

N° d'ordre : /2016/DM

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITÉ DE BATNA

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE

THÈSE PRÉSENTÉE POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

DOCTORAT EN SCIENCE

EN

MÉCANIQUE

Option : ÉNERGÉTIQUE

PAR

Mme BENKHERBACHE SOUAD

**SIMULATION NUMÉRIQUE DIRECTE DE LA CONVECTION DANS DES
TUBES COAXIAUX**

Soutenue le.....

JURY

Pr. BEN MOUSSA Hocine	Université de Batna	Président
Pr. SI-AMEUR Mohamed	Université de Batna	Rapporteur
Pr. RAHAL Samir	Université de Batna	Examineur
Pr. ZEGADI Rabah	Université de Sétif	Examineur
Pr. SI-ABDELLAH Maayouf	Université de M'sila	Examineur
M.C.A. IHADADDENE Nabila	Université de M'sila	Examinatrice

Remerciements

Je remercie Dieu tout puissant qui m'a donné la santé, le courage, l'endurance et la volonté jusqu'à l'accomplissement de ce travail.

Mes vifs remerciements et ma gratitude vont à mon directeur de thèse,

Mr **Si-Ameur Mohamed**, Professeur à l'Université de Batna de m'avoir encadré, guidé, encouragé et conseiller le long de mon travail de recherche.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Mr **Ben moussa Hocine**, Professeur à l'Université de Batna, qui ma honorer en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Mes vifs remerciements vont également à, **M^{lle} Ghaddadène Nabila**, Maître de Conférence A à l'Université de M'sila et Messieurs, **Rahal Samir**, Professeur à l'Université de Batna, **Si-Abdallah Mayouf**, Professeur à l'Université de M'sila et **Zegadi Rabah**, Professeur à l'Université de Sétif pour avoir accepté de faire partie du jury

Enfin je remercie tous ceux qui m'ont aidé de près et de loin. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Benkherbache Souad

Sommaire

Nomenclature	i
Liste des Figures	iv
Liste des Tableaux	viii
Introduction Générale	1
Chapitre I Généralités et Synthèse Bibliographique	4
I.1 Introduction	4
I.2 Travaux antérieurs.....	8
I.2.1 Plaques parallèles et conduites ouvertes.....	8
I.2.2 Enceintes annulaires.....	12
I.2.3 Conduites annulaires ouvertes.....	13
I.2.4 Conduites à obstacles ou objets chauffants.....	17
I.2.5 Convection naturelle autour d'ailettes	24
I.3 Conclusion.....	41
Chapitre II : Formulation Mathématique du problème	42
II.1 Introduction.....	42
II.2 Configurations étudiées.....	42
II.3 Hypothèses simplificatrices.....	44
II.4 Equations représentatives du problème étudié.....	44
II.5 Calcul du nombre de Nusselt.....	46
II.6 Calcul des ailettes.....	47
II.7 Forme générale des équations du problème.....	50
Chapitre III :Résolution numérique Numérique	52
III.1 Introduction.....	52
III.2 Principe de la méthode.....	52
III.3 Maillage.....	52
III.4 Discrétisation des équations de transport.....	56
III.4.1 Intégration du flux total.....	56

III.4.2	Intégration du terme source.....	57
III.5	Discrétisation spatiale.....	58
III.5.1	Schémas de discrétisation.....	60
III.5.2	Discrétisation des termes sources.....	61
III.6	Résolution des équations algébriques.....	62
III.6.1	Introduction.....	62
III.6.2	L'algorithme SIMPLE.....	62
III.6.3	Séquences de l'algorithme SIMPLE.....	66
III.7	Paramètres de contrôle de la convergence.....	66
III.7.1	La méthode de sous relaxation.....	66
III.7.2	Critère de Convergence.....	67
III.8	Solution Numérique du Système Algébrique.....	68
	Chapitre IV : Résultats et Discussions.....	70
IV	Introduction.....	70

Partie I

IV. I. Etude de la convection naturelle dans l'espace annulaire d'un conduit cylindrique divergent avec génération de chaleur volumétrique.71

IV. I.1	Paramètres physiques et géométriques.....	71
IV. I.2	Effet du maillage.....	72
IV. I.3	Validations des résultats.....	74
IV. I.4	Résultats et Discussions.....	75
IV. I.4.1	Champs de Vitesses de Températures et de Pressions.....	75
IV. I.4.2	Influence du nombre de Rayleigh et l'angle d'inclinaison.....	91
IV. I.4.3	Le nombre de Nusselt.....	96
IV. I.4.4	Effet du rapport des conductivités thermiques solide-fluide....	99
IV. I.5	Conclusion de la partie I.....	105

Partie II

IV. II Etude de la convection naturelle dans l'espace annulaire d'un tube cylindrique divergent muni de blocs chauffants......106

IV. II.1	Paramètres physiques et géométriques 106.....	
IV. II.2	Effet du maillage.....	107
IV. II.3	Résultats et discussions.....	109

IV. II.3.1 Influence de l'angle d'inclinaison sur les champs de températures et de vitesses.....	109
IV. II.3.2 Influence de l'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt local.....	117
IV. II.3.3 Influence des nombres de blocs sur les profils de vitesse et de Température.....	117
IV. II.3.4 Influence des nombres de blocs et l'angle d'inclinaison sur le taux de transfert de chaleur.....	119
IV. II.5 Conclusion de la partie II.....	126

Partie III

IV.III La convection naturelle dans une conduite cylindrique et divergente munie d'ailettes.....	127
IV.III.1 Paramètres physiques et géométriques.....	127
IV.III.2 Effet du maillage.....	128
IV.III.3 Validations des résultats.....	129
IV.III.4 Résultats et discussions.....	130
IV.III.4.1 Influence de l'angle d'inclinaison.....	130
IV.III.4.2 Influence du nombre des ailettes.....	137
IV.III.5 Conclusion de la partie III.....	147
Conclusion.....	148
Références.....	150

Nomenclature

A_b	Section non occupée par l'ailette.	m^2
A_f	Aire de l'ailette	m^2
a_N, a_S, a_E, a_W	Coefficients dans le système d'équation algébrique discrétisées	
$A_n, A_S, A_E, A_w,$	Aires des faces du volume de contrôle	
A_B, A_T		
A P	Fonction d'un schéma numérique en fonction du Nombre de Peclet	
b	Terme source dans le système d'équation algébrique Discrétisée	
Cp	Chaleur spécifique à pression constante	$JKg^{-1}K^{+1}$
$D_n, D_s, D_e,$	Termes de diffusion dans le système d'équation Algébrique	
D_w, D_b, D_t		
D_h	Diamètre hydraulique.	m
d	Diamètre d'entrée	m
$F_n, F_s, F_e, F_w, F_b, F_t$	Termes de convection dans le système d'équation Algébrique.	
g	Accélération gravitationnelle,	ms^{-2}
h_{moy}	Coefficient de transfert thermique par convection,	$Wm^{-2}K^{-1}$
H	Hauteur de l'ailette,	m
I, J, K	Indice des nœuds suivant r, et z.	
k	Conductivité thermique,	Wm^{-1}
L	Longueur de la conduite,	m
N	Nombre de blocs et ailettes	
NI, NJ, NK	Nombre total de nœuds suivant r, et z.	
p	Pression,	Pa
P'	Correction de la pression,	Pa
P*	Estimation de la pression,	Pa
q	Densité de flux de chaleur,	Wm^{-2}
\dot{Q}_b	Taux de transfert de chaleur par convection de la section non occupée par l'ailette,	W
\dot{Q}_a	Le taux de transfert de chaleur dissipé par l'ailette	W
\dot{Q}_{tot}	Le taux de transfert de chaleur total,	W
Q_v	Génération de chaleur volumétrique,	Wm^{-3}

R_{ib}, R_f	Rayons du bloc, de l'ailette,	m
R_{ii}, R_{oi}, R_s	Rayons, intérieur, extérieur et de sortie du conduit,	m
Sc	La partie indépendante de la variable du terme source.	
Sp	La partie dépendante de la variable du terme source.	
S	Le terme source moyen de la variable .	
T	Température, (K).	K
u, v, w	Composantes de la vitesse dans les directions $r,$ et $z,$ (m/s).	$m s^{-1}$
u', v', w'	Correction des vitesses selon les directions $r,$ et $z,$ (m/s).	
u^*, v^*, w^*	Estimation de la vitesse selon les directions $r,$ et $z,$ (m/s).	
e, w, n, s, b, t	Faces Est, Ouest, Nord, Sud, arrière et avant du volume de contrôle.	
$J_e, J_w, J_n, J_s, J_b, J_t$	Densités de flux total à travers les faces $e, w, n, s, b, t.$	

Symbols Grecs

	Diffusivité thermique,	$m^2 s^{-1}$
	Coefficient de dilatation thermique,	K^{-1}
	masse volumique,	$Kg m^{-3}$
μ	Viscosité dynamique,	$Pa s$
	viscosité cinématique,	$m^2 s^{-1}$
	Variable de transport	
	Coefficient de diffusion	
	Efficacité de l'ailette	

Indices

moy	Moyen.
o	Référence .
f	Fluide.
m	Mélange.
i	Intérieur.
s	Solide.

Nombres Adimensionnels

Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$
Gr	Nombre de Grashof, $Gr = N \frac{g \beta Q_v d^5}{\nu^2 k_f}$
Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra = N \frac{g \beta Q_v d^5}{\nu \alpha k_f}$
Nu	Nombre de Nusselt, $Nu = \frac{hL}{k}$
Re	Nombre de Reynolds, $Re = N \frac{\rho d w_0}{\mu}$

Liste des Figures

Figure I.1 Schéma du dispositif expérimental de la référence [62]	18
Figure I.2 (a) Configuration 3D du cylindre vertical à ailettes annulaires [81]	24
Figure I.3 Dispositif expérimental [82]	25
Figure I.4 Différentes orientations du dissipateur [82]	25
Figure I.5 Comparaison de la base verticale de l'ailette avec les travaux d'Elenbaas [83]	26
Figure I.6 Comparaison de la formule empirique avec les calculs expérimentaux [88]	28
Figure I.7 Configuration étudiée de la référence [91]	30
Figure I.8 Schéma représentatif des ailettes externes [94]	32
Figure I.9 Schéma représentatif des ailettes internes [95]	32
Figure. I.10 Dispositif expérimental du dissipateur de chaleur [101]	34
Figure. I.11 Dissipateur de chaleur radial à base circulaire [102]	35
Figure I.12 Dissipateur de chaleur radial(a) Géométrie étudiée (b) domaine d'étude [103]	35
Figure I.13 Configuration du dissipateur de chaleur à ailettes longitudinales et domaine de calcul [105]	36
Figure I.14 Dispositif expérimental et Configuration étudiée [106]	37
Figure I.15 Configuration étudiée et dispositif expérimental [107]	38
Figure I.16 Configuration étudiée et dispositif expérimental [108]	39
Figure I.17 Dispositif expérimental et Configuration étudiée de la référence [109]	40
Figure II.1 Configuration étudiée. Conduite divergente simple	43
Figure II.2 Configuration étudiée. Conduite divergente à blocs chauffants	43
Figure II.3 Configuration étudiée. Conduite divergente munie d'ailette	44
Figure II.4 Géométrie de l'ailette	47
Figure III.1 Volume de contrôle principal tridimensionnel	53
Figure III.2 Projection du volume fini dans le plan (r, θ)	54
Figure III.3 Projection du volume fini dans le plan (r,z)	54
Figure III.4 Projection du volume fini dans le plan (θ , z)	55
Figure IV. 1 Structure du maillage (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 15^\circ$	72
Figure IV. 2 Variation du nombre de Nusselt local pour les trois types de maillage.	73
Figure IV. 3 Comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature pour des plaques parallèles	75
Figure IV. 4-1 Champs de Température, Vitesse et de pression pour Ra=2000	77

Figure IV.4 -2 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour Ra=2000	78
Figure IV.5-1 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour Ra=10000	79
Figure IV.5 -2 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour Ra=10000	80
Figure IV. 6 -1 Champs de Température, Vitesse et de pression pour Ra=30000	82
Figure IV. 6 -2 Champs de Température, Vitesse et de pression pour Ra=30000	83
Figure IV.7 -1 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour Ra=1.10 ⁵	84
Figure IV.7 -2 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour Ra=1.10 ⁵	85
Figure IV. 8 Variation de la vitesse et la pression pour Ra=2000	87
Figure IV. 9 Variation de la vitesse et la pression pour Ra=10000	88
Figure IV. 10 Variation de la vitesse et la pression pour Ra=1.10 ⁵	89
Figure IV.11 Vecteurs de Vitesse dans la direction axiale de l'écoulement pour $\theta = 0^\circ$, $\theta = 45^\circ$, Ra=1.10 ⁵	90
Figure IV.12 Variation de la température dans l'espace annulaire pour différents Ra et	93
Figure IV.13 Température de Mélange du fluide dans la direction axial de l'écoulement pour différents Ra et	94
Figure IV. 14 Evolution de la Température de la paroi opposée P2 dans la Direction axiale de l'écoulement pour différents Ra et	95
Figure IV.15 Evolution du nombre de Nusselt Local de la paroi chauffée pour différents Ra et	97
Figure IV.16 Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour différent	98
Figure IV.17 Variation de la Température de Mélange pour $Q_v = 2.7.10^5 \text{ w/m}^3$	100
Figure IV.18 Profils de vitesse axiale en $R=0.006\text{m}$, $\theta = \pi/2, 0$ $z = 0.05\text{m}$, $Q_v = 2.7.10^5 \text{ w/m}^3$	101
Figure IV.19 Nombre de Nusselt local, $Q_v = 2,7.10^5 \text{ W/m}^3$	103
Figure IV.20 Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra et K	104
Figure IV.21 Configurations étudiées	107
Figure IV.22 Structure du maillage du domaine de calcul pour $\theta = 0^\circ$, N=2	108
Figure IV.23 Effet du maillage sur le nombre de Nusselt local des deux blocs	108
Figure IV. 24 Contours de température dans la direction axiale de l'écoulement pour Ra=2.10 ⁵ , N=3.	110
Figure IV.25 Contours de vitesse dans la direction axiale de l'écoulement pour Ra=2.10 ⁵ , N=3	110
Figure IV.26 Vecteurs de vitesse dans des différentes sections de la conduite pour $\theta = 15^\circ$, N=3, Ra=2.10 ⁵	112

Figure IV.27 Effet de l'angle d'inclinaison sur les lignes de courant pour $Ra=2.10^5$, $N=3$.	113
Suite de la Figure IV.27 Effet de l'angle d'inclinaison sur les lignes de courant pour $Ra=2.10^5$, $N=3$.	114
Figure IV.28-1 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, y) au milieu de chaque bloc, pour $N=3$ et $Ra=2.10^5$	115
Figure IV. 28-2 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, y) au milieu de chaque bloc, pour $N=3$ et $Ra=2.10^5$	116
Figure IV.29 Profils de vitesse et de température dans la ligne verticale de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2, 0\leq z\leq 0.05m$, pour $N=3$ et $Ra=2.10^5$	118
Figure IV. 30 Variation du nombre de Nusselt local sur les blocs chauffés	118
Figure IV.31-1 Profils de vitesse et de température dans la ligne vertical de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2, 0\leq z\leq 0.05m$, pour $Ra=1.10^5$	120
Figure IV.31-2 Profils de vitesse et de température dans la ligne vertical de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2, 0\leq z\leq 0.05m$, pour $Ra=1.10^5$	121
Figure IV.32-1 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, z) pour $Ra=1.10^5$	122
Figure IV.32-2 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, z) pour $Ra=1.10^5$	123
Figure IV.33 Nombre de Nusselt Local pour $Ra=1.10^5$	124
Figure IV.34 Variation du Nombre de Nusselt moyen avec le nombre de blocs pour $Ra=1.10^5$	125
Figure IV.35 Configurations étudiées	128
Figure IV.36 Structure du maillage pour $\theta=15^\circ$, $N=3$ et $N=1$	129
Figure IV.37 Comparaisons de nos résultats avec ceux numériques et expérimentaux de la littérature pour un dissipateur de chaleur radial	130
Figure IV.38-1 Effet de l'angle d'inclinaison sur les contours de température et de vitesse pour $N=1$, $Ra=3.1.10^4$	132
Figure IV.38-2 Effet de l'angle d'inclinaison sur les contours de température et de vitesse pour $N=1$, $Ra=3.1.10^4$	133
Figure IV.39 Vecteurs Vitesse pour $\theta=0^\circ$ et $N=1$	134
Figure IV.40 Profils de température et de vitesse dans des différentes sections de la conduite pour $N=1$ et $Ra=3.1.10^4$	135
Suite de la Figure IV. 40 profils de température et de vitesse dans des différentes sections de la conduite pour $N=1$ et $Ra=3.1.10^4$	136
Figure IV.41 Nombre de Nusselt local le long de l'ailette, $N=1$, $Ra=3,1.10^4$	138

Figure IV.42 Profils de température et de vitesse dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0.005\text{m}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $Z=0.049\text{m}$), $Ra=6,2 \cdot 10^4$, $N=1$	138
Figure IV.43 Profils de température et de vitesse dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0.005\text{m}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $Z=0.049\text{m}$), $Ra=6,2 \cdot 10^4$, $N=2$	139
Figure IV.44 Profils de température et de vitesse dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0.005\text{m}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $Z=0.049\text{m}$), $Ra=6,2 \cdot 10^4$, $N=3$	139
Figure IV.45 Angle d'ouverture et arrangement des ailettes	141
Figure IV.46 Contours de Vitesse (demi-section gauche) et de Température (demi-section droite) pour $Ra=3100$, $\theta=45^\circ$, $\theta=15^\circ$	142
Figure IV.47 Effet des Nombres des ailettes sur la Température du fluide..	143
Figure IV.48 Effet de la Hauteur de l'ailette sur la Température et le Flux de chaleur pour $\theta=15^\circ$ and $\theta=45^\circ$	143
Figure IV.59 Variation du Rapport NNR en fonction de Ra , N et	146

Liste des Tableaux

Tableau II.1 Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée.....	51
Tableau IV. 1 propriétés physique du fluide et du solide.....	72
Tableau IV. 2 Effet du maillage sur les valeurs de (Nu) et de la température.....	73
Tableau IV.3 Comparaison du nombre de \overline{Nu} pour un cylindre annulaire ($A=1$ et $\theta=1$).....	74
Tableau IV.4 Variation de \overline{Nu} pour différents maillages pour $\theta=0^\circ$, $N=2$, $Ra=1.2.10^5$	108
Tableau IV.5 Comparaison du nombre de Nusselt moyen Nu dans la direction Axiale pour différents maillages.....	129
Tableau IV.6 Résistances thermiques pour différents nombres d'ailettes, nombres de Rayleigh et angles d'inclinaisons.....	140
Tableau IV.7 Coefficients de Corrélations de NNR.....	145

Introduction

L'étude de l'écoulement de fluide dans les géométries annulaires est d'une grande importance pour les applications industrielles. Cette configuration est la conception la plus commune des échangeurs de chaleur double tuyau. Un échangeur de chaleur est un dispositif permettant de transférer l'énergie thermique entre deux fluides habituellement séparés par une paroi solide. Cet élément couramment rencontré autour de nous (le chauffage dans le bâtiment tels que les radiateurs), les applications industrielles, en outre les composants électroniques, réacteurs nucléaires, stockage de fluide, capteurs solaires En d'autres termes ils sont utilisés chaque fois qu'on veut évacuer ou récupérer de la chaleur.

La convection forcée est la forme habituelle du transfert de chaleur dans les échangeurs de chaleur. Néanmoins, la convection naturelle intervient dans certaines applications (réacteurs nucléaires...) lorsque les échanges thermiques entre une paroi solide et un fluide et est due à l'action simultanée des différences de température qui existent dans le milieu et d'un champ de gravité. Il existe de différents outils pour étudier les écoulements avec transferts thermiques induits par convection naturelle. Les mesures expérimentales présentent la base de la validation numérique. Néanmoins, elles restent limitées par le temps des réalisations. Ces dernières peuvent devenir très compliquées et même coûteuses.

Pendant longtemps, les techniques et les méthodes numériques en convection naturelle se sont attachées à modéliser les configurations expérimentales. L'élaboration de procédures numériques efficaces et la puissance des ordinateurs modernes, ont permis le beau succès dans les comparaisons entre calculs numérique et expérimental, au point que les modèles numériques sont aujourd'hui considérés comme prédictifs.

Plusieurs types d'écoulements convectifs se distinguent par leurs configurations, les conditions aux limites ainsi que le mode de chauffage. En particulier les canaux plans et les conduites simples qui sont des cas limites de l'écoulement annulaire entre deux tubes coaxiaux. Lorsque le rapport r^* des rayons des tubes varie ($r^*=r_i/r_e$, r_i et r_e sont respectivement les rayons des tubes interne et externe) toutes les caractéristiques et structures au voisinage des parois internes et externes changent notablement à cause de l'influence de la courbure.

Plusieurs techniques ont été proposées afin d'améliorer le transfert de chaleur. L'inclinaison ou la variation des paramètres géométriques des parois, dans des fluides à différents nombres de Prandtl avec source de chaleur ou objet chauffant dont la position et la taille de la source ainsi que les conditions de chauffage de ces derniers ont donné des caractères complexes relatifs à l'écoulement.

L'implémentation des ailettes longitudinales dans les tubes annulaires a connu un nombre d'applications (dissipateurs de chaleur, échangeurs de chaleur) ouvrant des voies vers l'amélioration du transfert de chaleur. Plusieurs études ont été menées pour examiner les caractéristiques géométriques des ailettes et la nature du fluide sur la performance du système, en examinant de près le transfert de chaleur.

Cependant, le problème de transfert de chaleur par convection naturelle dans les espaces annulaires a été l'origine de nombreux travaux expérimentaux et numériques. Plusieurs se sont intéressés à la variation de l'excentricité, le rapport des rayons ainsi que le rapport d'aspect en considérant des parois adiabatiques ou chauffées différentiellement. Afin d'améliorer et d'augmenter l'échange de chaleur, plusieurs corrélations ont été proposées dans ce contexte.

L'objectif du présent travail est une contribution pour compléter la littérature en étudiant l'écoulement en convection naturelle laminaire dans des tubes annulaires simples et divergents ouverts aux extrémités. En se concentrant sur l'originalité du divergent, différentes configurations ont été considérées dans ce travail dans le but de quantifier le taux de transfert de chaleur et de voir la structure de l'écoulement dans l'espace annulaire .

Entre autres du tube annulaire cylindrique pour lequel, nous avons varié les angles d'ouvertures afin d'obtenir des configurations divergentes, nous avons inséré des obstacles cylindriques comme source de chaleur, ensuite des ailettes longitudinales fixées dans le tube interne.

La majorité des travaux antérieurs se sont intéressés aux tubes annulaires à sections cylindriques simples. L'absence d'études concernant les géométries divergentes nous a motivé à entreprendre cette investigation.

Ainsi, cette thèse est structurée en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, l'état de l'art concernant les phénomènes de convection naturelle a été abordé, notamment à travers des études expérimentales et numériques des cas classiques : plaques et canaux verticaux, conduites annulaires verticales ouvertes ou fermées aux extrémités, conduites annulaires avec des obstacles chauffants et conduites annulaires munies d'ailettes longitudinales.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la formulation mathématique du problème physique qui se traduit par les équations tridimensionnelles de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un écoulement laminaire d'un fluide incompressible à propriétés physiques constantes. Les conditions initiales et aux limites dynamiques et thermiques relatives à ce problème sont explicitées avec soin.

L'objet du troisième chapitre, est la présentation de la méthode numérique utilisée pour la discrétisation des équations de conservations qui est basée sur la méthode des volumes finis. Le schéma de la loi de puissance PLDS « Power Low Differencing scheme » pour la discrétisation des termes de convection et l'algorithme « Simple » pour le couplage vitesse-pression sont adoptés. La procédure de résolution désignant l'utilisation du logiciel « Fluent » est décrite d'une manière succincte .

Le quatrième chapitre, regroupe l'ensemble des résultats obtenus dans cette étude. Ils sont organisés en trois grandes parties. La première présente la convection naturelle dans une conduite annulaire cylindrique et divergente dont le cylindre interne est soumis à une génération de chaleur volumique uniforme. La deuxième partie concerne l'influence de l'insertion des blocs chauffants dans cette configuration. Tandis que la troisième partie, est consacrée à l'étude de l'effet de l'implémentation d'ailettes longitudinales sur le taux de transfert de chaleur dans cette configuration. Pour tous les cas, l'analyse et la comparaison des résultats sont discutées.

Enfin une conclusion générale dans laquelle nous avons dégagé les principaux résultats obtenus.

I.1 Introduction :

La convection est un phénomène physique par lequel la chaleur est transmise en mettant en jeu des déplacements de matière. Ce mode de transfert de chaleur existe au sein des milieux fluides ou lorsqu'un fluide circule autour d'un solide et est dû à des mouvements macroscopiques et à un processus de diffusion thermique [1].

On retrouve deux types de convection, la convection libre et la convection forcée. La convection mixte étant un mode de transfert de chaleur pour lequel les deux types de convection coexistent. Lorsqu'une action extérieure contribue à faire circuler le fluide (ventilateur, pompe, compresseur ou un vent ou la gravité....) on est dans les conditions de convection forcée. Ce mode est généré lorsqu'on veut améliorer l'échange thermique.

Lorsque le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de masse volumique résultant des différences de température sur les frontières ou d'un champ de forces extérieurs (pesanteur), on est dans les conditions de convection libre (ou dite naturelle) [2].

La forme la plus observée dans ce mode d'échange de chaleur : au contact d'un objet chaud, la température de l'air augmente, sa masse volumique décroît. L'air chaud subit de la part de l'air non chauffé une poussée vers le haut (poussée d'Archimède) qui crée un courant d'air ascendant. La masse d'air chaud emporte avec elle une partie de la chaleur cédée par l'objet chaud. Le processus se poursuit car de l'air froid se substitue à l'air chaud.

Il est important de souligner deux principales propriétés des écoulements en convection naturelle.

- Il ya un fort couplage entre l'écoulement et le transfert de chaleur. En convection naturelle, il n'est pas possible de calculer successivement le champ de vitesse puis le champ de température, comme en convection forcée lorsque les propriétés du fluide sont supposées constantes. Les deux champs doivent être calculés en même temps, qui rend les problèmes de convection naturelle plus difficile.

- Les forces de flottabilité sont généralement faibles, alors que les vitesses caractéristiques sont petites par rapport à celle en convection forcée. Par conséquent, les écoulements en convection naturelle sont principalement laminaires. Cependant, la transition laminaire –turbulent peut se manifester comme en convection forcée [3].

On distingue habituellement deux formes de convection naturelle : la convection naturelle externe et la convection naturelle interne. En convection naturelle interne, le fluide est confiné dans un espace fermé à parois non isotherme. Alors que la convection naturelle externe est parfois employée pour désigner les conduites ouvertes, elle prend naissance lorsque des perturbations du champ de température correspondant à un régime de conduction croissent au lieu de s'amortir. Elle se produit au voisinage d'un objet à température différente de celle de l'ambiance. Le champ de température provoqué par la conduction entraîne une poussée d'Archimède qui met en mouvement vers le haut les parties les plus chaudes du fluide. La convection naturelle externe résulte d'échanges se produisant à des vitesses extrêmement faibles. Ces vitesses résultent du gradient de température et de la création de couche moins dense de fluide et donc des déplacements de fluide très lent. En régime permanent le transfert de chaleur s'effectue donc à la fois par conduction et par transport d'enthalpie : c'est l'effet cheminée.

Depuis de nombreuses années, les études de la convection naturelle sous ces différentes formes et différentes configurations, trouve son application dans divers secteurs technologiques et industriels. tel que les échangeurs de chaleur, le stockage d'énergie ,dans le secteur agroalimentaire tel que le refroidissement des aliments, dans le secteur aéronautique et nucléaire tel que le transport et le stockage d'énergie ,dans les chambres de combustion ainsi que le refroidissement des composants électroniques, les bâtiments (chauffage et conditionnement d'air), mouvements océanographiques et atmosphériques. Une revue exhaustive des travaux disponibles sur ce sujet se trouve dans les références suivantes [1], [4-7].

En convection naturelle, l'analyse adimensionnelle intervient afin de pouvoir calculer les caractéristiques du régime d'écoulement et le coefficient d'échange convectif h qui dépend de nombreux paramètres tels que : les caractéristiques du fluide, la nature de l'écoulement, la température et la surface d'échange.

L'analyse dimensionnelle montre que l'écoulement en convection naturelle est régi par les nombres sans dimensions suivants :

➤ **Le nombre de Prandtl(Pr)**

Le nombre de Prandtl décrit le rapport entre la diffusion de la quantité de mouvement et la diffusion de la chaleur dans le fluide, il s'écrit :

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{I.1}$$

Avec ν et α sont respectivement la viscosité cinématique et la diffusivité thermique

➤ **Le nombre de Nusselt (Nu)**

Le nombre de Nusselt décrit le rapport entre l'échange par convection et celui de conduction dans la couche de fluide, il s'écrit :

$$\text{Nu} = \frac{qL}{k\Delta T} = \frac{hL}{k} \quad \text{I.2}$$

Avec q , L , sont respectivement une densité de flux, une longueur caractéristique et une densité de flux de chaleur, h le coefficient de transfert de chaleur et k la conductivité thermique.

➤ **Le nombre de Grashof(Gr)**

Représente la comparaison entre la force de poussée consécutive à l'échauffement et la force de viscosité. Il compare les effets de la gravité avec les effets de dissipation thermique dus à la viscosité, il s'écrit :

$$\text{Gr} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} \quad \text{I.3}$$

Avec g , β , sont respectivement la gravité, le coefficient de dilatation thermique et la viscosité cinématique, ΔT étant l'écart de température entre les parois et L une longueur caractéristique.

➤ **Le nombre de Rayleigh(Ra)**

Il exprime le rapport entre les forces de poussées par les effets visqueux et la diffusion thermique. Il caractérise la vigueur de la convection naturelle. Pour une condition de température imposée (Dirichlet), le nombre de Rayleigh (Ra_T) est la combinaison du nombre de Grashof et du nombre de Prandtl, il s'écrit :

$$\text{Ra}_T = \text{Pr} \cdot \text{Gr} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha\nu} \quad \text{I.4}$$

Pour une densité de flux de chaleur imposée (condition de type Neumann), le nombre de Rayleigh (Ra_q) est généralement la combinaison du nombre de Grashof et du nombre de Prandtl, il s'écrit :

$$Ra_q = Pr.Gr.Nu = \frac{g\beta qL^4}{\alpha v k} \quad I.5$$

En général les nombres de Rayleigh dépendent fortement de l'application visée. Pour le refroidissement des composants électroniques, les études sont faites à faibles nombres de Rayleigh modifié $Ra^* \cdot 10^5$; tandis que pour des configurations de grandes dimensions, les auteurs cherchent à atteindre des nombres de Rayleigh modifié $Ra^* \cdot 10^7$ et souvent limités par la taille du dispositif expérimental.

➤ **Le nombre de Reynolds (Re)**

Il compare les forces d'inertie aux forces de viscosité. Le nombre de Reynolds est le moins utilisé que les nombres sans dimension précédents car il concerne la cinématique de l'écoulement, alors que pendant longtemps la convection naturelle était vue uniquement comme un problème de thermique, il s'écrit sous la forme :

$$Re = \frac{u_o L}{\nu} \quad I.6$$

En convection libre, l'équilibre entre la poussée d'Archimède et la force d'inertie permet de déterminer la vitesse de référence u_o dans le cas des fluides à faible nombre de Prandtl :

$$u_o = \sqrt{g\beta\Delta TL} \quad I.7$$

➤ **Approximation de Boussinesq**

Dans le phénomène de convection naturelle, la variation de la masse volumique du fluide en fonction de la température est donnée par l'expression suivante :

$$\rho = \rho_o [1 - \beta(T - T_o)] \quad I.8$$

L'hypothèse de Boussinesq est généralement utilisée pour traiter un problème de convection naturelle et simplifier la formulation. L'application de cette approximation se limite aux cas où les différences de température sont suffisamment faibles pour que $\beta(T - T_o) \leq 1$

D'après l'analyse de nombreuses études expérimentales. La formule générale du nombre de Nusselt moyen s'écrit de la forme :

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}L}{k_s} = C.Ra^n \quad I.9$$

C et n sont des valeurs fonctions du nombre de Rayleigh , L est une longueur caractéristique.

Pour un écoulement laminaire, $10^4 < Ra < 10^9$, $n = \frac{1}{4}$ et $C = 0.59$

Pour le cas turbulent, $10^9 < Ra < 10^{13}$, $n = \frac{1}{3}$ et $C = 0.01$

Valable pour tous les nombres de Prandtl en tenant compte que toutes les propriétés sont

évaluées à la température $T_f = \frac{T_p + T_o}{2}$

I.2 Travaux antérieurs

Le but de cette recherche bibliographique est de se mettre au diapason des études existantes réalisées dans le domaine de la convection naturelle dans des différentes configurations. La revue de la littérature est vaste et variée et a fait l'objet de plusieurs études expérimentales, analytiques et numériques. Vu l'intérêt scientifique, nous avons jugé utile d'exposer quelques travaux antécédents sur la convection naturelle dans :

- ✓ Les plaques parallèles et conduites ouvertes .
- ✓ Les enceintes annulaires verticales.
- ✓ Les conduites annulaires ouvertes.
- ✓ Les conduites annulaires avec obstacles ou objets chauffants
- ✓ Les conduites annulaires munies d'ailettes.

I.2.1 Plaques parallèles et conduites ouvertes

La convection naturelle autour de plaques planes, conduites ouvertes ou canaux a été l'objet de nombreuses recherches et sont le plus souvent proche des phénomènes observables dans la vie courante (cheminée...) en raison de son utilisation fréquente dans l'industrie et les applications d'ingénierie tel que le refroidissement des équipements électroniques, les industries de transformation alimentaires, chimiques et métallurgiques, la conception des réacteurs nucléaires et l'énergie solaire passive pour le chauffage.

Le cas académique de la plaque plane verticale chauffée a permis de poser des lois et des principes fondamentaux régissant le phénomène de convection naturelle et de mettre en relief les paramètres caractéristiques représentatifs essentiels en ce qui concerne la description d'un écoulement de ce type. La plus part des études visent à déterminer ou corroborer une corrélation pour le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.

Pour une plaque verticale isotherme **Churchill et Chu** [8] ont proposé une

$$\text{corrélacion de la forme : } Nu_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad I.10$$

qui est valable pour tout Ra_L

En suite une meilleur corrélation de la forme :

$$Nu_L = 0.68 + \frac{0.670Ra_L^{1/4}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \text{ Pour, } 0 < Ra_L < 10^9 \quad \text{I.11}$$

En assimilant les parois cylindriques à des plans verticaux. Les premiers travaux expérimentaux entrepris par **Elenbaas** [9,10] bien que plus anciens, restent invoqués par divers auteurs. Il a utilisé des formes algébriques issues des considérations théoriques approximatives dérivées de la théorie de la circulation en régime laminaire dans les tubes de section quelconque. Suivi par les premiers travaux numériques de **Bodoia** and **Osterle** [11] pour des nombres de Rayleigh et de Prandtl limités, leurs résultats étaient en bon accord avec ceux d'**Elenbaas** [9].

Ange and **Mueller** [12] ont proposé une méthode analytique basée sur le développement en série de l'inverse du nombre de Prandtl pour étudier la convection naturelle dans les canaux verticaux sous différentes conditions aux limites et d'entrée, leurs résultats étaient en bon accord avec les travaux expérimentaux de **Sobel** [13] et numériques de **Bodoia** [11].

Nakamura et al. [14] ont présenté une étude numérique et expérimentale du transfert thermique par convection naturelle laminaire développant dans des canaux entre plans parallèles verticaux avec un chauffage asymétrique. Ils ont considéré les conditions limites de flux thermiques et de température uniforme à la paroi. Les résultats numériques approchent asymptotiquement à la solution analytique pour un écoulement entièrement développé. Leurs résultats sont comparés avec ceux de **Kettlebrough** [15] et ont été en bon accord.

Hung and **Shiau** [16] ont étudié la convection naturelle dans des plaques parallèles, le transfert thermique résulte de quatre mécanismes de transfert : pertes radiatives, pertes conductives, capacité thermique de la plaque de mesure et transfert convectif dans le fluide.

Sparrow et al. [17] dans leurs travaux expérimentaux de la convection naturelle, ils ont utilisé l'eau dans une conduite verticale à paroi isotherme pour une gamme de valeurs du rapport (S/H) et des nombres de Rayleigh, Ra de 10^2 - 10^5 où S, H sont respectivement

la largeur et la hauteur de la conduite. En utilisant un model parabolique, les résultats numériques obtenus étaient en bon accord avec ceux expérimentaux.

Davis and Perona [18] ont étudié le développement de l'écoulement à convection libre de l'air dans un tube vertical chauffé. En utilisant la méthode des différences finis pour la résolution des équations de la couche limite thermique incompressible pour les conditions de température et de flux thermique constants à la paroi. Ils ont trouvés des corrélations graphiques entre la longueur du tube et deux quantités représentatives du débit volumique et du taux de dissipation thermique. Les résultats obtenus étaient en bon accord avec ceux de **Elenbaas** [9] et **Kays** [19].

Kageyama and Izumi [20] ont aussi utilisé la méthode des différences finis pour la résolution des équations régissant le mouvement d'un tube semi infini, en variant le profil de vitesse à l'entrée et le nombre de Prandtl. Ils ont montré que pour une température constante de la paroi, la vitesse d'entrée a une valeur asymptotique de 1/8, alors que si la paroi est soumise à un flux constant, la vitesse d'entrée est proportionnelle à $(L/Pr)^{0.5}$, pour $L \gg L_e$, où L_e est la longueur d'entrée.

Bar-Cohen and Rosonhow [21] ont élaboré un ensemble de corrélations caractérisant le transfert de chaleur dans un canal à parois asymétriquement chauffées par une densité de flux uniforme constant ou maintenues à des températures constantes, pour un écoulement dans un canal vertical isotherme, la corrélation proposée est de la forme :

$$\overline{Nu} = \left[\frac{576}{Ra^{*2}} + \frac{2.873}{Ra^{*0.5}} \right]^{-0.5} \text{ Avec } 10^{-1} \leq Ra^* \leq 10^5, Ra^* = Ra/A \text{ où } A \text{ est le rapport d'aspect}$$

Dans les expériences menées par **Alarabi and Khamis** [22] en régime laminaire et turbulent. Ils ont trouvé que le transfert de chaleur dépend à la fois du diamètre du cylindre et de l'inclinaison de ce dernier.

