3 : Champ de pression (pascal) à t=10s -(1^{er} cas)-



Figure 5-4 : Champ de pression (pascal) à $t=40s$ -(1^{er} cas)-

2- Cas avec un seul obstacle :

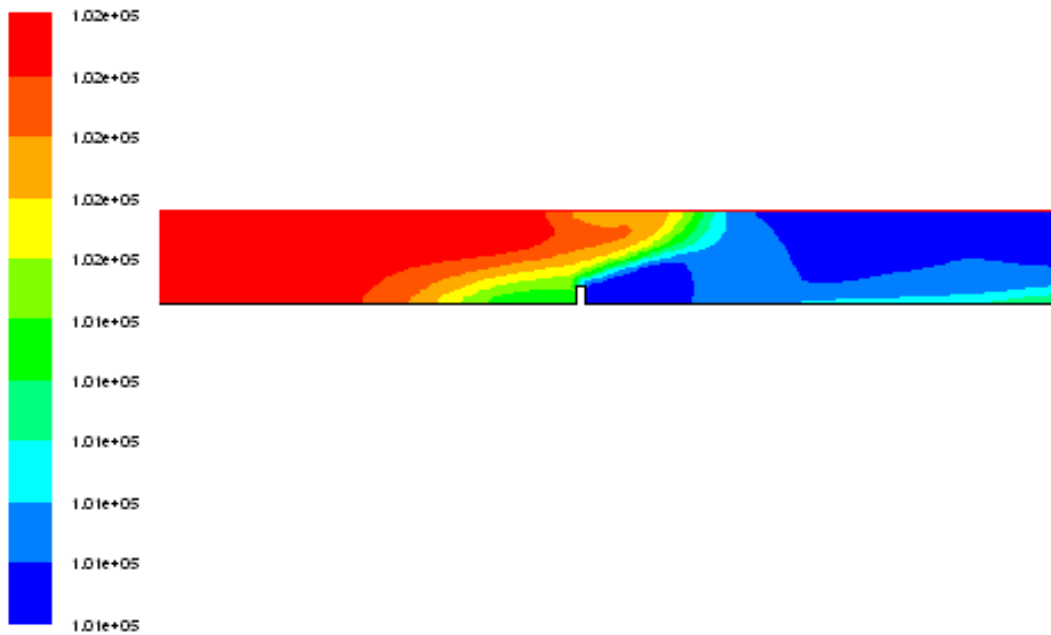


Figure 5-5 : Champ de pression (pascal) à $t=10s$ -(2^{ème} cas)-

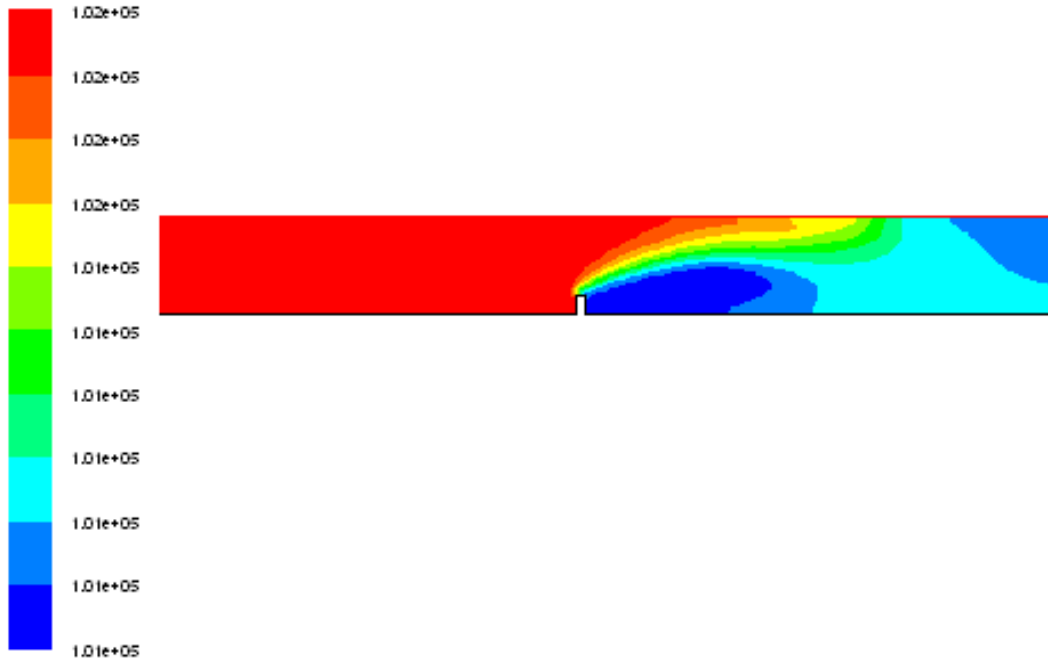


Figure 5-6 : Champ de pression (pascal) à t=20s -(2^{ème} cas)-

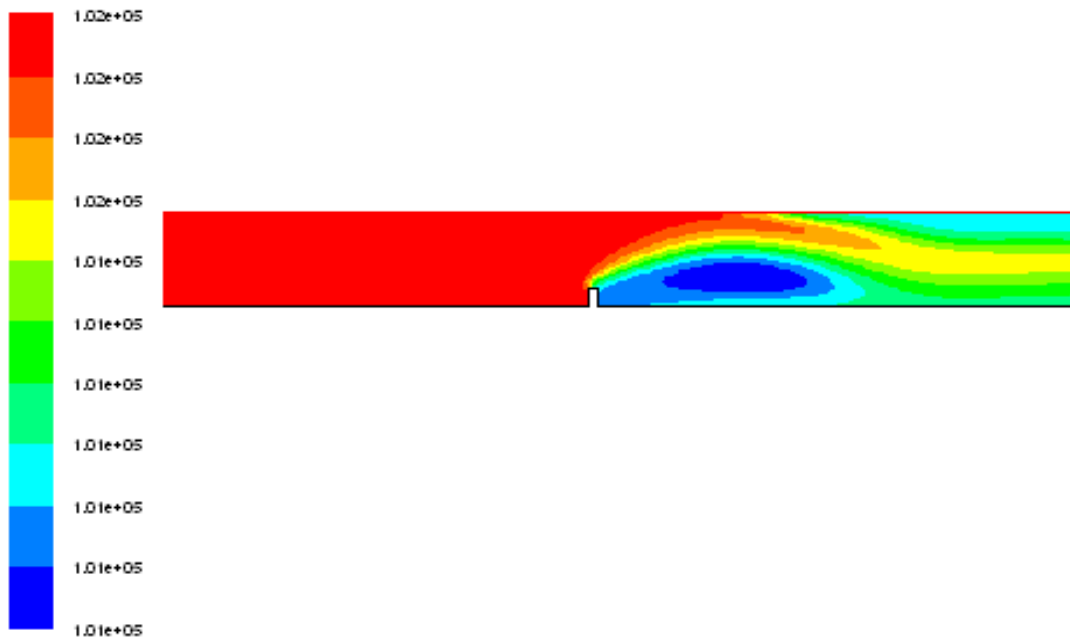


Figure 5-7 : Champ de pression (pascal) à t=40s -(2^{ème} cas)-

3- Cas avec plusieurs obstacles :

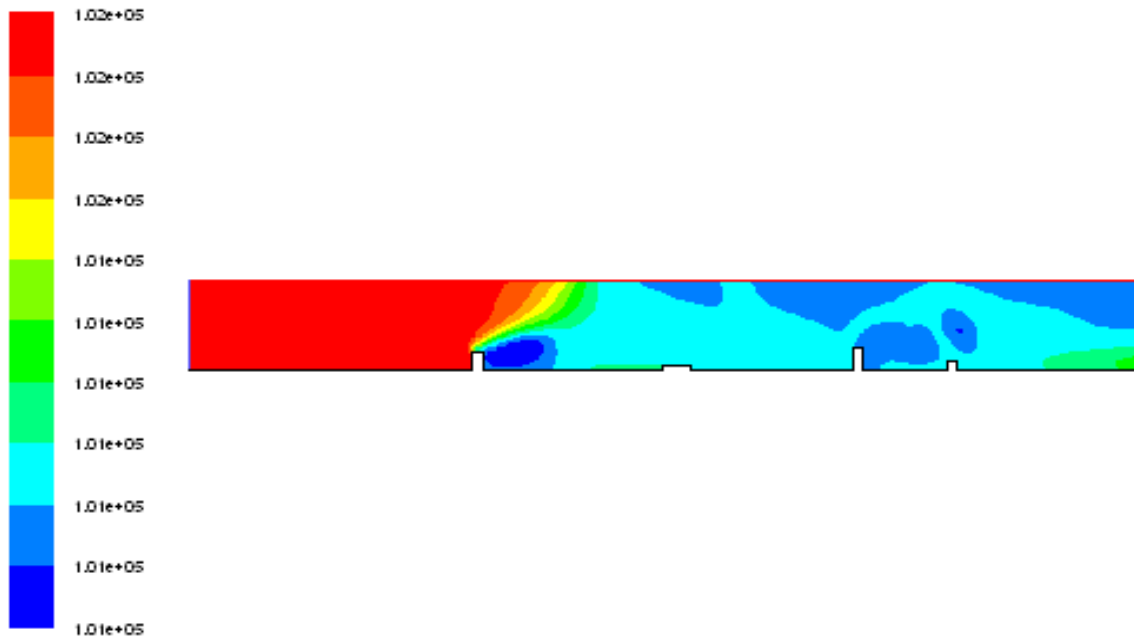


Figure 5-8 : Champ de pression (pascal) à t=20s -(3^{ème} cas)-

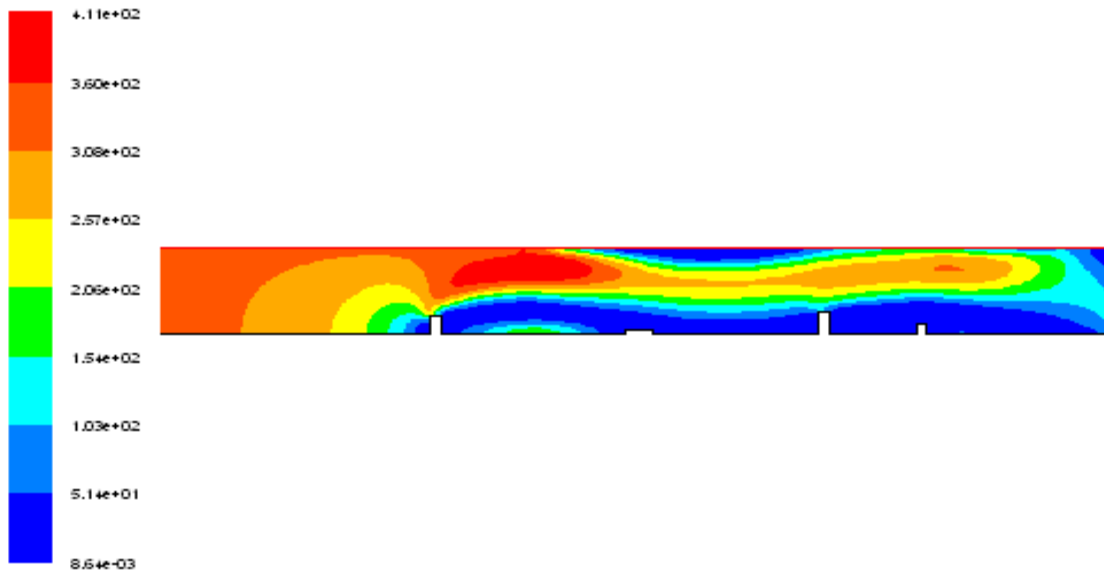


Figure 5-9 : Champ de pression (pascal) à t=40s -(3^{ème} cas)-

4- Cas avec des obstacles courbés :