Chen and Yuh [23] ont présenté une étude analytique pour examiner les caractéristiques du transfert de chaleur et de masse d'un écoulement en convection naturelle le long d'un cylindre vertical, sous l'effet combiné de la diffusion thermique et des espèces. Ils ont aboutis que les forces combinées d'origine thermique et massique conduisent à des nombres de Nusselt et de Sherwood plus grands pour des conditions surfaciques de flux thermique/massique uniforme ainsi que pour des conditions de température/concentration uniforme.

Desrayaud and **Fichera** [24] ont étudié la convection naturelle dans une conduite verticale dont la paroi est soumise à une température constante. En utilisant la méthode des volumes finis pour la résolution des équations de mouvement, et un profil de vitesse parabolique à l'entrée, ils ont proposés une corrélation graphique de la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh modifié Ra^* ($Ra^*=Ra/A$, où A : le rapport d'aspect de la conduite). Les résultats obtenus étaient en bon accord avec ceux de **Bar-Cohen** [21].

Les effets de l'excentricité et du nombre de Rayleigh ont été examinés par l'étude numérique effectuée par **Boudebous et al.** [25] de la convection naturelle dans une conduite hyperbolique. Leurs résultats ont montré que l'influence de l'excentricité est relativement importante pour des faibles nombre de Rayleigh, alors qu'elle ne l'est pas pour des nombre de Rayleigh plus élevés et la comparaison avec les travaux d'**Elenbaas** [9] pour un cylindre vertical était en bonne concordance.

Silva et al. [26] ont montré numériquement que la totalité de l'écoulement en convection naturelle dans un canal divergent convergent peut être optimisée par la densité du taux de transfert de chaleur. Dans leur étude, ils ont pris en considération la distribution de la chaleur aux parois du canal, l'espace et l'angle d'inclinaison entre les parois pour des différentes valeurs du nombre de Rayleigh basé sur la hauteur du canal.

Dyer [27] a présenté une étude théorique et expérimentale de l'écoulement laminaire en convection naturelle dans les conduites verticales ouvertes aux extrémités et chauffées uniformément. Les champs de vitesse et de température ainsi que la relation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh sont obtenus par la résolution des équations fondamentales à l'aide d'une technique pas à pas. Deux nombres de Rayleigh sont introduits, l'un est exprimé en fonction du flux thermique constant et l'autre en fonction de la température moyenne de la paroi. L'influence du nombre de Prandtl sur la relation qui lie les nombres de Nusselt et de Rayleigh est discutée. Trois conditions à l'entrée sont examinées ; elles ont toutes fourni la même expression du nombre de Nusselt pour les faibles nombres de Rayleigh. Pour des nombres de Rayleigh élevés, la différence dans les nombres de Nusselt est faible. Les calculs expérimentaux du nombre de Nusselt étaient en accord satisfaisant avec les relations théoriques. Plus tard dans une autre étude de l'auteur [28] il a utilisé une conduite chauffée à une température uniforme avec une restriction de l'écoulement à l'entrée. Cette restriction est formée par une extension non chauffée du tube vers le bas. Les résultats ont montrés que si la restriction dépasse une

certaine taille, l'écoulement laminaire ascendant dans la partie entièrement chauffée n'est pas physiquement possible. Un travail expérimental partiel est conduit pour corroborer les résultats théoriques et aussi pour examiner la nature de l'écoulement dans les tubes pour lequel la valeur du rapport de longueur pour l'écoulement laminaire est dépassée.

D'autres investigations portant sur le problème de convection naturelle dans les conduites ouvertes ont contribué pour enrichir la documentation sont mentionnées dans les références suivantes [29-32].

I.2.2 Enceintes annulaires

Bien que ces travaux sont nombreux et si important, nous avons jugé d'évoquer certains. Nous portons plus particulièrement notre attention sur les travaux de **DeVahl Davis and Thomas** [33] qui étaient les pionniers de la convection naturelle dans les espaces annulaires. Ils ont proposé une corrélation de la forme $Nu = f(\text{Pr}, \frac{r_e}{r_i}) Ra^{0.3} (\frac{H}{r_e - r_i})^{-1/3}$ pour décrire la contribution des différents paramètres caractéristiques de l'enceinte du fluide du transfert de chaleur. Leurs résultats restent des solutions de références pour de nombreux récents travaux.

Prasad and Kulaki[34] ont également trouvé un effet significatif du rapport des rayons sur le coefficient de transfert de chaleur dans une étude expérimentale d'une enceinte annulaire verticale remplie de fluide ayant un rapport de rayons de 5.338 pour des nombres de Rayleigh compris entre 8×10^6 et 3×10^{10} , des rapports de forme entre 0.5, 1 et 1.5 et des nombres de Prandtl compris entre 4 et 196.

Ranganathan and Kalam [35] ont étudiés numériquement la convection naturelle dans une enceinte annulaire verticale dont la paroi intérieure est maintenue à une température supérieure à celle de la paroi extérieure. Les résultats numériques portés pour des nombres de Rayleigh compris entre 3×10^3 et 10^6 , des rapports de rayons compris entre 2 et 15 et des rapports de forme entre 1 et 10. Une corrélation a été proposée reliant ces trois paramètres.

Keyani et al. [36] ont réalisé une étude expérimentale sur la convection naturelle dans une enceinte annulaire dont la paroi active chaude est soumise à un flux constant de chaleur tandis que la paroi active froide est maintenue à une température constante. Le rapport de rayon de 4.33, le rapport de forme de 27.6 et le nombre de Rayleigh modifié compris entre 6.6×10^3 et 2.3×10^6 . La corrélation proposée est de la forme $Ra = 0.163 Ra^{0.322}$.

Sparrow and Charmchi [37] ont déterminé expérimentalement les coefficients de transfert de chaleur dans plusieurs configurations d'enceinte annulaire verticale. Les auteurs ont considérés plusieurs géométries où les cylindres étaient concentriques ou excentriques de différents diamètres et de différentes hauteurs.

Dans l'étude expérimentale de la convection naturelle présentée par **Sawado** [38], il a remplacé la cheminée des foyers massifs utilisés dans les zones sahéliennes d'Afrique par un réservoir annulaire vertical rempli d'eau de sorte que les gaz chauds soient évacués via le cylindre intérieur du réservoir. Dans le but de trouver une solution pour récupérer et stocker une partie de l'énergie thermique contenue dans les gaz de combustion rejetés par les cheminées des foyers au bois. « Foyers améliorés massif » et donc améliorer le rendement thermique global en réduisant les pertes calorifiques.

Sankar et collaborateurs [39-42] ont utilisé la configuration annulaire pour étudier l'influence du champ magnétique sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur par convection naturelle. La variation des paramètres physiques de l'écoulement, l'insertion d'une source de chaleur de flux connu dans la paroi interne, la localisation et la grandeur de la source de chaleur discrète sur le transfert de chaleur ont été abordés dans ces travaux.

Sheng et al. [43] ont utilisés la méthode de Lattice Boltzman pour examiner systématiquement l'effet du nombre de Rayleigh, la courbure de l'espace annulaire, le nombre de Prandtl sur la structure de l'écoulement. Ils ont montré que le nombre de génération d'entropie instantanée est une fonction croissante monotone du nombre de Rayleigh et du rapport de courbure. Le nombre de génération d'entropie et le nombre de Bejan moyen augmentent aussi de manière monotone avec le nombre de Prandtl.

I.2.3 Conduites annulaires ouvertes

L'étude de la convection naturelle dans les tubes annulaires, dont l'importance est dictée par le rôle qu'elle joue dans divers applications d'ingénierie comme les échangeurs de chaleur double tube, stockage d'énergie, capteurs solaires, refroidissement des systèmes de production de l'énergie nucléaire a conduit à une imposante bibliographie spécialisée qui s'est accumulée au fur des années. L'approche recherchée dans la plus part des recherches est d'évaluer les conditions pour optimiser les échanges dans l'espace annulaire. Parmi les travaux relatifs à cette configuration et qui sont les plus souvent cités. On mentionne, **Himanshu** [44] a utilisé une méthode analytique pour résoudre les équations fondamentale de la convection naturelle dans une conduite annulaire verticale à parois

isothermes comme conditions aux limites. En résultats il a trouvé que les débits et les nombres de Nusselt sont fonction du gap de l'espace annulaire ainsi que du rapport des températures adimensionnelles. La comparaison de ces résultats avec une solution aux différences finis a permis de conclure que l'écoulement pleinement développé peut être assimilé pour des nombres de Grashof inférieur à 10. Une autre étude numérique réalisée par cet auteur [45] pour la même configuration il a utilisé la méthode des différences finis pour résoudre les équations fondamentales type couche limite. Deux conditions aux limites ont été considérées, différentes température et différents flux aux parois. Pour un nombre de Prandtl $Pr=0.7$, il a trouvé que le taux de transfert de chaleur est élevé pour des valeurs élevés du gap. Pour des faibles espaces annulaires les résultats peuvent être corrélés indépendamment du gap.

El-Shaarawi and Sarhan [46] ont développé un schéma aux différences finis pour résoudre les équations de couche limite qui régissent l'écoulement laminaire en convection naturelle dans une conduite annulaire avec rotation du cylindre intérieur. Les résultats numériques ont été présentés pour un nombre de Prandtl $Pr=0.5$ et un rapport de rayon 0.5 sous les conditions aux limites thermiques des parois : l'une isotherme et l'autre adiabatique. En comparant les résultats pour le développement de l'épaisseur déplacement tangentiel de la couche limite avec les résultats correspondants aux écoulements forcé. Ils ont montré que le chauffage du cylindre intérieur a toujours des effets stabilisants alors que le chauffage du cylindre extérieur présente soit des effets déstabilisants ou stabilisants.

Nagendra and al. [47] ont étudié analytiquement et expérimentalement le transfert de chaleur en convection libre dans des anneaux verticaux concentriques et cylindriques avec un modèle approximatif de couche limite double étendu pour obtenir des corrélations du transfert de chaleur . Les expériences effectuées s'accordent bien à l'analyse analytique.

Chang et al. [48] On étudié théoriquement le rôle du transfert de chaleur latente en connexion avec la vaporisation d'un film mince liquide sur la surface intérieure d'un tube, en convection naturelle conduit par les effets combinés de forces d'Archimède dues à la diffusion de la chaleur et de la masse. Les résultats sont présentés pour un système air-eau sous des différentes conditions . Ils ont examiné en détail les effets de la longueur du tube et des températures sur le transfert de quantité de mouvement, de chaleur et de masse dans l'écoulement. Il ont démontré clairement le rôle important que joue le film liquide dans les cas des écoulements aidés ou contrariés par les forces de gravité.

Dans l'étude numérique portée par **Alarabi et al.** [49] de la convection naturelle dans un espace annulaire avec une paroi uniformément chauffée et l'autre adiabatique. Les implications de la couche limite laminaire pour les équations de Navier-Stokes avec des propriétés constantes ont été traitées par une méthode de différences finies. Trois rapports de rayons (0.26, 0.5 et 0.9) ont été considérés. Les différentes variables (vitesse, pression, température, etc.) ont été déterminées. Un montage a été réalisé pour vérifier les résultats numériques obtenus pour l'une des conditions considérées. Un bon accord a été trouvé entre les valeurs théoriques et expérimentales.

El-Shaarawi and Al-Nimr [50] ont présenté des solutions analytiques pour la convection naturelle laminaire établie dans un espace annulaire concentrique vertical à extrémités ouvertes. Ils ont considéré quatre conditions aux limites fondamentales et ont obtenu les solutions correspondantes. Des expressions sont données dans chaque cas pour les paramètres de l'écoulement ou de transfert de chaleur. Ces solutions fondamentales peuvent être utilisées pour obtenir des solutions satisfaisantes sous des conditions aux limites thermiques les plus générales.

Un montage d'essai correspondant à un espace annulaire avec trois rapports de rayons dont les parois étant maintenues à des températures uniformes a été réalisé par **Kubair and Simha** [51] pour obtenir des résultats sur la convection naturelle thermique pour l'eau et le mercure. Une analyse théorique des équations de couche limite a été traitée en utilisant une transformation de similarité. Des formules généralisées ont été posées pour exprimer le rapport de la chaleur transférée par convection à celle transférée par conduction ainsi que le nombre de Nusselt en fonction des nombres de Grashof, de Rayleigh et de Prandtl. Ces formules généralisées ont été en bon accord avec les données des fluides non métalliques et métaux liquides avec une déviation moyenne 9% et une déviation maximale de $\pm 13,7\%$.

Hashimoto et al. [52] ont analysé numériquement l'écoulement laminaire de la convection mixte forcée/libre (des courants ascendant et descendant). En considérant un développement simultané de la couche limite hydrodynamique et thermique dans un conduit annulaire. Avec comme conditions aux limites de la paroi intérieure, température isotherme ou flux isotherme, la paroi extérieure étant adiabatique. Les caractéristiques du transfert de chaleur ont été obtenues par la résolution des équations fondamentales en se basant sur l'approximation de la couche limite. Une attention particulière a été donnée aux

conditions critiques de l'écoulement inverse et l'effet des variations des propriétés du fluide sur le nombre de Nusselt et sur le coefficient de frottement.

Mohanty and Dubey [53] ont étudié expérimentalement et numériquement l'écoulement induit par les forces de flottabilité dans un tube vertical annulaire long. Le cylindre interne étant chauffé uniformément alors que le cylindre externe supposé adiabatique. Bien que les estimations numériques des hauteurs de l'espace annulaire et des températures soient très élevées, elles confirment de bonnes valeurs du nombre de Nusselt. Les résultats expérimentaux ont été réalisés pour des nombre de Grashof $Gr=2,6.10^3$ à $8,5.10^5$ et des débits de fluide de 85 à 3800 cm^3/s .

Jamal et al. [54] ont analysé numériquement par la méthode des différences finies l'influence de l'excentricité sur le transfert conjugué par convection naturelle dans un tube annulaire. Les résultats numériques représentant les paramètres de transfert de chaleur comme la température des parois, flux de chaleur et flux de chaleur absorbé dans la zone de développement de l'espace annulaire ont été présenté pour un fluide avec un nombre de Prandtl $Pr=0.7$ et des différentes excentricités de 0.1, 0.3, 0.5 et 0.7. Ils ont étudié l'effet des paramètres géométriques sur le débit induit dans l'espace annulaire et ont montré que pour une hauteur donnée du tube, l'augmentation de l'excentricité augmente le débit, la non uniformité des températures des parois ainsi que le flux de chaleur moyen.

Dans les travaux expérimentaux effectués par **Hosseini et al.** [55] du transfert de chaleur dans un tube vertical annulaire dont le cylindre externe est chauffé électriquement et le cylindre intérieur isolé. Ils ont noté qu'il n'existait pas de travaux antérieurs similaires à leur système. L'analyse des résultats expérimentaux a indiqué que le taux de transfert de chaleur augmente quand le rapport des excentricités augmente et est supérieur à 0.5. Pour des excentricités 0.5-0.7 le coefficient de transfert thermique demeure pratiquement constant. En outre, il diminue et atteint un minimum quand le rapport d'excentricité est égal à 1. Des travaux plus récents concernant l'influence de l'excentricité sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire ont été étudié expérimentalement par **Choueiri and Tavoularis** [56] pour un rapport de diamètre de 1.63 et un rapport d'aspect 18 :1, en considérant des faibles excentricités. Ils ont trouvé que par la variation linéaire de la température avec la hauteur, l'écoulement est pleinement développé dans une partie de la conduite. Ils ont montré que le flux de chaleur et le nombre Reynolds ainsi que le nombre de Nusselt moyen varient en fonction de l'excentricité.

Al-Nimr [57] a obtenu des solutions analytiques de la convection naturelle transitoire dans un espace annulaire ouvert. Par combinaison de quatre conditions aux limites fondamentales des parois opposées et de l'entrée, l'expression du nombre de Nusselt transitoire a été donnée. Ces solutions fondamentales peuvent être utilisées pour obtenir des solutions satisfaisant les conditions aux limites les plus générales.

Sreedevi et al. [58] ont proposé une analyse théorique du transfert de chaleur et de masse de la convection mixte d'un nano fluide dans l'espace annulaire poreux entre deux cylindres coaxiaux. En employant la méthode d'approximation polynomiale quadratique de Galerkin. Ils ont étudié l'effet de différents paramètres sur la structure de l'écoulement.

Shahi et al. [59] ont étudié par une méthode numérique le transfert de chaleur conjugué par convection naturelle et par conduction dans un tube annulaire contenant un nano fluide. Le cylindre interne étant l'objet d'une génération de chaleur alors que le cylindre externe maintenu à une température constante. Ils ont étudié l'influence de la variation de certains paramètres comme le nombre de Rayleigh, la fraction volumique et l'angle d'inclinaison du tube sur le transfert de chaleur. Les résultats ont été présentés pour des nombres de Rayleigh $Ra=10^5$ à 10^6 , avec l'eau-cuivre comme nano fluide, tandis que l'angle d'inclinaison du tube variant de 0% à 5%. Les résultats ont montrés que le nombre de Nusselt moyen est une fonction croissante de la concentration du solide alors que la température moyenne est une fonction décroissante et l'augmentation de la concentration du solide a un grand effet sur le nombre de Nusselt moyen pour des nombres de Rayleigh élevés.

El-Shaarawi and Negm [60] ont mené une étude numérique sur l'effet du couplage de la conduction dans la paroi et la convection naturelle dans une conduite annulaire. Ils ont utilisé la méthode des différences finies pour obtenir les champs hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement stationnaire et ont montré que l'effet du rapport des conductivités joue un rôle prépondérant sur le transfert de chaleur.

El-Shaarawi and Al-Attas [61] ont utilisé un schéma aux différences finies pour résoudre les équations de la couche limite régissant l'écoulement laminaire instationnaire en convection libre dans des anneaux concentriques verticaux et ouverts en haut. Pour la création d'un couplage thermique, ils ont pris en considération une condition initiale qui correspond à un changement radical de température à la limite paroi interne alors que la paroi externe est maintenue adiabatique. Les résultats numériques sont présentés pour un fluide avec un nombre de Prandtl $Pr=0.7$ et un rapport de rayons 0.5. ils ont montrés que le

développement de la vitesse et des champs de pression dépend de l'espace et du temps. Par ailleurs, ils ont présenté une relation importante pour des différentes valeurs du paramètre de temps entre le débit induit et la hauteur de l'anneau.

I.2.4 Conduites à obstacles ou objets chauffants

Le modèle d'un conduit annulaire muni d'obstacles ou objets chauffants a fait l'objet d'intérêt de plusieurs chercheurs en raison de sa diversité d'applications dans plusieurs domaines techniques. Comme dissipateur de chaleur pour le refroidissement des composants électroniques ou dans les systèmes de collection de l'énergie solaire, le refroidissement des systèmes d'énergie nucléaires ou chimiques, les échangeurs de chaleur. L'insertion d'un objet chauffé au sein de la conduite a pour objectif de perturber l'écoulement avec création de phénomènes complexes de sillage ou zone de recirculation et engendrer ainsi une modification de la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur. La diversité des paramètres thermo-physiques qui interviennent dans les écoulements en convection naturelle dans les tubes annulaires à objets ou obstacle chauffants, explique une relative abondance d'études théoriques et expérimentales.

Iyer and Vafai [62] ont effectué une étude numérique pour voir l'effet des perturbations géométrique sur l'écoulement induit par les forces de flottabilité en convection naturelle dans un espace annulaire tridimensionnel Figure (I.1). Les équations fondamentales ont été résolues par la méthode des éléments finis avec un schéma numérique de Galerkin. Les nombres de Nusselt local et moyen ont été obtenus pour des différents nombres de Rayleigh. Ils ont montré que l'introduction de la perturbation a pour effet d'augmenter le transfert de chaleur et lorsque la largeur de l'espace annulaire entre le cylindre intérieur et le cylindre extérieur diminue le nombre de Nusselt moyen diminue.

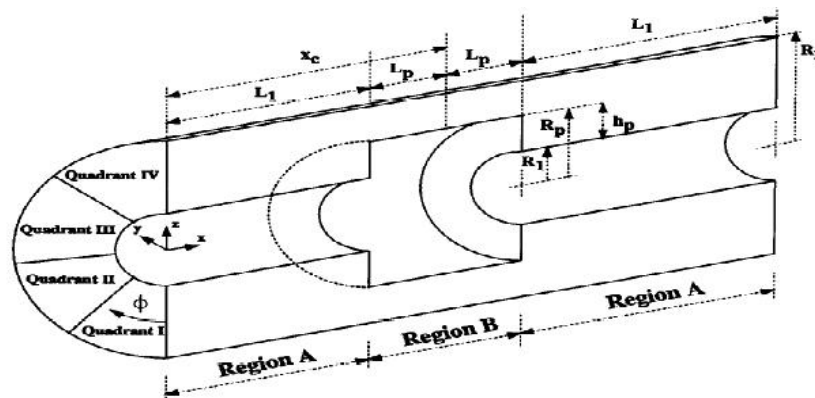


Figure I.1 Schéma du dispositif expérimental de la référence[62]

Dans une autre publication de ces auteurs dans la référence [63]. Ils ont étudié le transfert de chaleur dans l'espace annulaire tridimensionnel d'une cavité avec de multiples perturbations géométrique dans le cylindre intérieur. Les résultats obtenus ont montré l'existence d'une considérable amélioration du taux de transfert de chaleur par l'introduction de ces multiples perturbations et la corrélation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh et le nombre de perturbation P s'écrit sous la forme: $\overline{Nu} = 0.71.Ra^{0.1}(1+0.12P)$.

Dehghan and Behnia [64] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité verticale ouverte par le haut et contenant des sources de chaleur. Les sources de chaleur étant fixées dans un substrat sur la paroi verticale, cette géométrie était un modèle de deux composants placés dans un circuit imprimé. L'effet du matériau du substrat sur le transfert de chaleur et la génération de chaleur ainsi que la distance entre les sources ont été étudiées. Ils ont montré que pour un substrat de conductivité thermique finie, la conduction de la paroi est importante et une analyse conjuguée doit être employée.

Shihe et al. [65] dans leur étude numérique de la convection naturelle externe dans un domaine circulaire, ont utilisé une source en forme de ligne. Les simulations ont été performées pour une source isotherme à la fois en convection naturelle stationnaire et conjuguée. Des expériences ont été effectuées pour comparer les résultats numériques et une bonne concordance a été trouvée.

Sankar et al. [66] ont effectués des simulations numériques sur la convection naturelle dans un espace annulaire avec une source de chaleur localisée. La source de chaleur est fixée dans le cylindre interne les parois adjacentes à la source et celle du bas et du haut sont portées adiabatique tandis que la paroi du cylindre est externe maintenue à une température plus faible. L'influence de la position et la taille de la source de chaleur sur les caractéristiques d taux de transfert de chaleur ont été étudiées. Ils ont trouvé que le maximum de transfert de chaleur est obtenu en plaçant la source au milieu de la paroi du cylindre interne tandis que le minimum est obtenu si elle est placée dans la partie haute ou basse. Ils ont constaté aussi que le maximum de température et de taux de transfert de chaleur dans l'espace annulaire de la cavité sont modifiés d'une manière significative en fonction de la taille et la position de la source.

Wang et al. [67] ont développé un modèle général pour le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire à travers des disques verticaux à support horizontal appliqué

pour un dissipateur de chaleur annulaire à ailette. Le modèle tient en compte toutes les surfaces du dissipateur ainsi que l'épaisseur de l'ailette. Ils ont comparé le modèle simplifié avec des corrélations de la littérature et des données expérimentales. Un bon accord a été trouvé.

Heindel et al. [68] ont effectué une étude expérimentale et numérique du transfert de chaleur par convection naturelle autour d'une rangée de sources de chaleur montées dans la paroi verticale d'une cavité remplie de fluide diélectrique. La paroi opposée de la cavité étant thermiquement refroidie. Les rangées de sources de chaleurs étant étendues pour former un ensemble d'ailettes parallèles en rangées de 3x3 afin d'améliorer le transfert de chaleur. Avec des flux de chaleur de 23.6 W/cm^2 pour une cavité verticale et un maximum de température $T = 70^\circ\text{C}$ et 28.2 W/cm^2 pour une cavité horizontale et un maximum de température $T = 65^\circ\text{C}$ la résistance thermique correspondante est de $2 \text{ cm}^2 \text{ }^\circ\text{C W}^{-1}$. Ils ont montré que l'orientation horizontale des sources donne un transfert de chaleur presque uniforme qui est une caractéristique désirée lors du refroidissement des composants électroniques. Les résultats numériques ont été obtenus par l'utilisation du Brinkman-Forchheimer-extended Darcy model d'un milieu poreux. La comparaison avec les résultats expérimentaux pour une orientation verticale était en bon accord.

Dans une autre publication [69]. Ces auteurs ont étudié numériquement le transfert de chaleur en convection naturelle conjugué de sources de chaleur fixées sur la paroi verticale d'une cavité. Les sources de chaleur simulent les composants d'un ordinateur montés sur un substrat de conductivité thermique finie. Le nombre de Prandtl étant fixe correspondant à un fluide diélectrique et le rapport des conductivités solide /fluide est 25 et 2350. Ils ont montré que l'effet de la résistance de contact entre la source et le substrat est faible pour des résistances thermiques inférieures à 10 et la diminution de la conductivité thermique du substrat a pour effet de diminuer la circulation du fluide et d'augmenter la température maximale de la source.

Sparrow and Stretton [70] ont mené des expériences de l'eau et de l'air pour obtenir le coefficient de transfert de chaleur en convection naturelle des cubes positionnées en treize orientations dans le champ de pesanteur. Représentés en termes de nombres de Nusselt et de Rayleigh, les données pour l'eau et l'air diffèrent de 10% environ. Pour corréler les datas du cube, sphère et le cylindre vertical court, le facteur de forme de tous ces objets est égal à 1. Ils ont formulé une nouvelle longueur caractéristique basée sur la surface du corps et l'aire projetée de l'objet. Les résultats sont très bien unifiés avec les

nouveaux nombres de Nusselt, de Rayleigh et le nombre de Prandtl. Une visualisation de l'écoulement dans l'eau indique que l'écoulement est laminaire et qu'il n'y a pas de séparation aux coins du cube.

Keyani et al. [71] ont effectué des travaux expérimentaux de la convection naturelle autour de sources de chaleur montées dans la paroi verticale d'une cavité rectangulaire. Les sources de chaleur au nombre de 5 identiques et montés avec un espacement vertical uniforme sur un mur vertical. La paroi verticale en face du mur sur lequel étaient montées les sources est mobile afin que la largeur de l'enceinte puisse être ajustée à la valeur désirée. Les expériences ont été menées avec différentes largeurs de la cavité avec l'éthylène glycol comme fluide. Les données concernant toutes les largeurs de la cavité ont été corrélées et ont montrées une relation explicite de l'effet du rapport d'aspect et le nombre de Nusselt local. Les corrélations du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Rayleigh modifié sont indépendantes du nombre de sources de leur position et du rapport hauteur/largeur.

Cha and Cha [72] ont étudié numériquement l'écoulement tridimensionnel en convection naturelle autour d'un cube isotherme. Ils ont utilisés la technique de volume de contrôle par la méthode des différences finis et l'interférométrie holographique. Avec un nombre de Prandtl fixe et différents nombres de Rayleigh. Les résultats présentés en fonction du nombre de Nusselt moyen des parois du cube et comparés avec des travaux antérieurs, ont montré que pour des faibles nombres de Rayleigh, le maximum de transfert de chaleur est au niveau de la paroi basse du cube. Cependant, comme le nombre de Rayleigh croit, le maximum de transfert de chaleur est déplacé vers les parois latérales. Le taux de transfert de chaleur à la paroi de dessus est environ le tiers de la valeur maximale pour les nombres de Rayleigh étudiés. Une suite de ces travaux faite par ces auteurs [73] en utilisant deux cubes. Les résultats ont été obtenus pour des différents nombres de Rayleigh par variation de l'espace entre les cubes.

Radziemska and Lewandowski [74] ont effectués des travaux expérimentaux et théoriques sur la convection naturelle autour d'un parallélépipède isotherme. La solution analytique a été effectuée en tenant compte de la longueur de la couche limite et sa manière de propagation sur le parallélépipède. Pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^7 , ils ont établi une relation reliant le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh de la forme :

$Nu = X Ra^{1/5} + Y Ra^{1/4}$ avec X et Y des coefficients dépendant des dimensions du parallélépipède et qui peut s'écrire sous la forme : $Nu_L = 0.442 \cdot Ra_L^{1/5} + 0.585 \cdot Ra_L^{1/4}$

C'est-à-dire équivalent à $Nu_L = 1.61 \cdot Ra_L^{1/5}$ ou $Nu_L = 0.807 \cdot Ra_L^{1/4}$

Une suite de ces travaux a été effectuée par ces auteurs [75] mais pour des parallélépipèdes de grandes dimensions de (1.5m x 1m x 0.5m), leur but était d'obtenir des résultats qui peuvent être comparés à ceux pour un parallélépipède de petites dimensions

Ils ont aussi établi des relations théoriques reliant le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh qui s'écrivent sous la forme :

$$Nu_L = 0.452 \cdot Ra_L^{1/5} + 0.516 \cdot Ra_L^{1/4} \text{ ce qui est équivalent à}$$

$$Nu_L = 1.482 \cdot Ra_L^{1/5} \quad \text{ou} \quad Nu_L = 0.743 \cdot Ra_L^{1/4}$$

Et les relations expérimentales :

$$Nu_c = 0.94 \cdot Ra_c^{1/4} \quad \text{ou en fonction de la longueur caractéristique sous la forme :}$$

$$Nu_L = 0.90 \cdot Ra_L^{1/4}$$

Bazylak et al. [76] ont présenté une analyse numérique de la convection naturelle autour de sources de chaleur distribuées dans la partie basse d'une cavité. En variant les différents paramètres géométriques relatifs aux sources et à l'écoulement. Ils ont montré que la variation des paramètres géométriques des sources influe sur le taux de transfert de chaleur et les bifurcations qui en résultent déclenchent de divers régimes pour une gamme de nombres de Rayleigh. Ils ont trouvé qu'après la transition du régime conductif vers le régime convectif dominant, les bifurcations dans les structures cellulaires de Rayleigh-Bénard, ainsi que les changements de régime sont observés, reflétant les instabilités du système physique.

Dialameh et al. [77] ont étudié numériquement le transfert de chaleur convectif autour d'une rangée de sources de chaleur fixées sur une base horizontale. Les équations fondamentales tridimensionnelles ont été résolues par la méthode des volumes finis. Ils ont aboutis à deux corrélations reliant le nombre de Nusselt moyen, le nombre de Rayleigh et les paramètres géométriques des sources (ailettes), ces corrélations s'écrivent :

$$\overline{Nu}_s = 0.625 (Ra)^{0.2382} \left(\frac{H}{L} \right)^{0.3674} \left(\frac{S}{H} \right)^{0.3303} \left(\frac{H}{t} \right)^{-0.0504} \quad \text{Pour } Ra \leq 1500$$

$$\overline{Nu}_s = 0.5007 (Ra)^{0.2828} \left(\frac{H}{L} \right)^{0.4468} \left(\frac{S}{H} \right)^{0.3901} \left(\frac{H}{t} \right)^{-0.083} \quad \text{Pour } Ra > 1500$$

$$\text{Pour} \quad 0.14 \leq \frac{H}{L} \leq 1.71, \quad 0.33 \leq \frac{S}{H} \leq 1.78, \quad 1 \leq \frac{H}{t} \leq 4$$

Avec S, H, L et t respectivement l'espace, la hauteur, la longueur et l'épaisseur de la source.

Said and Krane [78] ont effectué une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle autour d'un bloc placé sur l'une des parois d'un canal vertical. Ils ont utilisé la technique optique dans l'étude expérimentale pour obtenir à la fois des données quantitatives (flux thermique et température) et qualitatives (visualisation de l'écoulement) et un code commercial aux éléments finis appelé Nachos pour les calculs numériques. Des conditions aux limites de température pariétale uniforme (UWT) et de flux uniforme (UHF) ont été considérées. Une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et numériques a été observée. Ils ont montrés également que pour les conditions de température imposée (UWT), la présence d'un bloc conduit à une réduction de 5% du nombre de Nusselt moyen pour un nombre de Rayleigh $Ra=104$ et de 40% environ lorsque $Ra=10$.

Ils ont examiné l'influence de la position du bloc sur la paroi et ont montré que le coefficient de chaleur diminue en plaçant le bloc depuis l'entrée du canal. Pour des conditions de UHF, la température maximale a été trouvée plus grande seulement de 4% que la température maximale pour un canal sans obstruction.

Sezai and Mohamad [79] ont étudié numériquement et expérimentalement l'écoulement développé le long d'une plaque plane munie de blocs conductif réalisés en plexiglas. Ils ont montré que le transfert de chaleur diminue en augmentant le nombre et la hauteur des obstacles. Cette diminution résultant de l'augmentation du nombre et ou la taille des obstacles est due à une restriction du mouvement du fluide entre les obstacles.

Choukairy and Bennacer [80] ont procédé à des simulations numériques pour étudier l'effet de la présence d'un bloc poreux de différentes perméabilités sur les transferts convectifs au sein d'une configuration annulaire de forte et faible courbure. L'influence des différents paramètres relatifs au bloc (hauteur, épaisseur, position, conductivité thermique et perméabilité) ainsi que la courbure du cylindre sur les transferts thermiques en régime permanent ont été également étudiées. Ils ont montré que l'utilisation de blocs perforés conducteurs permet une augmentation des échanges thermiques par comparaison à des blocs pleins et que le transfert de chaleur dans les blocs

poreux isolants est régi par la conduction et il en résulte une diminution du transfert de chaleur global.

Dans une étude récente, **Jnana Senapati et al.** [81] ont étudié numériquement la convection naturelle dans un cylindre vertical bidimensionnel muni d'ailettes annulaires en domaine rectangulaire axisymétrique Figure(I.2). En variant le nombre de Rayleigh en régime laminaire $10^4 \leq Ra \leq 10^8$ et en turbulent $10^{10} \leq Ra \leq 10^{12}$, le rapport du diamètre du cylindre à celui de l'ailette (D/d) et le rapport de l'espace entre les ailettes au diamètre du cylindre (S/D) ils ont analysé l'effet de ces paramètres Ra , (D/d) et (S/D). Ils ont développé des corrélations du nombre de Nusselt moyen pour les deux régimes d'écoulements. Ils ont trouvé que l'addition de plus d'ailettes a pour effet de diminuer le transfert de chaleur et en augmentant l'espace entre les ailettes le nombre de Nusselt moyen ainsi que le coefficient de transfert de chaleur augmentent aussi bien en laminaire et en turbulent. Ils ont trouvé aussi que l'espace optimal entre les ailettes n'existe qu'en régime turbulent.

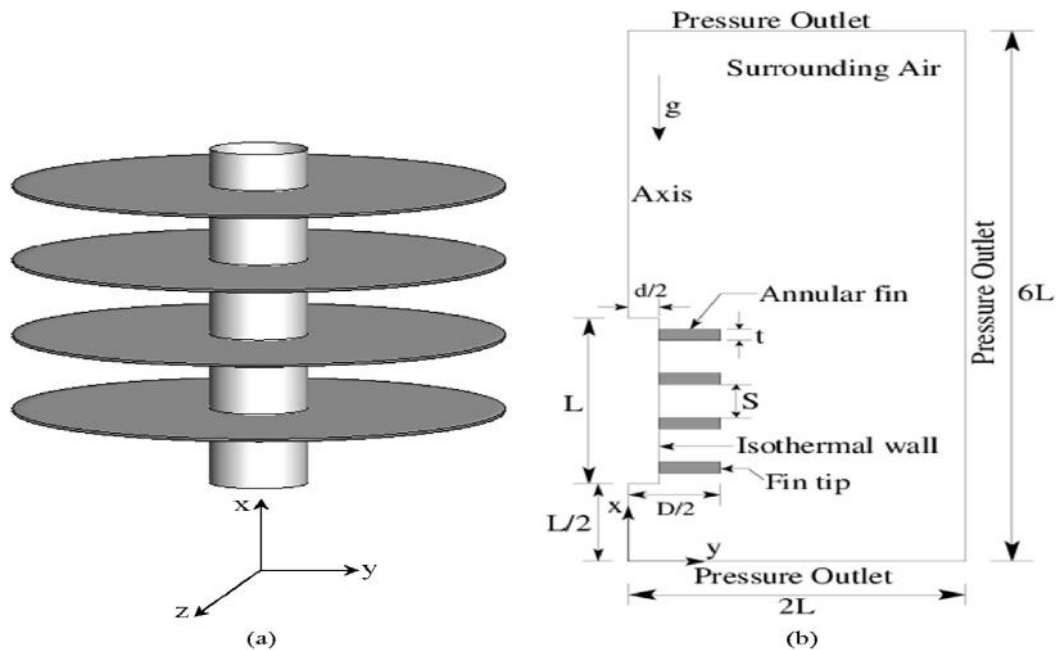


Figure I.2 (a) Configuration 3D du cylindre vertical à ailettes annulaires [81]
(b) Géométrie axisymétrique bidimensionnelle du domaine de calcul

I.2.5 Convection naturelle autour d'ailettes

Le refroidissement par convection naturelle à l'aide des surfaces ailettées offre souvent une solution économique et gratuite dans de nombreuses situations. Pour améliorer le transfert de chaleur les ailettes sont utilisées dans de nombreux systèmes

techniques pour dissiper la chaleur à l'environnement. Elles trouvent leur application dans le chauffage électrique, radiateurs, échangeurs de chaleur et tubes à ailettes. Comme on peut les utiliser dans la fabrication des appareils à composants électroniques comme dissipateur de chaleur. Les configurations les plus courantes des dissipateurs de chaleur sont des plaques verticales ou horizontales selon leurs géométries et leurs applications (dissipateur de chaleur radial ou a plaques). Les dissipateurs de chaleur radiaux peuvent être utilisés avec des dispositifs à semi-conducteurs de haute puissance tels que les transistors de puissance et d'optoélectroniques tels que des lasers et des diodes électroluminescentes (LED). Ces dernières sont utilisées en éclairage général et bien d'autres applications en raison de leur faible consommation d'énergie, durée de vie, structure plus petite et durable.

De nombreux travaux expérimentaux et numériques ont été considérés par les chercheurs en considérant des diverses configurations des ailettes a base circulaire ou rectangulaire. Dans les premiers travaux expérimentaux de **Starner and Mc Manus** [82] sur le transfert de chaleur convectif autour d'ailettes longitudinales. Ils ont étudié l'influence de nombreux paramètres.