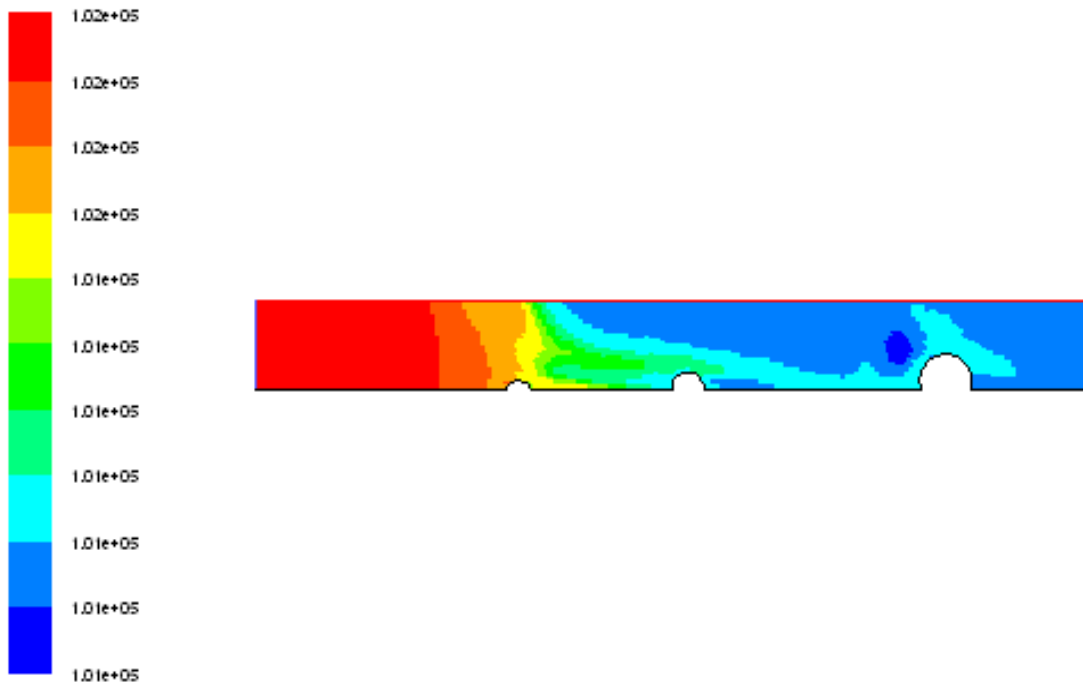


Figure 5-10 : Champ de pression (pascal) à t=10s -(4^{ème} cas)-

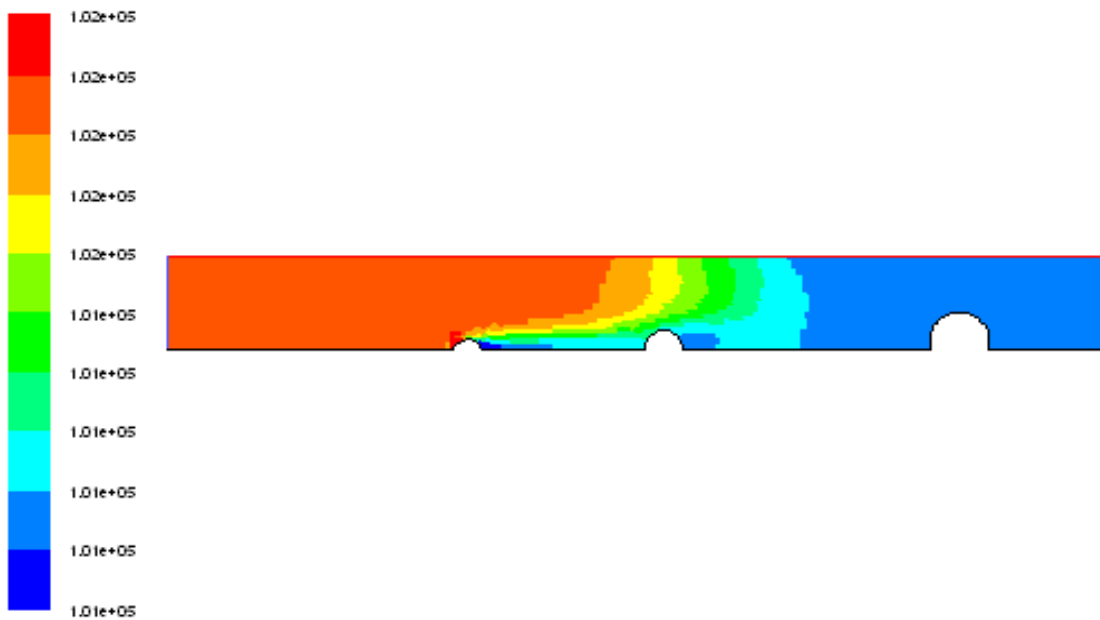


Figure 5-11 : Champ de pression (pascal) à t=20s -(4^{ème} cas)-

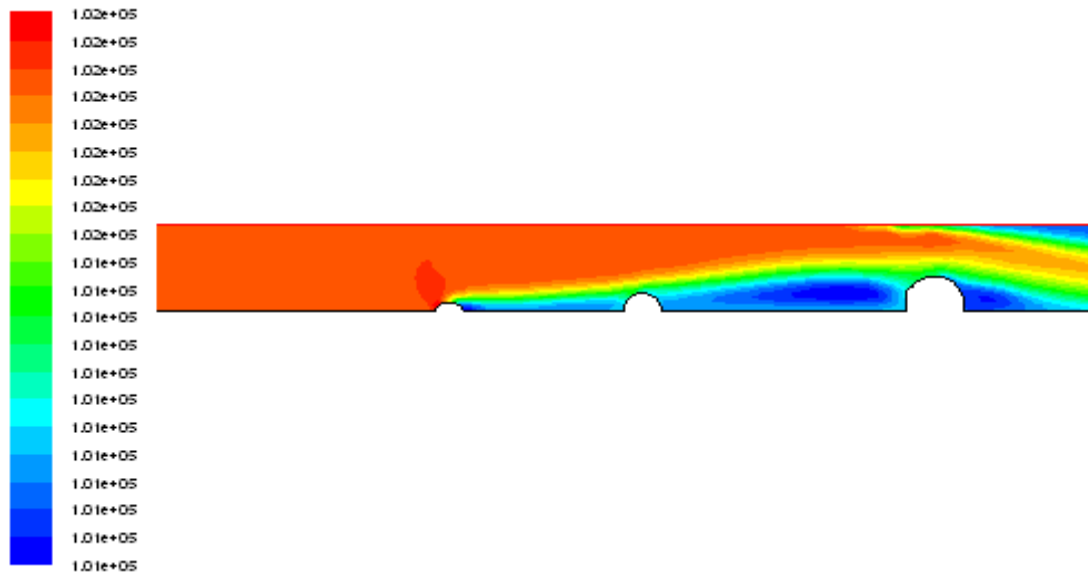


Figure 5-12 : Champ de pression (pascal) à $t=40s$ -(4^{ème} cas)-

On constate que la pression augmente respectivement en temps et en espace dans les différents cas de notre étude et elle est toujours minimale en aval des obstacles, donc on peut conclure que la mobilité et la rugosité du fond ont une grande influence sur la réduction de la pression l'écoulement.

V-2-2- Les profils de la vitesse :

Les figures suivantes présentent respectivement la comparaison de la vitesse longitudinale dans les quatre cas de cette étude.

❖ 1^{er} cas :- canal à fond mobile sans obstacle :

La vitesse à l'entrée est différente de celle de la sortie, donc nous pouvons déduire que l'interaction du mouvement du fond avec le mouvement de l'écoulement augmente respectivement la vitesse longitudinale avec le temps. **Dans la figure (5-26) nous observons une ondulation de l'écoulement à cause de la mobilité du fond.** La vitesse transversale augmente à partir du fond jusqu'à la surface libre donc il y a une couche au fond d'un coefficient de frottement très important.

❖ 2^{ème} cas :- canal à fond mobile en présence d'un seul obstacle :

On constate que la vitesse reste maximale jusqu'à elle atteint l'obstacle, donc la présence de ce dernier provoque un amortissement de la vitesse de l'écoulement. A cause du mouvement du fond et cet obstacle il y a une apparition d'une zone de

recirculation de l'eau en aval de l'obstacle d'une hauteur égale à 0.5m donc à $1/2H$, ce phénomène est plus visuel dans la figure (5-34) des vecteurs vitesses.

❖ *3^{ème} cas :- canal à fond mobile avec 4 obstacles :*

Au temps $T=10s$, on observe que la vitesse sera faible à partir du premier obstacle, donc on déduit qu'il y'a une zone de recirculation d'eau en aval du premier obstacle et entre le troisième et le quatrième obstacle. Le Frottement du fond diminue la vitesse de l'écoulement à côté des obstacles. A partir de 15s la vitesse commence à augmenter à la surface libre mais reste toujours faible autour des obstacles et diminue jusqu'à $t = 40s$ alors il y'a une grande influence des obstacles et la mobilité du fond sur le régime d'écoulement.

❖ *4^{ème} cas :- canal à fond mobile en présence des obstacles ondulés :*

On observe que la vitesse est maximale à l'entrée au temps $T=10s$ et commence à diminuer jusqu'à la sortie, elle est très faible autour du deuxième obstacle. A partir du 20s la vitesse augmente dans la surface libre mais elle est minimale au fond et en aval du deuxième obstacle jusqu'à la sortie. Des zones de recirculation d'eau sont très importantes avec la présence des vitesses négative autour des obstacles donc une forte dissipation d'énergie puis une diminution de la vitesse. On déduit que les ondulations (grande rugosité) du fond diminuent la vitesse de l'écoulement et donnent une forte perturbation de des caractéristiques de l'écoulement.

1- Cas sans obstacle :

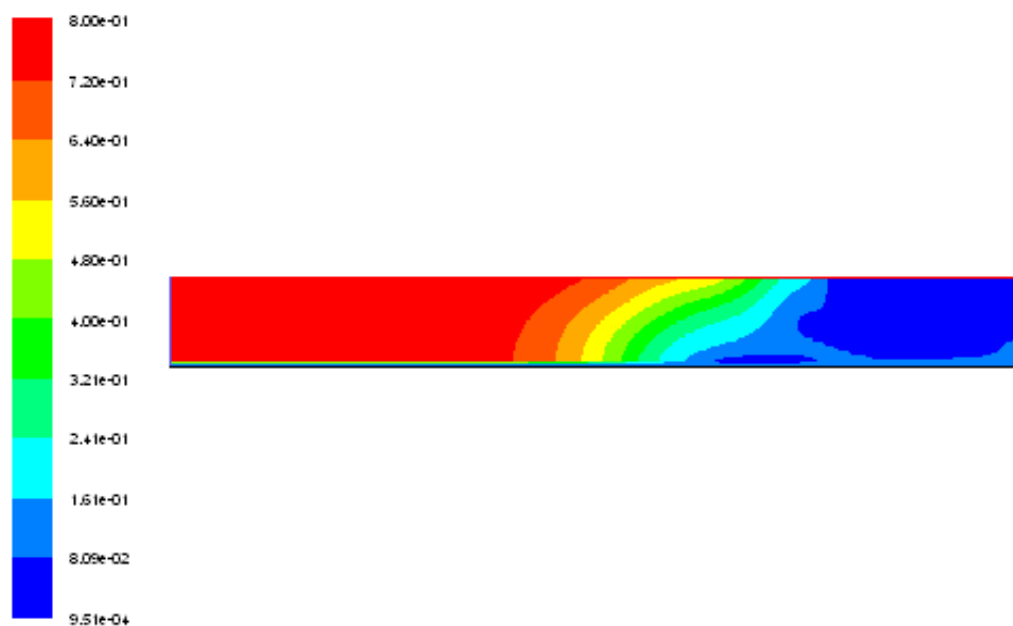


Figure 5-13 : Champ de vitesses totale (m/s) – (1^{er} cas) -

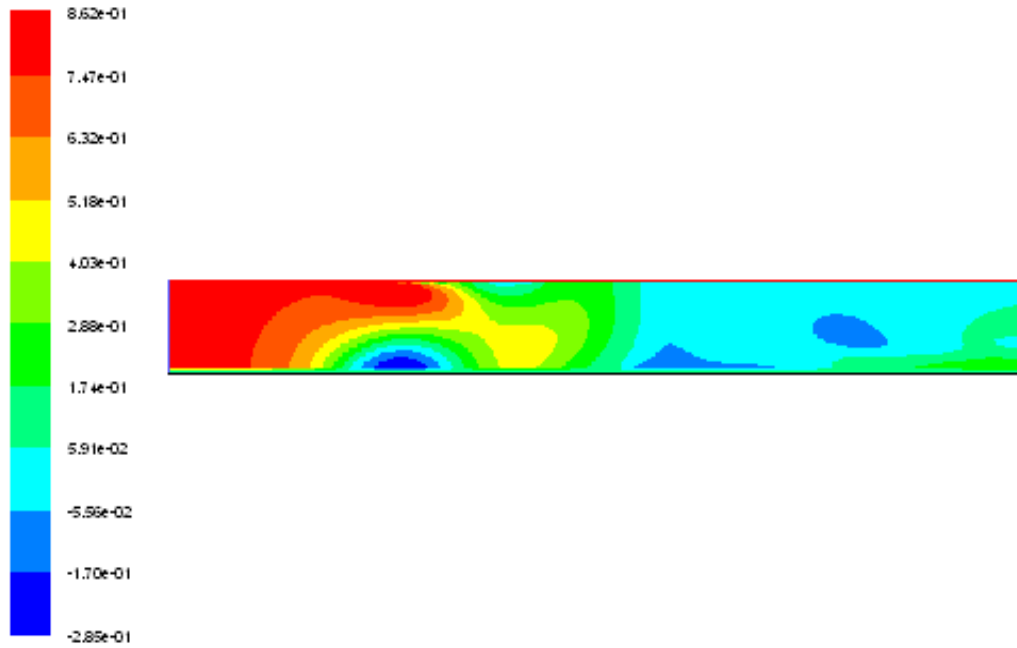


Figure 5-14 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=10s – (1^{er} cas) -

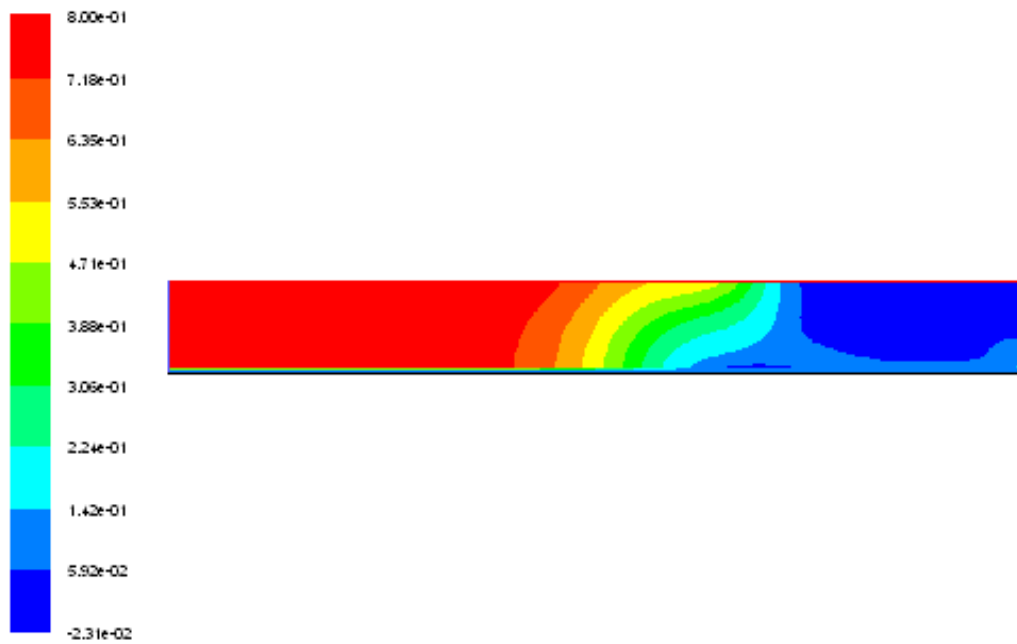


Figure 5-15 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=20s – (1^{er} cas) -

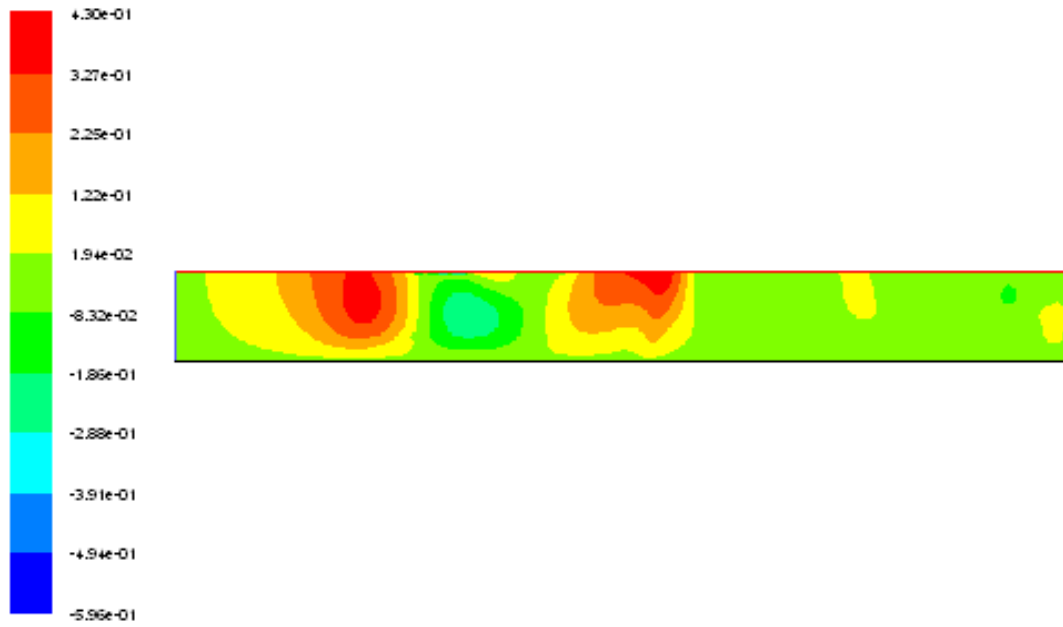


Figure 5-16: Champ de vitesses verticales (m/s)

2- cas d'un seul obstacle :

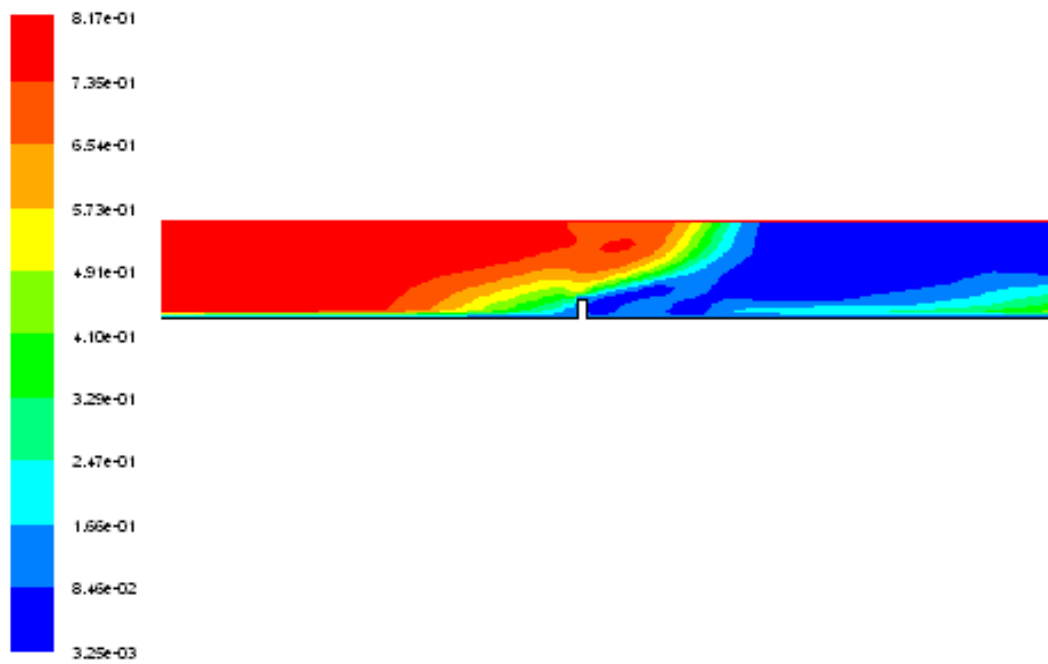


Figure 5-17 : Champ de vitesse totale (m/s)

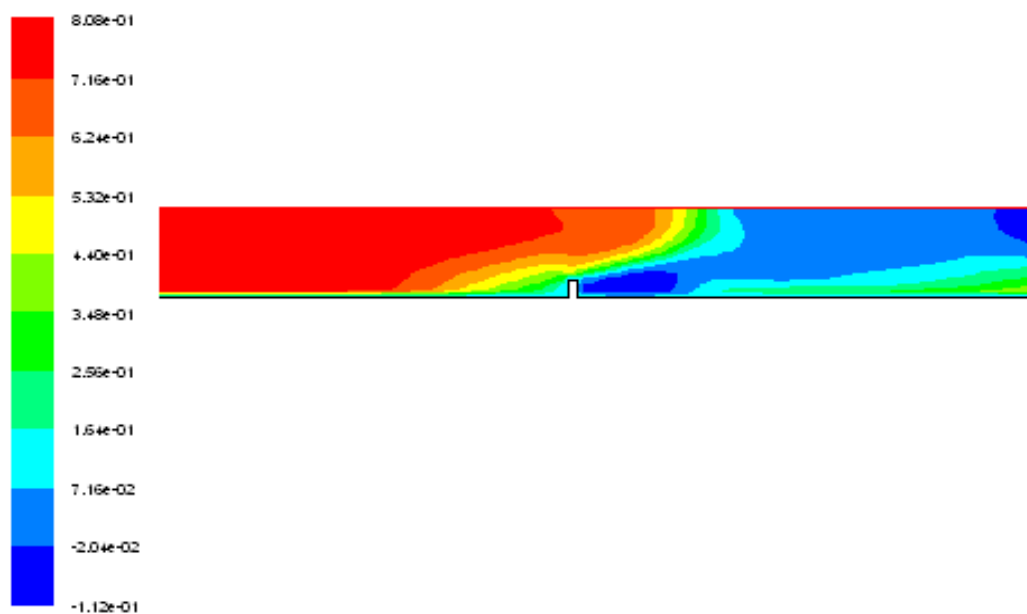


Figure 5-18 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à $t=10s$ – (2^{ème} cas) –

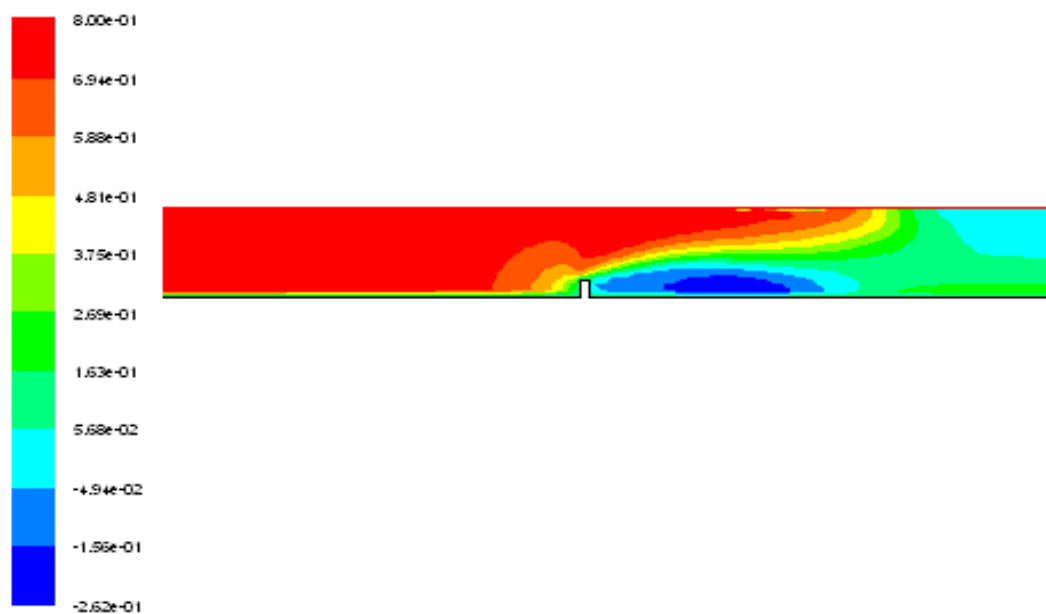


Figure 5-19 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à $t=20s$ – (2^{ème} cas) –

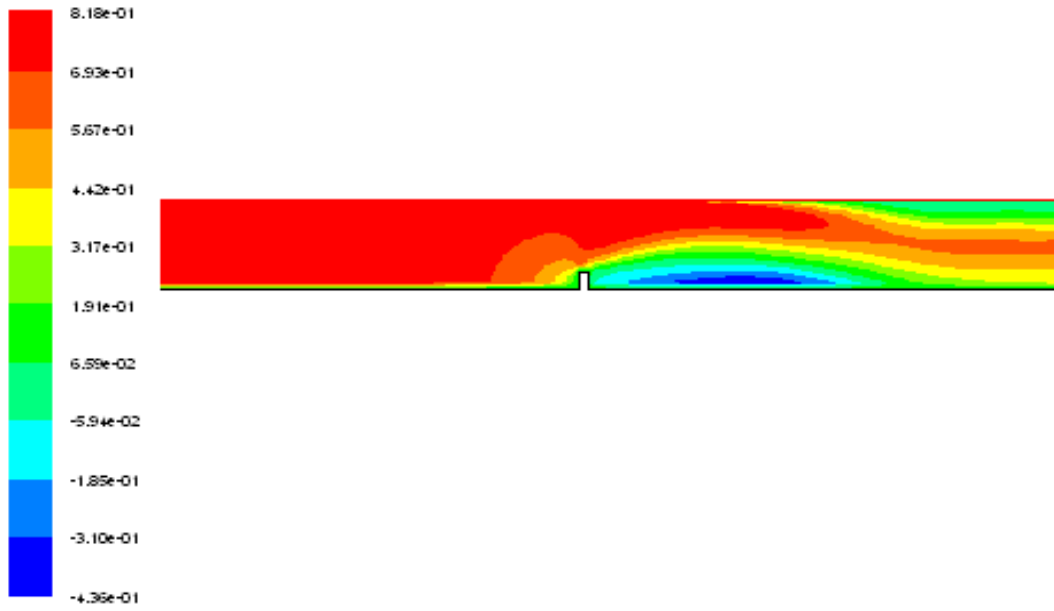


Figure 5-20 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=40s – (2^{ème} cas) –

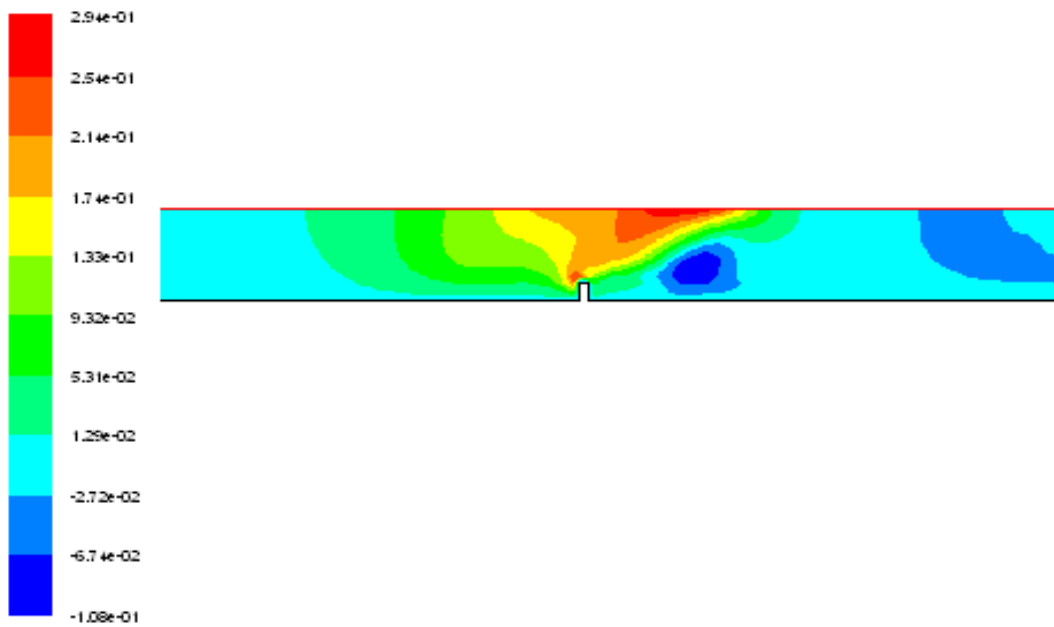


Figure 5-21 : Champ de vitesse transversale (m/s)