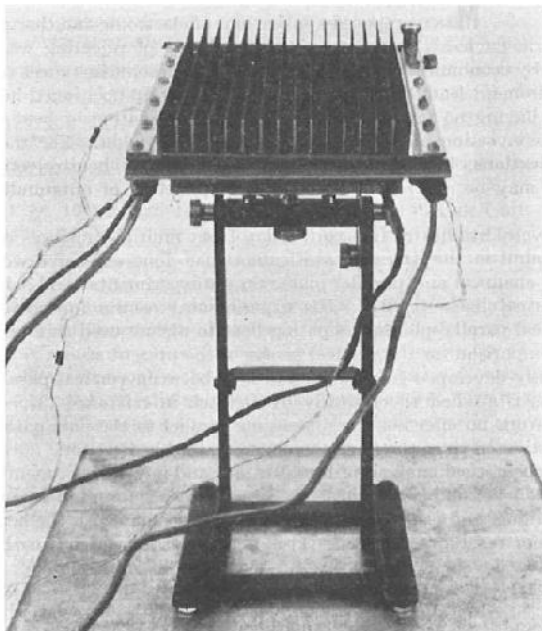


Figure I.3 Dispositif expérimental [82]

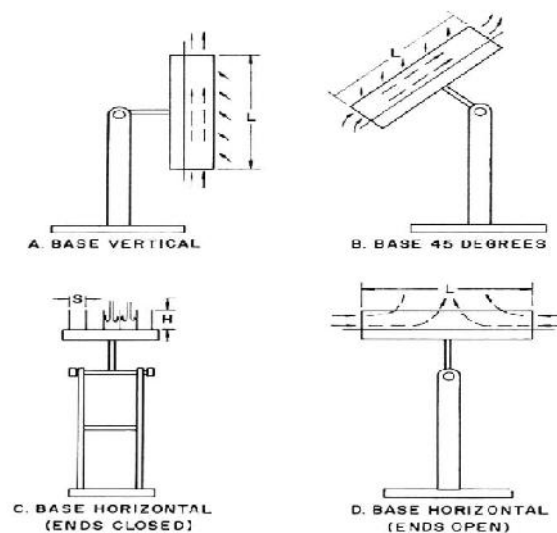


Figure I.4 Différentes orientations du dissipateur [82]

La hauteur, l'orientation de la base et l'espace entre les ailettes sur le taux de transfert de chaleur. Ils ont utilisé quatre dissipateurs de chaleur à rangées d'ailettes de différentes dimensions, disposées et orientées verticalement, horizontalement et à 45° pour déterminer le coefficient de transfert de chaleur moyen des ailettes Figures(I.3-I.4). Ils ont trouvé que pour le dissipateur orienté verticalement, le coefficient de transfert de chaleur a chuté de 10 à 30% inférieur à celui des plaques parallèles et celui qui est orienté à 45° étant 5 à 20% inférieur à celui orienté verticalement. Ils ont trouvé aussi que la disposition horizontale des ailettes réduit brusquement le coefficient de chaleur en empêchant la tridimensionnalité de l'écoulement.

Le coefficient de transfert de chaleur dépend de la hauteur de l'ailette c'est-à-dire, des petites ailettes donnent un meilleur coefficient de transfert de chaleur. Ceci a été obtenu par les résultats expérimentaux réalisés par **Hahnez and Zhue** [83] sur la convection naturelle de l'air dans des tubes à ailettes. De nombreuses corrélations ont été présentées avec une dispersion environs de 6% Figure(I.5).

Par une approche analytique systématique, **Mehran et al.** [84] ont entrepris une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire autour d'ailettes rectangulaire interrompus disposées verticalement. Pour concevoir des dissipateurs de chaleur à haute performances refroidis naturellement. Pour résoudre les équations fondamentales une technique Intégrale a été introduite en combinaison avec les simulations numériques.

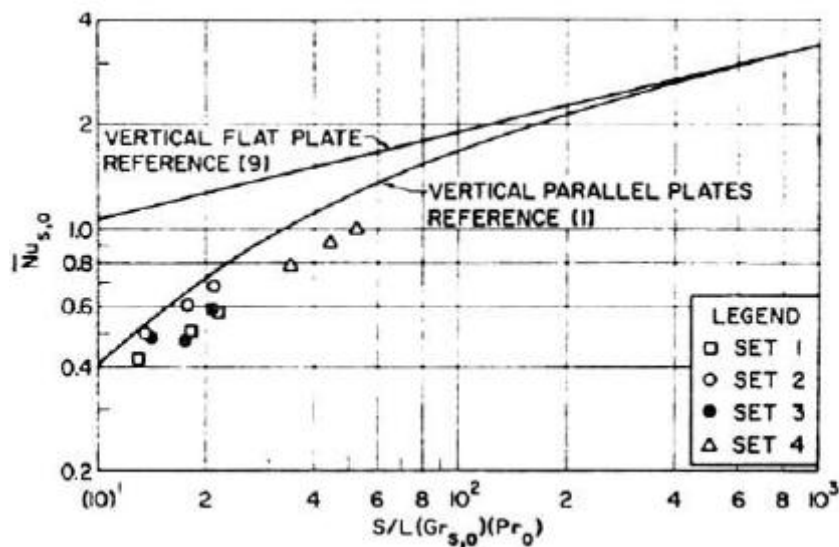


Figure I.5 Comparaison de la base verticale avec les travaux d'Elenbaas [83]

Une vaste étude expérimentale a été également menée pour vérifier les résultats de la solution analytique et les simulations numériques. Les résultats ont montré que les dissipateurs de chaleur conçus sont capables de dissiper la chaleur jusqu'à 5 fois plus que les dissipateurs de Chaleur disponibles actuellement à refroidissement naturel, avec jusqu'à 30 % moins de poids. Les nouveaux dissipateurs peuvent accroître significativement la capacité des systèmes de gestion thermique passifs.

Aihara and **Shigenao** [85] ont réalisé une étude expérimentale du transfert de chaleur par rayonnement et par convection naturelle autour d'ailettes en forme d'aiguilles fixées sur une base verticale isotherme. Les caractéristiques du transfert de chaleur par convection naturelle ont été corrélées par le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh basés sur l'espace horizontal entre les ailettes verticales comme longueur caractéristique. Les caractéristiques généralisées étaient semblables à celles des ailettes rectangulaires et ont dérivé une formule expérimentale pour le coefficient moyen de transfert thermique. Une suite de travaux expérimentaux et théoriques réalisées par ces auteurs [86-87-88] sur la convection naturelle autour de rangées d'ailettes.

En premier, pour une rangée d'ailettes rectangulaires. L'influence de la température la géométrie des ailettes sur le coefficient de transfert de chaleur a été précisée et des formules empiriques du nombre de Nusselt moyen ont été obtenues.

$$\text{Nu}_{\delta(u)} = \frac{\text{Ra}_{\delta} f_4}{30} \left[1 - e^{-(17/\text{Ra}_{\delta} f_4)^{3/4}} \right] \times \left(\frac{\delta}{S} \right) / \left(1 + \frac{\delta}{S} \right)^{1.4}$$

$$f_4 = 1 + \left(\frac{H}{3L} \right)$$

$$\text{Pour } 20 < \text{Ra} < 6.10^3, \quad 1.8 < \frac{H}{L} < 7.2$$

Avec respectivement H,L,S et la hauteur ,la longueur l'espace et l'épaisseur de l'ailette.

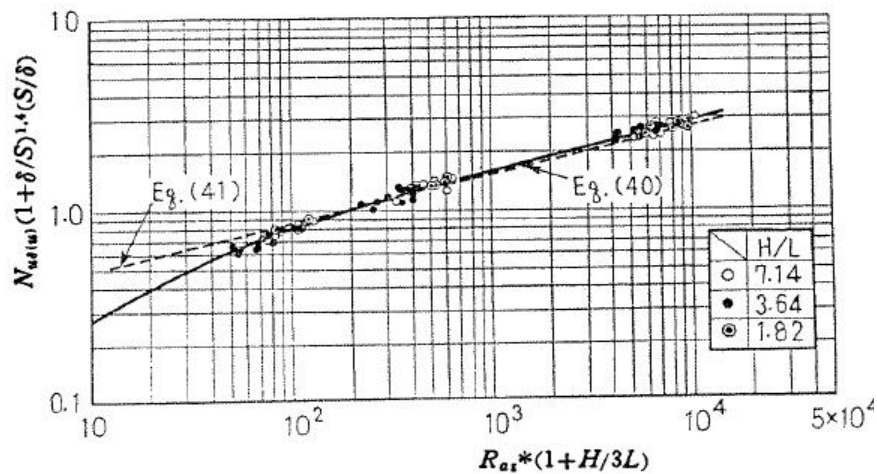


Figure I.6 Comparaison de la formule empirique avec les calculs expérimentaux [88]

En deuxième, l'influence de la température et des paramètres de l'ailette sur le coefficient de transfert ont été étudiées pour des plaques parallèles et un canal vertical ouvert pour lesquelles des formules empiriques du nombre de Nusselt moyen ainsi que les comparaisons ont été établies.

troisième, des calculs numériques ont été développés pour prévoir les caractéristiques des ailettes non isothermes à partir des résultats précédents de celles isothermes. Des expériences ont été faites pour une rangée d'ailettes d'efficacité environ 80% et un bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux a été trouvé (Figure I.6).

Prakash and Renzoni [89] ont présenté les résultats d'une étude numérique sur la combinaison de la convection forcée et libre d'un écoulement laminaire ascendant complètement développé entre deux cylindres concentriques avec différents nombres d'ailettes radiales $N = 8, 16, 24$, supposées d'épaisseurs nulles, fixées à l'extérieur du tube intérieur pour des différents nombres de Rayleigh $Ra(0, 600, 1200, 1800)$. Un flux de chaleur pariétal appliqué sur le tube intérieur tandis que la paroi extérieure est isolée. Ils ont choisi un domaine de calcul entre deux ailettes adjacentes et la méthode des différences finies pour discrétiser les équations de base. Les résultats obtenus ont montré que la flottabilité augmente le facteur du frottement et le transfert de chaleur et ces résultats sont comparés avec le cas sans gravité. Cet effet est plus fort quand le nombre d'ailettes est faible ou que les ailettes sont courtes, en tenant compte des effets de pesanteur, un passage à ailettes semble être une conception d'échangeur de chaleur plus efficace.

Dagtekin et al. [90] ont effectué une analyse de la génération de l'entropie à travers un conduit circulaire d'un écoulement laminaire avec des ailettes longitudinales de trois différentes formes : mince, triangulaire et en forme de V et l'eau comme medium utilisé. Ils ont trouvé que le nombre de Reynolds, le nombre, la forme et l'angle entre les ailettes ont une influence sur la variation de la génération de l'entropie et (le pumping power to heat Transfer) PRP.

Kumar [91] a étudié numériquement la convection naturelle d'un écoulement permanent et laminaire de l'air entre deux cylindres verticaux tridimensionnels avec des ailettes longitudinales attachées sur le cylindre intérieur. Les conditions aux limites sont telles que la paroi intérieure est maintenue à une température constante supérieure à celle de la paroi extérieure pour plusieurs paramètres : le nombre de Rayleigh ($10^3 < Ra < 10^6$), le rapport des rayons ($1 < k < 5$, $k=R_e/R_i$), le nombre d'ailettes (n) et l'angle d'épaisseur d'ailettes ($\theta = 2^\circ$ ou 6°). Avec un code commercial : Phoenics. Ils ont trouvé que le taux du transfert de chaleur dans le cylindre intérieur peut-être maximal pour un nombre d'ailettes spécifiques, les champs de température et de vitesse ont montré une forte dépendance des paramètres géométriques Figure (I.7). Le fluide plus froid est confiné dans une grande région près de la base du cylindre dont la dimension augmente quand k augmente. Des cellules secondaires ont été observées dans le cas où k diminue, et elles disparaissent complètement pour les plus grandes valeurs de k . Le nombre de Nusselt moyen maximal \overline{Nu}_{max} et θ_{opt} (angle optimisé entre deux ailettes pour un maximum de transfert) augmente avec l'augmentation de k . Deux corrélations du nombre de Nusselt moyen et l'angle entre les ailettes en fonction du nombre de Rayleigh et le rapport des rayons k ont été établies et s'écrivent :

$$\overline{Nu}_{max} = cRa^l k^m \quad , \quad \theta_{opt} = cRa^q k^r$$

Avec k , m , q , l , r et c sont portés dans des tableaux explicités dans la référence citée.

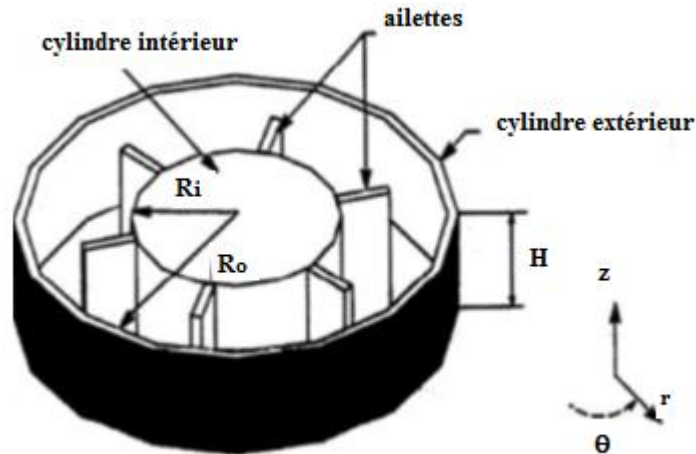


Figure I.7 Configuration étudiée de la référence [91]

Zhang and **Faghri** [92] ont présenté une étude numérique par la méthode des volumes finis de l'écoulement stationnaire pour l'amélioration du transfert de chaleur de l'énergie thermique latente stockée dans un système PCM (matière du changement de phase) par l'utilisation des tubes munis d'ailettes internes. Le PCM étant supposé adiabatique. Ils ont utilisé la corrélation proposée par **Edward** and **Jensen** [93] pour exprimer le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh et le nombre de Reynolds qui s'écrit sous la forme :

$$Nu = \frac{0.023(I_c / D)^{0.2}}{(1.35 - 0.35I_c / D)} Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

Une comparaison basée sur le même diamètre et la même vitesse de l'écoulement de fluide a été faite entre des tubes pleins et des tubes avec ailettes internes. Les résultats obtenus ont montré que la fraction du volume fondant peut avoir une augmentation considérable si l'épaisseur, la hauteur et le nombre des ailettes augmentent. Ils ont montré aussi qu'un faible nombre de Reynolds (Re) et une conductivité thermique k les ailettes peuvent être une façon très efficace pour améliorer le transfert de chaleur.

Haldar et al. [94] ont étudiée numériquement par la méthode des différences finies, la convection laminaire bidimensionnelle autour d'un cylindre horizontal avec des ailettes extérieures longitudinales d'une épaisseur finie et une géométrie rectangulaire Figure (I.8). Le domaine physique inclut deux milieux différents : Les ailettes solides sur le cylindre et le fluide autour du cylindre. Les résultats ont été obtenus pour un nombre de Grashof

$Gr=10^5$ et un nombre d'ailettes N compris $0 \leq N \leq 18$ et une longueur d'ailette variant de $0.1 \leq l \leq 0.6$ et une épaisseur $0.01 \leq t \leq 0.05$, avec un rapport de conductivité thermique (k_f conductivité thermique de l'air)/ (k_a conductivité thermique de l'ailette) de 2000 à 16000. Ils ont montré que les ailettes produisent un transfert de chaleur total très faible mais leur présence change fortement la température du fluide au voisinage de la surface du cylindre et par conséquent le transfert de chaleur de la région découverte du cylindre. Ils ont trouvé que l'épaisseur de l'ailette est l'un des paramètres qui a le plus d'influence sur le transfert de chaleur. Pour des ailettes minces il existe une longueur d'ailette qui maximise le taux de transfert de chaleur. A une épaisseur 0.01 ,le nombre optimisé et la longueur d'ailettes ont été obtenus respectivement 6 et 0.2 correspondant à des ailettes les plus minces.

Hyng et al. [95] ont effectué une étude analytique pour l'optimisation thermique des ailettes internes longitudinales attachées sur la surface interne de la paroi du tube extérieur d'un espace annulaire. Le domaine physique choisi divisé en deux régions séparées par un cylindre de rayon r_i . La région I étant la région centrale cylindrique qui s'étend aux pointes des ailettes, et la région II constitue le reste du tube qui comprend les ailettes et qui est l'équivalent d'un modèle poreux Figure (I.9). L'écoulement du fluide étant axial avec un en régime laminaire établi hydro dynamiquement et thermiquement à des propriétés thermo physiques constantes. L'équation de Brinkman-Darcy a été utilisée pour l'écoulement du fluide dans la région poreuse et les équations de Navier-Stokes et de l'énergie ont été utilisées dans la région centrale du cylindre. Ils ont trouvé un bon accord avec une erreur maximale de l'ordre de 5% entre la solution analytique et la solution numérique dans les profils de vitesse et de température. Les facteurs de frottement obtenus avec des solutions analytiques présentés ont été comparés avec des données expérimentales de **Watkinson et al.** [96].

Les effets de la source d'énergie et le diamètre du tube sur les performances thermiques des tubes ont été examinés aussi. La diminution du diamètre du tube, la source d'énergie et la géométrie optimale ont pour effet de minimiser les frottements dans le fluide.

L'étude numérique effectuée par **Alshahrani and Zeitoun** [97] a porté sur la convection naturelle entre deux cylindres horizontaux et concentriques avec deux ailettes attachées au cylindre intérieur avec des températures de surface constantes $T_i = T_o$. Les équations fondamentale sont été résolues par la technique des éléments finis avec un nombre de Rayleigh $Ra=5.104$. Ils ont montré que le rapport des diamètres, le nombre de

Rayleigh, la hauteur et l'angle d'inclinaison des ailettes ont un effet sur le transfert de chaleur. La résistance thermique décroît lorsque le rapport du diamètre augmente. Les données de la convection naturelle ont été représentées en termes de rapport des conductivités thermiques ke/k efficace qui est proportionnelle au nombre de Rayleigh.

Le nombre de Nusselt et le rapport ke/k diminuent avec l'augmentation de la longueur des ailettes. L'angle d'inclinaison a un faible effet sur le rapport des conductivités thermiques. Une corrélation du rapport de conductivité thermique qui a été proposée avec une erreur entre 6 et 15% par les deux relations suivantes :

$$\frac{k_e}{k} = \begin{cases} 1 & \text{pour } Ra_m \leq 0.8 \\ 0.0123Ra_m^6 - 0.2167Ra_m^5 + 1.5514Ra_m^4 - 5.7568Ra_m^3 + 11.55Ra_m^2 - 10.683Ra + 4.5486 & \text{pour } 0.8 > Ra_m > 4.7 \end{cases}$$

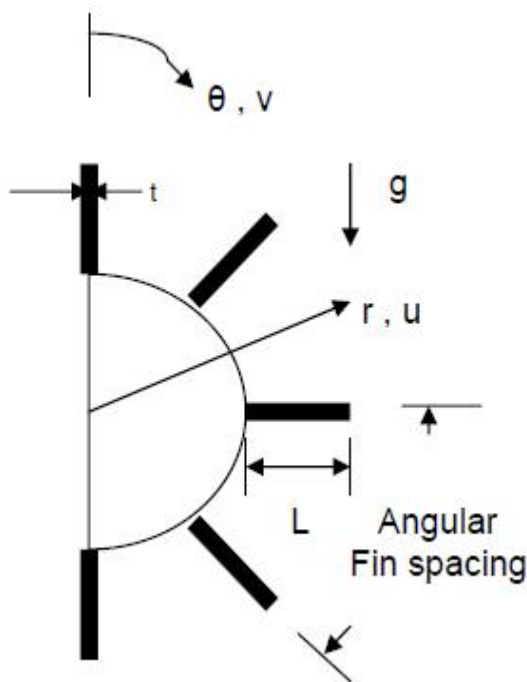


Figure I.8 Schéma représentatif des ailettes externes [94]

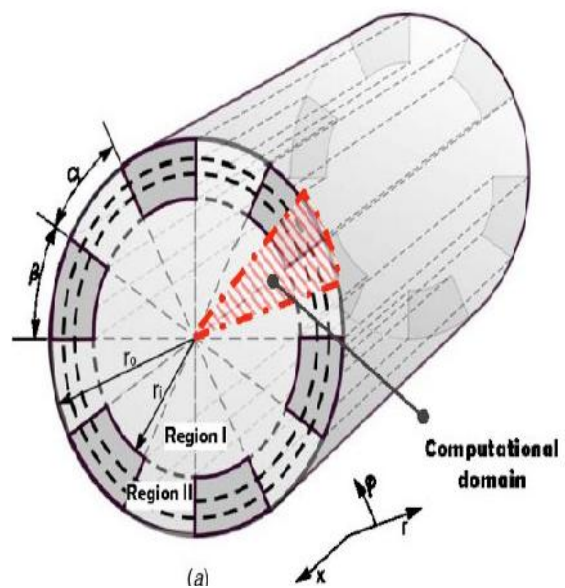


Figure I.9 Schéma représentatif des ailettes internes [95]

Kiwan and Zeitoun [98] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire entre deux cylindres concentriques munis d'ailettes poreuses attachées au cylindre intérieur. Les équations fondamentales ont été discrétisées par méthode des volumes finis.

L'équation de Darcy-Brinkman a été utilisée pour résoudre l'écoulement de fluide à l'intérieur des milieux poreux et l'approximation de Boussinesq pour modéliser la flottabilité. L'effet du rapport de conductivité des ailettes, du nombre de Darcy (Da) et de Rayleigh (Ra) sur le nombre de Nusselt moyen a été étudié. Les nombres des Nusselt moyens obtenus pour les ailettes poreuses ont été comparés avec ceux trouvés pour des ailettes non poreuses avec une large gamme du nombre de Rayleigh. Une amélioration du transfert de chaleur atteint 75% pour $Ra = 5.10^4$ et $Da = 2.5.10^{-2}$. Ils ont trouvé aussi que les différents taux de transfert de chaleur obtenus avec les ailettes solides décroissent dans les cylindres équipés d'ailettes poreuses avec l'augmentation d'angle d'inclinaison des ailettes.

Jeong et al. [99] ont effectué une analyse numérique par un modèle de CFD d'un échangeur de chaleur constitué par un vaporisateur de chauffage, la partie de chauffage est un tube long muni d'ailettes longitudinales de fine épaisseur. Ils ont utilisé l'Azote comme fluide d'écoulement et l'air sec pour le chauffage extérieur du tube. Les simulations ont été performées avec des conditions de paroi flux et température non uniforme. Une corrélation a été proposée et qui s'écrit sous la forme :

$$Nu = (0.0033) Ra^{0.4088} \quad \text{pour } 2.7414 \times 10^{12} < Ra < 2.8263 \times 10^{13}$$

Avec une erreur environs de 27%.

Ben-Nakhi and Chamkha [100] ont effectué une étude numérique basée sur la méthode des volumes finis du transfert de chaleur par convection naturelle, laminaire et conjuguée autour d'un tube à ailettes placé dans une enceinte carré avec génération de chaleur uniforme. Les ailettes au nombre au nombre de 4 sont de même épaisseur et fixées arbitrairement dans le tube central, les parois de l'enceinte de même épaisseur et de même température. Les auteurs ont discuté les effets de l'angle d'inclinaison du tube à ailettes sur la structure thermique et hydrodynamique de l'écoulement. Ils ont trouvé que pour des applications de conception, il est possible de contrôler thermiquement le transfert de chaleur entre la cavité et les frontières qui l'entourent par un contrôle adéquat de certains paramètres comme : l'angle d'inclinaison du tube, la longueur des ailettes, l'épaisseur et la conductivité du tube et bien entendu du nombre de Rayleigh externe et interne.

Byoung et al. [101] ont proposé une corrélation pour estimer le nombre de Nusselt de la convection naturelle autour de cylindres à ailettes plates orientées verticalement (Figure I.10). Pour cet effet, ils ont effectués des travaux expérimentaux par variation du

nombre et la hauteur des ailettes ainsi que la température de la base. La corrélation s'écrit sous la forme :

$$Nu_L = \frac{1}{0.25(((\pi(D + H) / N - t)Ra_L^{0.13} / L)^{-1.7} + 1)} \times (0.68 + \frac{0.670Ra_L^{1/4}}{(1 + (0.492 / Pr)^{9/16})^{4/9}})$$

Qui est valable pour $100000 \leq Ra \leq 600000$, $1/6 \leq H/D \leq 1/2$, $9 \leq N \leq 72$

Avec Ra , D , H , t , et N respectivement le nombre de Rayleigh, le diamètre et la hauteur du cylindre, l'épaisseur et le nombre des ailettes.

Seung-Hwan et al. [102] ont présenté une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle autour d'un dissipateur radial de base circulaire horizontale munie d'ailettes verticales Figure (I.11). Une étude paramétrique a été performée dans le but de comparer les effets de la longueur, la hauteur, le nombre de ailettes ainsi que le flux de chaleur sur la résistance thermique et le coefficient de transfert de chaleur. Ils ont trouvé que lorsque le nombre, la hauteur et la longueur des ailettes augmentent, la résistance thermique et le coefficient de transfert de chaleur diminuent, cependant il existe une valeur optimale de la hauteur et du nombre des ailettes qui permet d'obtenir une valeur effective

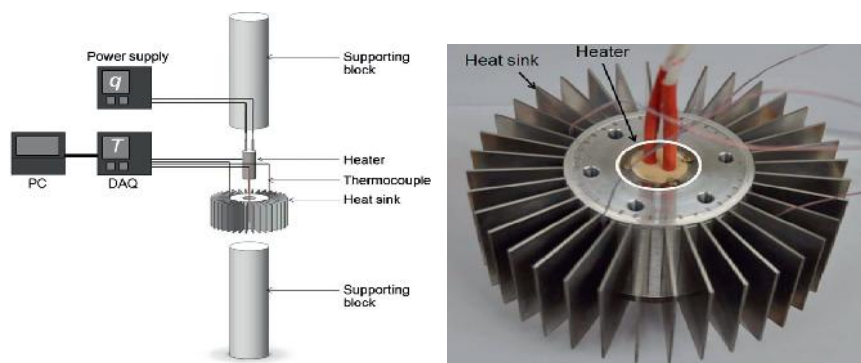


Figure I.10 Dispositif expérimental du dissipateur de chaleur [101]

basse de la température du dissipateur. Une corrélation a été proposée pour prédire le nombre de Nusselt moyen en fonction des paramètres des ailettes et le nombre de Rayleigh

modifié et qui s'écrit sous la forme : $Nu = 0.195(Ra^*)^{0.263} \left(\frac{nb_{avg}}{H}\right)^{1.35} \left(\frac{r_o}{L}\right)^{0.444} \left(\frac{r_o}{H}\right)^{-1.4}$

Avec une erreur inférieure à 10%, avec respectivement Ra^* , n , H , L , b_{avg} , et r_o le nombre de Rayleigh modifié, le nombre, la hauteur, la longueur, l'espace moyen entre les ailettes et le rayon extérieur. Cette corrélation est valable pour des flux de chaleurs :

$$300W/m^2 \leq \dot{q} \leq 1100W/m^2$$

$$20 \leq n \leq 36, 21.3mm \leq H \leq 63.9mm, 75mm \leq r_o \leq 102mm, 40mm \leq L \leq 80mm$$

Dans une autre publication de l'auteur et ces collaborateurs [103] pour la même configuration du dissipateur Figure (I.12). Ils ont effectué une étude expérimentale et numérique dans le but de concevoir un dissipateur de chaleur adapté au (LED) (Diode Electro Luminescentes) circulaires. Pour déterminer le modèle de référence optimal. L'étude paramétrique de ces auteurs a été performée pour comparer l'influence du nombre des ailettes de la longueur de ces dernières et le flux de chaleur sur la résistance thermique et le coefficient de transfert de chaleur. Les résultats numériques ont été comparés expérimentalement et un bon accord a été trouvé. Une suite de travaux de ces auteurs [104]. Ils ont examiné l'effet du rayonnement sur le transfert de chaleur total par vérification du modèle numérique. Pour des différentes valeurs de l'émissivité et du flux de

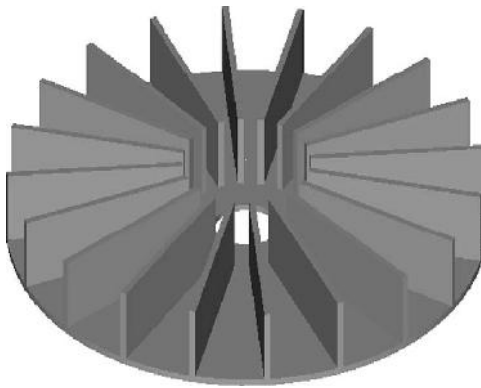


Figure. I.11 Dissipateur de chaleur radial à base circulaire [102]

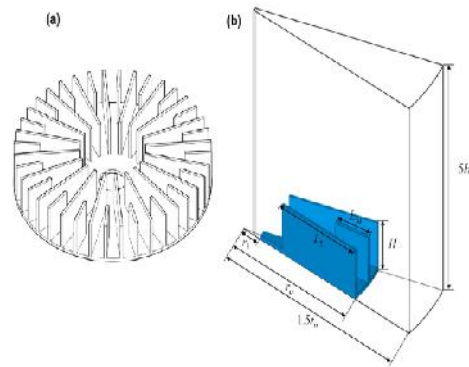


Figure I.12 Dissipateur de chaleur radial
(a) Géométrie étudiée
(b) domaine d'étude [103]

chaleur. La géométrie du dissipateur radial a été optimisée en utilisant un algorithme qui considère la masse le dissipateur et les performances thermiques de ce dernier.

Ils ont trouvé que La performance thermique a été améliorée de 12.3%, tandis que la masse a augmenté de 24 %. Le Rayonnement (émissivité) avait un effet important sur la longueur optimale de l'ailette. Ils ont trouvé aussi que la résistance thermique moyenne a diminué de 8,7 % pour un modèle optimal de même masse que celui de référence et l'effet du rayonnement sur le transfert de chaleur total était important par rapport à la convection naturelle. La comparaison des résultats numérique avec ceux expérimentaux a été en bon accord.

Qie Shen et al. [105] ont présenté une analyse numérique par une méthode de CFD pour examiner le transfert de chaleur par convection naturelle autour d'un dissipateur de chaleur radial à ailettes longitudinales, employé dans les dissipations de chaleur des ampoules LED et bien d'autres appareils électriques Figure (I.13). En se basant sur les résultats donnés dans la référence [89] le modèle de CFD a été construit sous les mêmes conditions de cette référence. Ils ont obtenu que le nombre de Nusselt le long de l'ailette est approximativement proportionnel à une fonction exponentielle de z . En se référant sur les données de la référence [104]. Ils ont proposé une corrélation empirique et qui s'écrit sous la forme :

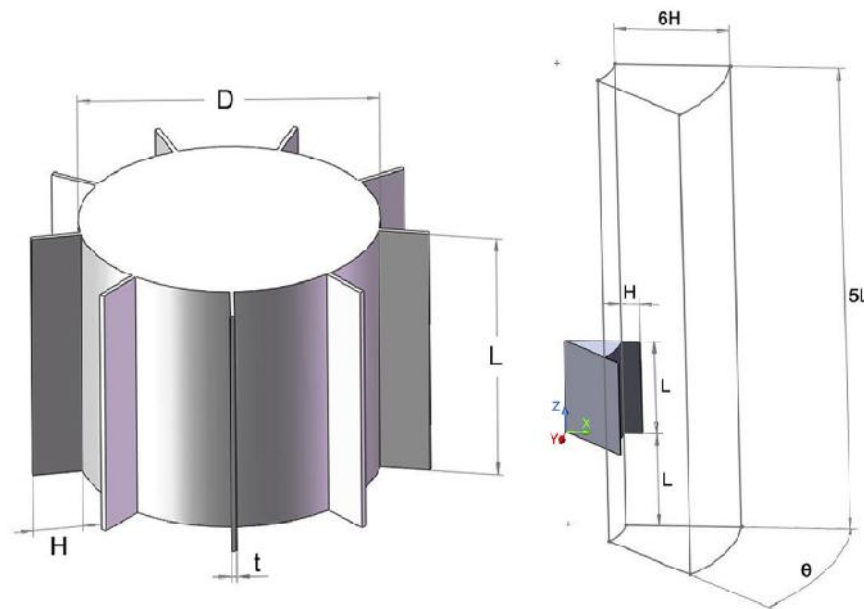


Figure I.13 Configuration du dissipateur de chaleur à ailettes longitudinales et domaine de calcul [105]

$$\overline{Nu} = 0.347Ra^{1/3}\psi^{0.137} \frac{1}{7 \times 10^{-5} N^{2.5} + 1}, \quad \text{où } \psi \text{ est un rapport défini par :}$$

$$\psi = \frac{\pi DL + 2NHL}{\pi DL}$$

Sajedi et al. [106] ont effectué une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle d'un échangeur de chaleur à ailette dans le but de trouver un nombre d'ailettes optimal qui donne le maximum de transfert de chaleur. Les résultats numériques

ont été performé pour un nombre d'ailettes $N=4$ et 9 et des différents nombres de Rayleigh Figure (I.14). Ils ont montré que l'augmentation du nombre des ailettes a pour effet de diminuer le nombre de Nusselt moyen et le taux de génération d'entropie vari de la même manière que le nombre des ailettes optimal. Une corrélation a été établie pour estimer le nombre de Nusselt moyen de l'échangeur de chaleur et qui s'écrit souq la forme:

$$\overline{Nu}_f = 6.205 Ra_s^{0.146} \left(\frac{S}{H} \right)^{0.7906} \times \left\{ 1.415 - \exp \left[-0.1798 \left(Ra_s \frac{S}{H} \right)^{0.6848} \right] \right\}$$

Avec respectivement Ra_s , H , S le nombre de Rayleigh, la hauteur de l'échangeur de chaleur, une longueur caractéristique de l'espace entre les ailettes.

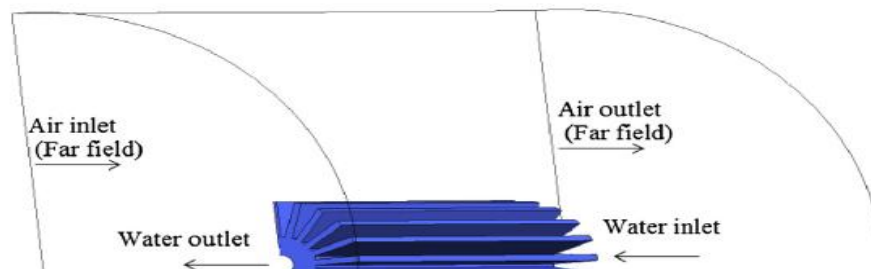
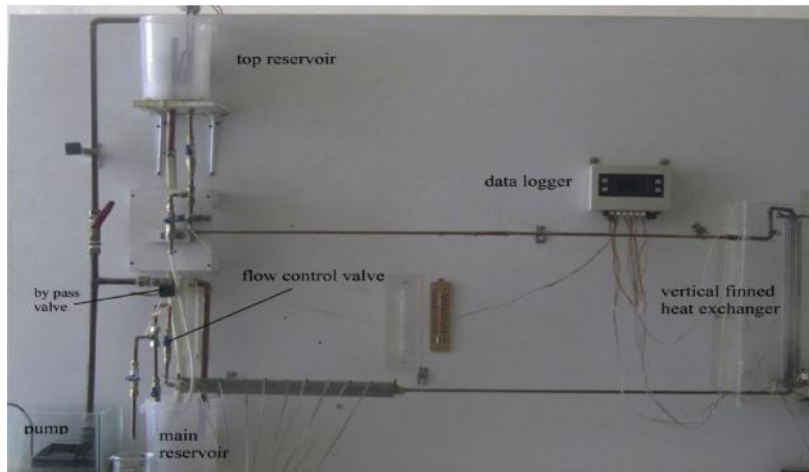


Figure I.14 Dispositif expérimental et configuration étudiée de la référence [106]

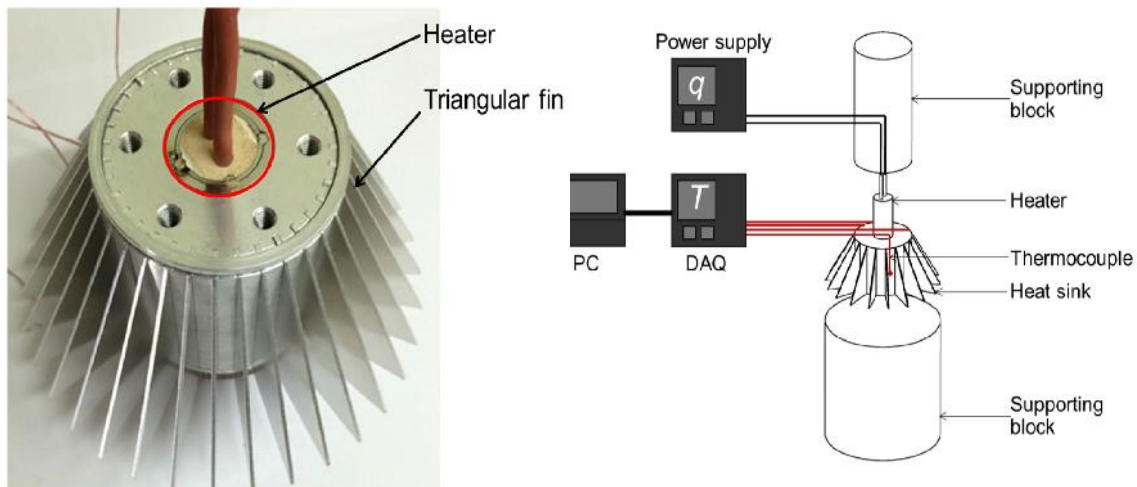


Figure I.15 Configuration étudiée et dispositif expérimental [107]

Myoungwoo Lee et al. [107] ont étudié expérimentalement la convection naturelle autour d'un cylindre muni d'ailettes triangulaires Figure (I.15). En variant le nombre, la longueur et la hauteur des ailettes ainsi que le nombre de Rayleigh, ils ont proposé une corrélation empirique pour estimer le nombre de Nusselt pour $1000 < Ra_H < 120000$, $0.2 < H/L < 0.6$ et $9 < N < 72$ avec $Ra_H, H/L$ et N respectivement le nombre de Rayleigh, le rapport de la hauteur sur la longueur de l'ailette et le nombre des ailettes. Ils ont montré qu'il existe une épaisseur et un nombre d'ailette pour lesquelles la résistance thermique est minimisée.