3- Cas de plusieurs obstacles :



Figure 5-22 : Champ de vitesse totale– (3^{ème} cas) –

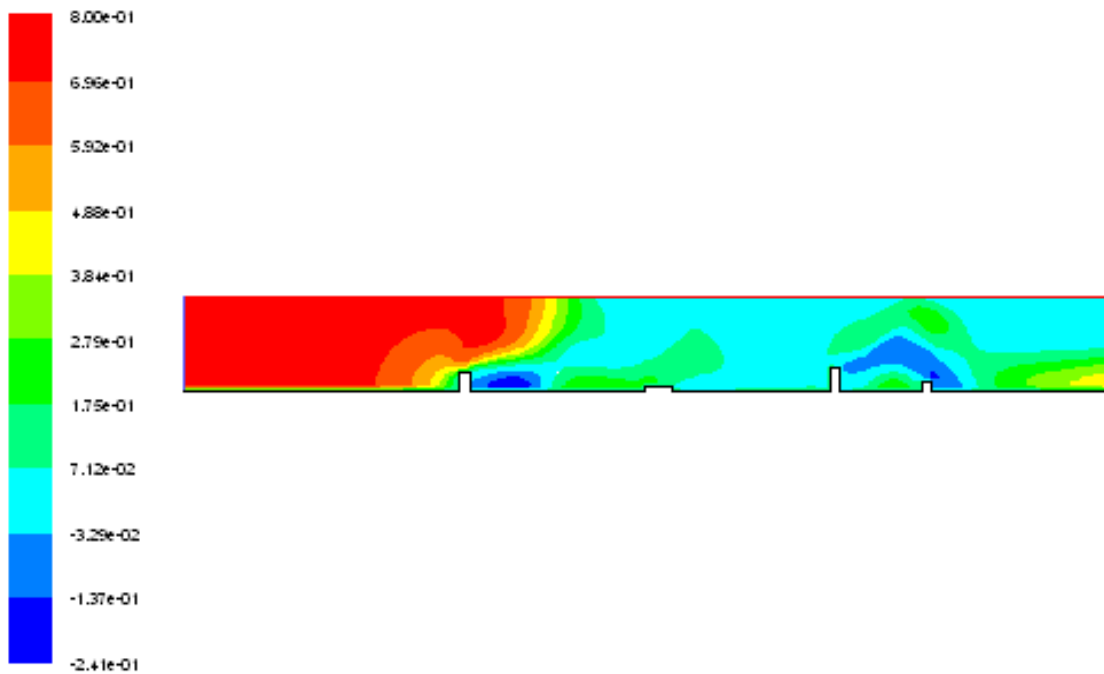


Figure 5-23 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=20s – (3^{ème} cas) –

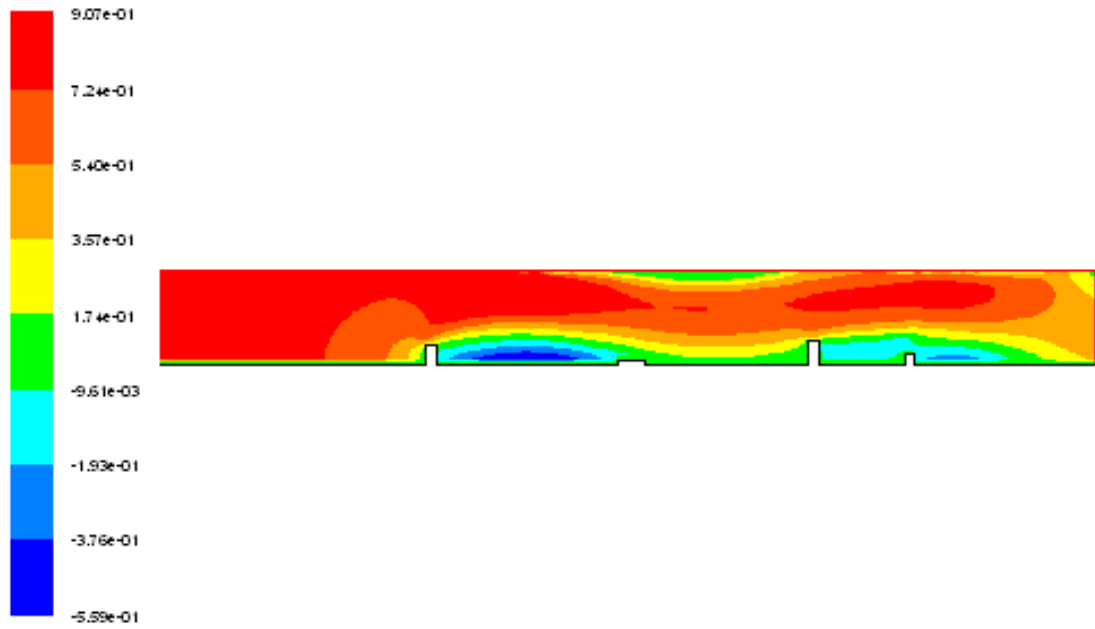


Figure 5-24 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à $t=40s$ – (3^{ème} cas) –

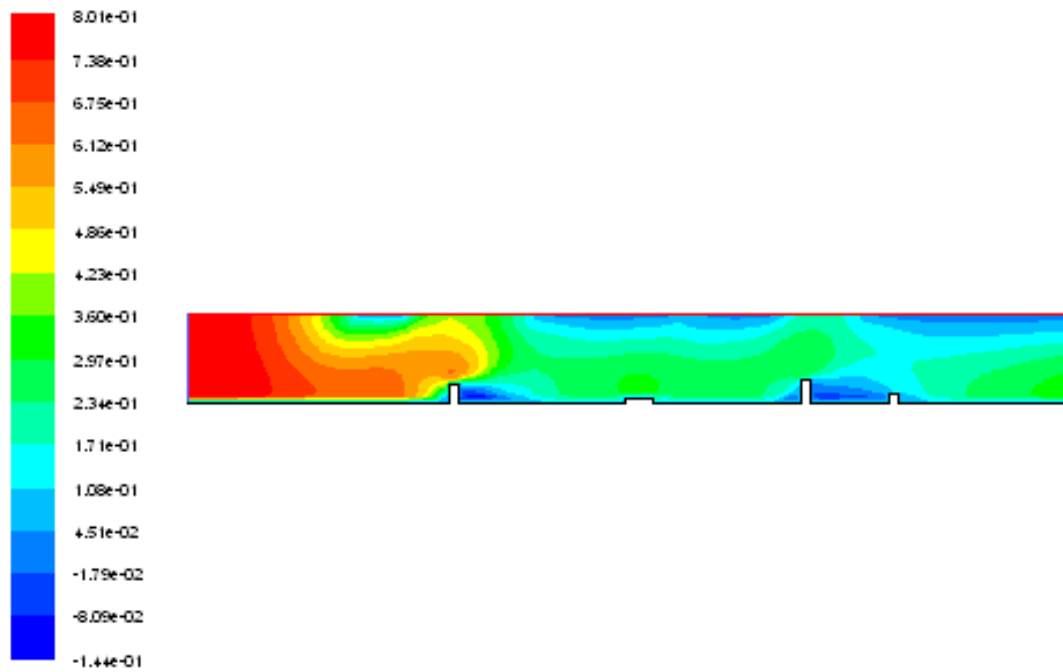


Figure 5-25 : Champ de vitesse verticale – (3^{ème} cas) –

4- Cas des obstacles courbés :

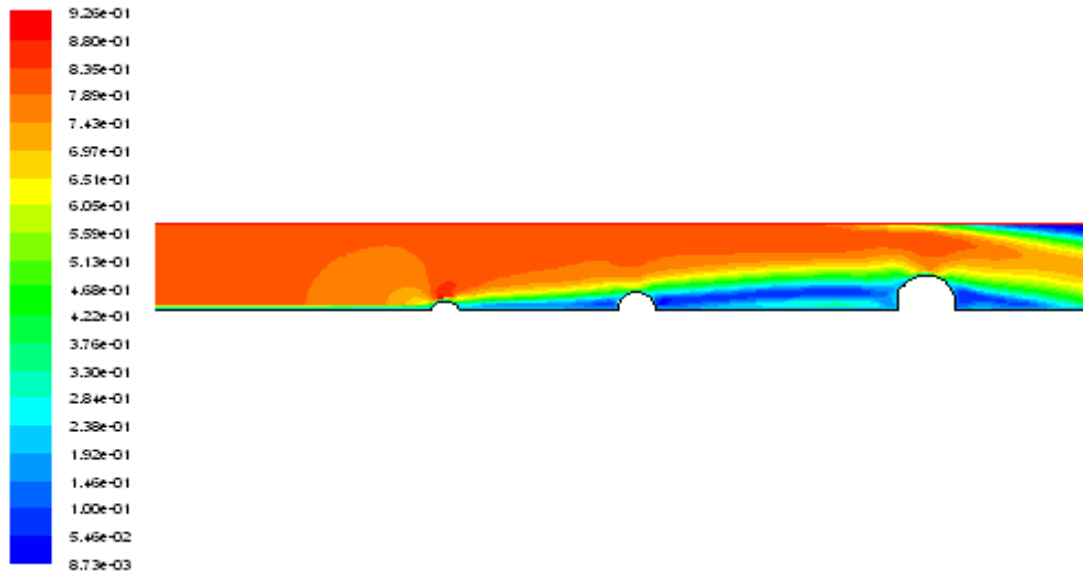


Figure 5-26 : Champ de vitesse totale– (4^{ème} cas) –

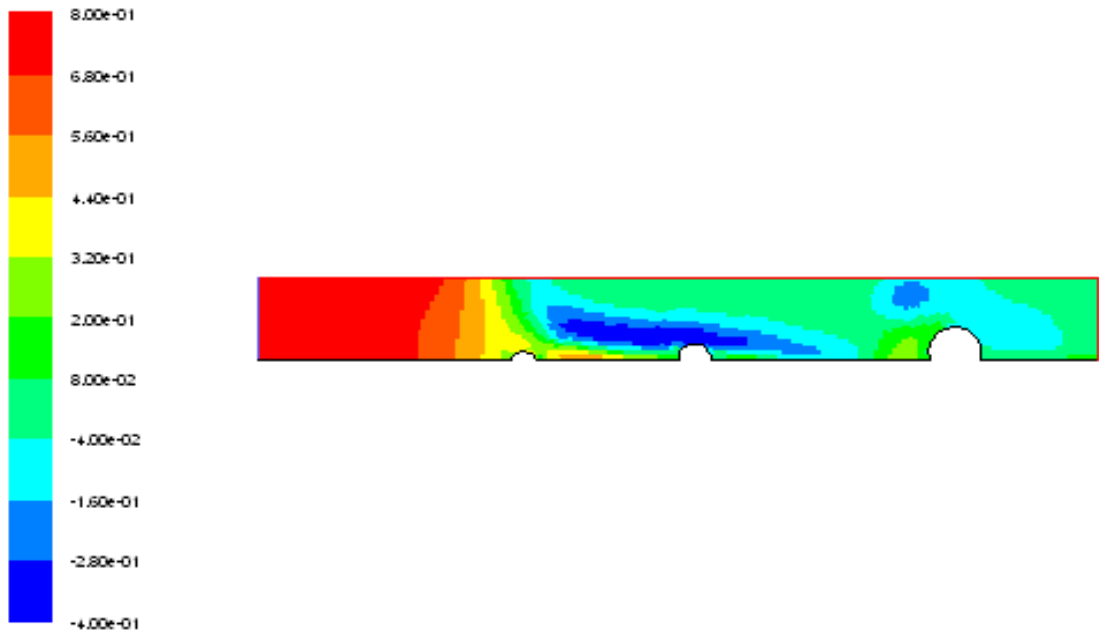


Figure 5-27 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à t=10s – (4^{ème} cas) –

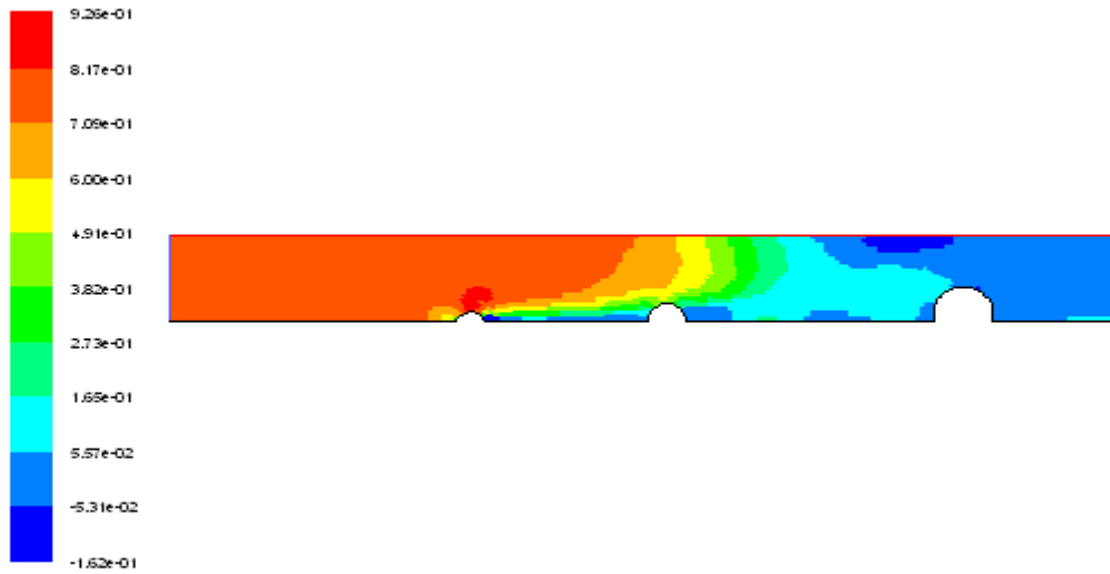


Figure 5-28 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à $t=20s$ – (4^{ème} cas) –

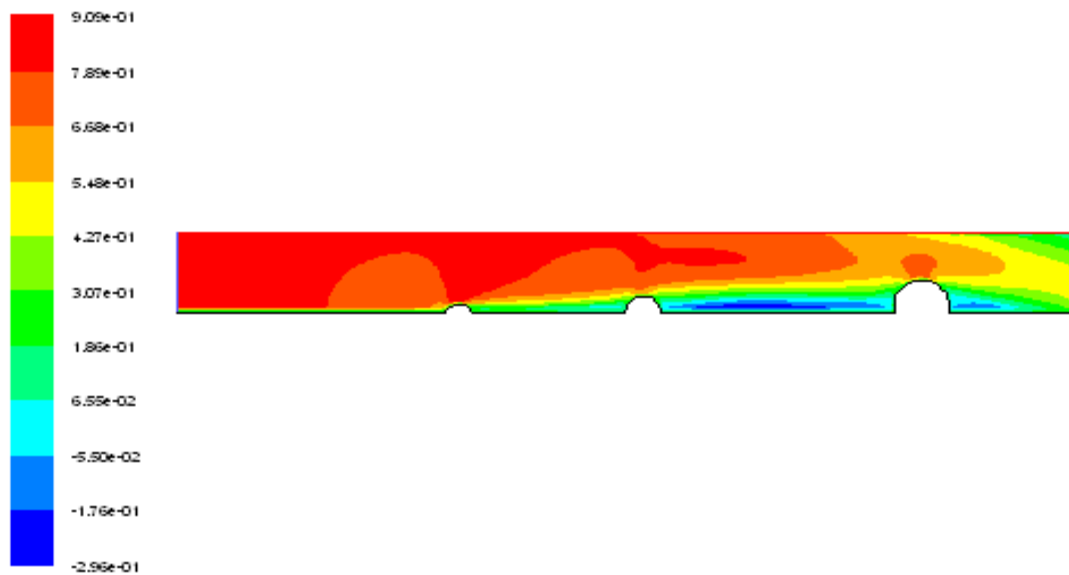


Figure 5-29 : Champ de vitesses longitudinales (m/s) calculé à $t=40s$ – (4^{ème} cas) –

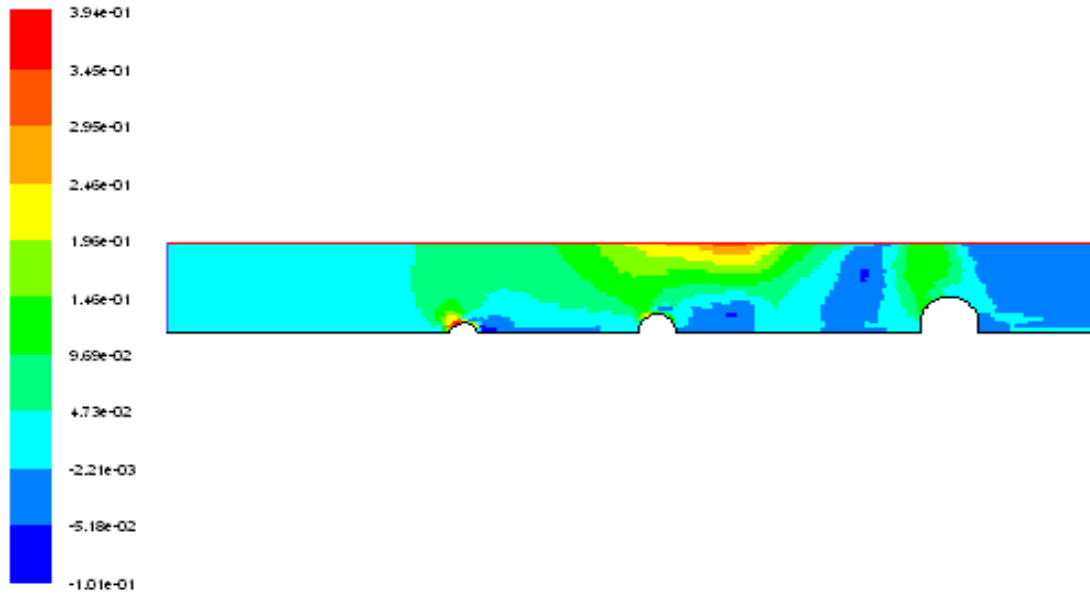


Figure 5-30 : Champ de vitesse verticale – (4^{ème} cas) –

V-2-3- Les vecteurs vitesses :

1- Cas sans obstacle :

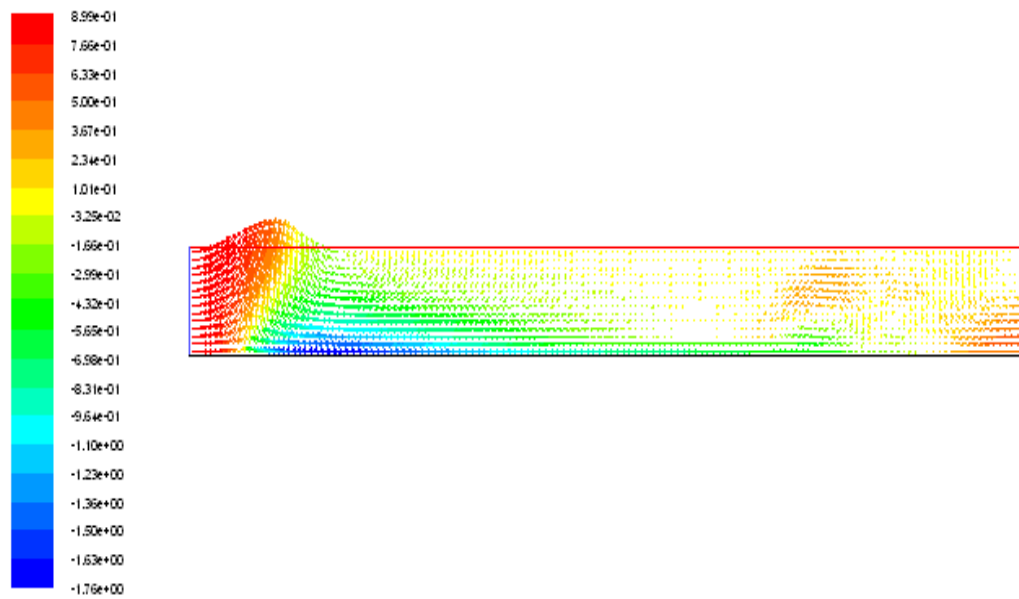


Figure 5-31 : vecteurs des vitesses (m/s) – (1^{er} cas) -

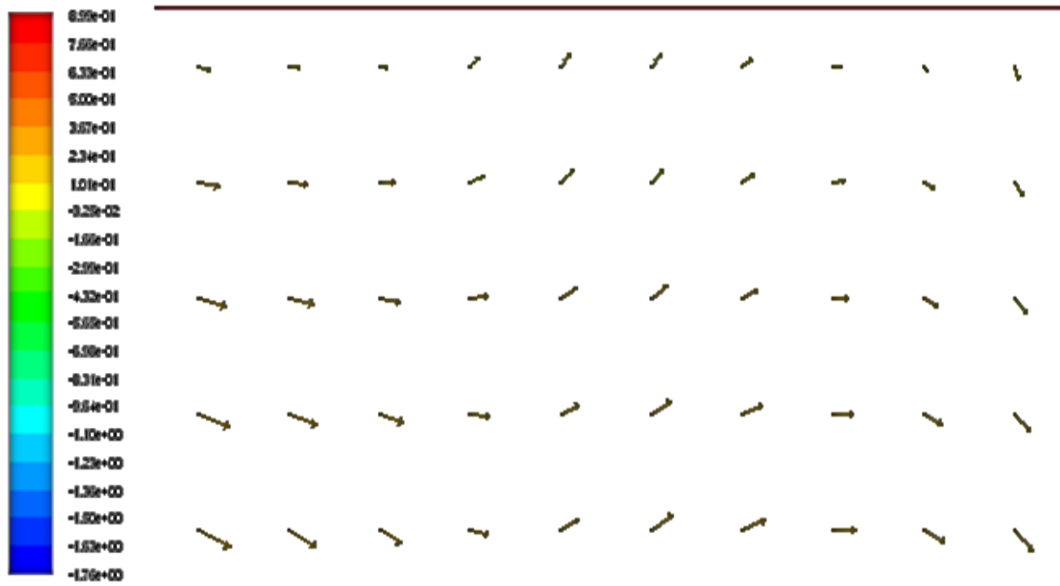


Figure 5-32 : vecteurs des vitesses (m/s) – (1^{er} cas)- avec agrandissement

2- Cas d'un seul obstacle :

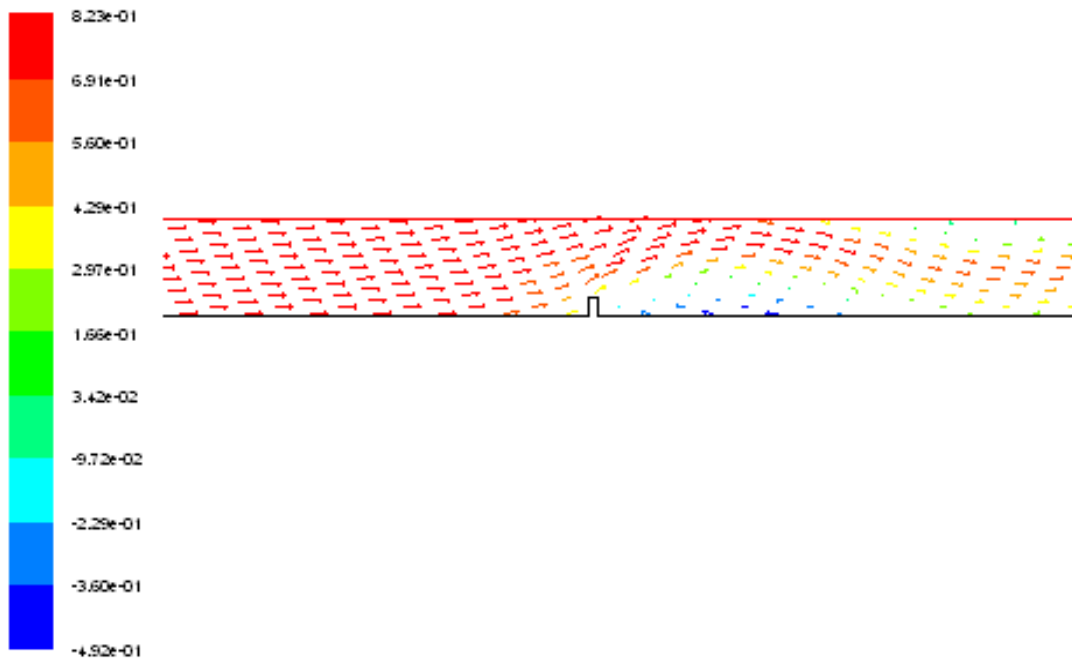


Figure 5-33 : vecteurs des vitesses (m/s) – (2^{ème} cas)-

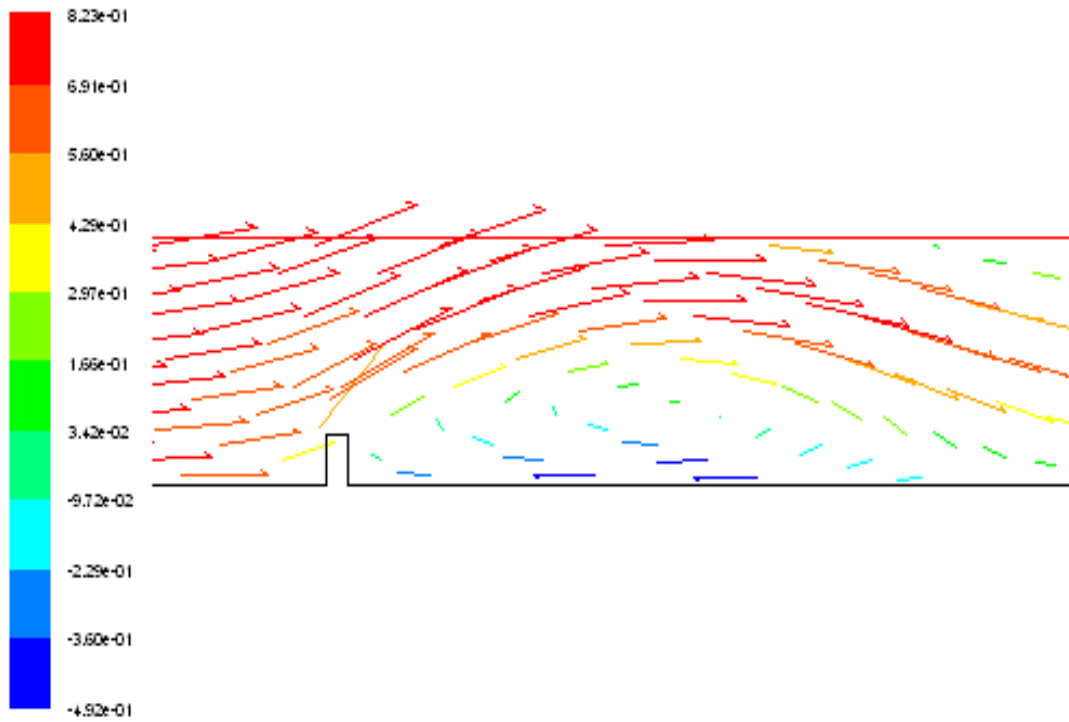


Figure 5-34 : vecteurs des vitesses (m/s) – (2^{ème} cas) - avec agrandissement

3- Cas de plusieurs obstacles :