Kuen Tae Park et al. [108] ont mené une étude expérimentale dans laquelle ils ont proposé une corrélation pour estimer le nombre de Nusselt moyen de la convection naturelle dans un cylindre muni d'ailettes plates embranchées Figure(I.16). Cette corrélation est applicable pour les nombres de Rayleigh (100000 à 600000), des angles entre les branches d'ailettes de 10 à 40° et un nombre d'ailette de 9 à 36. Dans cette étude, ils ont montré qu'il existe une épaisseur et un nombre d'ailettes pour lesquelles la résistance thermique est minimisée. Avec ces corrélations ils ont comparé les résistances thermiques des cylindres à ailettes plates embranchées avec celle des cylindres à ailettes plates simples (conventionnelles). Ils ont trouvé que les cylindres à ailettes plates embranchées fournissent des résistances thermiques plus de 36% inférieure que celle des cylindres à ailettes plates simples.

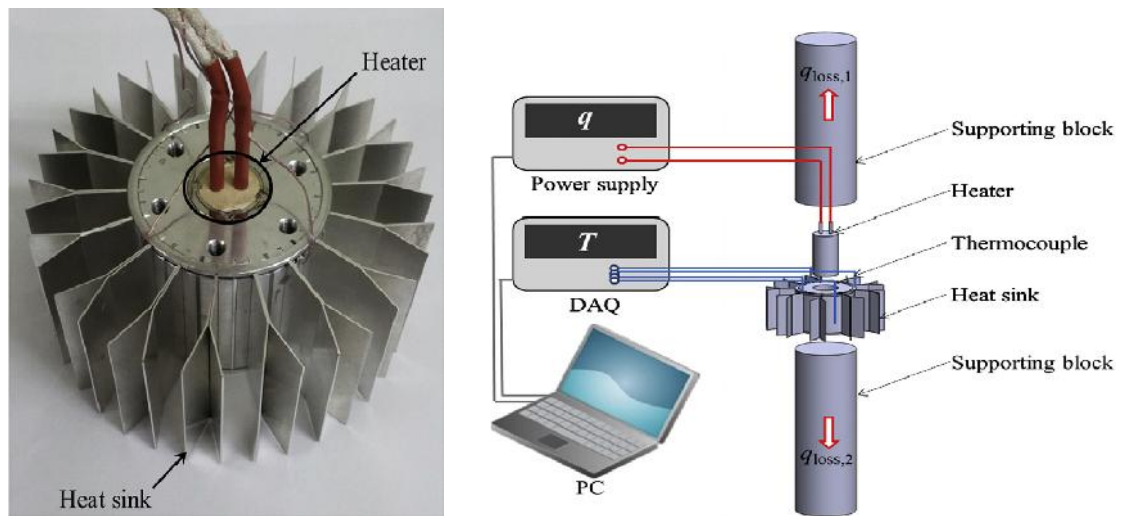
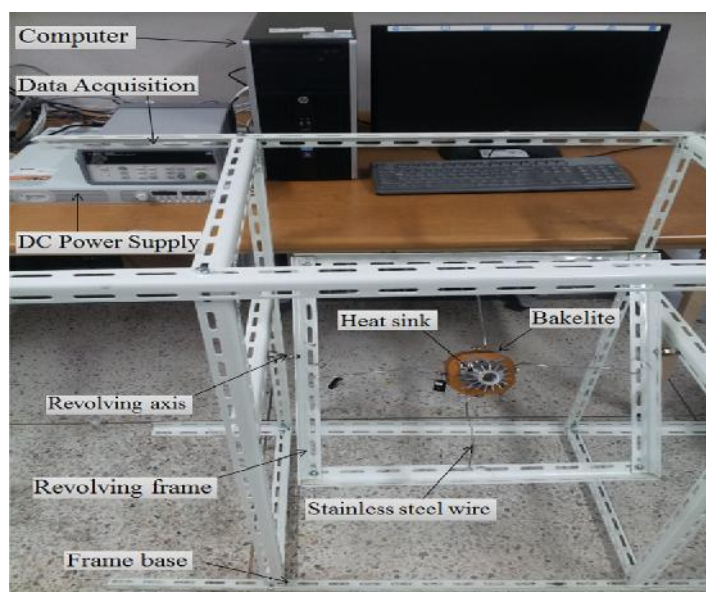
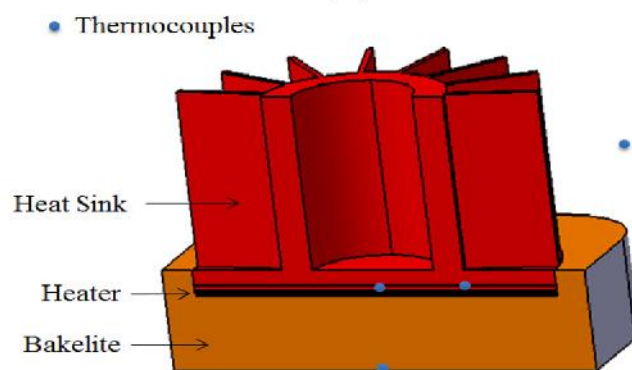


Figure I.16 Configuration étudiée et dispositif expérimental [108]

Bin Li et Chan Byon [109] ont réalisé une étude numérique et expérimentale dans laquelle ils ont examiné l'effet de l'orientation sur les performances des dissipateurs de chaleur radiaux à base circulaire et à anneaux concentriques Figure(I.17). Les résultats ont montré que l'orientation horizontale du dissipateur de chaleur a donné de meilleures performances que l'orientation verticale. En se basant sur les résultats expérimentaux et numériques, ils ont proposé une corrélation empirique en fonction du facteur de l'effet de l'orientation afin d'estimer le nombre de Nusselt en fonction du paramètre adimensionnel (le nombre d'Elenbaas).



(a)



(b)

Figure I.17 Dispositif expérimental et Configuration étudiée [109]

I.3 Conclusion

A travers cette bibliographie, on s'aperçoit de l'existence d'un large éventail d'études, expérimentales, analytiques et numériques dans le domaine de la convection naturelle stationnaire dans les espaces annulaires à cause de son implication dans diverses applications d'ingénierie.

Cette revue non exhaustive des divers travaux réalisés sur les écoulements en convection naturelle dans les espaces annulaires. Plusieurs types d'écoulements se distinguent par leurs configurations, les conditions aux limites et de chauffage. En particulier les conduites ouvertes et annulaires avec des différentes conditions d'entrées, de chauffage symétriques ou asymétriques de paroi ou de flux isothermes ou non. Les travaux se limitent à ceux de [12], [14], [18], [20]. Certains auteurs ont considéré l'influence du gap de l'espace annulaire comme [44-45], [49] et [51]. Par ailleurs, [25], [54], [55] et [56] ont étudié l'effet de l'excentricité.

Cependant, les conduites annulaires avec sources de chaleur ou objets chauffants où la position ou la taille et les conditions de chauffage de la source ont donné des caractères complexes relatifs à l'écoulement. En particulier, les travaux de [64], [66], [68]. La plus part d'entre eux ont considéré l'écoulement bidimensionnel, alors que ceux de la référence [62] ont étudié configuration tridimensionnelle de la conduite annulaire avec obstacles.

Enfin, les configurations avec ailettes longitudinales pour améliorer le transfert de chaleur où le nombre et la forme des ailettes sont prises en compte. La plus part des travaux expérimentaux ou numériques sont menés dans le but d'établir des corrélations globales caractérisant le transfert de chaleur total [100], [102], [105], [108], [109]. Or certains, ont cherché à optimiser un nombre d'ailettes qui donne le maximum de transfert de chaleur [106], [107], [103]. Cependant, les études qui considèrent l'espace annulaire avec une génération de chaleur volumique sont peu nombreux et se limitent à ceux de [60] et [59], le fluide utilisé dans ces études est un nanofluide.

Cela reconforte notre approche à traiter de telles configurations en regardant de près le divergent à trois dimensions en utilisant la simulation numérique comme outil d'investigation, la topologie thermofluide ainsi que le quantitatif de ce type de systèmes, afin de dégager des corrélations adéquates (Nu , h , flux de chaleur...)

Chapitre **II** Formulation Mathématique du problème

II.1 Introduction

Le présent chapitre traite la modélisation physique de l'écoulement d'un fluide en convection naturelle dans l'espace annulaire tridimensionnel entre deux cylindres coaxiaux dont la paroi du cylindre extérieur est inclinée pour former une configuration divergente. Nous avons rajouté des obstacles cylindriques chauffant dans un premier cas et des ailettes longitudinales dans un second.

Dans cette partie, le problème physique est illustré à l'aide de plusieurs figures et hypothèses simplificatrices. Les équations mathématiques modélisant ce problème sont présentées sous la forme dimensionnelle ainsi que les conditions aux limites appropriées.

II.2 Configurations étudiées

Les configurations à étudiées sont illustrées respectivement dans les Figures (II.1-II.2-II.3). L'écoulement envisagé a lieu dans l'espace annulaire tridimensionnel entre un cylindre vertical et un tronc de cône. La configuration tridimensionnelle a été définie en exploitant la symétrie de la conduite. Un plan de symétrie vertical permet de réduire le domaine de calcul à la moitié du volume total du tronc de cône. L'entrée du fluide (l'air) se présente avec une vitesse initiale w_0 et une température T_0 constantes, l'espace annulaire est ouvert en haut à la pression atmosphérique.

La Figure(II.1), représente une conduite divergente dont le cylindre interne d'épaisseur finie est soumis à une génération de chaleur volumique uniforme tandis que la paroi du cylindre extérieur étant supposée adiabatique.

La Figure (II.2), représente une conduite divergente dont le cylindre interne sont fixés un ou des blocs chauffés par une génération de chaleur volumique uniforme.

La Figure (II.3), représente une conduite divergente munie d'ailettes longitudinales fixées dans le cylindre interne qui est soumis à une génération de chaleur volumique.

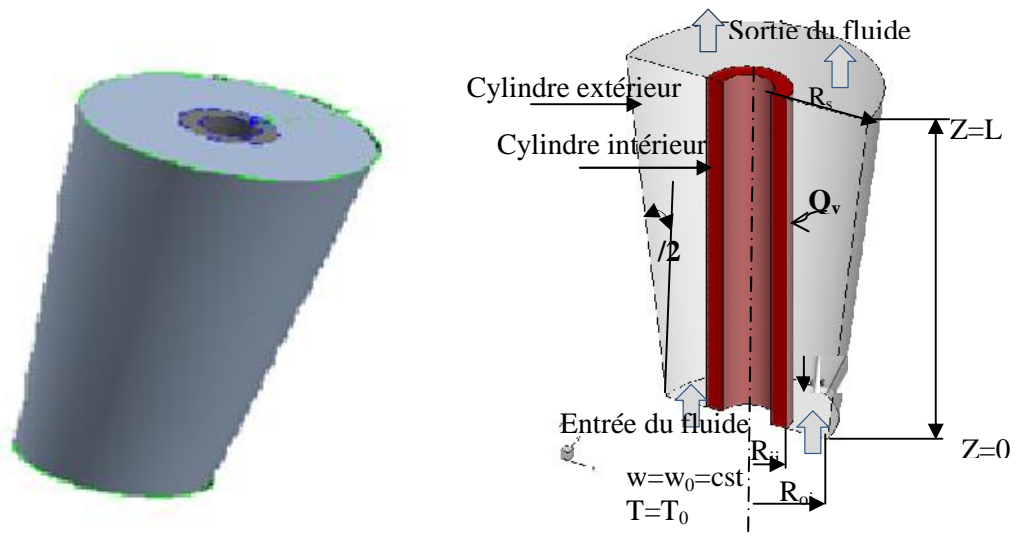


Figure II.1 Conduite divergente simple

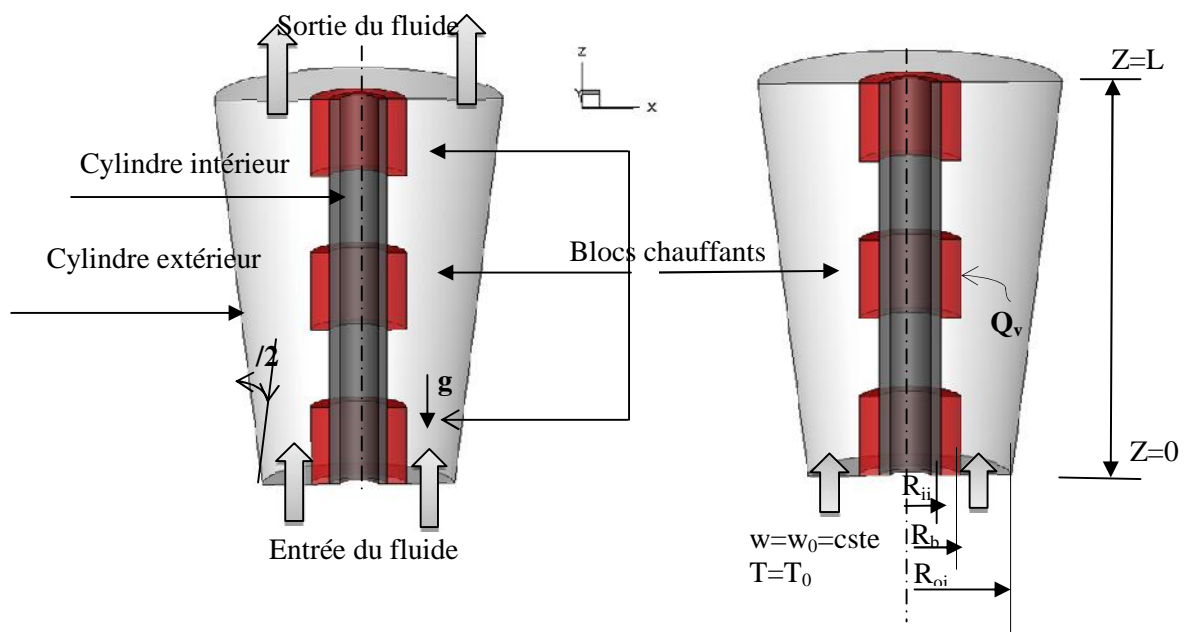


Figure II.2 Conduite divergente à blocs chauffants

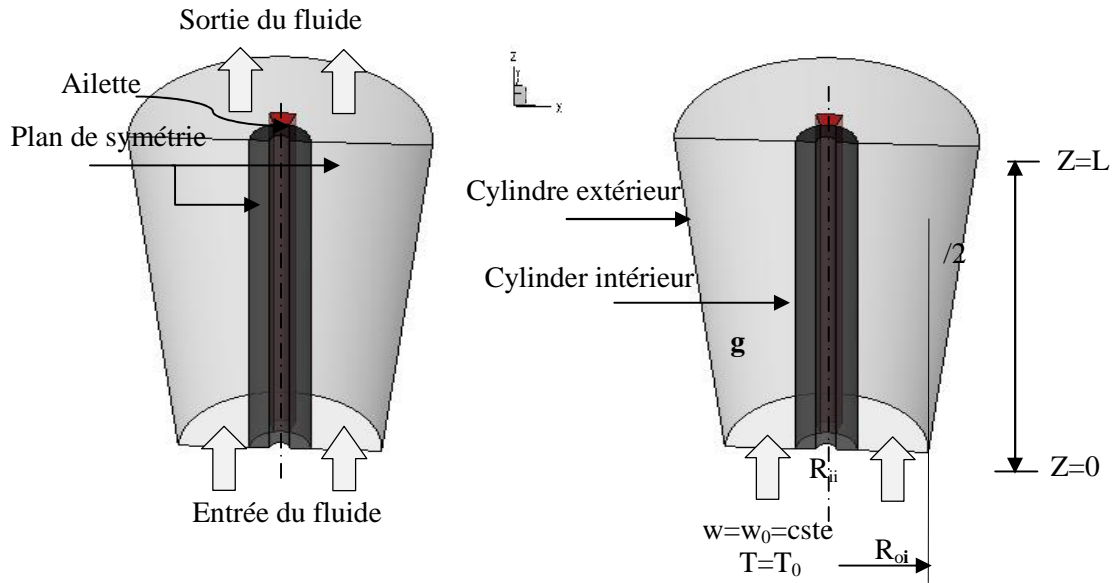


Figure II.3 Conduite divergente munie d'ailette

II.3 Hypothèses simplificatrices

Afin de pouvoir résoudre les équations régissant l'écoulement de convection naturelle, nous avons adopté les hypothèses suivantes :

- Le fluide est Newtonien et incompressible.
- L'écoulement est stationnaire
- Les dissipations visqueuses et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeables.
- Les propriétés physiques du fluide (ρ , k , ν , C_p) sont supposées constantes sauf dans le terme de convection de l'équation de quantité de mouvement en z où la densité varie linéairement avec la température (l'approximation de Boussinesq est adoptée).

II.4 Equations représentatives du problème étudié

En adoptant les hypothèses simplificatrices suscitées, les équations régissant le phénomène rapportées à un système de coordonnées cylindriques selon les axes (r, z, θ) sont données par:

➤ **Equation de continuité :**

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

II.1

➤ **Equations de quantité de Mouvement**

Selon r

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruu)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial uv}{\partial \theta} + \frac{\partial uw}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad \text{II.2}$$

Selon

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vv)}{\partial \theta} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right] \quad \text{II.3}$$

Selon z

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} < \frac{1}{r} \frac{\partial(vw)}{\partial \theta} < \frac{\partial(ww)}{\partial z} \quad N > \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} < \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) < \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right) < \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) > g\beta(T - T_0) \quad \text{II.4}$$

➤ **Equation d'énergie**

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ruT)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(vT)}{\partial \theta} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} = \frac{k_f}{(\rho C_p)} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad \text{II.5}$$

➤ **Equation d'énergie pour la paroi solide**

$$k_s \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = Q_v \quad \text{II.6}$$

➤ **Interface solide fluide**

$$-\frac{\partial T}{\partial r}(r; \theta, z) \Big|_{\text{fluide}} = K \frac{\partial T}{\partial r}(r, \theta, z) \Big|_{\text{solide}} \quad \text{II.7}$$

Avec $K = k_s/k_f$ défini par le rapport des conductivités thermique du solide et celle paroi solide.

• **Conditions aux limites**

A l'entrée : Z=0

➤ **Domaine fluide**

$$R_{ii} \leq r \leq R_{oi}, \text{ et } 0 \leq z \leq L : w=w_e, T=T_0, u=v=0$$

➤ **Domaine solide**

$$R_{ei} \leq r \leq R_{oi}, R_b \leq r \leq R_{oi}, R_{ii} \leq r \leq R_a \text{ et } 0 \leq z \leq L : u=v=w=0$$

A la sortie : Z=L

➤ **Domaine fluide**

$$R_{ii} \leq r \leq R_s \text{ et } 0 \leq z \leq L, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$$

➤ **Domaine solide**

$$R_{ei} \leq r \leq R_{oi}, R_b \leq r \leq R_{oi}, R_{ii} \leq r \leq R_f \text{ et } 0 \leq z \leq L : \\ u = v = w = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$$

A la paroi externe : r = R_{oi}, R_s

$$0 \leq z \leq L, \quad w=u=v=0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_{oi}} = 0$$

A la paroi interne : r=R_{ei}

$$0 \leq z \leq L, \quad w=u=v=0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_{ei}} = 0$$

II.5 Calcul du nombre de Nusselt

La conduite étant isolée, le nombre de Nusselt qui traduit le rapport relatif des transferts de chaleurs convectif et conductif ne sera rapporté qu'au cylindre intérieur pour les configurations Figures (II.1- II.3) et aux blocs chauffés pour celle de la Figure (II.2).

Le nombre de Nusselt local, dépend des positions angulaires(Θ) et (z) et s'exprime par la relation suivante :

$$Nu(\theta, z) = \frac{h(\theta, z)L}{k_f} = \frac{L}{k_f} \frac{1}{(T(R_{ii}, \theta, z) - T_m(z))} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_{ii}} \tag{II.8}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\int_0^L \int_0^\pi Nu(z, \theta) dz d\theta}{\int_0^L \int_0^\pi d\theta dz} \tag{II.9}$$

Où $T(r, \theta, z)$ est la température locale de la paroi chauffée, $T_m(z)$ la température du mélange dans la section $(r-\theta)$ définie par :

$$T_m(z) = \frac{\int_0^{R_{ii}} \int_0^{2\pi} T(r, \theta, z) r dr d\theta}{\int_0^{R_{ii}} \int_0^{2\pi} r dr d\theta} \quad \text{II.10}$$

Le nombre de Nusselt moyen sur les faces des blocs chauffés est calculé comme suit:

$$\bar{Nu}_{\text{blocs1,2,3,5}} = \frac{\sum_{\text{Noeuds}} Nu_{\text{local(blocs1,2,3,5)}}}{N} = \frac{\sum Nu}{N} \Big|_{\text{blocs1,2,3,5}} \quad \text{II.11}$$

Le paramètre caractéristique à la convection naturelle le nombre de Rayleigh et est défini par :

$$Ra = \frac{g \beta Q_v \delta^5}{\nu \alpha k_f}$$

avec Q_v la génération volumique de chaleur, δ la longueur caractéristique relative à chaque configuration et g ; β ; ν ; et k_f respectivement l'accélération gravitationnel ; la diffusivité thermique ; la viscosité cinématique ; coefficient d'expansion thermique et la conductivité thermique du fluide.

II.6 Calcul des ailettes

L'ailette est une surface étendue qui est attachée au cylindre interne sa section transversale peut varier selon la distance r au cylindre intérieur. La forme de l'ailette que nous avons utilisée dans cette étude est schématisée dans la Figure (II.4).

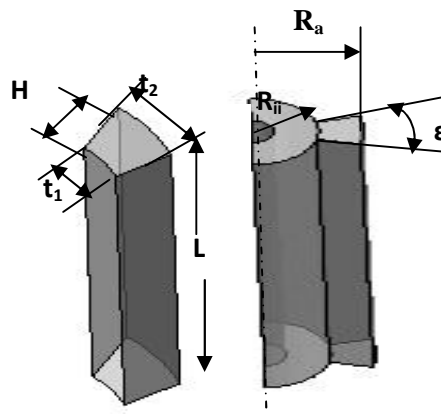


Figure II.4 Géométrie de l'ailette

Pour déterminer le taux de transfert de chaleur associé à l'ailette, la procédure la plus simple de la Loi de Fourier [108] en supposant constant la conductivité thermique de l'ailette le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable et que le coefficient de transfert de chaleur convectif est uniforme le long de la paroi de l'ailette. En appliquant la loi de conservation de l'énergie, le taux de transfert de chaleur du cylindre chauffé est la somme de la chaleur dissipée par l'ailette et celle de la surface sans ailette.

Le taux de transfert de chaleur dissipé par l'ailette s'écrit comme suit :

$$\dot{Q}_f = N k_s m A_a (T_w - T_f) \tanh(m.H) \quad \text{II.12}$$

Où A_a , k_s et H sont respectivement la surface, la conductivité et la hauteur de l'ailette.

Le paramètre m est défini par :

$$m = N \sqrt{\frac{h_{\text{moy}} P}{k_s A_c}}$$

Le périmètre P de la section transversale A_c de l'ailette s'exprime par :

$$P = 2L + 2t_1$$

Et

$$A_c = L.t_2$$

Le taux de transfert de chaleur par convection de la section non occupée par l'ailette \dot{Q}_b s'écrit comme suit :

$$\dot{Q}_b = N h_{\text{moy}} A_b (T_w - T_f) \quad \text{II.13}$$

Où A_b est la section non occupée par l'ailette.

$$A_b = \pi L R_{ii} - N L t_1 \quad \text{II.14}$$

$$A_a = N (2HL + 2Ht_2 + Lt_2) \quad \text{II.15}$$

$$t_1 = N \frac{\alpha \pi R_{ii}}{180}, t_2 = N \frac{\alpha \pi R_a}{180}$$

Avec

Alors le taux de transfert de la surface contenant N ailette s'écrit :

$$\dot{Q}_{\text{tot}} \approx N \dot{Q}_a < \dot{Q}_b \tag{II.16}$$

Par combinaison des équations II.12, II.13, II.14, II.15 et II.16 la résistance thermique peut s'écrire sous de la forme :

$$R_{\text{th}} \approx N \frac{(T_w - T_f)}{Q_{\text{tot}}} \approx N \frac{1}{h_{\text{avg}} (\eta N A_a < A_b)} \tag{II.17}$$

La résistance thermique est définie le rapport de la différence de température du cylindre intérieur le fluide sur le flux thermique.

Pour étudier l'effet de l'ailette sur le taux de transfert de chaleur moyen de la paroi chaude du cylindre interne. Nous avons calculé le rapport du nombre de Nusselt moyen NNR [89], [110]. Ce dernier s'exprime comme suit :

$$\text{NNR} \approx N \frac{\overline{\text{Nu}}_{\text{avec ailette}}}{\overline{\text{Nu}}_{\text{sans ailettes}}} \tag{II.18}$$

La valeur de NNR supérieur à l'unité indique que le transfert de chaleur est amélioré, alors qu'une réduction du taux de transfert de chaleur est indiquée quand NNR est inférieur à 1.

Le nombre de Nusselt moyen peut s'exprimer aussi en fonction du coefficient de transfert de chaleur moyen h_{avg} le diamètre hydraulique D_h et la conductivité thermique du fluide k_f comme suit :

$$\overline{\text{Nu}} \approx N \frac{h_{\text{moy}} D_h}{k_f} \tag{II.19}$$

Pour une section transversale tridimensionnelle de la conduite le diamètre hydraulique est défini en fonction du volume occupé par le fluide dans l'espace annulaire et l'aire transversale [111] comme suit :

$$D_h = 4 \frac{\text{Volume occupé par le fluide}}{\text{la section transversale}} \tag{II.20}$$

- Pour $\theta = 0^\circ$ on a :

$$D_h \approx N 4 \frac{L(6R_b^2 > N(R_a^2 > R_{ii}^2))}{(12(R_b L < R_b^2) > N(R_a^2 > R_{ii}^2))} \tag{II.21}$$

Pour $\theta > 0$

$$D_h \approx 4 \frac{L(2(R_b^2 < R_t^2 < R_t R_b) > N(R_a^2 > R_{ii}^2))}{(6(R_b < R_t) \sqrt{L^2 < (R_t > R_b)^2} > N(R_a^2 > R_{ii}^2))}$$

II.22

Avec : $R_b=R_{oi}-R_{ii}$, $R_t=R_{oo}-R_{ii}$

II.7 Forme générale des équations du problème

Les équations à résoudre peuvent être écrites sous la forme de l'équation générale du transport en coordonnées cylindriques pour un écoulement incompressible tridimensionnel :

$$\underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho u r \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v \Phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \Phi)}_{(a)}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]}_{(b)} + \underbrace{S_\Phi}_{(c)} \tag{II.23}$$

Où :

Φ : La propriété transportée.

Γ_Φ : Le coefficient de diffusion.

S_Φ : Le terme source qui inclut également le gradient de pression.

Les trois termes de l'équation (II.23) sont respectivement :

(a) : le taux de transport de Φ par convection.

(b) : le taux de transport de Φ par diffusion.

(c) : le terme source.

Les termes de l'équation généralisée (II.23) sont groupés dans le tableau (II.1) pour les différentes équations :

Equation			S
Conservation de la masse	1	0	0
Quantité de mouvement suivant r	u		$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - v \left(\frac{u}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{v^2}{r}$
Quantité de mouvement suivant	v		$-\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{uv}{r} + v \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} \right)$
Quantité de mouvement suivant z	w		$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g\beta(T - T_o)$
Equation d'énergie	T	k_f / C_p	Q_v

Tableau II.1 Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée

III.1 Introduction

Le système d'équations régissant le phénomène d'écoulement avec transfert de chaleur est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles du second ordre fortement couplé, équations (II.1-II.7), qui ne peut être résolu analytiquement mais par des méthodes numériques.

Parmi ces méthodes, nous citons entre autres :

La méthode des différences finis.

La méthode des éléments finis.

La méthode des volumes finis.

Le logiciel de CFD « Fluent » utilisé dans ce travail, modélise par la méthode des volumes finis des écoulements très variés et dans des configurations plus au moins complexes. Ainsi, dans ce qui suit nous nous limiterons à examiner uniquement la méthode des volumes finis.

III.2 Principe de la méthode

La méthode des volumes finis proposée par **Patankar** [112] est une technique de discrétisation qui est conservatrice, elle convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Elle assure pour chaque grandeur physique (énergie, masse, quantité de mouvement) un bilan exact dans n'importe quel volume de contrôle donnée et facilite la linéarisation des termes non linéaires comme le terme source.

Cette méthode comprend deux étapes importantes :

- Le maillage : qui consiste à diviser le domaine de calcul en plusieurs intervalles réguliers appelés volumes de contrôle.
- La discrétisation : cette étape consiste à discrétiser les équations de mouvement dans les volumes de contrôle.
- La recherche de la solution du système d'équations algébrique linéaire sur l'ensemble du domaine de calcul.

III.3 Maillage

Le domaine de calcul de l'espace annulaire est subdivisé selon les directions (r, θ, z) en un ensemble de volumes élémentaires finis ou volumes de contrôle ($V = r \Delta r \Delta \theta \Delta z$).

La Figure(III.1), illustre un exemple typique de volume de contrôle pour un cas tridimensionnel en coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

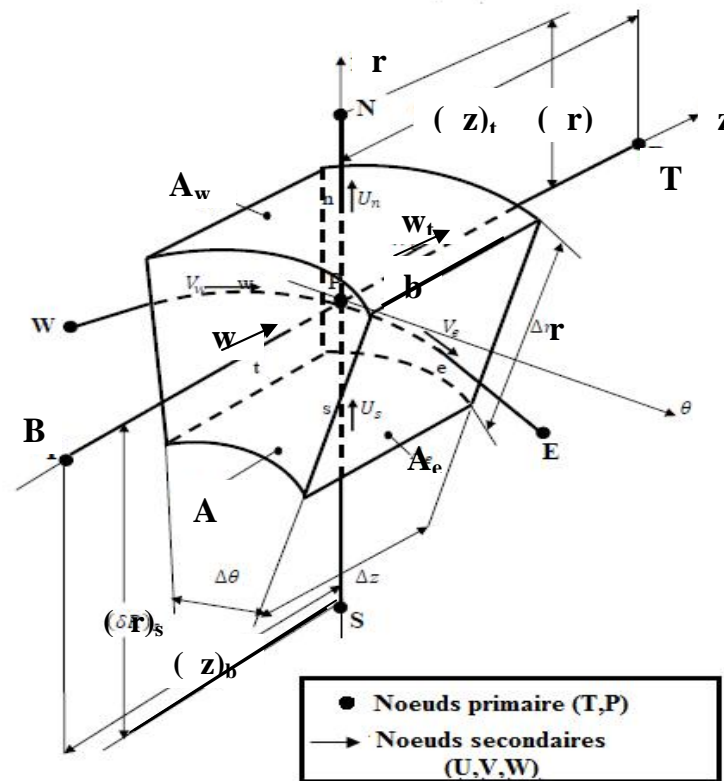


Figure III.1 Volume de contrôle principal tridimensionnel

Le maillage adopté est du type décalé, proposé par **Patankar et Spalding**(1972). Le centre d'un volume fini typique est un point P, et les centres de ses faces latérales est, ouest, nord, sud, front et arrière sont les points respectivement e, w, n, s, t et b. Chacun des volumes de contrôle est entouré de six autres volumes de contrôle dont les centres sont les points E, W, N, S, T et B. Dans ces points sont stockées les variables scalaires (pression P et température T). Cependant, les composantes de la vitesse u, v et w sont stockées aux centres des faces latérales des volumes de contrôle.

Les Figures (III.2- III.3 et III.4), illustrent respectivement, les projections suivant les trois plans : (r, θ) , (θ, z) et (r, z) .

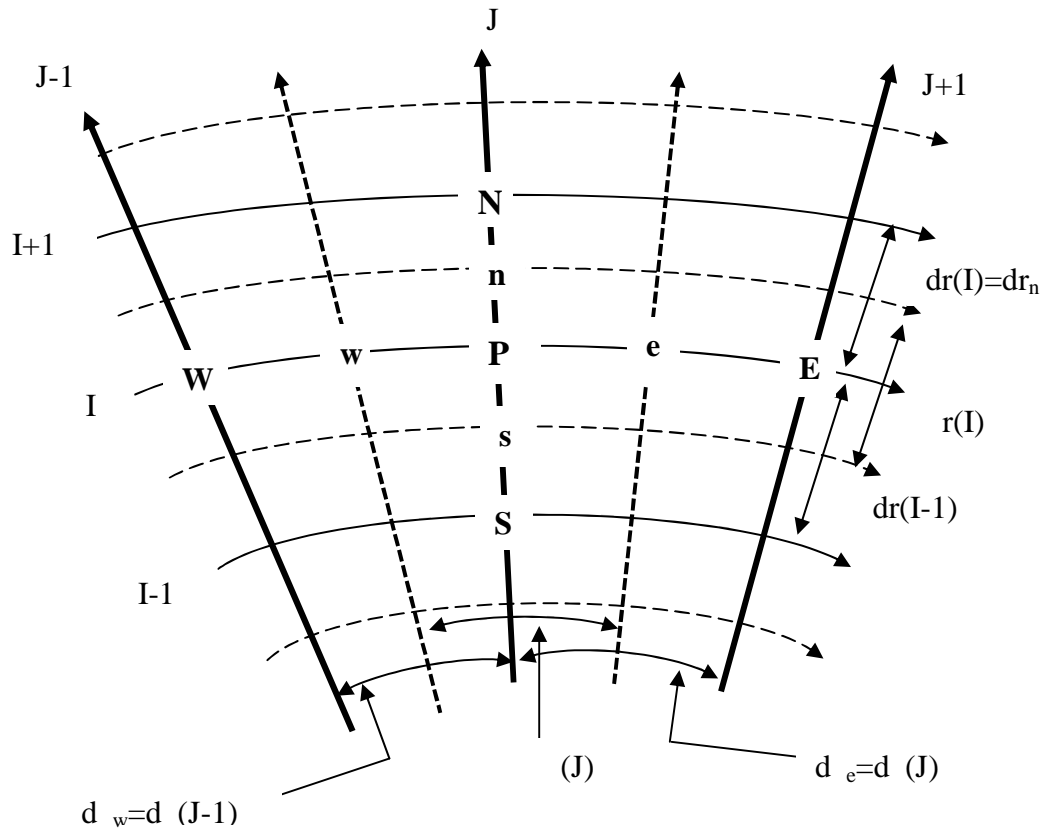


Figure III.2 Projection du volume fini dans le plan (r, θ)

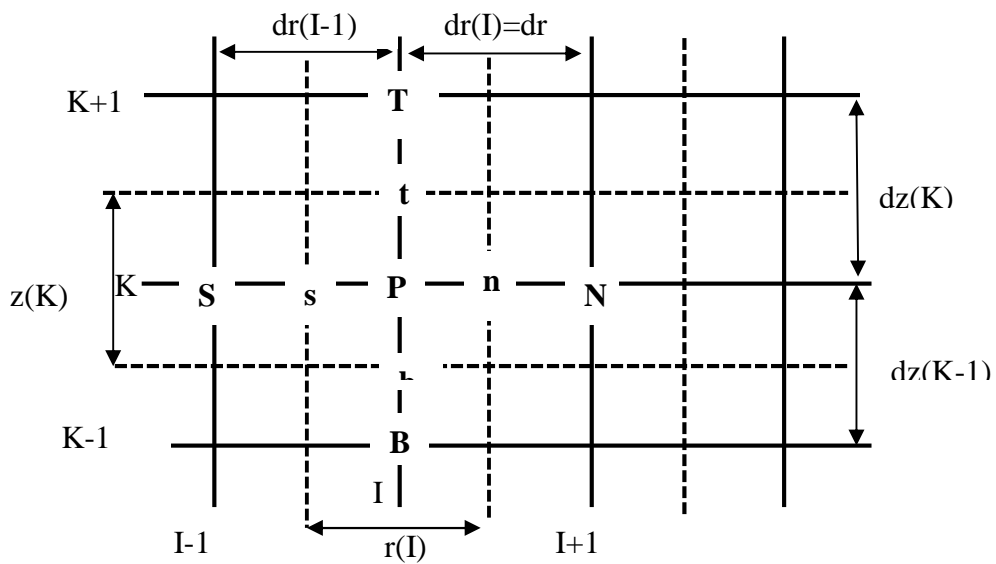


Figure III.3 Projection du volume fini dans le plan (r, z)

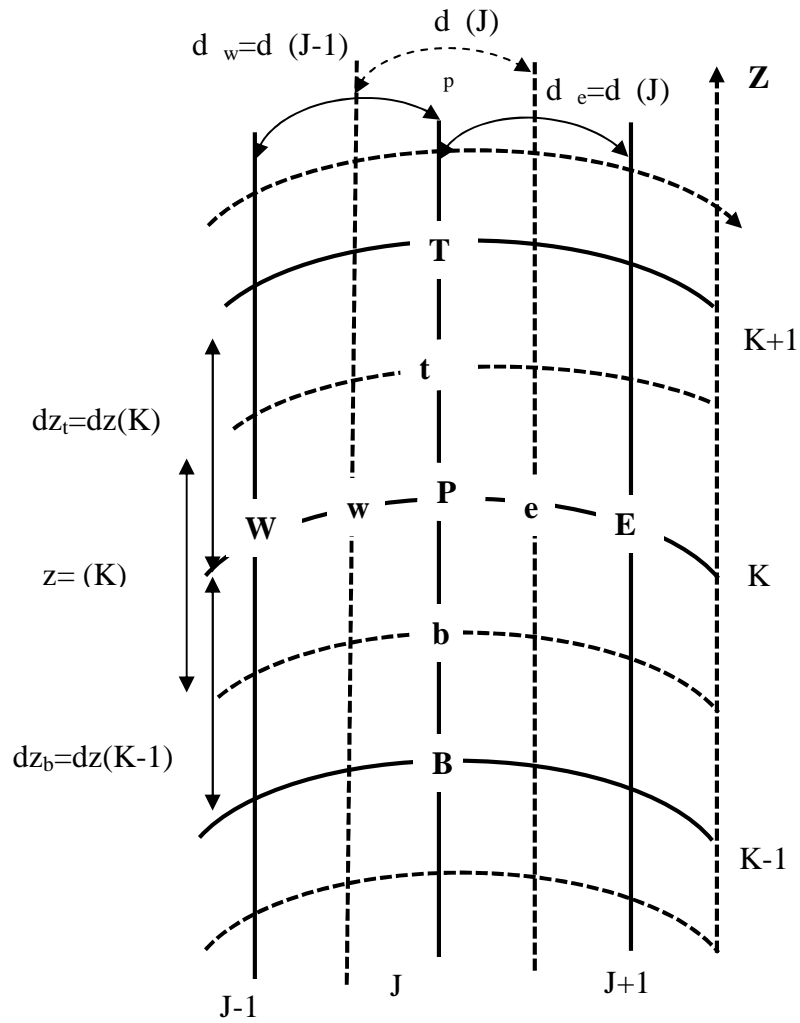


Figure III.4 Projection du volume fini dans le plan (x, z)

III.4 Discrétisation des équations de transport

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on note Φ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale de convection-diffusion selon la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r}(r.J_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(J_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(r.J_z) = r.S_\Phi \tag{III.1}$$

Avec

$$J_r = (u.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]$$

$$J_\theta = (v.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right]$$

$$J_z = (w.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] \quad \text{Où :}$$

J_r , J_θ et J_z sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions, r , θ et z .

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques, l'équation III-1 est intégrée sur le volume de contrôle :

$$\underbrace{\int_s^e \int_w^t \int_b^a \left[\frac{\partial}{\partial r}(r.J_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(J_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(r.J_z) \right] r dr d\theta dz}_A = \underbrace{\int_s^e \int_w^t \int_b^a r.S_\Phi r dr d\theta dz}_B \tag{III.2}$$

Pour pouvoir approximer l'équation III.2 sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée Φ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les trois directions.
- Les composantes de vitesse u , v et w dans les trois directions ainsi que la diffusivité sont évaluées sur chaque face du volume de contrôle.

III.4.1 Intégration du flux total

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme (A) de l'équation III.2) pour tout le volume de contrôle est :

$$A = (J_e . a_e - J_w . a_w) + (J_n . a_n - J_s . a_s) + (J_t . a_t - J_b . a_b) \tag{III.3}$$

Les termes $a_n, a_s, a_e, a_w, a_b,$ et $a_t,$ sont les aires nord, sud, est, ouest, arrière et front des faces du volume de contrôle.

$$\left. \begin{aligned}
 a_n &= \int_w^e \int_b^t (rd \theta dz)_n \\
 a_s &= \int_w^e \int_b^t (rd \theta dz)_s \\
 a_e &= \int_s^n \int_b^t (rdrdz)_e \\
 a_w &= \int_s^n \int_b^t (rdrdz)_w \\
 a_t &= \int_w^e \int_s^n (rdrd \theta)_t \\
 a_b &= \int_w^e \int_s^n (rdrd \theta)_b
 \end{aligned} \right\} \text{III.4}$$

Les J_i (n, s, e, w, b, t) est le flux total à travers les faces nord, sud, est, ouest, arrière et front du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et flux diffusif.

$$\left. \begin{aligned}
 J_n &= (u.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]_n \\
 J_s &= (u.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]_s \\
 J_e &= (v.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right]_e \\
 J_w &= (v.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]_w \\
 J_t &= (w.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right]_t \\
 J_b &= (w.\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right]_b
 \end{aligned} \right\} \text{III.5}$$

III.4.2 Intégration du terme source

L'intégration du terme source (terme B) de l'équation (III.2) pour tout le volume de contrôle est :

$$B = \overline{S_\Phi} \cdot \Delta V \tag{III.6}$$

V : le volume de contrôle

$\overline{S_w}$: la source moyenne

Le terme source linéarisé sous la forme suivante :

$$\bar{S}_\Phi = S_c + S_p \Phi_p \tag{III.7}$$

Où :

S_p : est le coefficient de Φ_p .

S_c : la partie constante de S qui ne dépend pas de Φ_p .

Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

Donc l'équation(III.2) prendra la forme :

$$(J_n a_n - J_s a_s) + (J_e a_e - J_w a_w) + (J_t a_t - J_b a_b) = \bar{S}_\Phi \Delta V \tag{III.8}$$

III.5 Discrétisation spatiale

- **Discrétisation de l'équation de continuité**

Pour $\Delta t = 0$ et $\bar{\rho}$ l'équation (III.8) donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b \tag{III.9}$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} F_n &= (ua)_n \\ F_s &= (ua)_s \\ F_e &= (va)_e \\ F_w &= (va)_w \\ F_t &= (wa)_t \\ F_b &= (wa)_b \end{aligned} \right\}$$

$F_n, F_s, F_e, F_w, F_b, F_t$ sont les flux convectifs à travers les faces n, s, e, w, b, t du volume de contrôle.

- **Discrétisation finale des équations de conservation**

En multipliant l'équation(III.9) par Δt et en lui soustrayant l'équation(III.8) on obtient :

$$\begin{aligned} & (J_e a_e - F_e \Phi_p) - (J_w a_w - F_w \Phi_p) + (J_n a_n - F_n \Phi_p) - (J_s a_s - F_s \Phi_p) + \\ & (J_t a_t - F_t \Phi_p) - (J_b a_b - F_b \Phi_p) = (S_c - S_p \Phi_p) \Delta V \end{aligned} \tag{III.10}$$

Les termes entre parenthèses de l'équation(III.10) peuvent être mis sous la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned}
 J_e a_e - F_e \Phi_p &= A_E (\Phi_P - \Phi_E) \\
 J_w a_w - F_w \Phi_p &= A_W (\Phi_W - \Phi_P) \\
 J_n a_n - F_n \Phi_p &= A_N (\Phi_P - \Phi_N) \\
 J_s a_s - F_s \Phi_p &= A_S (\Phi_S - \Phi_P) \\
 J_t a_t - F_t \Phi_p &= A_T (\Phi_P - \Phi_T) \\
 J_b a_b - F_b \Phi_p &= A_B (\Phi_B - \Phi_P)
 \end{aligned} \right\} \text{III.11}$$

En introduisant ces relations dans l'équation (III.10) on obtient une équation discrétisée de la forme suivante :

$$A_p \Phi_p = A_E \Phi_E + A_W \Phi_W + A_N \Phi_N + A_S \Phi_S + A_T \Phi_T + A_B \Phi_B + b \quad \text{III.12}$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned}
 A_E &= D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\| \\
 a_w &= D_w A(|P_w|) + \|F_w, 0\| \\
 A_N &= D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\| \\
 A_S &= D_s A(|P_s|) + \|F_s, 0\| \\
 A_T &= D_t A(|P_t|) + \|-F_t, 0\| \\
 A_B &= D_b A(|P_b|) + \|F_b, 0\| \\
 b &= S_C \cdot \Delta V \\
 \mathbf{Ap} &= \mathbf{A}_E + \mathbf{A}_W + \mathbf{A}_N + \mathbf{A}_S + \mathbf{A}_T + \mathbf{A}_B + \mathbf{Sp} \cdot \Delta V
 \end{aligned} \right\} \text{III.13}$$

La notation $\|A, B\|$ désigne la plus grande valeur de A et de B c'est à dire :

Di (i = e, w, s, n, b, t) sont les coefficients de diffusion donnés par les relations :

$$D_e = \Gamma_e \frac{a_e}{(\delta\theta)_e} \qquad D_w = \Gamma_w \frac{a_w}{(\delta\theta)_w}$$

$$D_n = \Gamma_n \frac{a_n}{(\delta r)_n} \qquad D_s = \Gamma_s \frac{a_s}{(\delta r)_s}$$

$$D_t = \Gamma_t \frac{a_t}{(\delta z)_t} \qquad D_b = \Gamma_b \frac{a_b}{(\delta z)_b}$$

Donc les P_i (i = e, w, s, n, b, t) est le nombre de Peclet (représente le rapport entre les forces de convection et de diffusion) et défini par la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned}
 P_e &= \frac{F_e}{D_e} & ; & & P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\
 P_n &= \frac{F_n}{D_n} & ; & & P_s &= \frac{F_s}{D_s} \\
 P_t &= \frac{F_t}{D_t} & ; & & P_b &= \frac{F_b}{D_b}
 \end{aligned} \right\} \text{III.14}$$

III.5.1 Schémas de discrétisation

La discrétisation des équations consiste à approximer la variable généralisée sur les interfaces du volume de contrôle, cette opération se fera avec le choix du schéma de discrétisation approprié. Le rôle de ce schéma intervient pour expliquer comment évaluer les flux de convection sur ce volume après intégration.

Il existe différents schémas de discrétisation proposés par **Patankar** [112] permettant d'exprimer la fonction $A(|P|)$.

Fluent [113] propose plusieurs schémas de discrétisation, les plus utilisés sont :

- Schéma aux différences centrées
- Schéma Upwind.
- Schéma Hybrid.
- Schéma exponentiel.
- Schéma Power-Law(PLDS) (loi de puissance).

En plus de ces schémas Fluent Propose aussi les schémas d'ordre supérieurs :

Le schéma Third- order MUSCL et le schéma Quick.

Notre choix a été posé sur le **Schéma Power-Law (PLDS)** ou schéma de la loi de puissance qui est développé par **Patankar** (1980), donne une bonne approximation de la solution exacte. Il prend en compte la valeur de la variable à l'interface du volume de contrôle et la fonction $A(|P|)$ est donnée comme suit :

$$A(|P|) = 0, (1 - 0, |P|)^5 \quad \text{III.15}$$

Où

$$\left. \begin{aligned}
 A_E &= D_e 0, (1 - 0,1 |P_e|)^5 + -F_e, 0 \\
 A_W &= D_w 0, (1 - 0,1 |P_w|)^5 + F_w, 0 \\
 A_N &= D_n 0, (1 - 0,1 |P_n|)^5 + -F_n, 0 \\
 A_S &= D_s 0, (1 - 0,1 |P_s|)^5 + F_s, 0 \\
 A_T &= D_t 0, (1 - 0,1 |P_t|)^5 + -F_t, 0 \\
 A_B &= D_b 0, (1 - 0,1 |P_b|)^5 + F_b, 0
 \end{aligned} \right\} \text{III.16}$$

III.5.2 Discrétisation des termes sources

- **Le terme source pour la composante de la vitesse.**

Sur le volume de contrôle de la composante non discrétise le terme source s'écrit comme suit :

$$\left. \begin{aligned}
 S^u &= S_C^u + S_P^u u_p \\
 S_u^p &= -\frac{v}{r^2} \\
 S_C^u &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2v}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{v^2}{r}
 \end{aligned} \right\} \text{III.17}$$

L'intégration du terme source dans le volume de contrôle correspondant est telle que :

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2v}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{v^2}{r} - \frac{v}{r^2} \right] r dr d\theta dz = \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{p_p - p_s}{\delta r_s} \right) - \frac{v}{r_p^2} u_p \right] \Delta V \text{III.18}$$

- **Le terme source pour la composante v de la vitesse**

$$\left. \begin{aligned}
 S^v &= S_C^v + S_P^v v_p \\
 S_p^v &= -\frac{u}{r^2} - \frac{v}{r^2} \\
 S_C^v &= -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + v \left(\frac{2\partial u}{r^2 \partial \theta} \right)
 \end{aligned} \right\} \text{III.19}$$

L'intégration du terme source dans le volume de contrôle correspondant est telle que :

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t \left[-\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + v \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{u}{r} - \frac{v}{r^2} \right] r dr d\theta dz = \left[\frac{1}{\rho r_p} \left(\frac{p_p - p_w}{\delta \theta_w} \right) - \left(\frac{v}{r_p^2} + \frac{u}{r_p} \right) v_p \right] \Delta V$$

III.20

Le terme source pour la composante W

$$\begin{aligned}
 S^W &= S_C^W + S_P^W w_p \\
 S_P^W &= 0 \\
 S_C^W &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g\beta(T - T_o)
 \end{aligned}
 \tag{III.21}$$

L'intégration du terme source dans le volume de contrôle correspondant donne :

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g\beta(T - T_o) \right] r dr d\theta dz = \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{p_p - p_b}{\delta z_b} \right) - g\beta(T_p - T_o) \right] \Delta V
 \tag{III.22}$$

III.6 Résolution des équations algébriques

III.6.1 Introduction

Dans la discrétisation des équations de Navier-Stokes des difficultés apparaissent :

- La non-linéarité du terme convectif.
- L'apparition du gradient de pression dans les équations de quantité de mouvement.

Il n'y a pas d'équation de transport pour la pression. La non-linéarité est contournée par un calcul itératif. Le choix d'un schéma numérique stable, permet la convergence facile de la solution.

Le gradient de pression qui apparaît comme terme source dans les équations de quantités de mouvement est inconnu. Il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme dans les équations de quantités de mouvement discrétisées. **Versteeg et Malalasekera** [114]. Un traitement spécifique doit être utilisé par l'emploi d'algorithmes tels que SIMPLE, développé par **Patankar et Spalding** (1972) pour résoudre le couplage entre la pression et la vitesse.

III.6.2 L'algorithme SIMPLE

L'algorithme SIMPLE « Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations » permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées en vue de vérifier l'équation de continuité. Un champ de pression initial est estimé puis injecté dans les équations de quantité de mouvement. Ensuite le système d'équations est résolu pour trouver un champ de vitesse intermédiaire (qui n'est pas juste puisque la pression ne l'est pas). L'équation de continuité est transformée pour devenir une équation de correction de

pression. Elle est résolue pour trouver une correction de pression qui permettra de réinjecter une nouvelle pression dans les équations de quantité de mouvement. Le cycle est répété autant de fois que nécessaire jusqu'à l'obtention d'une correction de pression nulle, signe de la convergence de l'algorithme.

L'équation de mouvements discrétisée

$$\left. \begin{aligned}
 A_n u_n^* &= \sum A_i u_i^* + b + a_n (p_p^* - p_N^*) \Delta\theta \Delta z \\
 A_s u_s^* &= \sum A_i u_i^* + b + a_e (p_s^* - p_p^*) \Delta\theta \Delta z \\
 A_e v_e^* &= \sum A_i v_i^* + b + a_e (p_p^* - p_E^*) \Delta r \Delta z \\
 A_w v_w^* &= \sum A_i v_i^* + b + a_w (p_w - p_p) \Delta r \Delta z \\
 A_b w_b^* &= \sum A_i w_i^* + b + a_b (p_p^* - p_B^*) \Delta r \Delta \theta \\
 A_t w_t^* &= \sum A_i w_i^* + b + a_t (p_T^* - p_p^*) \Delta r \Delta \theta
 \end{aligned} \right\} \text{III.23}$$

i : représente l'indice des points autour n, s, e, w, b, t.

b : contient tous les termes de source de l'équation sauf ceux des pressions.

L'indice* sur u et v désigne que ces derniers sont obtenus en utilisant des champs estimés de vitesse et de pression.

Comme les vitesses obtenues des équations(III.22) ne satisfont pas l'équation de continuité pour chaque volume de contrôle, le résidu massique R_m est défini par

$$R_m = u_n^* a_n - u_s^* a_s + v_e^* a_e - v_w^* a_w + w_b^* a_b - w_t^* a_t \quad \text{III.24}$$

Le but est de chercher les champs de pression correcte sur le volume de contrôle pour réduire R_m à zéro si pourquoi on corrige la pression estimée p^* par p' donnée par :

$$p = p^* + p' \quad \text{III.25}$$

De même pour les composantes de la vitesse:

$$u = u^* + u' \quad \text{et} \quad v = v^* + v' \quad w = w^* + w' \quad \text{III.26}$$

Où p' , u' , v' , w' sont les corrections de la pression et des vitesses ce qui fait que :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_n &= \mathbf{u}_n^* + \mathbf{u}'_n \\ \mathbf{u}_s &= \mathbf{u}_s^* + \mathbf{u}'_s \\ \mathbf{v}_e &= \mathbf{v}_e^* + \mathbf{v}'_e \\ \mathbf{v}_w &= \mathbf{v}_w^* + \mathbf{v}'_w \\ \mathbf{w}_b &= \mathbf{w}_b^* + \mathbf{w}'_b \\ \mathbf{w}_t &= \mathbf{w}_t^* + \mathbf{w}'_t \end{aligned} \right\} \quad \text{III.27}$$

La soustraction des équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées donne :

$$\left. \begin{aligned} A_n \cdot (\mathbf{u}_n^* + \mathbf{u}'_n) &= \Sigma A_i \cdot (\mathbf{u}_i^* + \mathbf{u}'_i) + \mathbf{b} + a_n \cdot (\mathbf{p}_p^* + \mathbf{p}'_p - \mathbf{p}_N^* - \mathbf{p}'_N) \Delta \theta \Delta z \\ A_s \cdot (\mathbf{u}_s^* + \mathbf{u}'_s) &= \Sigma A_i \cdot (\mathbf{u}_i^* + \mathbf{u}'_i) + \mathbf{b} + a_s \cdot (\mathbf{p}_s^* + \mathbf{p}'_s - \mathbf{p}_p^* - \mathbf{p}'_p) \Delta \theta \Delta z \\ A_e \cdot (\mathbf{v}_e^* + \mathbf{v}'_e) &= \Sigma A_i \cdot (\mathbf{v}_i^* + \mathbf{v}'_i) + \mathbf{b} + a_e \cdot (\mathbf{p}_p^* + \mathbf{p}'_p - \mathbf{p}_E^* - \mathbf{p}'_E) \Delta r \Delta z \\ A_w \cdot (\mathbf{v}_w^* + \mathbf{v}'_w) &= \Sigma A_i \cdot (\mathbf{v}_i^* + \mathbf{v}'_i) + \mathbf{b} + a_w \cdot (\mathbf{p}_w^* + \mathbf{p}'_w - \mathbf{p}_p^* - \mathbf{p}'_p) \Delta r \Delta z \\ A_b \cdot (\mathbf{w}_b^* + \mathbf{w}'_b) &= \Sigma A_i \cdot (\mathbf{w}_i^* + \mathbf{w}'_i) + \mathbf{b} + a_b \cdot (\mathbf{p}_p^* + \mathbf{p}'_p - \mathbf{p}_B^* - \mathbf{p}'_B) \Delta r \Delta \theta \\ A_t \cdot (\mathbf{w}_t^* + \mathbf{w}'_t) &= \Sigma A_i \cdot (\mathbf{w}_i^* + \mathbf{w}'_i) + \mathbf{b} + a_t \cdot (\mathbf{p}_T^* + \mathbf{p}'_T - \mathbf{p}_p^* - \mathbf{p}'_p) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad \text{III.28}$$

La soustraction des équations (III.22 et III.27) donne :

$$\left. \begin{aligned} A_n \cdot \mathbf{u}'_n &= \Sigma A_i \cdot \mathbf{u}'_i + a_n \cdot (\mathbf{p}'_p - \mathbf{p}'_N) \Delta \theta \Delta z \\ A_s \cdot \mathbf{u}'_s &= \Sigma A_i \cdot \mathbf{u}'_i + a_s \cdot (\mathbf{p}'_s - \mathbf{p}'_p) \Delta \theta \Delta z \\ A_e \cdot \mathbf{v}'_e &= \Sigma A_i \cdot \mathbf{v}'_i + a_e \cdot (\mathbf{p}'_p - \mathbf{p}'_E) \Delta r \Delta z \\ A_w \cdot \mathbf{v}'_w &= \Sigma A_i \cdot \mathbf{v}'_i + a_w \cdot (\mathbf{p}'_w - \mathbf{p}'_p) \Delta r \Delta z \\ A_b \cdot \mathbf{w}'_b &= \Sigma A_i \cdot \mathbf{w}'_i + a_b \cdot (\mathbf{p}'_p - \mathbf{p}'_B) \Delta r \Delta \theta \\ A_t \cdot \mathbf{w}'_t &= \Sigma A_i \cdot \mathbf{w}'_i + a_t \cdot (\mathbf{p}'_T - \mathbf{p}'_p) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad \text{III.29}$$

D'autre part et pour des raisons numériques on néglige les termes $\Sigma A_i \cdot \mathbf{u}'_i$, $\Sigma A_i \cdot \mathbf{v}'_i$ et $\Sigma A_i \cdot \mathbf{w}'_i$ par rapport aux termes de pression, alors les équations III.29 deviennent :

$$\left. \begin{aligned}
 A_n \cdot u'_n &= a_n \cdot (p'_p - p'_N) \Delta\theta \Delta z \\
 A_s u'_s &= a_s \cdot (p'_s - p'_p) \Delta\theta \Delta z \\
 A_e \cdot v'_e &= a_e \cdot (p'_p - p'_E) \Delta r \Delta z \\
 A_w \cdot v'_w &= a_w \cdot (p'_w - p'_p) \Delta r \Delta \theta \\
 A_b \cdot w'_b &= a_b \cdot (p'_p - p'_B) \Delta r \Delta \theta \\
 A_t \cdot w'_t &= a_t \cdot (p'_T - p'_p) \Delta r \Delta \theta
 \end{aligned} \right\} \text{III.30}$$

D'où les champs des vitesses seront corrigés par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
 u_n &= u'_n + d_n \cdot (p'_p - p'_N) \\
 u_s &= u'_s + d_s \cdot (p'_s - p'_p) \\
 v_e &= v'_e + d_e \cdot (p'_p - p'_E) \\
 v_w &= v'_w + d_w \cdot (p'_w - p'_p) \\
 w_b &= w'_b + d_b \cdot (p'_p - p'_B) \\
 w_t &= w'_t + d_t \cdot (p'_T - p'_p)
 \end{aligned} \right\} \text{III.31}$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned}
 d_n &= \frac{a_n}{A_N} & ; & & d_e &= \frac{a_e}{A_E} & ; & & d_b &= \frac{a_b}{A_B} \\
 d_s &= \frac{a_s}{A_S} & ; & & d_w &= \frac{a_w}{A_W} & ; & & d_t &= \frac{a_t}{A_T}
 \end{aligned} \right\} \text{III.32}$$

Pour trouver la discrétisation de p' (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression.

L'introduction des expressions III.25 et III.27 nous trouvons :

$$A_p p'_p = A_N p'_N + A_S p'_S + A_E p'_E + A_W p'_W + A_B p'_B + A_T p'_T + b' \quad \text{III.33}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 A_N &= d_n \Delta \theta \Delta z & ; & & A_E &= d_e \Delta r \Delta z & ; & & A_B &= d_b \Delta r \Delta \theta \\
 A_S &= d_s \Delta \theta \Delta z & ; & & A_W &= d_w \Delta r \Delta z & ; & & A_T &= d_T \Delta r \Delta \theta \\
 \\
 A_P &= A_N + A_S + A_E + A_W + A_B + A_T \\
 b' &= (u_s^* - u_n^*) \Delta \theta \Delta z + (v_w^* - v_e^*) \Delta r \Delta z + (w_t^* - w_b^*) \Delta r \Delta \theta
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A_N \\ A_S \\ A_P \\ b' \end{aligned}} \right\} \text{III.34}$$

La procédure de résolution de l'équation (III.32), ensemble avec les équations de mouvement constitue l'Algorithme SIMPLE.

III.6.3 Séquences de l'algorithme SIMPLE

1. Estimer un champ de pression p^* .
2. Résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir les champs de vitesses u^* , v^* et w^* .
3. Résoudre l'équation de correction de pression p' .
4. Corriger les champs de la pression $p : p = p' + p^*$.
5. Résoudre les autres équations de transport d'autres scalaires du problème, tel que la température.
6. Remplacer l'ancien champ de pression par le nouveau et revenir à l'étape 2. Répéter les calculs jusqu'à convergence de toutes les variables.

III.7 Paramètres de contrôle de la convergence

Pour accélérer le processus de convergence, nous avons recours à plusieurs techniques décrites ci-dessous :

III.7.1 La méthode de sous relaxation

Vu la non linéarité et le couplage des équations, la sous relaxation s'avère très nécessaire pour éviter les variations brusques des paramètres durant le calcul et aussi pour égaliser les vitesses de convergences des équations.

L'équation algébrique s'écrit :

$$A_p \cdot \Phi_p = \sum A_n \cdot \Phi_n + S_c \Delta V \quad \text{III.35}$$

$$\Phi_p = \Phi_p^0 + \left[\frac{\sum A_n \cdot \Phi_n + S_c \Delta V}{A_p} - \Phi_p^0 \right] \quad \text{III.36}$$

Où : Φ_p^0 Est la valeur Φ_p à l'itération précédente.

Un facteur de sous relaxation (0 < ω < 1) est introduit pour atténuer ou amplifier la variation de Φ_p , nous écrivons :

$$\Phi_p = \Phi_p^0 + \alpha_\phi \left[\frac{\sum A_n \cdot \Phi_n + S_c \Delta V}{A_p} - \Phi_p^0 \right] \quad \text{III.37}$$

Donc :

$$\frac{A_p}{\alpha_\phi} \cdot \Phi_p = \sum A_n \cdot \Phi_n + S_c \cdot \Delta V + \frac{(1 - \alpha_\phi)}{\alpha_\phi} \cdot A_p \cdot \Phi_p^0 \quad \text{III.38}$$

Ou encore :

$$\Phi_p = \Phi_p^0 + \alpha_\phi (\Phi_p^1 - \Phi_p^0) \quad \text{III.39}$$

Φ_p^1 Est la valeur obtenue de la résolution en cours.

La pression est aussi sous relaxée par ajout d'une fraction de p^* à p' :

$$p = p^* + \alpha_p \cdot p' \quad \text{III.40}$$

Avec :

α_p est un facteur de sous relaxation associé à la correction de pression.

III.7.2 Critère de Convergence

La résolution numérique des problèmes type CFD, nécessite un processus itératif. La convergence du processus itératif est quantifiée par l'intermédiaire du concept de résidu.

Les équations discrétisées sont considérées comme convergées lorsque toutes les équations présentent un résidu inférieur à un seuil normalisé fixe. Le suivi du résidu permet de rendre compte de la façon selon laquelle chaque équation de conservation est équilibrée. Le résidu est défini par :

$$R_\phi = \sum \sum |a_n \Phi_n + b - A_p \Phi_p| \quad \text{III.41}$$

R : la somme absolue des résidus correspondant à la variable ϕ . La convergence des résultats est testée selon deux critères : pour chaque grandeur calculée, les résidus normalisés ne doivent pas dépasser la valeur fixée pour chaque itération et les itérations supplémentaires ne doivent pas modifier les résultats une fois la convergence est atteinte.

Le code utilisé Fluent 6.32 [113] adimensionnalise ce résidu en utilisant un facteur d'échelle, représentatif du débit à travers le domaine. Ce résidu est défini par :

$$R_\phi = \frac{\sum_{\text{cellules } p} \left| \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b - a_p \Phi_p \right|}{\sum_{\text{cellules } p} |a_p \Phi_p|} \quad \text{III.42}$$

Pour les équations de quantité de mouvement, le dénominateur $a_p \Phi_p$ est remplacé par $a_p \underline{U}_p$ où \underline{U}_p est la norme de la vitesse au point P.

Pour l'équation de continuité, la définition du résidu est différente :

$$R^C = \sum_{\text{cellules } p} |\text{bilan de matière dans la cellule } p| \quad \text{III.43}$$

Pour juger la convergence de nos calculs, tous les résidus normalisés ont été estimés à 10^{-6}

III.8 Solution Numérique du Système Algébrique :

Le choix d'une méthode de résolution numérique ne dépend pas seulement des caractéristiques intrinsèques du problème, mais aussi et surtout des possibilités du calculateur (micro-ordinateur). Les deux facteurs essentiels sont la capacité de stockage de la mémoire et le temps d'exécution. Les méthodes de calcul d'un système algébrique sont classées en deux catégories principales :

- Méthodes directes qui sont limitées aux seuls systèmes linéaire et elles exigent une mémoire énorme et un temps de calcul relativement grand.
- Méthodes indirectes qui peuvent s'appliquer aux systèmes non linéaires et surtout aux problèmes où de nombreux éléments matriciels sont nuls. Par conséquent, ces derniers exigent moins de mémoire d'ordinateur que les méthodes directes.

Dans notre cas, le système d'équation obtenu :

$$a_p \Phi_p = a_E \Phi_E + a_w \Phi_w + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + \overline{S_\Phi} \quad \text{III.44}$$

Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} a_p \Phi_p &= \sum a_j \Phi_j + b_j \\ \sum a_j \Phi_j &= a_p \Phi_p - b_j \end{aligned} \quad \text{III.45}$$

Avec :

a_j : sont des coefficients qui tiennent en compte de l'effet de la convection, la diffusion et la source de l'équation différentielle.

$$b_j = S(r, r, z)$$

L'équation III.30 représente un système d'équations algébriques couplées qui s'écrit sous forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & a_j & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \Phi_j \\ \cdot \end{bmatrix} = [a_p \Phi_p - b_j] \quad \text{III.46}$$

Le système d'équations III.30 peut être résolu par n'importe quelle méthode de résolution des équations algébriques simultanées.

Les méthodes itératives utilisées pour la résolution des problèmes multidimensionnelles sont :

➤ **La méthode de Gauss-Seidel :**

La méthode de Gauss-Seidel est une technique qui permet de résoudre à la fois et dans l'ordre un système d'équations linéaires.

La procédure peut s'illustrer en utilisant le système suivant :

$$[A]_{ij} X_j = B_j \quad \text{III.47}$$

Le balayage avancé peut s'écrire sous la forme :

$$X_j^{k+1/2} = \frac{(b_i - \sum_{j<i} a_{ij} X_j^{k+1/2} - \sum_{j>i} a_{ij} X_j^k)}{a_{ij}} \quad \text{III.48}$$

$i = 1, \dots, N$

N : est le nombre d'inconnues. Le balayage avancé est suivi par un balayage moins évolué qui s'écrit comme suit :

$$X_j^{k+1} = \frac{(b_i - \sum_{j<i} a_{ij} X_j^{k+1/2} - \sum_{j>i} a_{ij} X_j^k)}{a_{ij}} \quad \text{III.49}$$

A partir des équations III.33 et III.34 la matrice symétrique de Gauss-Seidel peut s'exprimer sous la forme de la matrice des deux pas de la solution récursive du système tel que :

$$(D_A + L_A) D_A^{-1} (D_A + U_A) (X^{k+1} - X^k) = b - A X^k \quad \text{III.50}$$

Les termes D_A , L_A , U_A sont respectivement les éléments diagonaux, de la partie supérieure et de la partie inférieure de la matrice tri diagonale A .

➤ **Algebraic Multigrid Method (AMG) :**

Cet algorithme est connu sous le nom d'un plan multigrid algébrique, il est utilisé par défaut par le code de calcul selon la nature du maillage de la géométrie.

IV Introduction

L'objectif de ce chapitre consiste à l'étude en régime laminaire de la convection naturelle de l'écoulement tridimensionnel de l'air dans l'espace annulaire d'un tube vertical et divergent ainsi que la détermination de l'effet de certains paramètres relatifs à cette configuration, dans le but de voir la structure de l'écoulement et de quantifier le transfert de chaleur. La paroi du cylindre externe étant considérée adiabatique dans tous les cas.

Ce chapitre est réparti en trois parties :

- La première partie est consacrée à l'étude de l'écoulement dans une configuration annulaire cylindrique et divergente dont le cylindre interne est soumis à une génération de chaleur volumétrique uniforme. Figure (II.1)
- La deuxième partie, nous étudions la configuration annulaire cylindrique et divergente dans le cylindre interne sont fixés un ou des blocs chauffés par une génération de chaleur volumétrique uniforme. Figure(II.2)
- La troisième partie est consacrée à l'étude de la configuration cylindrique et divergente dont le cylindre interne qui est soumis à une génération de chaleur volumétrique est muni d'ailettes longitudinales. Figure(II.3)

Les variations des angles d'inclinaisons du divergent ainsi que le nombre de Rayleigh qui est exprimé en fonction de la génération de chaleur ont été étudiées.

Dans tous les cas les angles d'inclinaisons utilisés sont : $=0^\circ$ (qui correspond à un cylindre vertical), $=15^\circ$, $=23^\circ$ et $=45^\circ$, avec un nombre de Reynolds, $Re=0.32$.

Partie I

IV. I. Etude de la convection naturelle dans l'espace annulaire d'un conduit cylindrique divergent avec génération de chaleur volumétrique

Dans la présente partie nous étudions les résultats des simulations obtenus de la convection naturelle dans l'espace annulaire d'une conduite cylindrique divergent dans le but de voir l'influence de certains paramètres qui sont la variation des angles d'inclinaison et le nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur.

Les simulations numériques ont été effectuées pour des différents paramètres géométriques et physiques, l'angle d'inclinaison du divergent ($\theta = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et $\theta = 45^\circ$), le nombre de Rayleigh ($Ra = 2 \cdot 10^3$ à $Ra = 1 \cdot 10^5$).

Nous verrons en premier lieu, l'influence du maillage sur la solution numérique ensuite nous présentons les résultats de simulations sous forme de contours et profils de température, vitesse et pression ainsi que la température de mélange dans l'espace annulaire et bien entendu le taux de transfert de chaleur sous forme du nombre de Nusselt local et moyen.

IV. I.1 Paramètres physiques et géométriques

Les dimensions considérées dans cette étude sont données comme suit :

La longueur du tube $L = 50 \text{ mm}$, le rayon du cylindre intérieur $R_{ii} = 5 \text{ mm}$, le rayon du cylindre extérieur de l'entrée $R_{io} = 10 \text{ mm}$. L'épaisseur du cylindre intérieur étant très petite par rapport à la longueur de la conduite. Le fluide est l'air avec un nombre de Prandtl ($Pr = 0.71$), entrant à la température ambiante $T_o = 25^\circ \text{C}$ à une vitesse initiale w_o très faible de telle manière à laisser le phénomène de convection naturelle se produire sous l'effet de la chaleur dégagée par le cylindre interne chauffé. Les propriétés physiques du fluide sont données à la température ambiante du fluide et présentées dans le Tableau (IV. 1).

Le nombre de Rayleigh exprimé en fonction de la génération de chaleur est donné par :

$$Ra = \frac{g \beta Q_v d^5}{\nu \alpha k_f}$$

Avec d le diamètre à l'entrée de la conduite.

Propriétés thermo physiques	Fluide	solide
Chaleur spécifique C_p (J/Kg.K)	1006	214
Masse volumique ρ (kg/m ³)	1,184	2719
Conductivité thermique k (W/m.K)	0,026	202.4
Viscosité dynamique μ (Kg /m . S)	$1,8326.10^{-5}$	
Coefficient de dilatation thermique β (1/K)	$3,355.10^{-5}$	24.10^{-6}

Tableau IV. 1 Propriété physique du fluide et du solide

IV. I.2 Effet du maillage

Le choix du maillage a une grande influence sur la précision des résultats et le temps de calcul. Un maillage non uniforme dans les directions axiale et radiale est adopté plus raffiné dans les régions où les variations de températures sont relativement importantes. Afin d’optimiser ces paramètres nous avons effectué plusieurs simulations pour des différents maillages; à savoir $(20 \times 30 \times 40)_{\text{noeuds}}$, $(50 \times 50 \times 80)_{\text{noeuds}}$, $(30 \times 30 \times 50)_{\text{noeuds}}$. Le maillage $(20 \times 30 \times 40)_{\text{noeuds}}$ est pris comme maillage de référence pour calculer les écarts en pourcentage. Nous avons considéré un écoulement laminaire et stationnaire avec un nombre de Rayleigh $Ra=20000$ pour les configurations $\theta=0^\circ$ et $\theta=15^\circ$ (Figure (IV.1)). Le Tableau (IV.2) donne les valeurs du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} et les températures du fluide à la sortie de la conduite ainsi que les écarts en pourcentage.

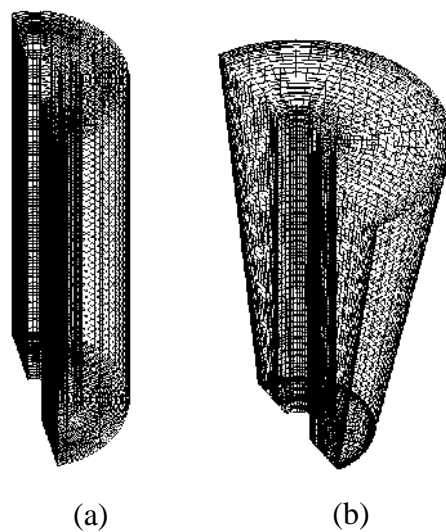


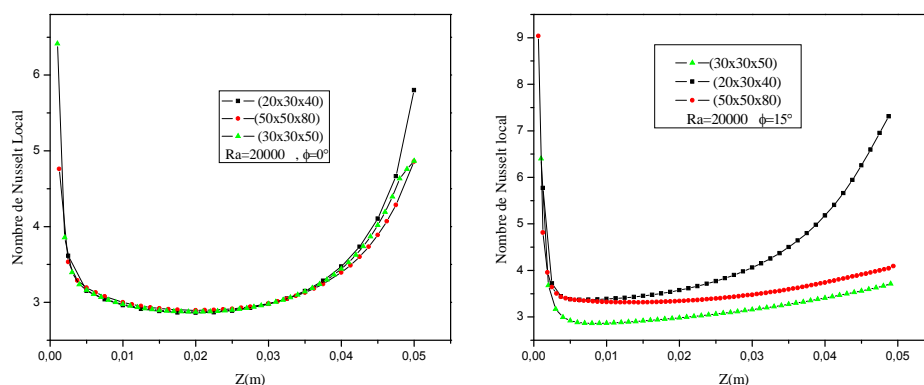
Figure IV.1 Structure du maillage
(a) $\theta=0^\circ$, (b) $\theta=15^\circ$

Configuration	$=0^\circ$			$=15^\circ$		
	(20x30x40)	(50x50x80)	(30x30x50)	(20x30x40)	(50x50x80)	(30x30x50)
\overline{Nu}	18.0670	16.6201	17.2919	14.0444	10.9724	11.2768
Ecart de \overline{Nu} %	-	8.70577	4.480	-	28.0011	24.5503
Temperature	314.9281	318.8841	319.5211	314.7445	318.7525	319.2839
Ecart de Temperature %	-	1.2468	1.4366	-	1.2574	1.4217

Tableau IV.2 Effet du maillage sur les valeurs de (Nu) et de la température

La consultation du Tableau(IV.1) montre que la grille (50x50x80) donne des résultats très précis, mais nécessite un temps d'exécution plus élevé par rapport aux autres. Notre choix a été définitivement orienté vers la grille 30x30x50 ce dernier a assuré un bon compromis entre la rapidité de convergence et une occupation de mémoire acceptable.

La Figure (IV.2) montre les variations du nombre de Nusselt local le long de la paroi chauffée du cylindre intérieur pour $=0^\circ$ et $=15^\circ$. Comme on peut voir dans cette figure, les courbes relatives aux maillages 30x30x50 et 50x50x80 sont proches avec un écart de 1.65% pour $=0^\circ$ et de 2.63% pour $=15^\circ$, ce qui confirme notre choix pour la grille 30x30x50.