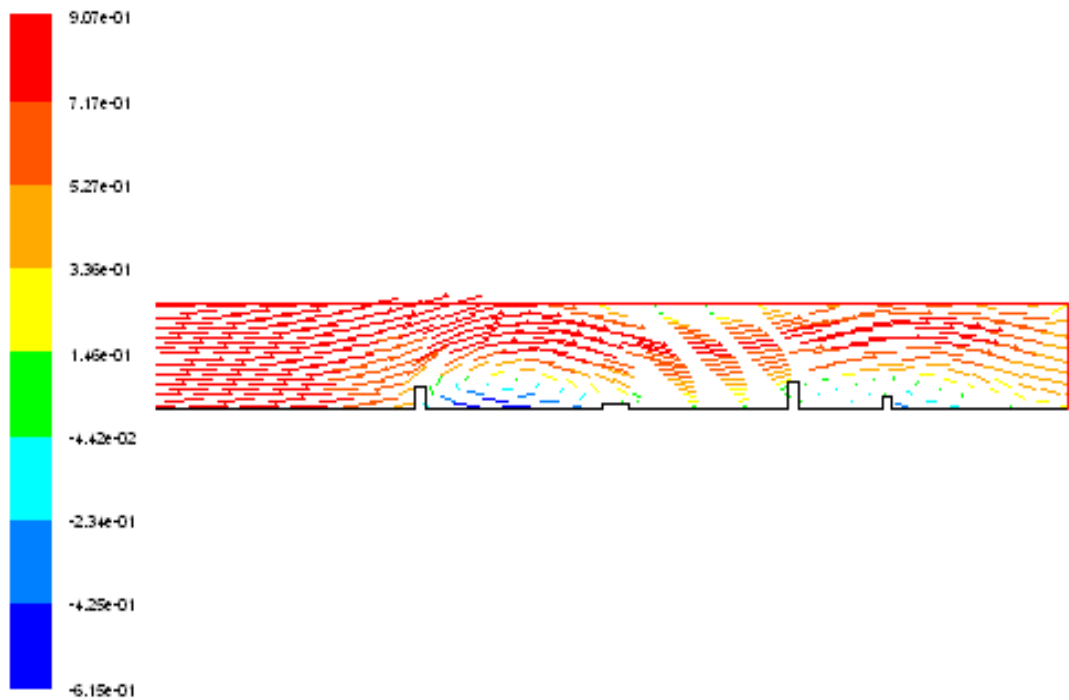


Figure 5-35 : vecteurs des vitesses (m/s) – (3^{ème} cas)-

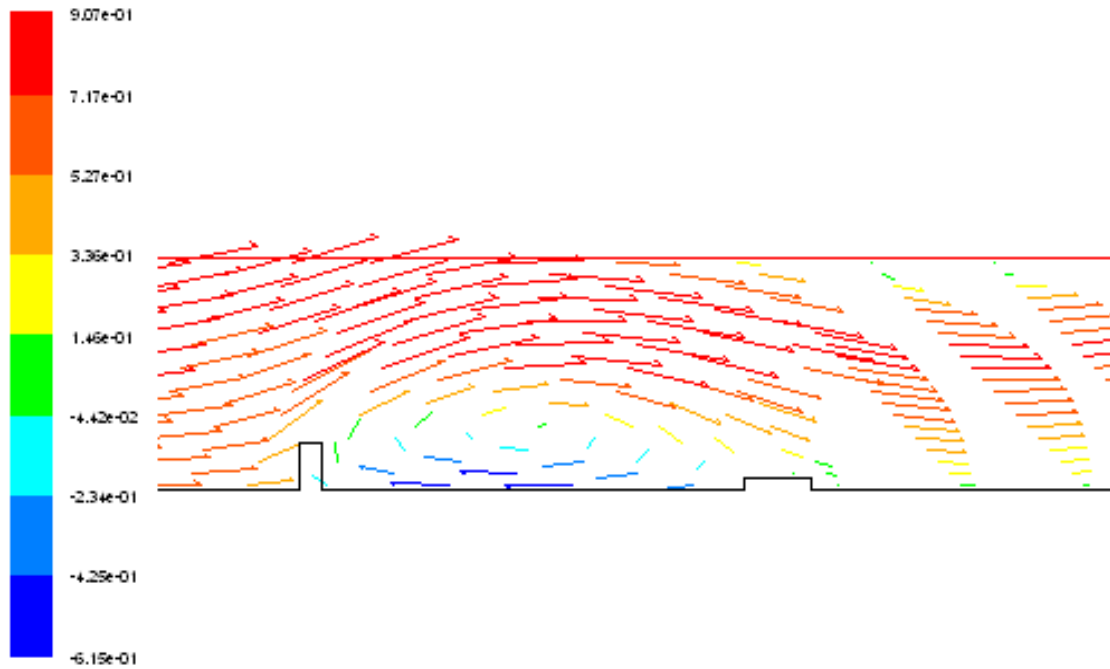


Figure 5-36 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 1^{er} et 2^{ème} obstacle – (3^{ème} cas)- avec agrandissement

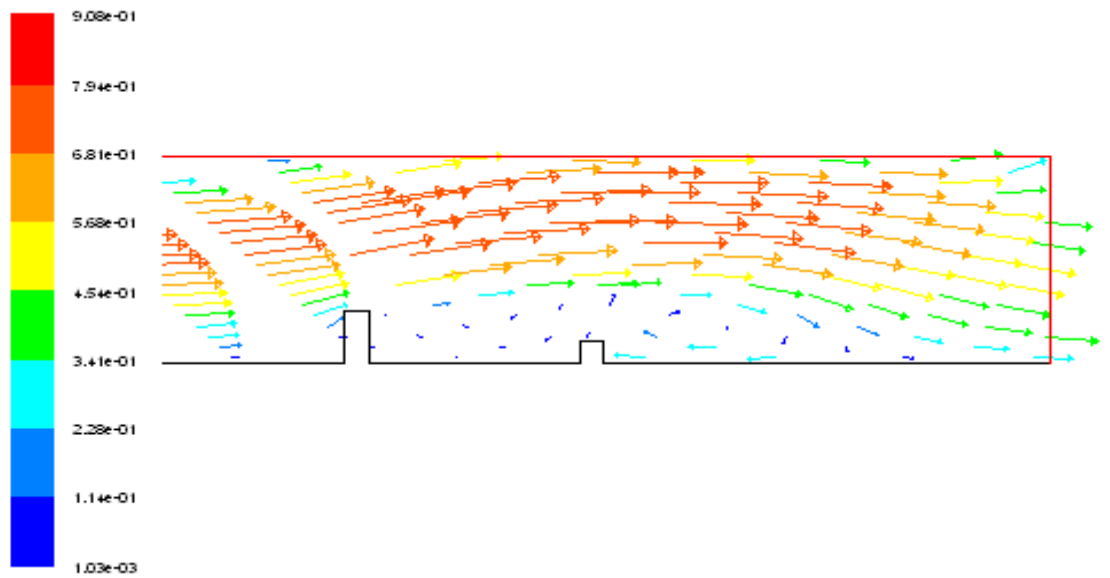


Figure 5-37 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 3^{ème} et 4^{ème} obstacle– (3^{ème} cas)- avec agrandissement

4- Cas des obstacles courbés :

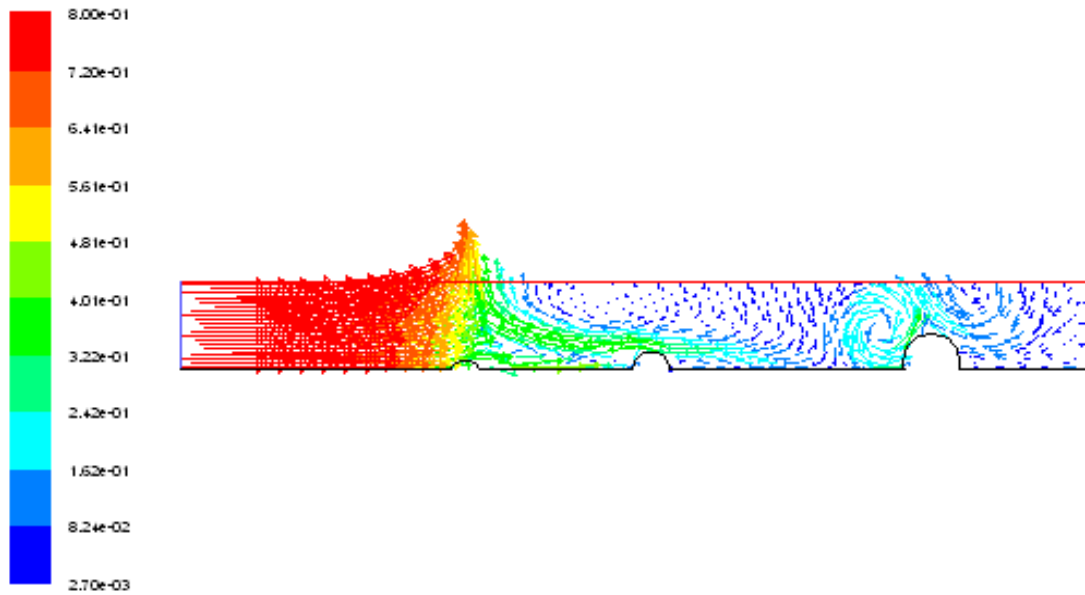


Figure 5-38 : vecteurs des vitesses (m/s) – (4^{ème} cas)-

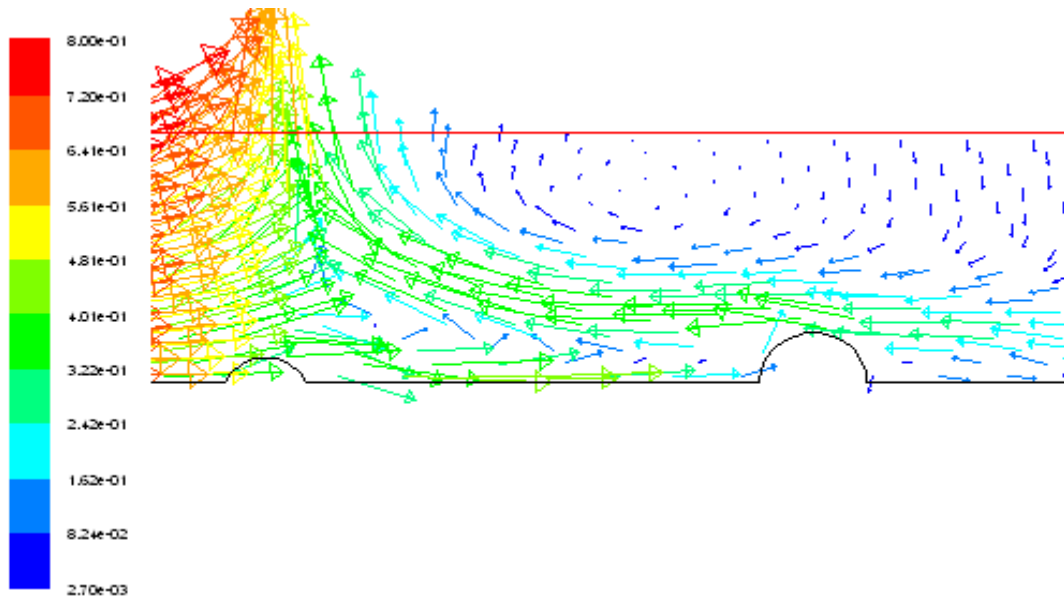


Figure 5-39 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 1^{er} et 2^{ème} obstacle – (4^{ème} cas)- avec agrandissement