IV. I.3 Validations des résultats

Afin de donner une crédibilité aux résultats numériques obtenus par le code Fluent vérifier leur exactitude, une validation de notre simulation numérique a été faite en comparant nos résultats avec des différentes solutions de références disponibles dans la littérature. Le Tableau IV.3 montre les comparaisons du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} avec les résultats de **Vahl Davis and Thomas** [33], **Kumar and Kalam** [35] et **Kumar** [95] pour un écoulement laminaire de l'air en convection naturelle dans l'espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux verticaux dont le cylindre interne est soumis à une température constante.

Pour renforcer les validations de nos résultats, d'autres comparaisons ont été faites avec les travaux expérimentaux de **Elenbaas** [9] et les corrélations de **Churchill and Usagi** [8] pour des plaques parallèles, et ce pour des différents nombres de Rayleigh modifié Ra^* , $Ra^* = \frac{g\beta(T_p - T_0)\delta_{opt}^4}{\alpha\nu L}$, avec δ_{opt} l'épaisseur entre les plaques. Les comparaisons ont été faites pour des rapports d'aspect ($A=5$ et $A=12$ avec $A = \delta_{opt}/L$ et $\beta = 1$, avec $\beta = r_o/r_i$). Le fluide considéré est l'air avec ($Pr=0.71$) en convection naturelle. Nos résultats ont été effectués pour des nombres de Rayleigh $Ra=10^2, 10^3, 10^4$ et 10^5 . D'après la Figure (IV.3) nous constatons que les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de la littérature.

Ra	10³	10⁴
De Vahl Davis [30]	2.242	4.523
Kumar et Kalam [32]	2.242	4.523
Kumar [88]	2.256	4.526
Nos résultats	2.471	4.968

Tableau IV.3 Comparaison du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} pour un cylindre annulaire ($A=1$ et $\beta=1$)

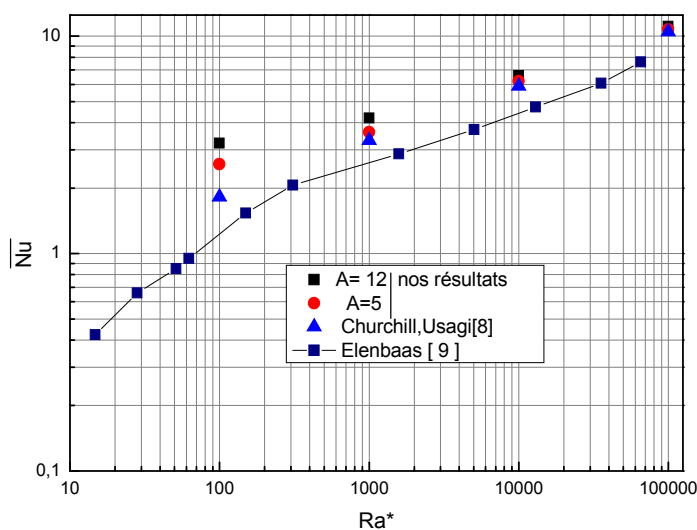


Figure IV.3 Comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature pour des plaques parallèles

IV. I.4 Résultats et Discussions

La configuration étudiée est une conduite annulaire cylindrique et divergente dont le cylindre interne est soumis à une génération de chaleur volumétrique uniforme. Le fluide, l'air entrant par le bas de la conduite avec une température initiale $T_o = 298$ K et une vitesse initiale très faible de façon à laisser le phénomène de convection naturelle se manifester sous l'effet de la chaleur du cylindre interne.

Nos simulations ont été faites pour des nombres de Rayleigh de $Ra = 2 \cdot 10^3$ à $1 \cdot 10^5$ et des angles d'inclinaisons ($\theta = 0^\circ$ qui correspond à un cylindre vertical, $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45°).

IV. I.4.1 Champs de Vitesses, de Températures et de Pressions

Pour étudier l'effet de la poussée d'Archimède, les valeurs de la génération de chaleur ont été changées pour obtenir les nombres de Rayleigh. Le nombre de Prandtl Pr et le rapport des conductivités thermiques K sont fixés pour cette partie.

Les Figures (IV.4 à 7), montrent les contours des champs de température dans la partie gauche, de vitesse au milieu et la pression à droite dans la direction axiale de l'écoulement pour les nombres de Rayleigh $Ra = 2000, 10000, 30000$ et 10^5 pour les angles d'inclinaison $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et 45° . L'effet du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur est illustré. Ces Figures montrent que le phénomène de convection naturelle commence quand le fluide froid (ambient) entre dans l'espace annulaire entre les deux cylindres, le fluide adjacent au cylindre interne s'échauffe et les particules de fluide

chauffées du fait de sa dilatation thermique et remonte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Arrivé au sommet, le fluide échange sa chaleur avec celle de la paroi opposée qui est refroidi et s'alourdit, il redescend, alors et crée un transfert et retour de chaleur. Les gradients de températures entre la paroi du cylindre interne et la paroi P2 cylindre extérieur augmentent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh par conséquent la région de panache s'étends.

A cause de l'augmentation du nombre de Rayleigh, la poussée d'Archimède augmente, en outre la température du fluide augmente dans le sens de l'écoulement principal et atteint le maximum proche de la paroi chauffée au sommet. L'épaisseur de la couche limite augmente à mesure que l'écoulement se déplace vers le haut.

Les couches de fluide sont des cercles concentriques dont la température diminue en s'éloignant du cylindre interne.

Dans la Figure (IV.4-1), pour $Ra=2000$ et $\theta = 0^\circ$ (cylindre vertical), les contours de vitesse montrent l'existence d'une cellule de panache symétrique de part et d'autre du plan médian où sont localisées les vitesses les plus élevées au milieu de l'espace annulaire. Dans ce cas le profil de vitesse est parabolique, il est tracé sur la Figure IV.8 et plus loin l'écoulement est complètement développé.

Pour $\theta = 15^\circ$, dans la Figure (IV.4-1), nous notons une diminution de la taille de la cellule de panache qui est concentrée au milieu de l'espace annulaire proche de l'entrée où la vitesse est dans ce cas est plus élevée. Le profil de vitesse pour ce même angle d'inclinaison est aussi parabolique et symétrique de part et d'autre du plan médian. L'intensité du profil de vitesse diminue près de la sortie en haut à cause de l'ouverture (15°).

Pour $\theta = 23^\circ$ dans la Figure (IV.4-2) et pour le même nombre de Rayleigh $Ra=2000$, nous remarquons que la taille de la cellule de panache est réduite, alors qu'elle est plus large en $\theta = 45^\circ$ mais concentré dans la partie droite en haut. En ce point l'écoulement a perdu sa symétrie étant donné que la distribution de la vitesse n'est plus la même de part et d'autre de l'espace annulaire Figure (IV. 8).

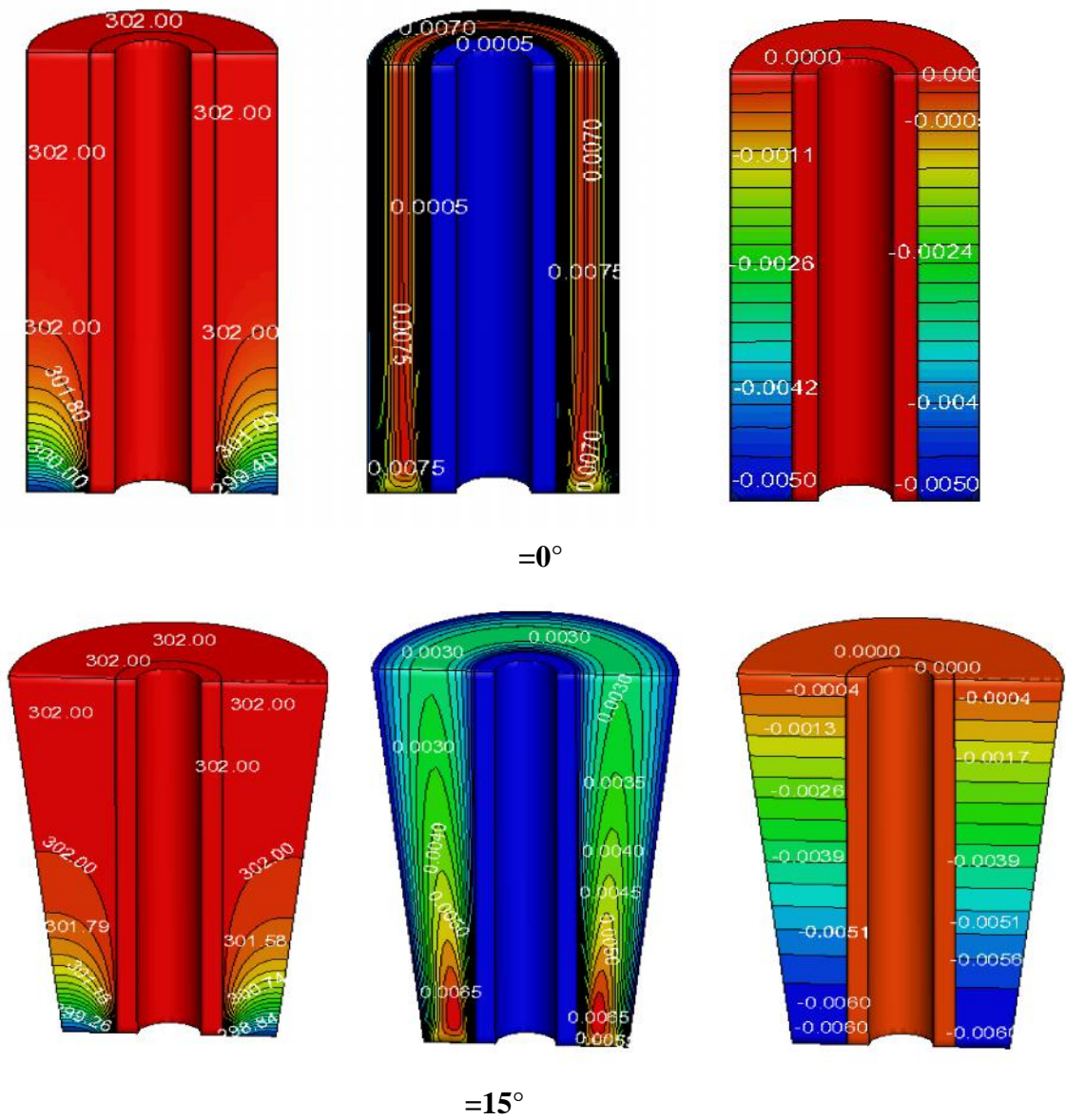


Figure IV.4-1 Champs de Température, Vitesse et de pression pour $Ra=2000$

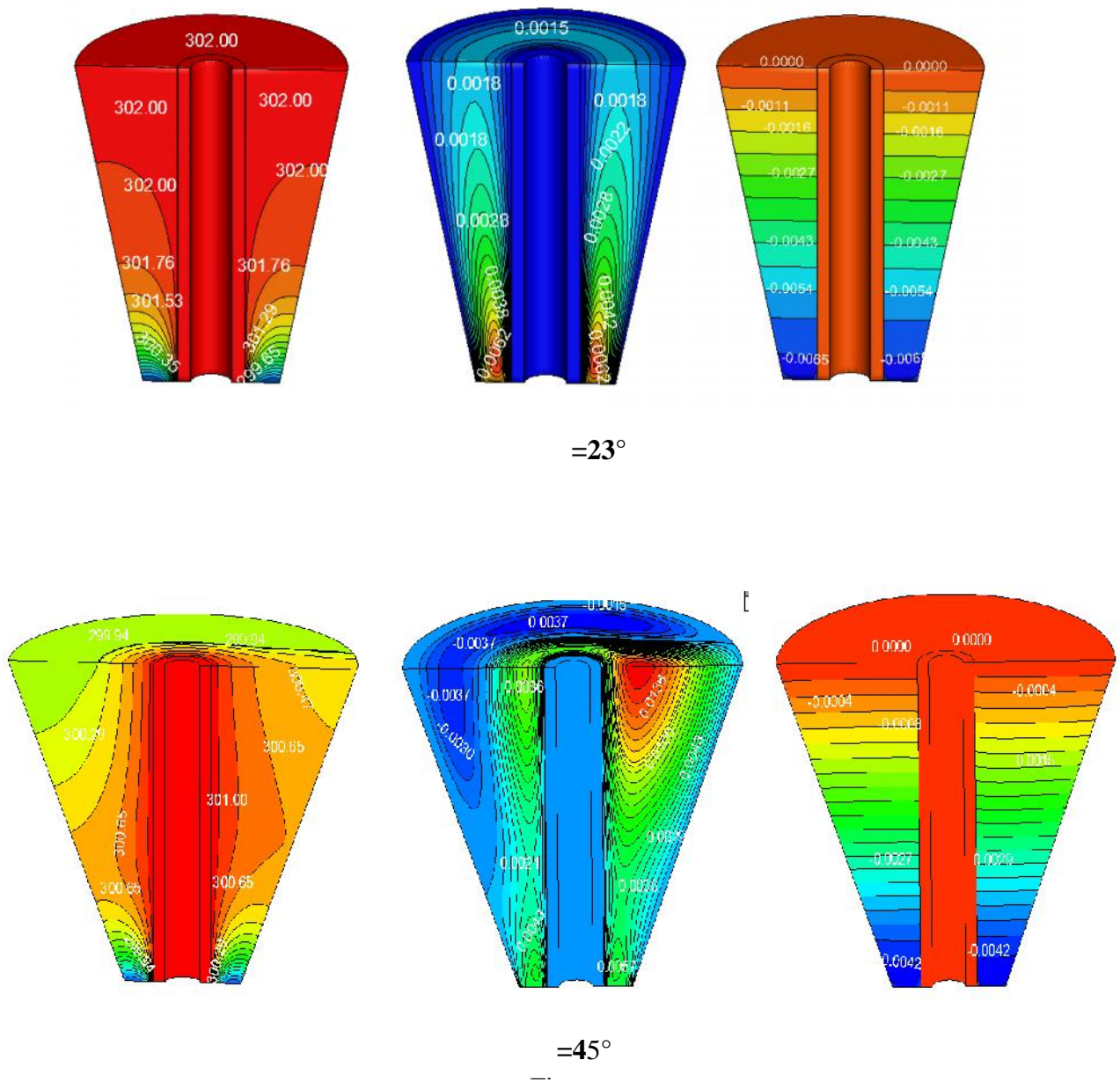


Figure IV.4-2 Champs de température, de vitesse et de pression pour $Ra=2000$

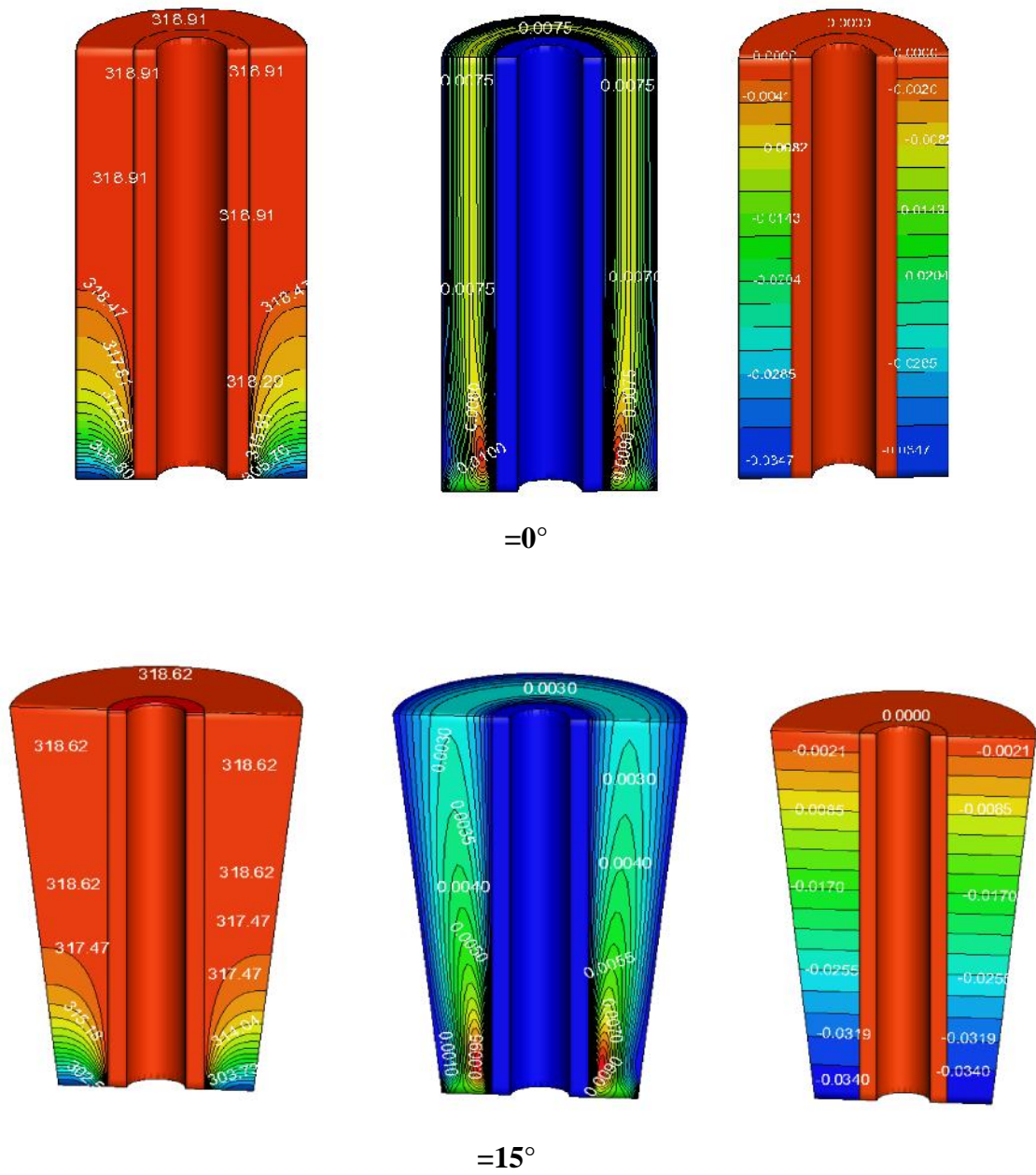


Figure IV.5 -1 Champs de Température, de Vitesse et de Pression pour Ra=10000

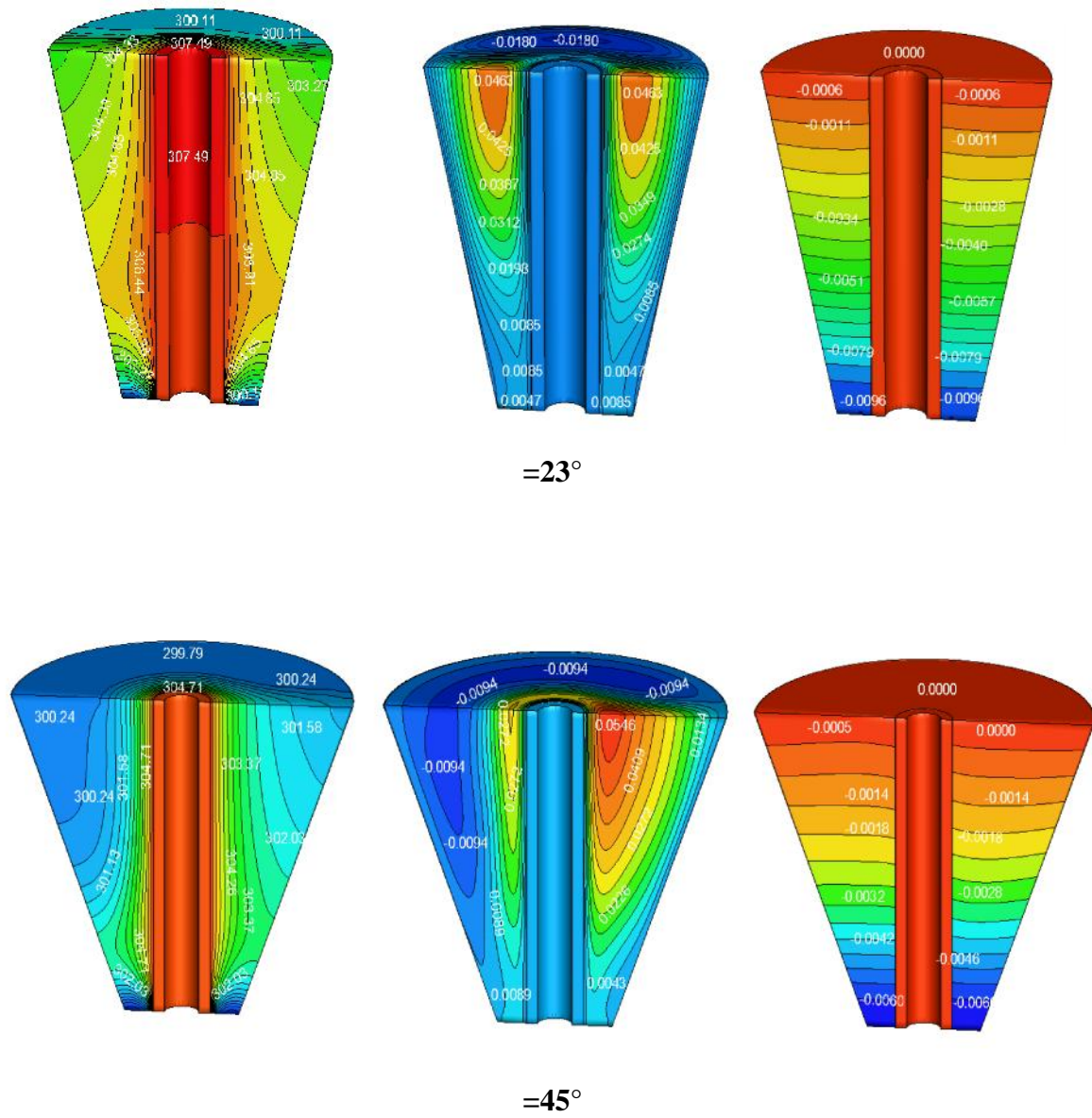


Figure IV. 5 -2 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour $Ra=10000$

Pour des nombres de Rayleigh plus élevés, $Ra = 10000$ et 1.10^5 et des angles $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 15^\circ$, nous constatons l'apparition de deux cellules de part et d'autre de l'espace annulaire plus concentrées près de l'entrée proche de la paroi chauffée et à cet endroit la vitesse est maximale. La particule de fluide qui est dans la zone chaude a tendance à remonter vers le haut et est rapidement en contact avec le fluide se refroidit et descend ensuite sur les côtés. Pour $\theta = 45^\circ$, les vitesses ne sont pas uniformes à l'entrée et à la sortie. Ceci est visible dans les courbes de la Figure (IV. 9).

Lorsque $Ra = 1.10^5$ pour $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45° , la cellule de panache est localisée dans la partie haute de la conduite dans le côté droit, sa taille occupe l'espace annulaire et l'écoulement a perdu sa symétrie ce qui implique un profil de vitesse non uniforme Figure (IV. 10).

Dans les Figures IV.4-1 et IV.4-2, pour $Ra = 2000$ et $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ et 23° nous constatons que les isothermes sont similaires au cas de la dominance du mécanisme du transfert de chaleur par conduction puisque le nombre de Rayleigh est faible.

Pour $\theta = 45^\circ$, le panache est plus claire et plus étendu, le maximum de température est localisé au niveau du cylindre interne qui est chauffé et plus loin de ce dernier la température diminue. Ceci est dû à l'expansion du fluide due à l'élargissement du cylindre extérieur.

Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, nous remarquons une variation dans la structure des isothermes avec une diminution de la température dans l'espace annulaire pour les angles d'inclinaison, $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45° .

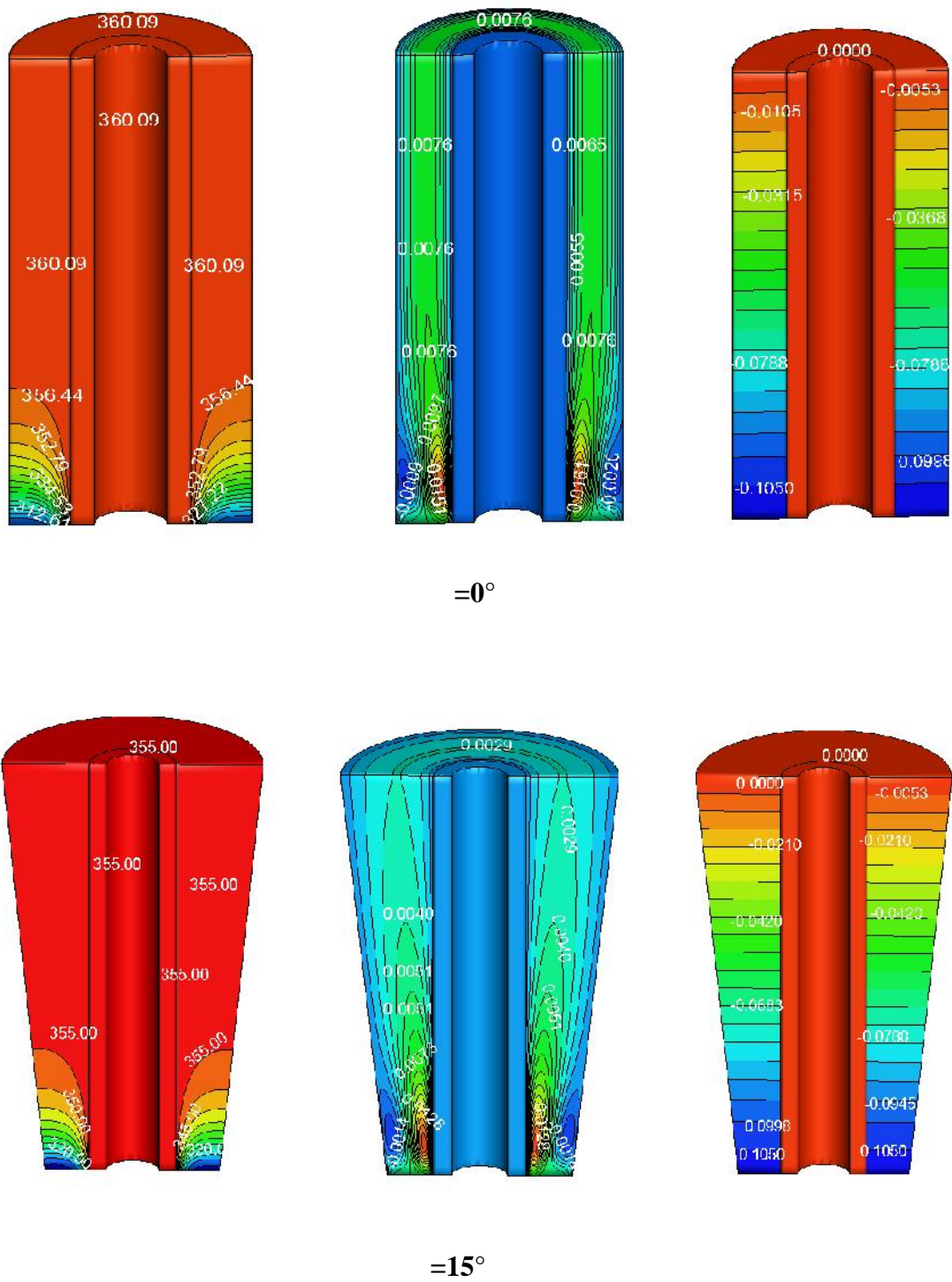


Figure IV.6 -1 Champs de Température, Vitesse et de pression pour $Ra=30000$

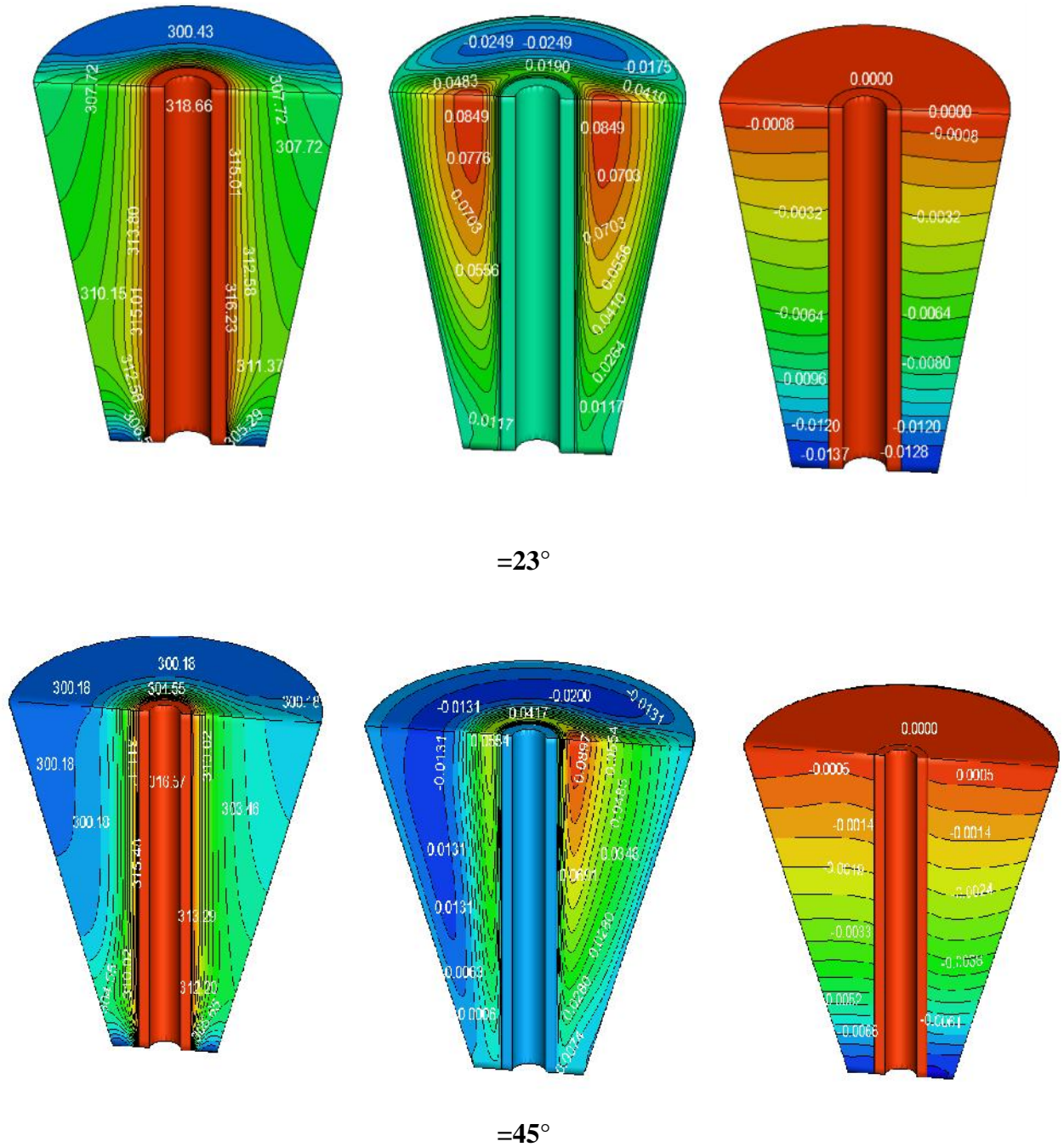


Figure IV. 6 -2 Champs de Température, Vitesse et de pression pour Ra=30000

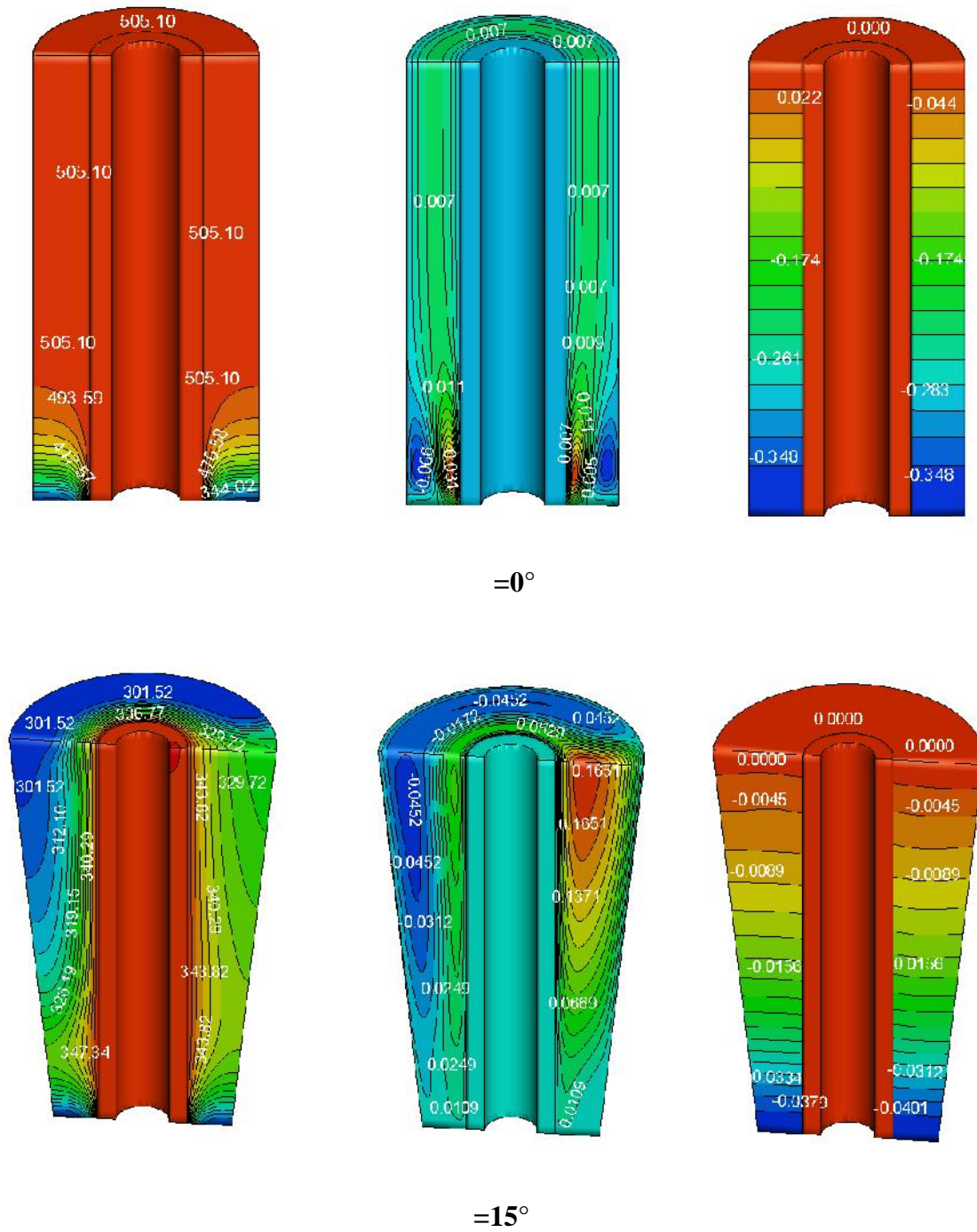
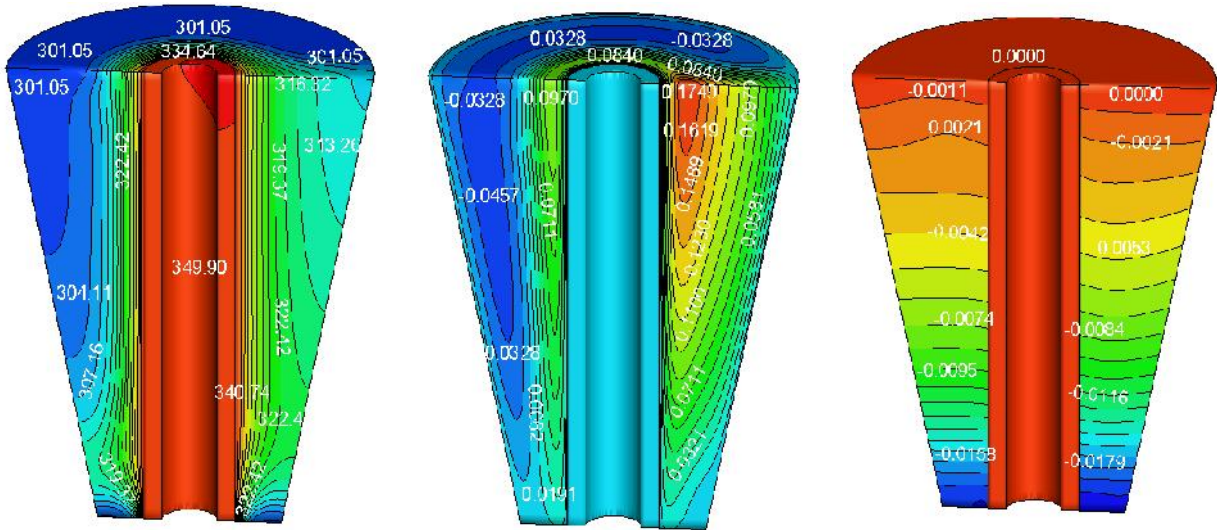
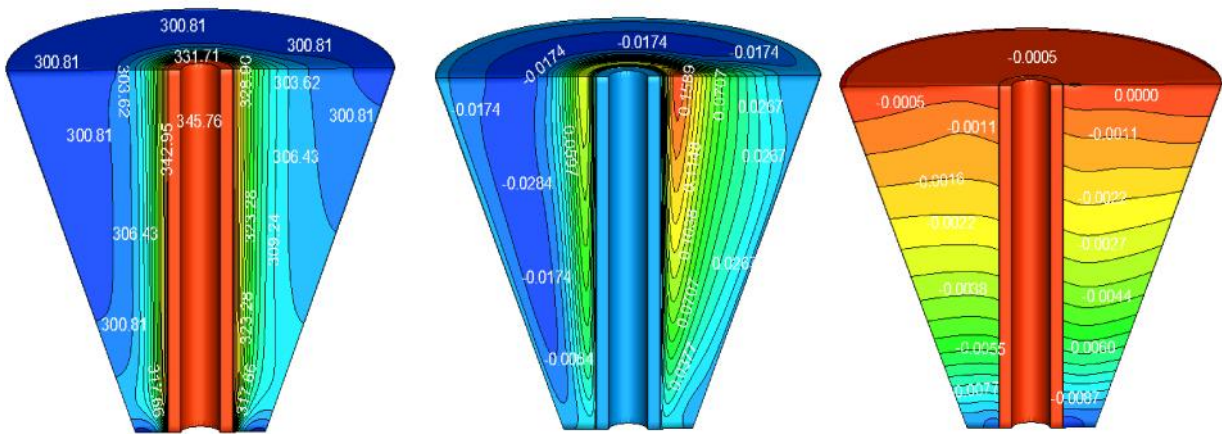


Figure IV.7 -1 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour $Ra=1.10^5$



=23°



=45°

Figure IV.7 -2 Champs de Température, de Vitesse et de pression pour $Ra=1.10^5$

Cependant, pour $Ra=2000$ et 10000 le maximum de température atteint $302K$ et $318K$ pour $\phi=0^\circ$, alors que cette température est d'environ $301K$ et $304K$ pour $\phi=45^\circ$.

Les Figures IV.6-1 et IV.6-2, pour $Ra=30000$ montrent pour $\phi=0^\circ$, le maximum de température est de $360K$ et d'environ $318K$ et $316K$ pour $\phi=23^\circ$ et $\phi=45^\circ$.

Les Figures IV.7-1 et IV.7-2, pour $Ra=1.10^5$ et $\phi=0^\circ$ le maximum de température dans ce cas est de $505K$ et $367K$ pour $\phi=15^\circ$ alors qu'il est d'environ $349K$ et de $345K$ pour $\phi=45^\circ$.

D'après ces résultats nous constatons que la variation de l'angle d'inclinaison du divergent a une influence sur la température et la vitesse de l'écoulement. La diminution de la température dans les configurations divergentes est suivie d'une asymétrie de l'écoulement.

Pour $Ra=1.10^5$, dans la Figure IV. 7-1 pour $\phi=0^\circ$, les contours de vitesse montrent que les deux cellules de panache sont localisées près de l'entrée et collées à la paroi chauffée du cylindre interne. Les vecteurs vitesses dans cet endroit sont plus intense visible dans la Figure IV. 11. En s'éloignant de la paroi chauffée ces vecteurs changent de sens pour former une zone de recirculation dans laquelle les vitesses prennent des valeurs négatives Figure IV.7-1. Plus loin de l'entrée, les vecteurs de vitesse montrent l'allure parabolique avec le maximum au milieu dans l'espace annulaire et la couche limite est bien visible près des parois.

Les contours de pression dans les Figures (IV. 4-1 à IV. 7-2), montrent que pour les différents nombres de Rayleigh la pression augmente graduellement de l'entrée à la sortie pour satisfaire la condition de sortie ($p=0$). Les valeurs négatives de la pression près de l'entrée montrent l'existence d'une chute de pression à ce niveau qui est dû à la courbure du cylindre interne et l'expansion rapide du fluide à cause de l'élargissement brusque du divergent.

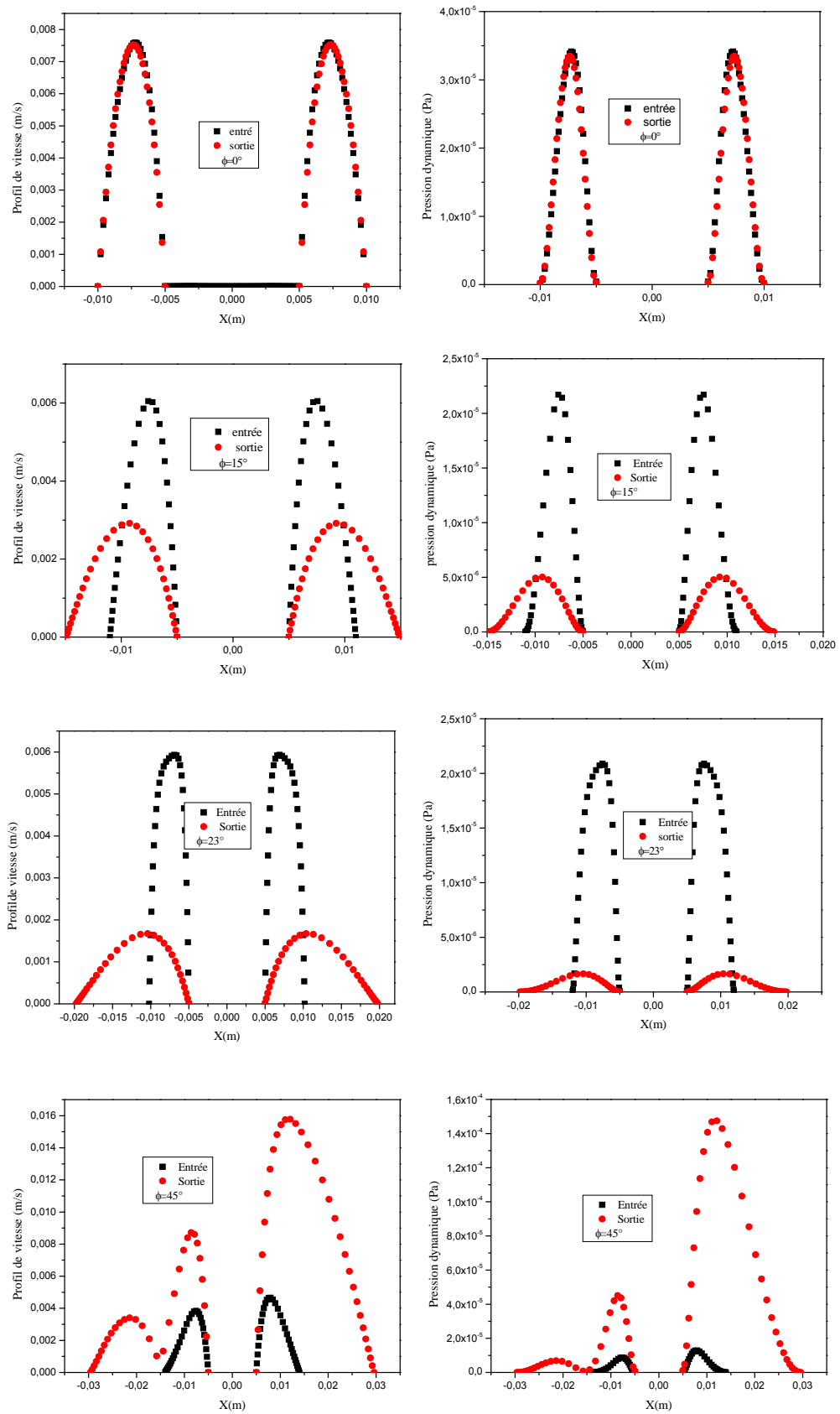


Figure IV. 8 Variation de la vitesse et la pression pour Ra=2000

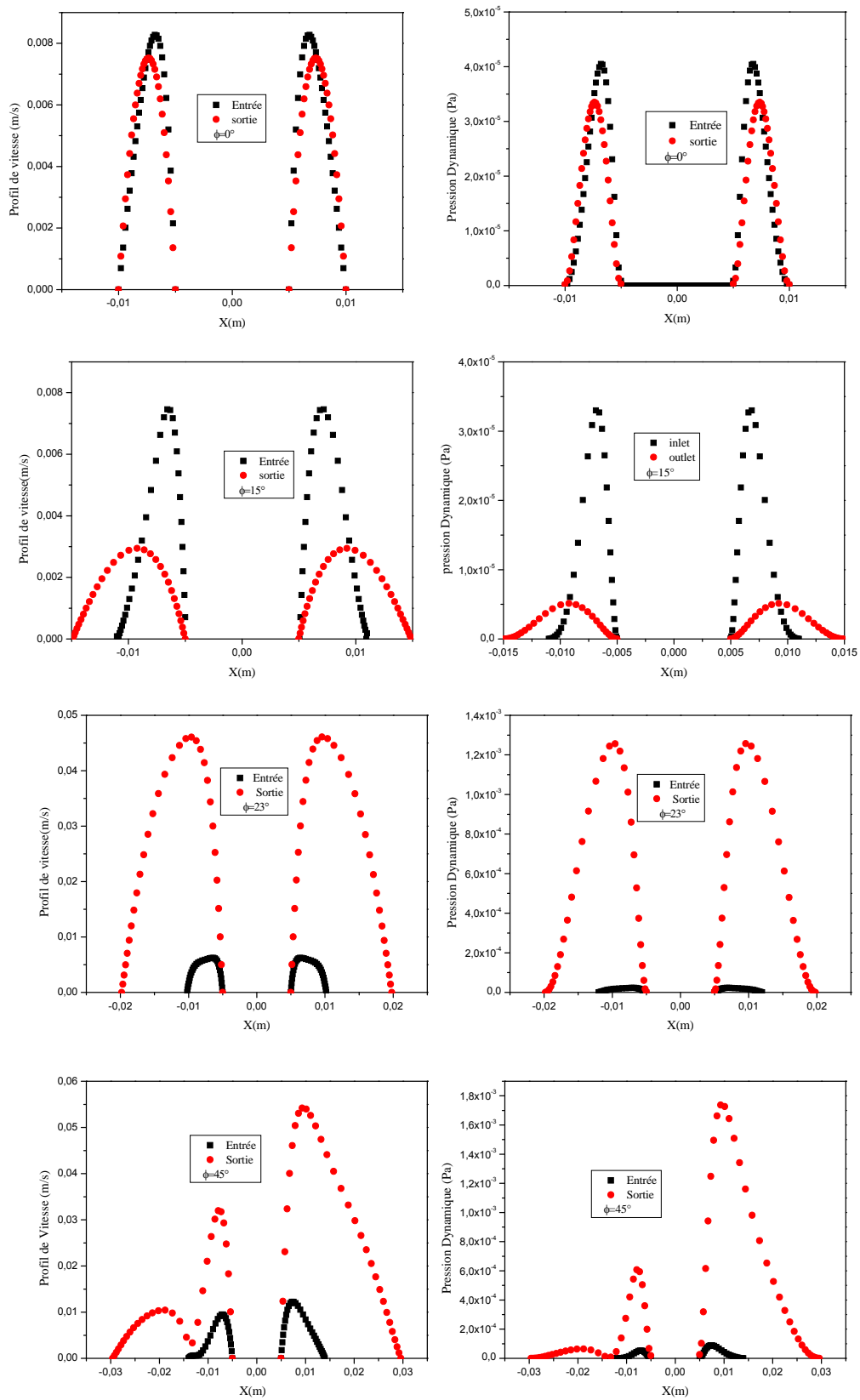


Figure IV. 9 Variation de la vitesse et la pression pour $Ra=10000$

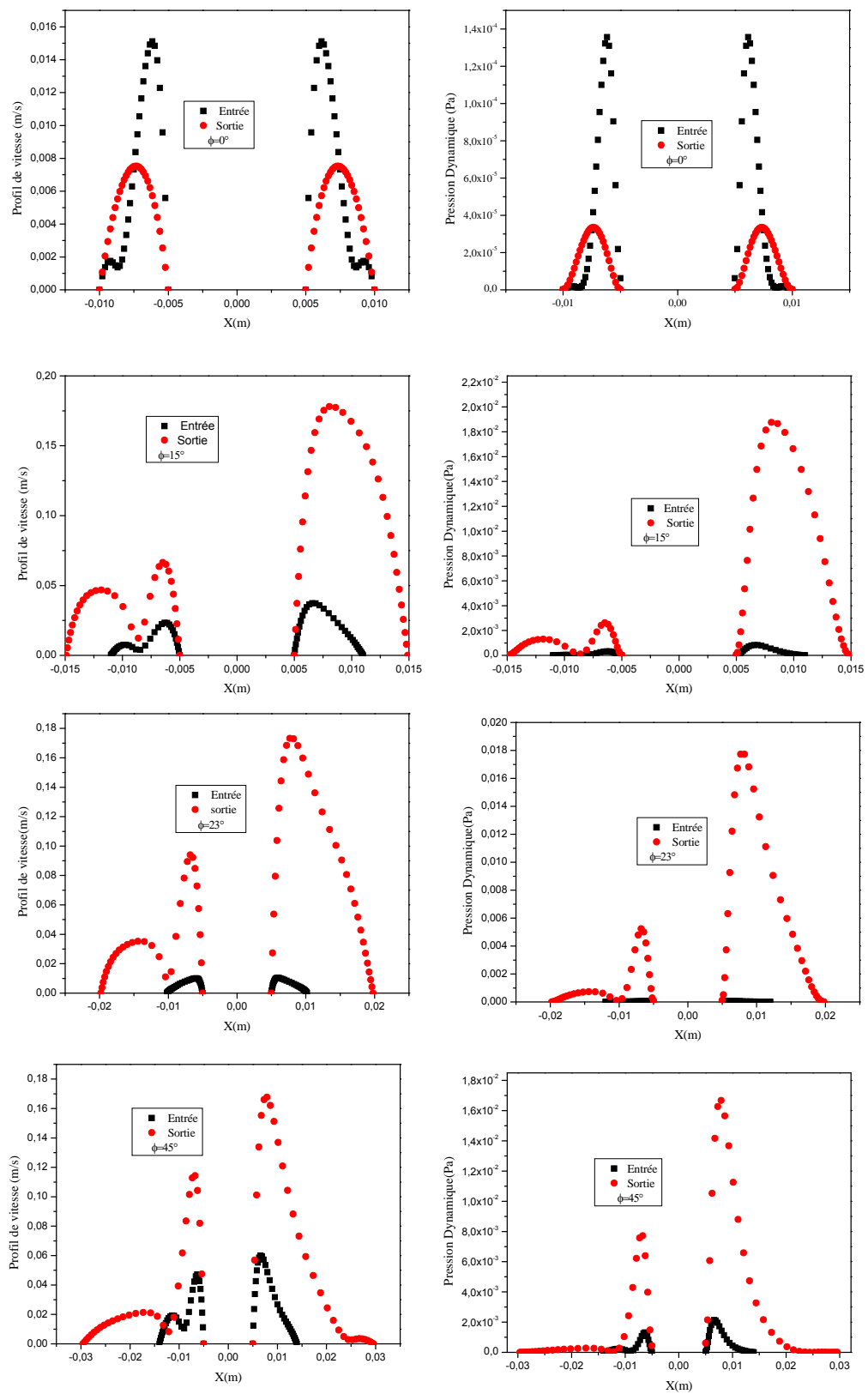


Figure IV. 10 Variation de la vitesse et la pression pour $Ra=1.10^5$

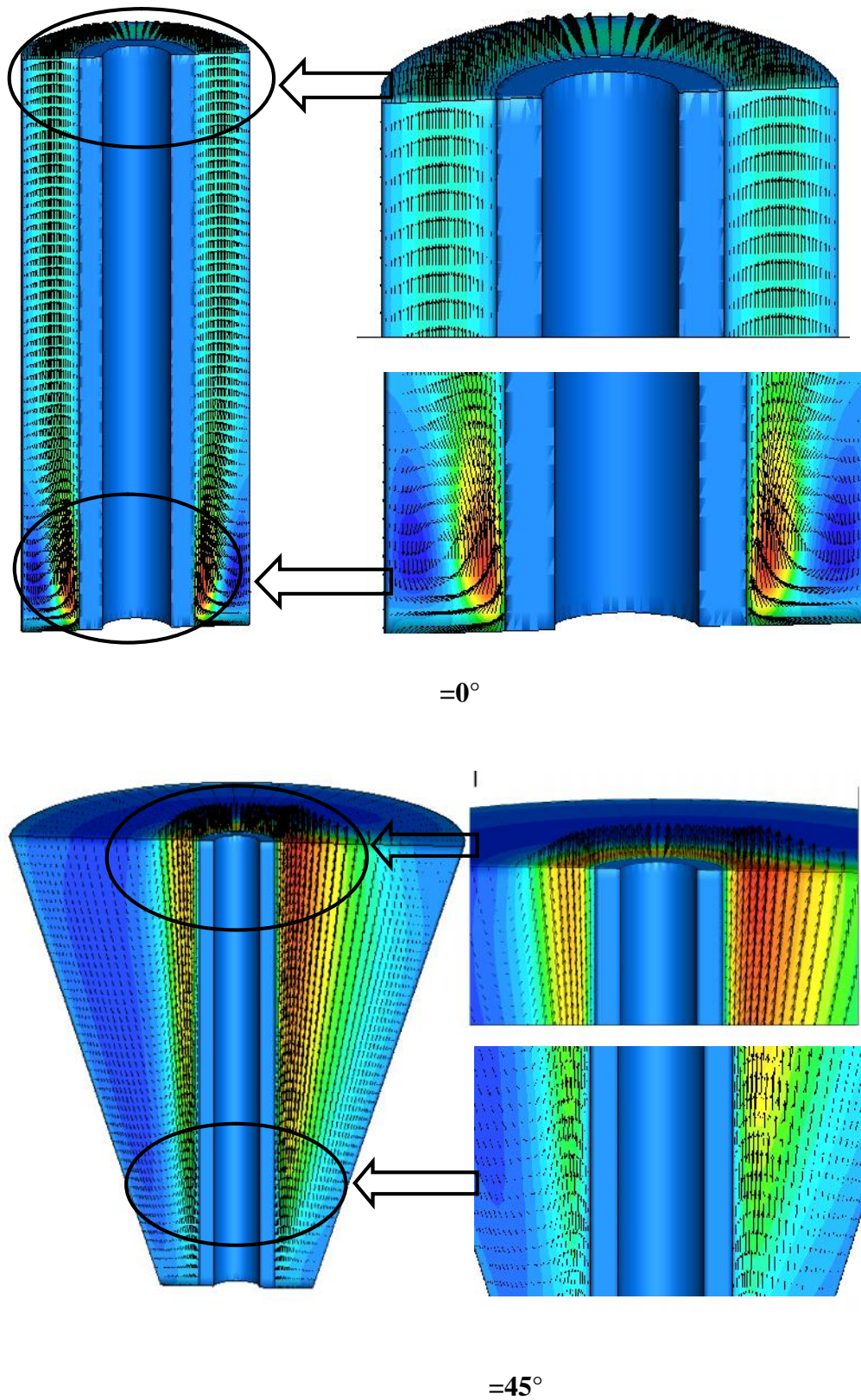


Figure IV. 11 Vecteurs de Vitesse dans la direction axiale de l'écoulement pour $\theta = 0^\circ, \theta = 45^\circ, Ra = 1.10^5$

En revanche, l'évolution de la pression dynamique dans la direction radiale, montre dans les graphes situés à droite dans les Figures (IV.8 à IV.10) que la pression dans l'espace annulaire a la même tendance que celle des profils de vitesse pour les différents nombres de Rayleigh et l'augmentation de la pression dynamique dans l'espace annulaire est dû à l'élargissement ou bien de l'ouverture du cylindre extérieur pour $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et une asymétrie de l'écoulement pour $\theta = 45^\circ$. Cette asymétrie existe aussi pour des nombres de Rayleigh plus élevés et pour les angles $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45° .

IV. I.4.2 Influence du nombre de Rayleigh et l'angle d'inclinaison

La Figure (IV.12), montre l'évolution des profils de température dans l'espace annulaire à la sortie de la conduite c'est-à-dire à ($z=0.049\text{m}$), pour des nombres de Rayleigh de 1000 à 1.10^5 et pour les angles d'inclinaison cités plus haut. D'après ces courbes, nous remarquons que la chaleur fournie au fluide provoque des gradients de température importants dans le sens radial. En raison de la conductivité thermique importante de la paroi du cylindre interne. La variation du gradient de température dans la paroi du cylindre interne est négligeable par rapport à celle dans le fluide puisque le phénomène de convection y est dominant. Pour, $\theta = 0^\circ$ la température dans l'espace annulaire dans la direction radiale est uniforme et augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Des faibles nombres de Rayleigh montrent la dominance de la transmission de la chaleur par conduction.

Par ailleurs, pour des valeurs de Ra plus élevées, un écart notable est visible pour les angles $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45° . En revanche la diminution de la température pour $Ra = 1.10^5$ est suivie d'une asymétrie des profils de température dans le sens radial.

Les Figures (IV. 13 et IV.14), illustrent respectivement la variation de la température de mélange dans l'espace annulaire et la température de la paroi opposée du cylindre externe P2 dans la direction axiale.

La température de mélange T_m (équation (II.10)) dans une section quelconque de la conduite a une grande importance pour le calcul du nombre de Nusselt local. La température de mélange augmente linéairement avec z en approchant une valeur asymptotique à une certaine distance z où le fluide est complètement développé.

Pour des Ra plus élevés et les angles d'inclinaisons cités ci-dessus excepté $\theta = 0^\circ$, la température de mélange augmente linéairement pour atteindre un maximum au milieu de la conduite et rechute pour redevenir constante jusqu' à la sortie.

Cependant, cette température diminue quand l'angle d'inclinaison augmente. Cette rechute de température de mélange est due au changement dans la section.

Dans la Figure (IV. 14), les courbes illustrant l'évolution de la température P2 de la paroi opposée du cylindre extérieur montrent que du fait de l'augmentation de la température du fluide, la paroi P2 qui était initialement adiabatique reçoit cette chaleur du fluide. Par ailleurs, nous remarquons que les courbes ont la même tendance que celle de la température de mélange.

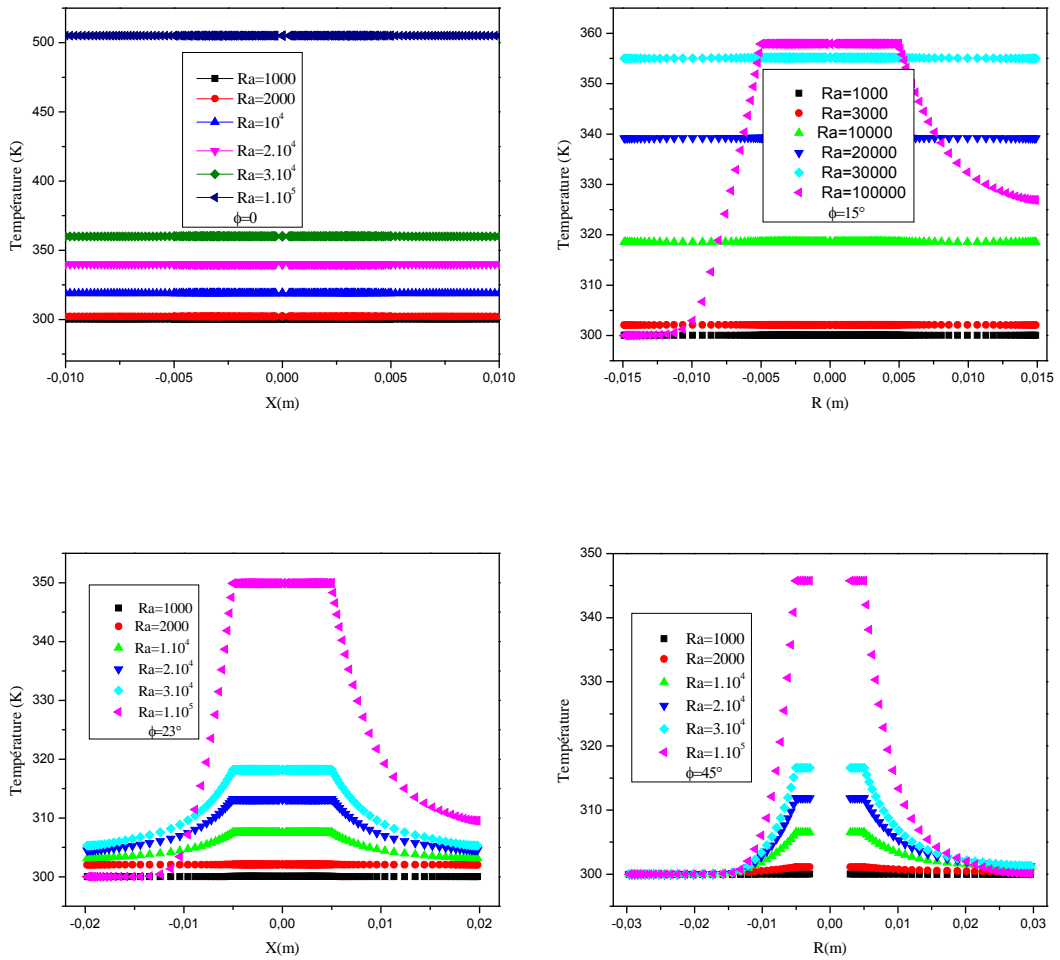


Figure IV. 12 Variation de la température dans l'espace annulaire pour différents Ra et

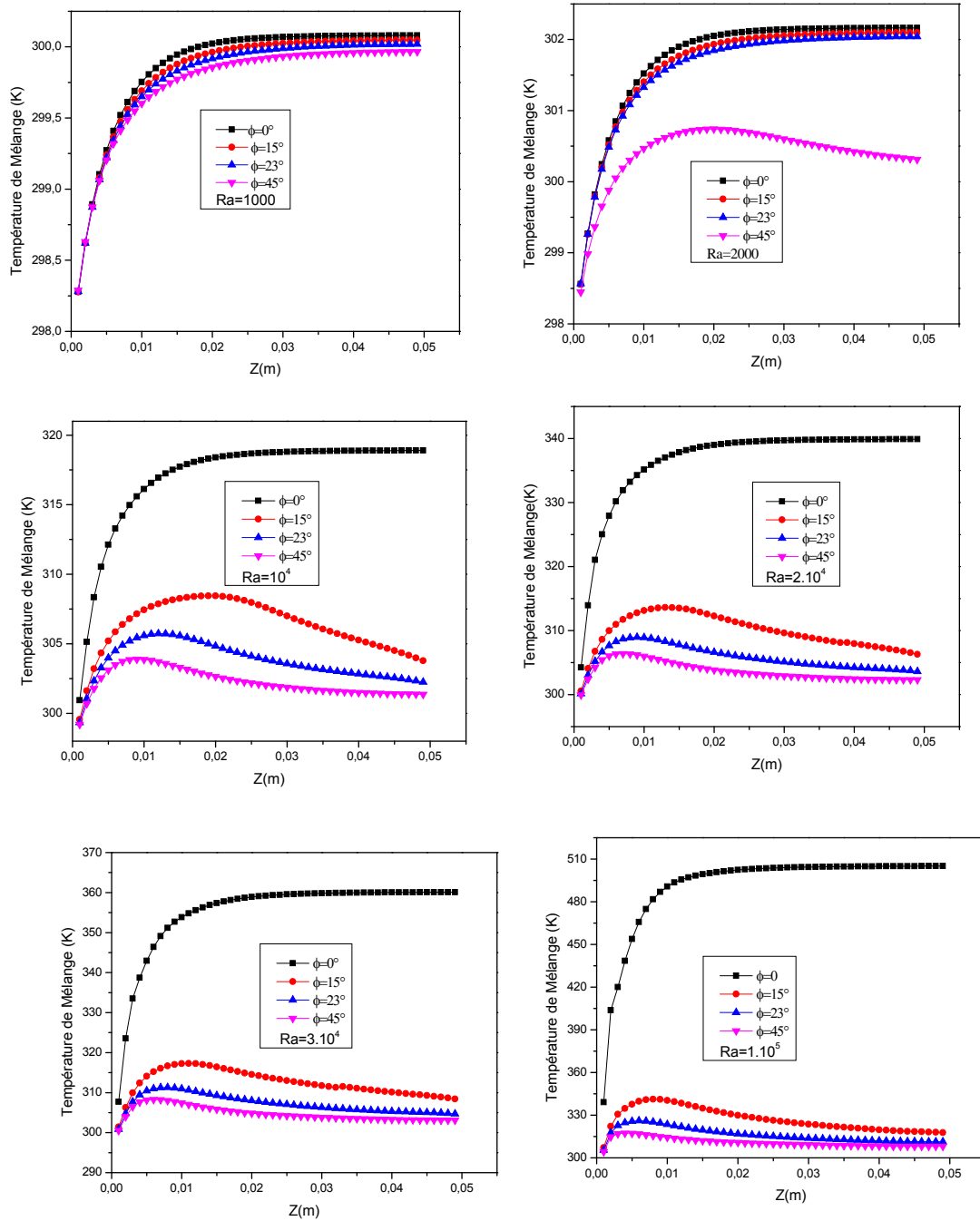


Figure IV. 13 Température de Mélange du fluide dans la direction axial de l'écoulement pour différents Ra et

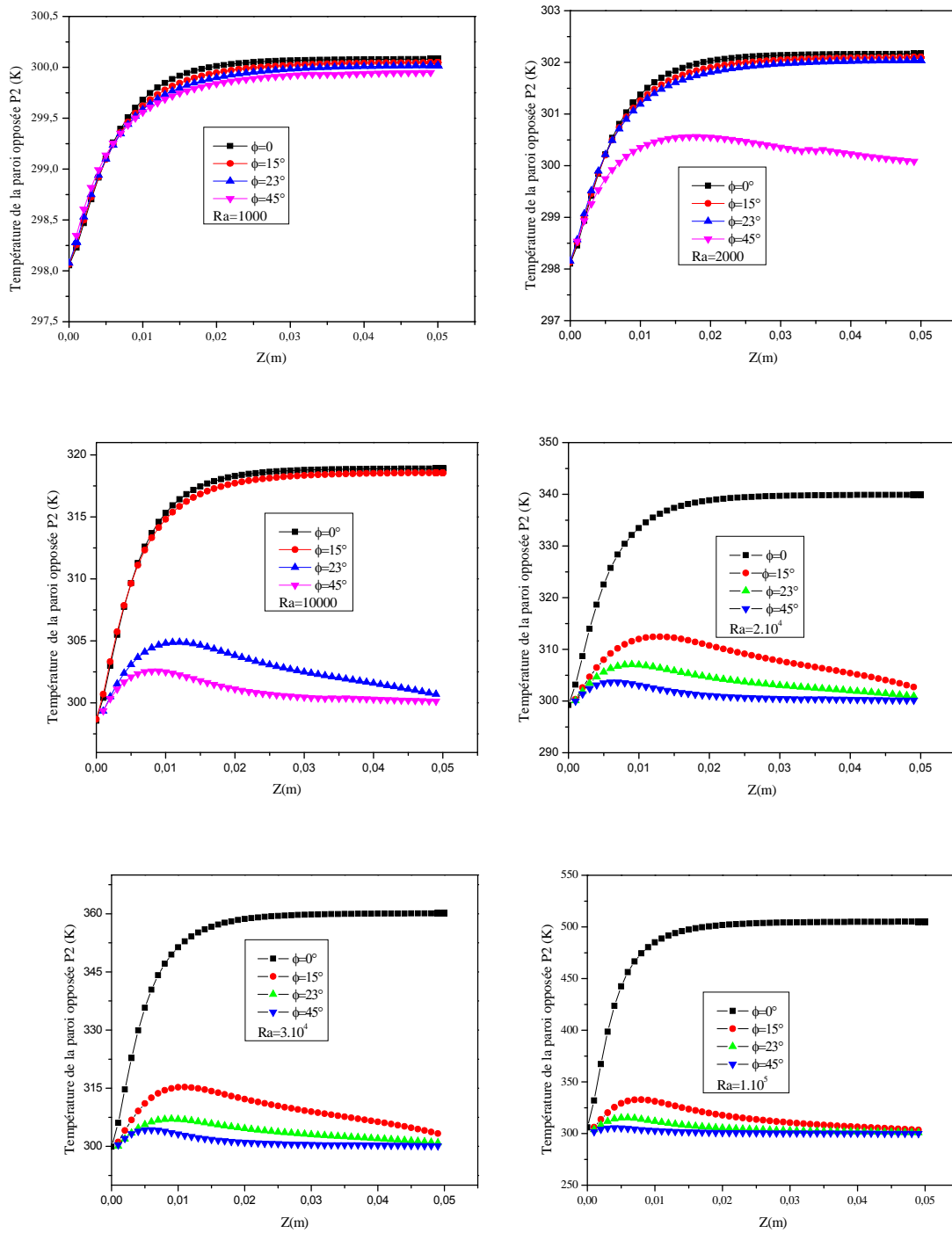


Figure IV. 14 Evolution de la Température de la paroi opposée P2 dans la Direction axiale de l'écoulement pour différents Ra et

IV. I.4.3 Le nombre de Nusselt

La Figure (IV.15), illustre l'évolution du nombre de Nusselt local le long de la paroi chauffée du cylindre interne pour les nombres de Rayleigh et angles d'inclinaisons cités ci-dessus. D'après ces courbes nous constatons que pour $Ra=1000$ et 2000 , le nombre de Nusselt local qui caractérise le transfert de chaleur est très important à l'entrée et diminue en s'éloignant. Pour Ra plus élevés, le nombre de Nusselt local diminue rapidement à l'entrée et atteint un minimum puis augmente vers la sortie. Cette variation du nombre de Nusselt est due à la variation dans la section de sortie. A cause de la diminution de la température de mélange du fluide, le nombre de Nusselt augmente quand l'angle d'inclinaison augmente.

En revanche, le nombre de Nusselt local augmente quand le nombre de Rayleigh augmente.

La Figure IV.16, montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour les différents angles d'inclinaison. D'après cette figure, nous constatons que l'augmentation de l'angle d'ouverture du divergent a pour effet d'augmenter le nombre de Nusselt, le transfert de chaleur est affecté par la variation de l'angle d'inclinaison.

Pour les valeurs du nombre de Rayleigh variant de 1000 à 1.10^5 , les résultats du transfert de chaleur obtenus peuvent être corrélés en fonction du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison et cette corrélation est de la forme : $\overline{Nu} = A.Ra^B$

Pour les différents angles d'inclinaisons, ces corrélations sont données comme suit :

$$=0^\circ, \overline{Nu} = 5.58 \cdot \left(\frac{2(R_{ie} - R_{ii})}{L} \right) Ra^{0.04289}$$

$$=15^\circ, \overline{Nu} = 24.2 \cdot \text{tg} \left(\frac{\phi}{2} \right) Ra^{0.0451}$$

$$=23^\circ, \overline{Nu} = 12.3 \cdot \text{tg} \left(\frac{\phi}{2} \right) Ra^{0.0532}$$

$$=45^\circ, \overline{Nu} = 7.71 \cdot \text{tg} \left(\frac{\phi}{2} \right) Ra^{0.09}$$

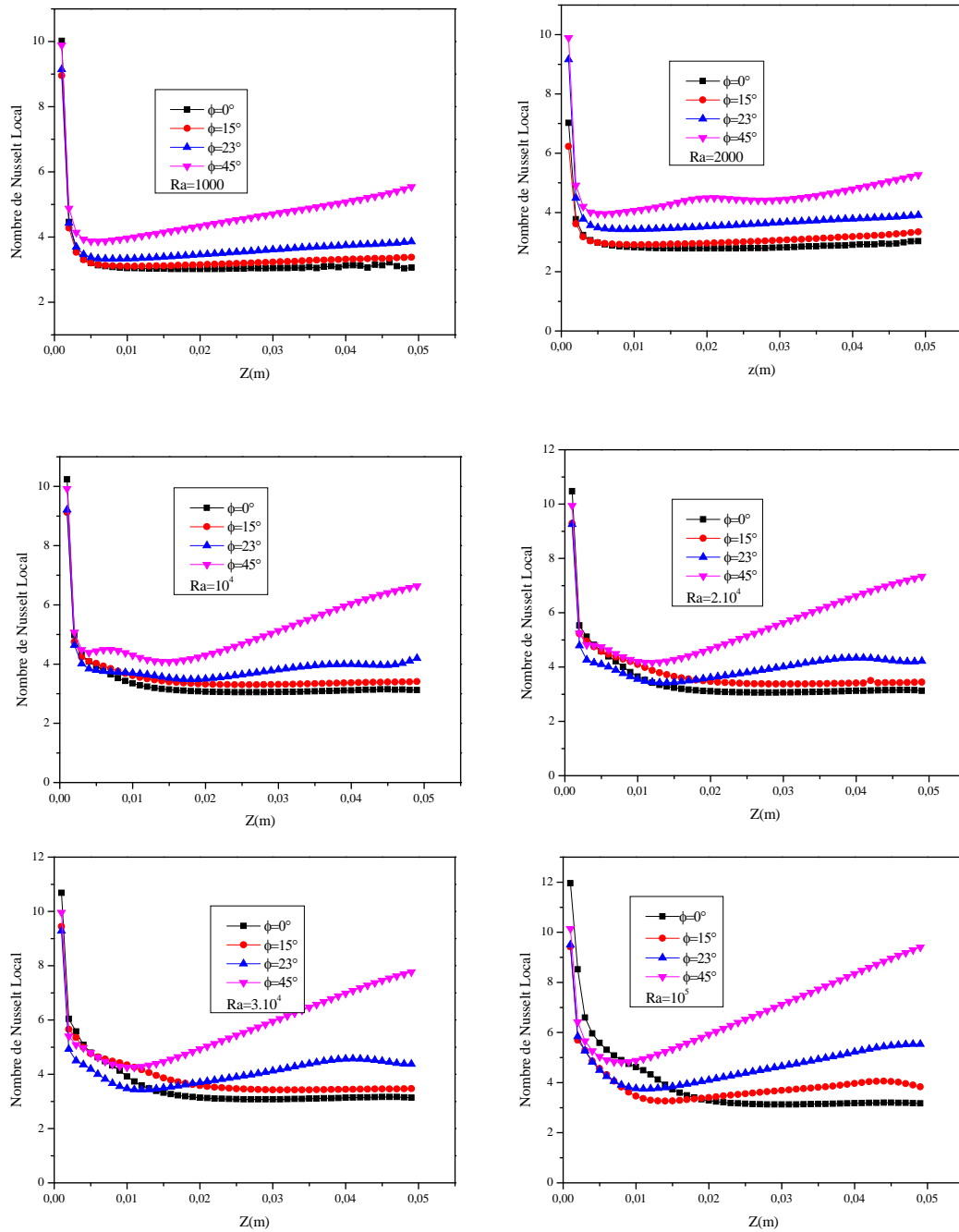


Figure IV. 15 Evolution du nombre de Nusselt Local de la paroi chauffée pour différents Ra et

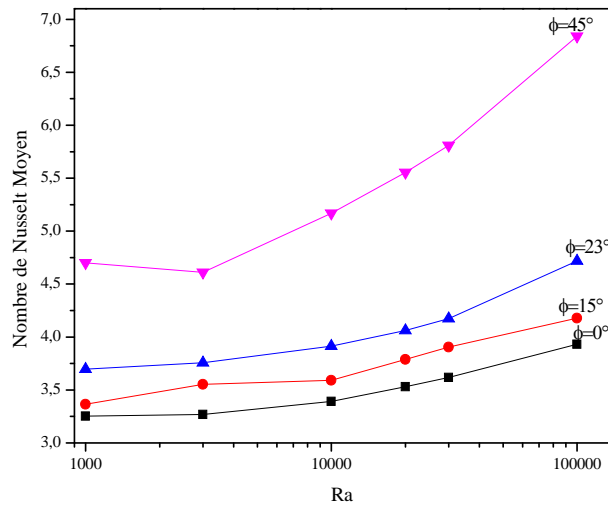


Figure IV.16 Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra pour différent

IV. I.4.4 Effet du rapport des conductivités thermiques solide-fluide

Dans cette partie l'effet du rapport des conductivités thermiques solide-fluide K ($K=k_s/k_f$) sur les caractéristiques du transfert de chaleur a été également étudiée. Des différentes valeurs du rapport K ont été prises en considérations ($K1 = 14000$, $K2 = 7000$, $K3 = 600$ et $K4 = 23$) correspondants aux nombres de Prandtl suivants : (pour $K1$, $K2$, $K3$ on a $Pr = 0.71$ et pour $K4$ on a $Pr = 0.028$) pour lesquels, les profils de température de mélange de vitesse, le nombre de Nusselt local ainsi que le nombre de Nusselt moyen ont été présentés pour une génération de chaleur volumétrique $Q_v=2,7.10^5\text{W/m}^3$.