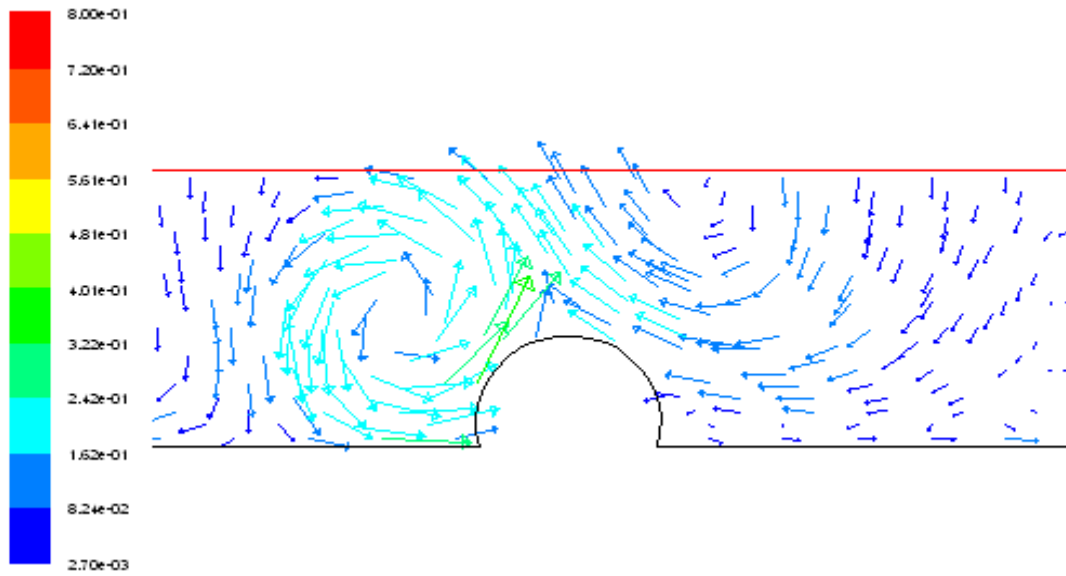


Figure 5-40 : vecteurs des vitesses (m/s) entre le 2^{ème} et 3^{ème} obstacle – (4^{ème} cas) - avec agrandissement

V-2-4- Profil de la variation de la vitesse à la surface libre :

1- Cas d'absence d'obstacle :

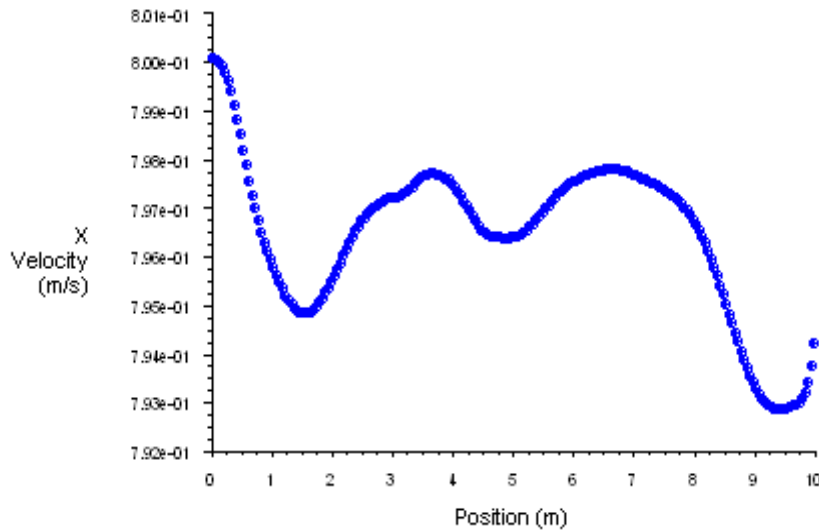


Figure 5-41 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre (1^{er} cas)

2- *Cas d'un obstacle :*

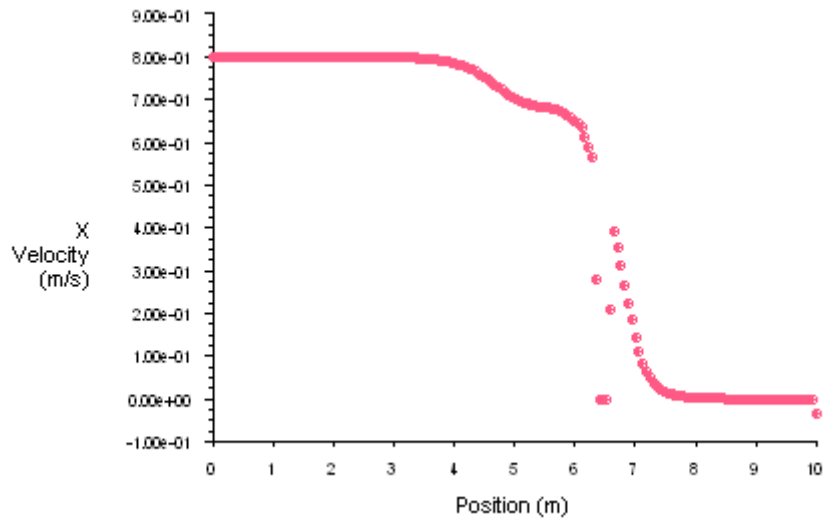


Figure 5-42 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre – (2^{ème} cas)

3- *Cas de plusieurs obstacles :*

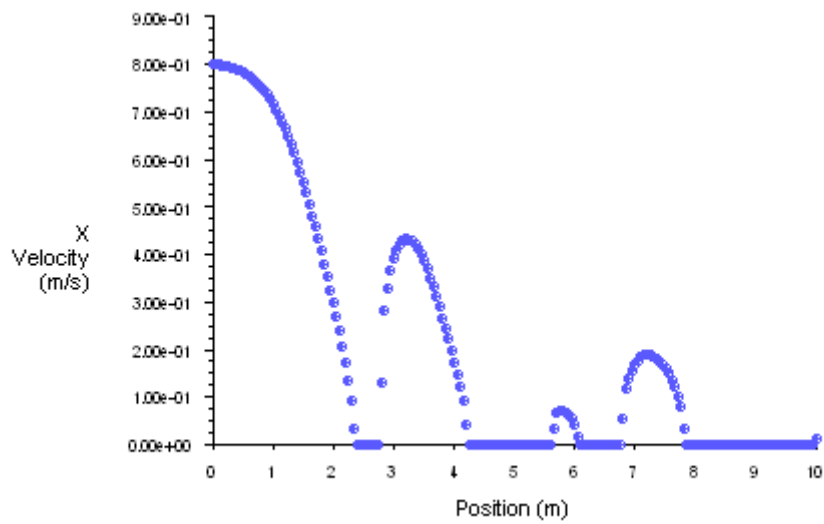


Figure 5-43 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre – (3^{ème} cas)

4- Cas des obstacles courbés :

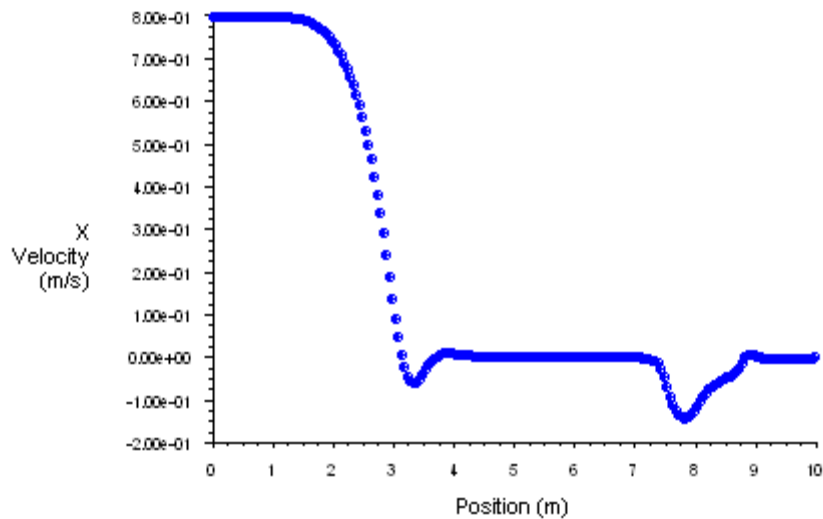


Figure 5-44 : profil de la variation de la vitesse a la surface libre – (4^{ème} cas)

D'après les figures ci-dessus et d'après la loi de conservation on distingue que dans les zones où la vitesse d'écoulement diminue la charge hydraulique augmente. Ces zones sont situées au tour des obstacles (rugosité du fond et frottement très importants) et à la sortie du canal.

Donc pour le troisième et le quatrième cas, on observe des perturbations de la hauteur d'eau dans le canal d'après les profils de vitesses comme le montre les profils suivants (figures : 4-45,4-46,4-47,4-48), il signifie qu'on a une influence majeure de la mobilité et la rugosité du fond.

V-2-5- Les profils de la variation de la charge hydraulique :

Les figures suivantes représentent les résultats calculés de la hauteur de la surface libre obtenue pour les quatre cas d'étude.

En remarque d'importantes variations des hauteurs d'eau et on observe, en particulier :

- ✓ Une diminution des hauteurs d'eau par rapport à la hauteur à l'amont des obstacles, dans la zone où les vitesses augmentent (pour les zones de recirculation d'eau).
- ✓ une légère augmentation du tirant d'eau juste en amont des obstacles dans les trois cas derniers.

- ✓ Une très petite diminution de la charge hydraulique remarquée à la sortie du canal par rapport à l'entrée qui est due à la diminution de la vitesse par le fait de la rugosité et la mobilité du fond, donc on peut déduire qu'on a une forte influence de ces derniers sur la variation de la charge hydraulique.

1- Cas d'absence d'obstacle :

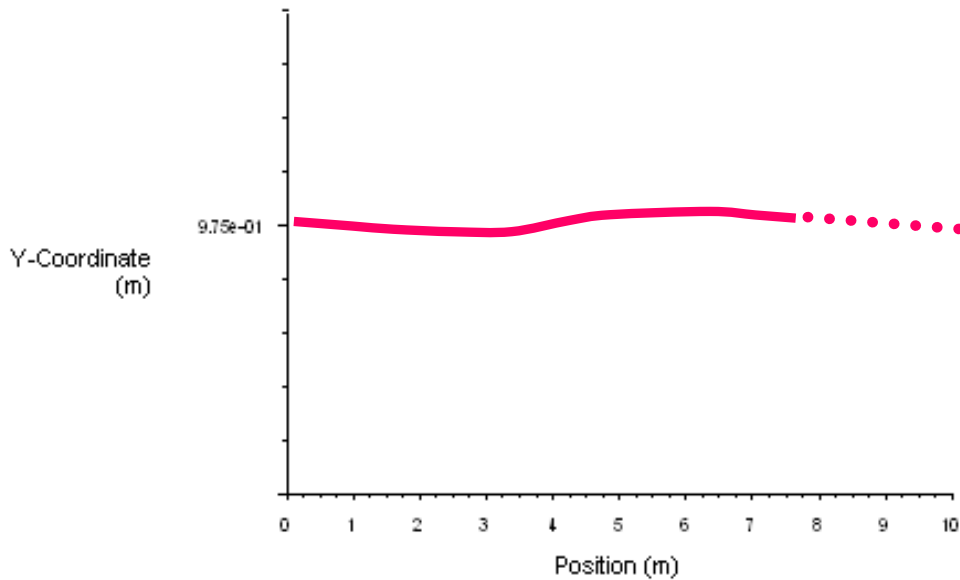


Figure 4-45: Profil des hauteurs d'eau longitudinale –(1^{er} cas)-

2- Cas d'un seul obstacle :

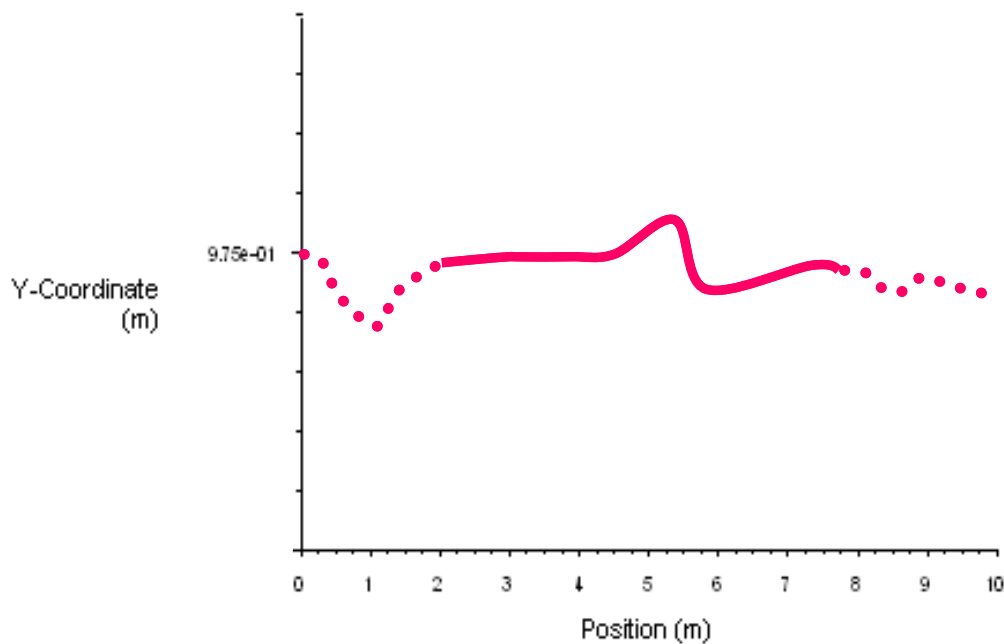


Figure 4-46: Profil des hauteurs d'eau longitudinale –(2^{ème} cas)-

3- cas de plusieurs obstacles :

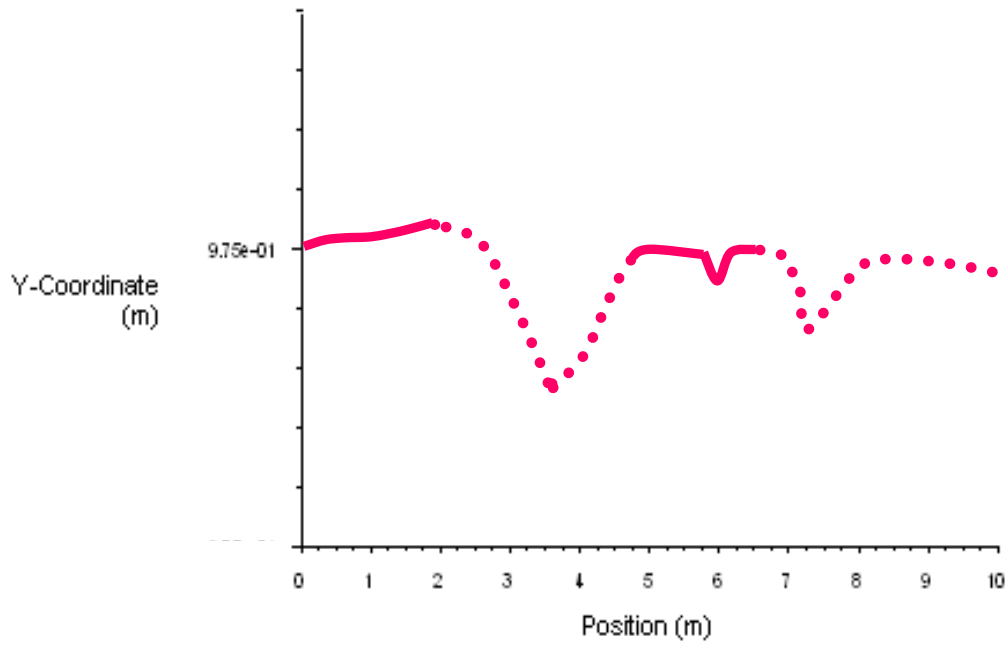


Figure 4-47: Profil des hauteurs d'eau longitudinale –(3^{ème} cas)-

4- Cas des obstacles courbés :

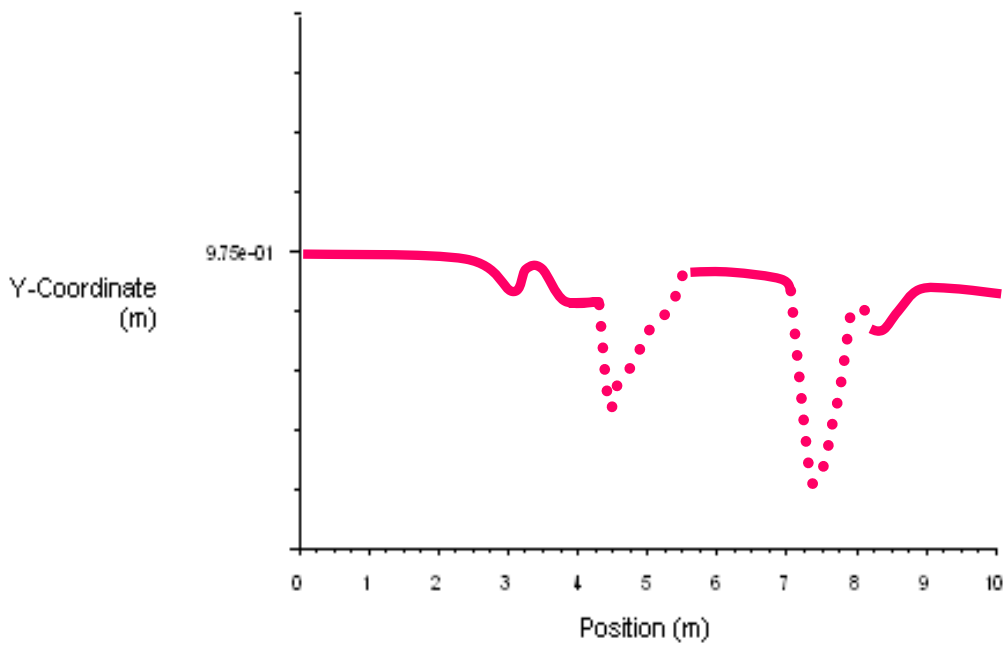


Figure 4-48: Profil des hauteurs d'eau longitudinale –(4^{ème} cas)-

V-3- Résultats de calcul des pertes de charge :

D'une manière générale l'utilisation des formules universelles (formule de Thijsse, Powell, Crump) rencontre bien des oppositions de la part de nombreux hydrauliciens qui leur préfèrent les formules de Bazin, Manning, Strickler, etc. [3].

Il faut cependant faire remarquer que ces formules nouvelles présentent une structure plus conforme aux lois de la mécanique que les formules empiriques souvent établies d'après les résultats d'expériences faites dans un domaine assez limité et employées par la suite dans tous les cas possible avec des exploitations que ceux qui les utilisent ne soupçonnent même pas. [3].

Pour cela, on a utilisé la formule de Manning- Strickler dans notre étude, passant par les étapes suivantes :

- ✚ Calcul du rayon hydraulique : on a trouvé $R_h = 0.6m$
- ✚ Calcul de K_s : d'après la rugosité du fond et le tableau des coefficients de rugosité de Manning et de Strickler [5], on a estimé la valeur de K_s .
- ✚ Calcul de la pente de la ligne de charge : on a utilisé la formule suivante :

$$J_e = \frac{v^2}{K_s^2 R_h^{4/3}} \tag{5-1}$$

- ✚ Calcul de la perte de charge : $\Delta H = J_e \cdot L$ (5-2)

Donc les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau V-1 : Résultats de calcul des pertes de charge

<i>calcul de Cas</i>	K_s	J_e	ΔH
<i>Sans obstacle</i>	100	0.00013	0.0013 m
<i>Un seul obstacle</i>	80	0.00020	0.0020 m
<i>Plusieurs obstacles</i>	40	0.00063	0.0063 m
<i>Obstacles ondulés</i>	25	0.0021	0.021 m

On distingue qu'on a une forte perte de charge dans le cas des obstacles courbés (fond ondulé).

CHAPITRE VI

CONCLUSION ET
PERSPECTIVE

Conclusion :

Dans les canaux à surface libre l'influence du fond mobile et le frottement produit par ce mouvement sur le comportement de l'écoulement est très importante surtout sur la charge hydraulique.

Dans cette étude on a présenté la simulation d'un écoulement instationnaire à surface libre dans un canal à fond mobile bidimensionnel. L'étude a porté sur plusieurs cas en variant la rugosité du fond par l'utilisation des différentes formes et nombre d'obstacles (fond : sans obstacle, avec un seul obstacle, avec plusieurs obstacles et fond ondulé).

La méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre les équations de transport non linéaire (de forme convection-diffusion) en l'occurrence des équations de quantité de mouvement et l'équation de continuité.

Cette simulation a été réalisée en utilisant le code de calcul FLUENT pour les quatre cas proposés concernant un canal à fond mobile..

D'après les résultats obtenus, les interactions des mouvements respectifs entre le fond et le fluide provoque une augmentation de la vitesse longitudinale avec le temps, par contre, la vitesse verticale augmente dans le cas où il y'a pas d'obstacle. Cependant dans les autres constitués d'obstacles on déduit qu'il y'a un amortissement, donc une diminution de la vitesse de l'écoulement et aussi une présence de zones de recirculation de l'eau en aval de ces obstacles.

On en déduit alors qu'il y'a une perturbation dans la hauteur d'eau après quelques secondes dans le premier cas. Dans les autres cas où il y'a des obstacles nous pouvons conclure que la hauteur d'eau augmente fortement dans la zone de contact de l'écoulement avec l'obstacle.

La charge hydraulique diminue à la sortie du canal par rapport à l'entrée par le fait des obstacles. Donc l'influence de la rugosité et la mobilité du fond sur la charge hydraulique est très importante. Les pertes de charge calculées pour les différents cas d'étude sont très importantes dans les zones où se situent les obstacles, ce qu'il explique la variation de la charge le long du canal.

Perspectives :

La suite de ce travail serait dirigée vers les études de :

- ✓ Modélisation mathématique à trois dimensions de la totalité des écoulements instationnaires à fond mobile avec des travaux expérimentaux.
- ✓ Modélisation avec un maillage non structuré.

Référence bibliographique :

- [1] Afzalimehr Hossein et Anctil François « Vitesse de frottement associée à un écoulement non uniforme et une rugosité relative intermédiaire ». *Journal De Recherches Hydrauliques*, Vol. 39, pp 181-186. (2001).
- [2] Boudiaf.H. « Contributions à l'étude d'un écoulement turbulent homogène et isotrope dans les canaux à surface libre ». *Mémoire de Magistère en hydraulique*. Université de BATNA. (2009).
- [3] Carlier M. « Hydraulique générale et appliquée ». *Collection de la direction des études et recherches d'électricité de France*, pp 323-449. (1972).
- [4] Celik I. and Rodi W. « Simulation of free-surface effects in turbulent channel flows. » *Physico Chemical Hydrodynamics*, 5(3/4), pp 217-227. (1984).
- [5] *Fluent 6: Users's Guide*. Fluent Incorporated. Fluent (2003).
- [6] Gibson M. M. and Rodi W. « Simulation of free surface effects on turbulence with a Reynolds stress model » *Journal of Hydraulic Research, IAHR*, 27(2), pp 233-244. (1989).
- [7] Graf. W. H., Altinakar. M. S. « Hydraulique fluviale : écoulement permanent uniforme et non uniforme » *Tome 1, Traité de Génie Civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presse polytechnique et universitaire romanes* (1993).
- [8] Graf. W. H., Altinakar. M. S. « Hydraulique fluviale : écoulement non permanent et phénomènes de transport » *Tome 2, Traité de Génie Civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presse polytechnique et universitaire romanes* (1996).
- [9] Hanif Chaudhry. M. « *Open-Channel Flow* » *Second Edition*. Springer Science +Business Media, LLC, 233 Spring Street, New York, NY 10013, USA. (2008).
- [10] Hervouet. J.-M. « *Hydrodynamics of Free Surface Flows: Modelling with the Finite Element Method* ». John Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 978-0-470-03558-0. (2007)
- [11] Hinze J. O. « Experimental investigation on secondary currents in the turbulent flow through a straight conduit » *Appl. Sci. Res.*, 28, pp 453-465. (1975).
- [12] Javier Aparicio & Berezowsky Moises « a mathematical model for unsteady supercritical flow on a mobile sandy bed » *Hydrological Sciences - Journal — des Sciences Hydrologiques*, pp 313-327, (1987).
- [13] Kleinhans, M. G., and van Rijn, L. C. « Stochastic prediction of sediment transport in sand-gravel bed rivers. » *J. Hydraul. Eng.*, 128-4-, pp 412–425. (2002).

- [14] Labiod Chouaib « écoulement à surface libre sur fond de rugosité inhomogène » thèse de doctorat N 2242, Ecole doctorale de Toulouse -Sciences de l'Univers, de l'Environnement et de l'Espace, (2005).
- [15] Muller A. and Studerus X. « Secondary flow in an open channel » Proc of 18th IAHR Congress, Cagliari, 3, pp 19-24. (1979).
- [16] Naot D. and Rodi W. « Calculation of secondary currents in channel flow » Journal of the Hydraulic Division, ASCE, 108(8),pp 948-968. (1982).
- [17] Navier C. « Mémoire sur les lois du mouvement des fluides ». Mémoires de l'Académie des Sciences, N° 6, pp389-416. (1823).
- [18] Popa. L. C. « Modélisation numérique du transfert thermique · Méthode des volumes finis ». (2002).
- [19] SAINT-VENANT A.J.C. « Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit ». Compte-Rendu à l'Académie des Sciences de Paris, N° 73, pp 147-154. (1871).
- [20] Simon L. « Contribution to the modelling of surface water flow and transport ». Th. D. Paris, France, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. (1994).
- [21] Shi Yu-e « Résolution numérique des équations de Saint-Venant par la technique de projection en utilisant une méthode des volumes finis dans un maillage non structuré », Université de Caen - Basse Normandie U.F.R. de sciences thèse d doctorat, (2006).
- [22] Thual O. Dérivation des équations de Saint-Venant.<http://www.enseiht.fr/~thual/otapm/ondderisv/index.htm> 2003b.
- [23] Van Rijn, L. C. “Sediment transport, Part III: Bed forms and alluvial roughness.” J. Hydraul. Eng., 110(12), pp 1733-1754. (1984).
- [24] Vazquez. J. « hydraulique à surface libre ». (Systèmes Hydrauliques Urbains – ENGEES). pp 5-71.
- [25] Versteeg. H. K. and Malalasekera .W. « An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method », Longman Group Ltd (1995).
- [26] Zaouali Sahbi « structure et modélisation des écoulements à surface libre dans des canaux à rugosité inhomogène ». Thèse de doctorat institut national polytechnique de Toulouse, (2008).
- [27] Zemen O. and Lumely J. L. « Modeling buoyancy-driven mixed layers. » J. Atmos. Sci. 33, p1974. (1976).

[28] Zhaosong. Qu. « Unsteady open-channel flow over a mobile bed ». thèse de doctorat N 2688. École polytechnique fédérale de Lausanne. (2002).

[29] Wang Z. Q. and Cheng N. S. « Time-mean structure of secondary flows in open channel with longitudinal bedforms. » *Advances in Water resources*, pp 1-16 (Article in press). (2006).