La Figure (IV.17), montre la variation de la température de mélange du fluide dans la direction axiale de l'écoulement pour les différents angles d'inclinaisons. D'après ces courbes nous remarquons que les valeurs élevées de K provoquent une augmentation de température, pour $K1$ et $K2$ correspondant au même nombre de Prandtl ($Pr = 0,71$) les courbes sont identiques et les températures maximales atteignent environ 370 K pour $K1$ et $K2$ à $\theta = 0^\circ$. Pour de petites valeurs de K (c'est-à-dire $Pr = 0,028$) la variation de température est insignifiante.

La figure (IV.18), montre l'effet du rapport des conductivités thermiques K sur le profil de vitesse sur une ligne verticale de coordonnées $R=0.006\text{m}$, $\theta = \pi/2$ et $0 \leq z \leq 0.05\text{m}$ dans l'espace annulaire. La poussée d'Archimède est importante près de l'entrée de la conduite pour $\theta = 0^\circ$ et des valeurs élevées de K . Pour $\theta = 15^\circ$, 23° et 45° , les vitesses plus élevées correspondent à des valeurs élevées de K ($Pr = 0,71$), le fluide présente une stagnation pour $K4$ ($Pr = 0,028$) correspondant à une variation négligeable de vitesse et de température. Ces résultats sont analogues à ceux de **Ben-Nakhi** [97], Qui a montré que les profils de vitesse et de température augmentent avec le rapport de conductivité K .

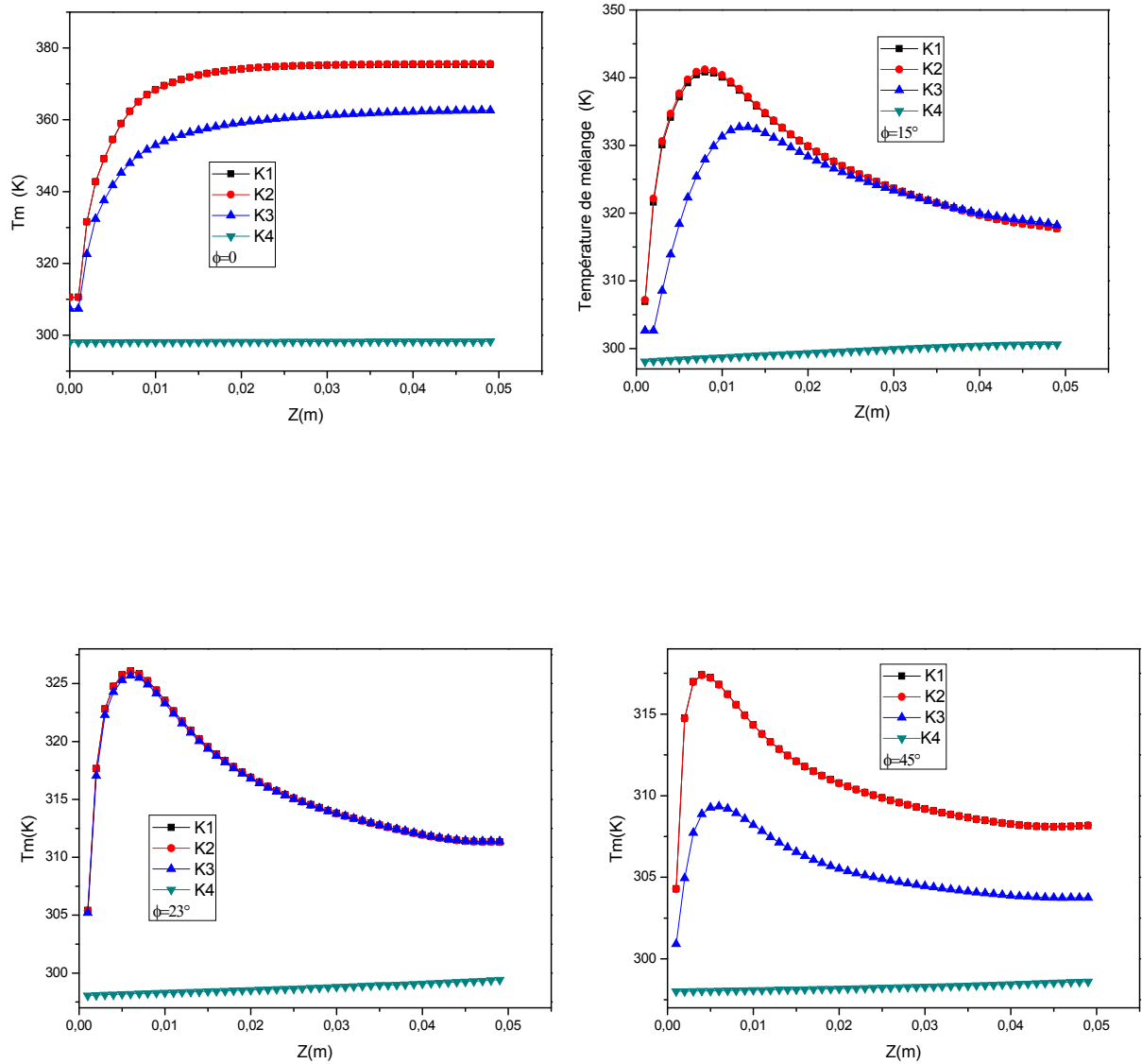


Figure IV.17 Variation de la Température de Mélange pour $Q_v=2.7.10^5 \text{ W/m}^3$

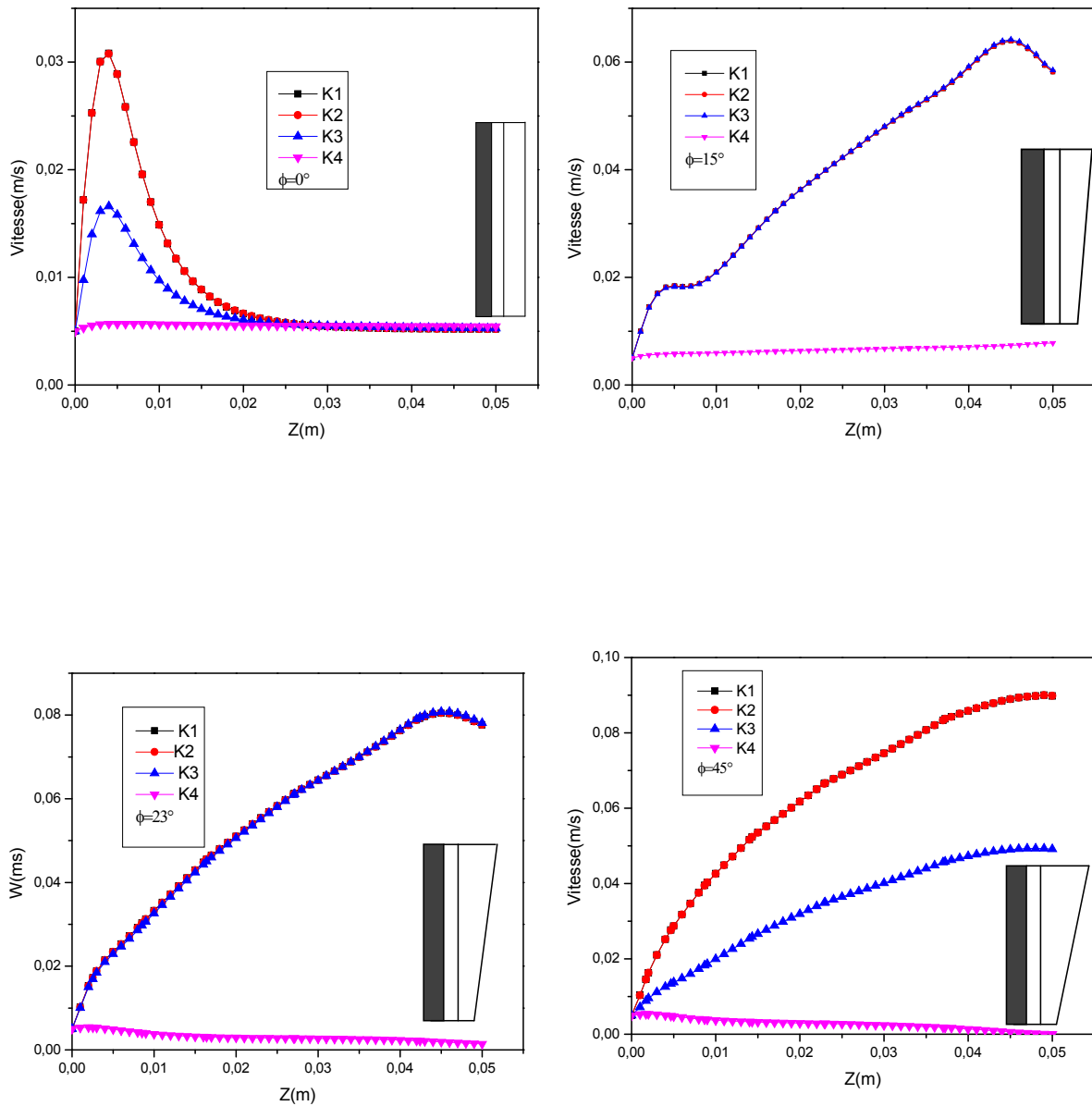


Figure IV. 18 Profils de vitesse axiale en $R=0.006$ m, $\theta = \pi/2$, $0 \leq z \leq 0.05$ m, $Q_v=2.7 \cdot 10^5$ w/m³

La Figure (IV.19), représente l'évolution du nombre de Nusselt local de la paroi chauffée du cylindre interne pour les différentes valeurs de K et pour une génération de chaleur $Q_v=2.7.10^5$. Ces courbes montrent que pour tous les angles d'inclinaisons cités ci-dessus le transfert de chaleur convectif est important pour un rapport K_4 plus petit qui correspond à un nombre de Prandtl $Pr=0.028$ qui correspond à une valeur élevée de la conductivité du fluide. Par conséquent la température du fluide est faible par rapport à la température de l'air ($Pr=0.71$).

De même, la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra dans la Figure (IV.20) pour les différents rapports de conductivités K , montre que le transfert de chaleur par convection est dominant pour les différents angles . Pour un rapport de conductivité K_4 plus petit ($Pr=0.028$) le taux de transfert de chaleur est important par rapport aux autres rapports qui correspondent à ($Pr=0.71$). Ceci est bien adapté aux résultats trouvés par **Haldar et al** [94]. On peut dire que la conductivité du solide a peu d'effet sur le transfert de chaleur. L'effet d'augmenter l'angle d'inclinaison du divergent génère une légère augmentation du nombre de Nusselt local ainsi que le nombre de Nusselt moyen.

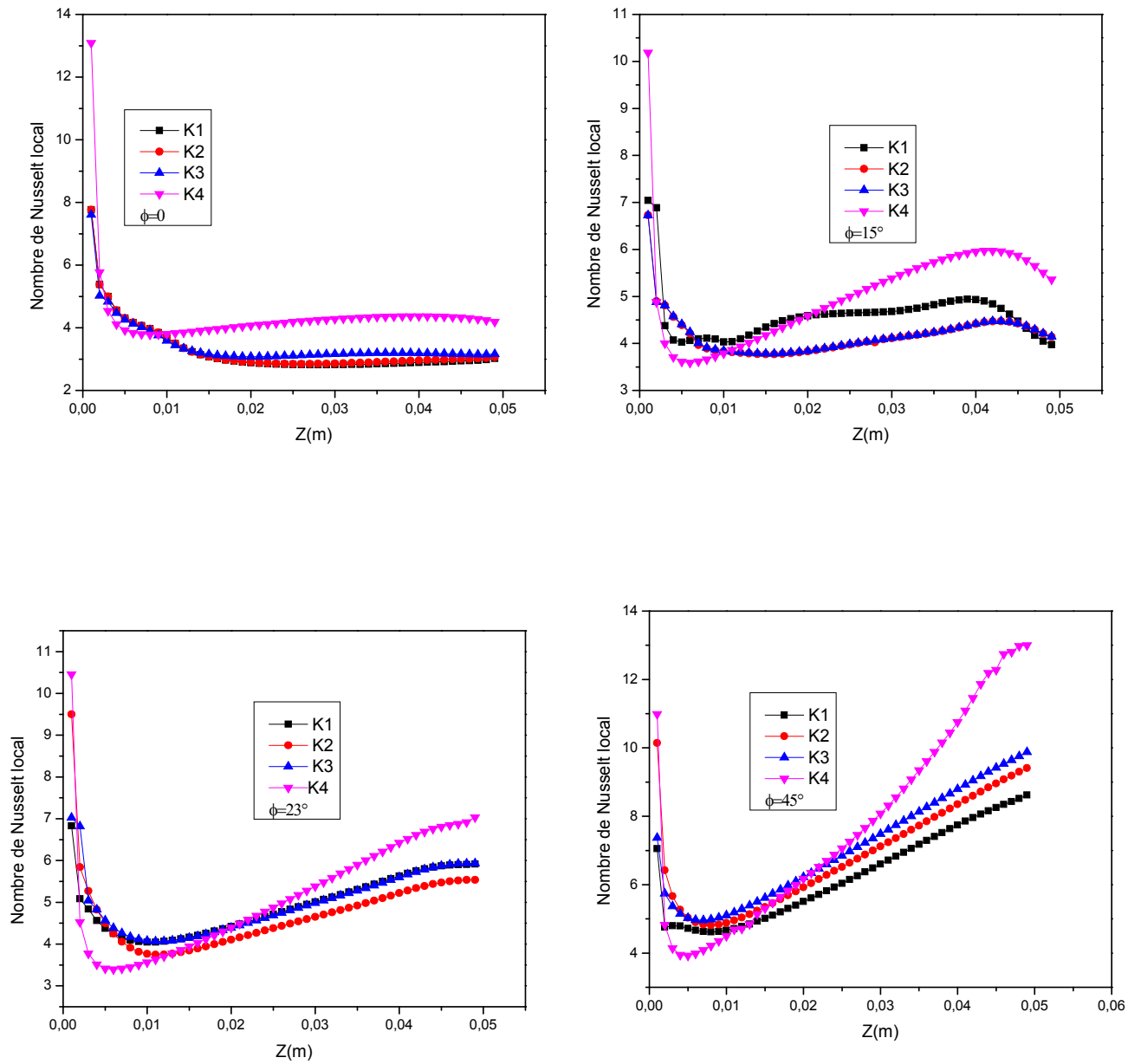


Figure IV.19 Nombre de Nusselt local, $Q_v=2,7 \cdot 10^5 \text{ W/m}^3$

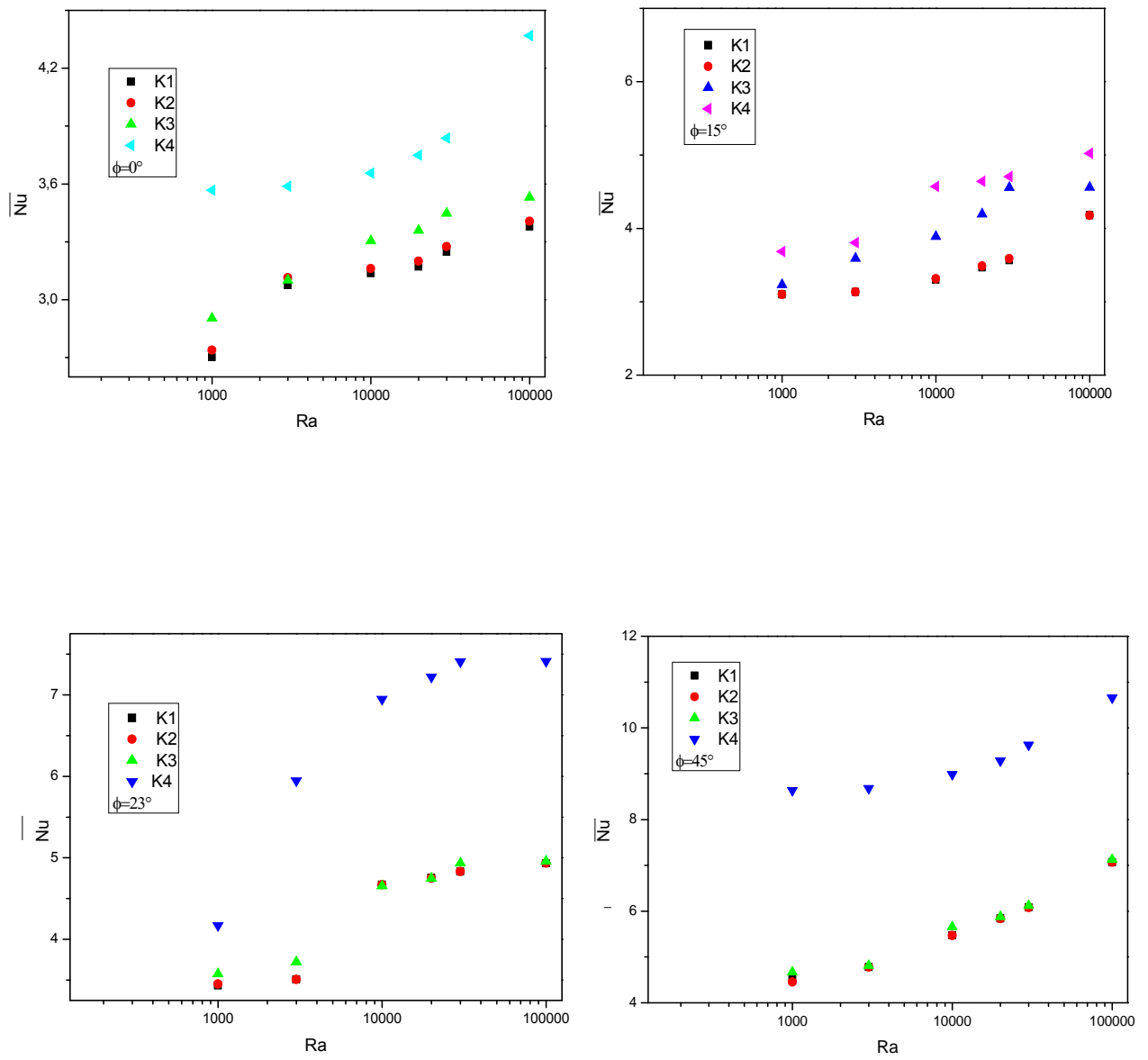


Figure IV.20 Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra et K

IV. I.5 Conclusion de la partie I

Dans cette partie, nous avons étudié numériquement la convection naturelle de l'écoulement tridimensionnel dans l'espace annulaire vertical entre deux cylindres coaxiaux, dont le cylindre interne soumis à une génération de chaleur volumétrique alors que le cylindre externe adiabatique ouvert d'un angle α pour former une configuration divergente. Les valeurs de la génération de chaleur volumétrique ont été changées pour obtenir des nombres de Rayleigh.

Les effets de la variation du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison du divergent ont été examinés.

L'augmentation du nombre de Rayleigh pour des angles d'inclinaisons α , entraîne des changements significatifs dans la structure de l'écoulement et une augmentation de la température dans l'espace annulaire.

Une perte de symétrie en particulier lorsque l'angle d'inclinaison α est élevé. Cette asymétrie est remarquée dans les champs de vitesse, de température, de pression et qui se manifeste pour des faibles nombres de Rayleigh seulement pour $\alpha = 45^\circ$.

L'augmentation de nombre de Rayleigh a pour effet d'augmenter la température de mélange du fluide dans l'espace annulaire, mais cette température diminue quand l'angle d'inclinaison α augmente.

Le nombre de Nusselt moyen est une fonction croissante de Ra. L'augmentation de l'angle du divergent α a pour effet d'améliorer le transfert de chaleur.

Des corrélations ont été proposées pour calculer les nombres de Nusselt moyen.

Enfin, un taux de transfert de chaleur considérable est atteint pour un angle d'inclinaison α élevé et un rapport de conductivités thermique K faible.

En revanche, des rapports de conductivités thermiques K élevées entraînent une augmentation de la température de mélange du fluide dans l'espace annulaire.

Partie II

IV. II Etude de la convection naturelle dans l'espace annulaire d'un tube cylindrique divergent muni de blocs chauffants

L'objectif de la présente partie consiste à l'étude des résultats des simulations obtenus de la convection naturelle dans l'espace annulaire tridimensionnel d'une conduite cylindrique divergent dans la paroi du cylindre interne sont fixés un ou plusieurs blocs chauffants. Alors que le cylindre externe adiabatique est ouvert d'un angle pour former une configuration divergente. Les blocs sont soumis à une génération de chaleur volumétrique uniforme. L'objectif de cette étude est de voir l'influence de certains paramètres, l'angle d'inclinaison et le nombre de bloc sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur.

Les simulations numériques ont été effectuées pour des différents paramètres géométriques et physiques, l'angle d'inclinaison du divergent ($\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et $\alpha = 45^\circ$), le nombre de blocs N ($N=1, 2, 3$ et 5) et des nombres de Rayleigh ($Ra=1.10^5$ et $Ra=2.10^5$).

Nous verrons en premier lieu, l'influence du maillage sur la solution numérique ensuite nous présentons les résultats de simulations sous forme de contours et profils de température et de vitesse dans l'espace annulaire et bien entendu le taux de transfert de chaleur sous forme du nombre du Nusselt local et moyen.

IV. II.1 Paramètres physiques et géométriques

La Figure (IV.21) représente les configurations étudiées dans cette partie.

Les dimensions considérées dans cette étude sont données suit :

La longueur de la conduite $L=50\text{mm}$, le rayon du cylindre intérieur $R_{ii}=3\text{mm}$, le rayon du cylindre extérieur de l'entrée $R_{io}=10\text{mm}$, le rayon du bloc $R_b=5\text{mm}$. L'épaisseur du cylindre intérieur étant très petite par rapport à la longueur de la conduite. Le fluide l'air avec un nombre de Prandtl ($Pr=0.71$), entrant à la température ambiante $T_o=25^\circ\text{C}$ à une vitesse initiale w_o très faible de telle manière à laisser le phénomène de convection naturelle se produire sous l'effet de la chaleur dégagée par les blocs chauffés. Les propriétés physiques du fluide sont données à la température ambiante du fluide et présentées dans le Tableau IV.1.

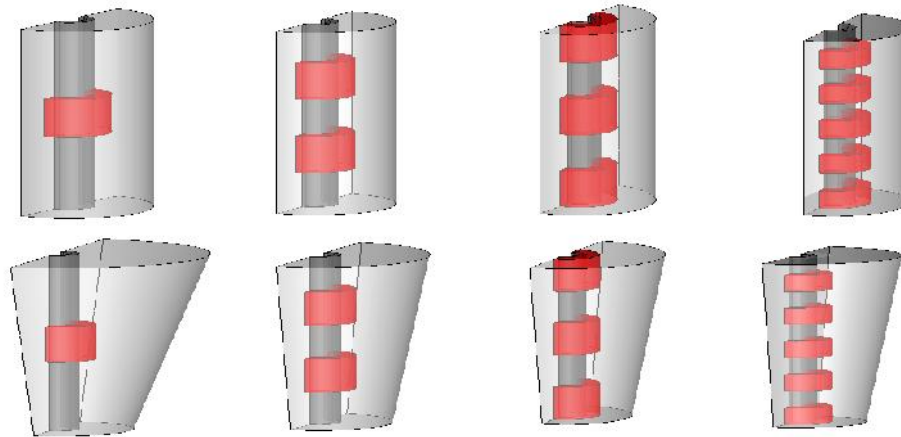


Figure IV. 21 Configurations étudiées

IV. II.2 Effet du maillage

Pour examiner, l'effet du maillage sur la solution numérique. Trois grilles ont été considérées, la grille $(15 \times 20 \times 100)_{\text{nœuds}}$, $(35 \times 30 \times 200)_{\text{nœuds}}$ et $(40 \times 30 \times 250)_{\text{nœuds}}$.

Le Tableau IV.4, donne les valeurs du nombre de Nusselt moyen total ainsi que le temps de calcul pour chaque maillage de la configuration $\theta = 0^\circ$ avec $N=2$.

La Figure IV. 22, schématise la structure du maillage dans le domaine de calcul pour $\theta = 0^\circ$ et $N=2$. D'après les résultats du Tableau(IV.4), nous pouvons constater que les valeurs obtenus pour ces différents maillages sont très proches. Le maillage $(40 \times 30 \times 250)$ a donné un résultat très précis mais nécessite un temps d'exécution plus élevé par rapport aux autres. Notre choix s'est orienté vers la grille $(35 \times 30 \times 200)$ qui assure un bon compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats. La Figure (IV. 23), illustre l'évolution du nombre de Nusselt local des parois des deux blocs pour les trois types de maillages cités ci-dessus. D'après cette figure, nous remarquons que les courbes des grilles $(35 \times 30 \times 200)$ et celle de $(35 \times 30 \times 200)$ sont identiques, ce qui confirme notre choix pour la grille $(35 \times 30 \times 200)$.

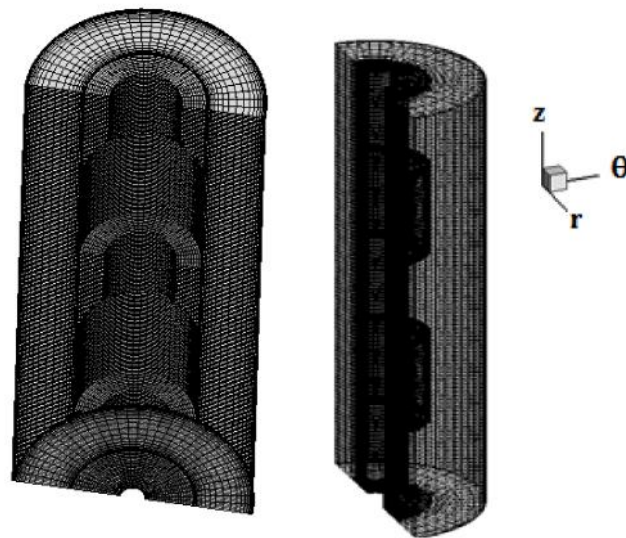


Figure IV. 22 Structure du maillage du domaine de calcul pour $\phi=0^\circ$, $N=2$

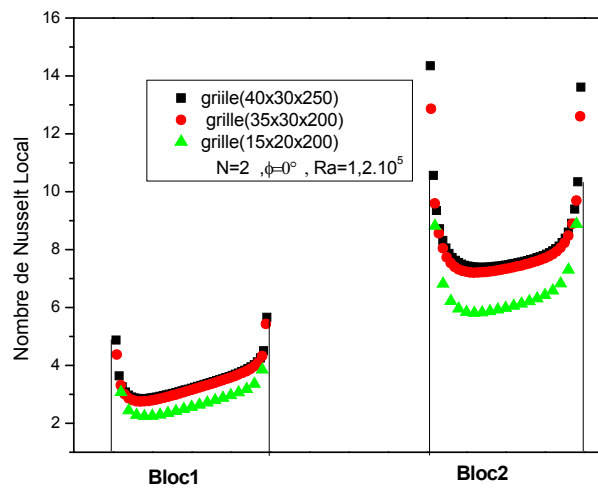


Figure IV. 23 Effet du maillage sur le nombre de Nusselt local des deux blocs

Maillage	15×20×100	35×30×200	40×30×250
Temps de calcul	30min	1h	5h30 min
Nombre de Nusselt Local	4.623	5.649	5.788

Tableau IV. 4 Variation de N_{local} pour différents maillages Pour $\phi=0^\circ$, $N=2$, $Ra=1.2.10^5$

IV. II.3 Résultats et discussions

Les résultats numériques ont été effectués pour des nombres de blocs $N=1, 2, 3$ et 5 et des angles d'inclinaison du divergent $=0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et 45° pour des nombres de Rayleigh $Ra=1.10^5$ et $Ra=2.10^5$ qui correspondent respectivement aux générations de chaleur volumétriques $Q_v=30000 \text{ W/m}^3$ et $Q_v=60000 \text{ W/m}^3$.

IV. II.3.1 Influence de l'angle d'inclinaison sur les champs de températures et de vitesses

La Figure (IV.24), illustre les contours de température dans la direction axiale de l'écoulement pour $Ra=2.10^5$ et $N=3$.

D'après cette figure, nous constatons que la convection naturelle commence lorsque le fluide entre à travers l'espace annulaire entre les deux cylindres, la température du fluide et des blocs chauffés augmente dans la direction axiale de l'écoulement et atteint le maximum au niveau du dernier bloc en haut.

Pour $=0^\circ$ (cylindre vertical), les couches de fluide sont des cercles concentriques dont la température diminue en s'éloignant des blocs dans la direction radiale. L'écoulement est dans ce cas symétrique de part et d'autre du plan médian de la conduite. La température maximale est au niveau du dernier bloc et est égale environ 373.4K .

Pour $=15^\circ, 23^\circ$ et 45° , nous constatons une diminution de température dans l'espace annulaire de la conduite suivie d'une asymétrie de l'écoulement et la température atteint 318.52K en $=15^\circ$ 314.78K en $=23^\circ$ et 314.26K . Cette diminution de température est causée par l'expansion du fluide due à l'élargissement de la section de sortie du divergent.

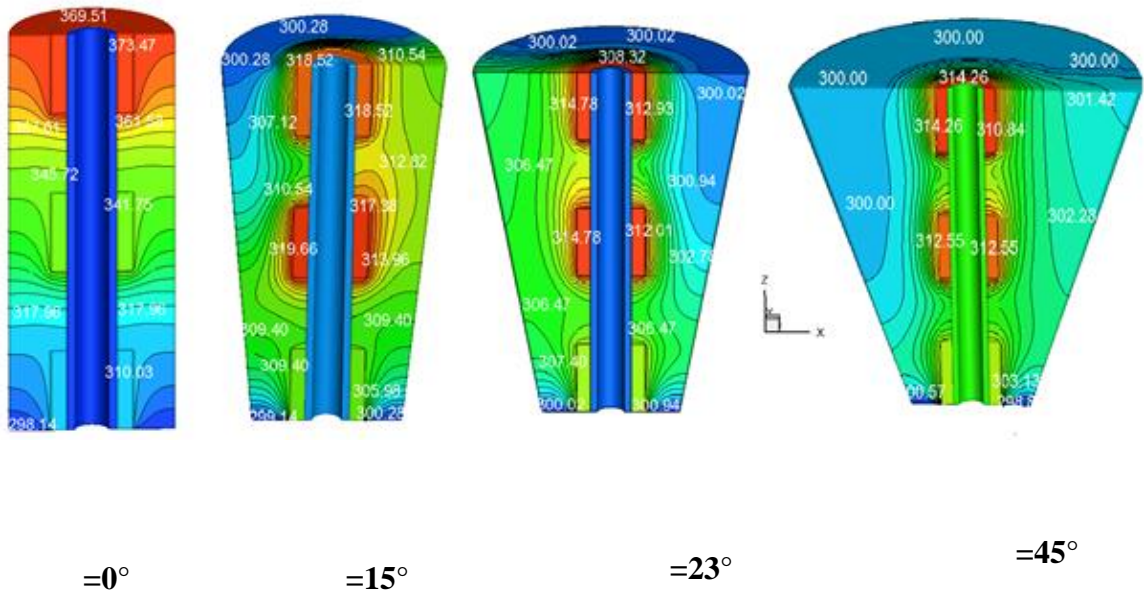


Figure IV. 24 Contours de température dans la direction axiale de l'écoulement pour $Ra=2.10^5$, $N=3$

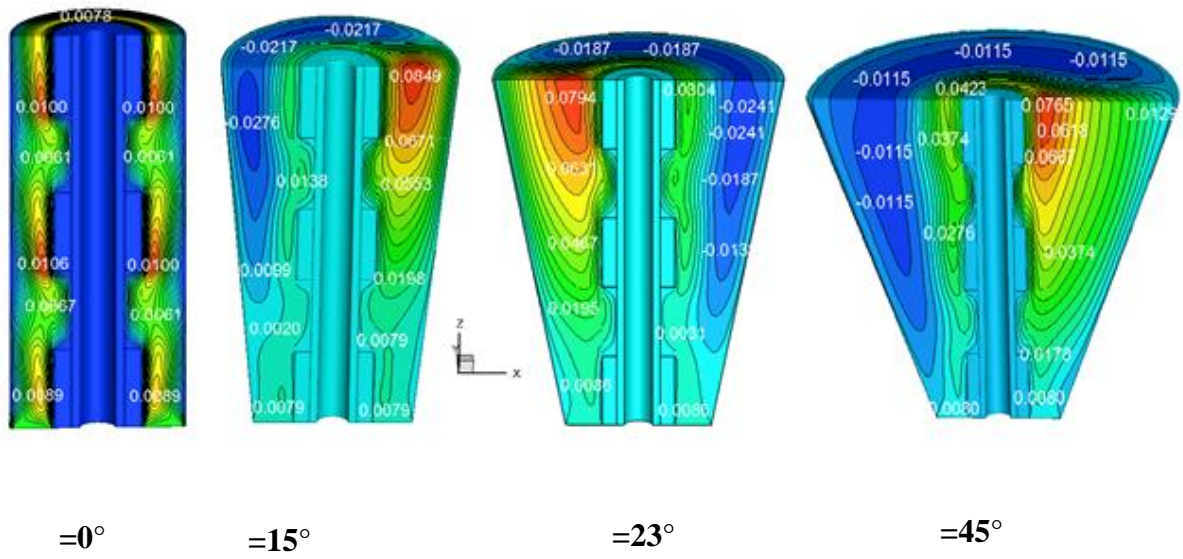


Figure IV. 25 Contours de vitesse dans la direction axiale de l'écoulement pour $Ra=2.10^5$, $N=3$

La Figure (IV. 25), montre les contours de vitesse pour ces configurations et le nombre de Rayleigh considéré. D'après ces figures, nous pouvons constater que pour $\theta = 0^\circ$, la vitesse maximale se localise au milieu de l'espace annulaire et au niveau des blocs chauffés, plus précisément aux bords du 2^{ème} et 3^{ème} bloc. Ceci est distingué par le panache à cet endroit. L'asymétrie de l'écoulement est visible par le déplacement du panache en haut à gauche pour $\theta = 23^\circ$ et à droite pour $\theta = 15^\circ$ et $\theta = 45^\circ$, une zone de recirculation couvrant la totalité de l'espace annulaire est formée en $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et $\theta = 45^\circ$. L'augmentation de l'angle d'inclinaison entraîne de faible poussée d'Archimède qui est due au faible débit du fluide.

Pour voir plus de détails sur la structure de l'écoulement, la Figure (IV. 26), montre, les vecteurs vitesses dans des différentes sections de la conduite pour $\theta = 15^\circ$, en haut à gauche c'est-à-dire dans le panache où l'écoulement est plus intense, proche des blocs où les vecteurs sont réorientés suivi d'un changement de sens où l'écoulement est moins intense.

La Figure (IV.27), montre l'évolution des lignes de courant des configurations considérées. Ces figures montrent que pour $\theta = 0^\circ$, les lignes de courant sont des lignes verticales dans la direction de l'écoulement et sont symétriques de part et d'autre du cylindre interne. Cependant, pour $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45° , les lignes de courant ne sont plus symétriques et montrent un flux de retour dans la région de recirculation.

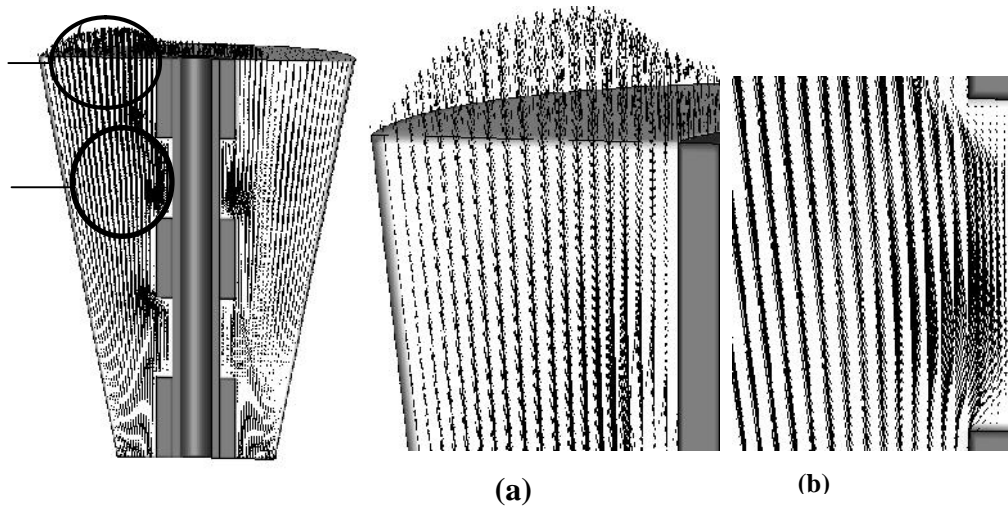


Figure IV. 26 Vecteurs de vitesse dans des différentes sections de la conduite pour $\alpha=15^\circ$, $N=3$, $Ra=2.10^5$

Dans les Figures (IV.28-1) et (IV.28-2), sont tracés les profils de vitesse et de température dans l'espace annulaire dans le plan de symétrie(x, y) pour le nombre de Rayleigh considéré.

D'après ces figures, nous constatons que pour $\alpha=0^\circ$ les températures les plus élevées sont localisées au niveau du dernier bloc en haut, le profil de vitesse est parabolique et l'écoulement est complètement développé dans la direction axiale.

Pour $\alpha=15^\circ$, l'asymétrie de l'écoulement est visible dans les profils de vitesse et de température. L'existence du panache est produite par la force de flottabilité qui a pour effet de transporter les particules de fluide froide sous l'effet de la chaleur. Cependant, le panache est le lieu des vitesses les plus élevées. Ce panache est traduit par les perturbations des profils axiaux de vitesse et de température pour $\alpha=15^\circ$, 23° et 45° due au changement dans la section de sortie qui a causé une diminution de la température du fluide.

En revanche, les températures les plus élevées sont localisées en haut au niveau du 2^{ème} et 3^{ème} bloc.

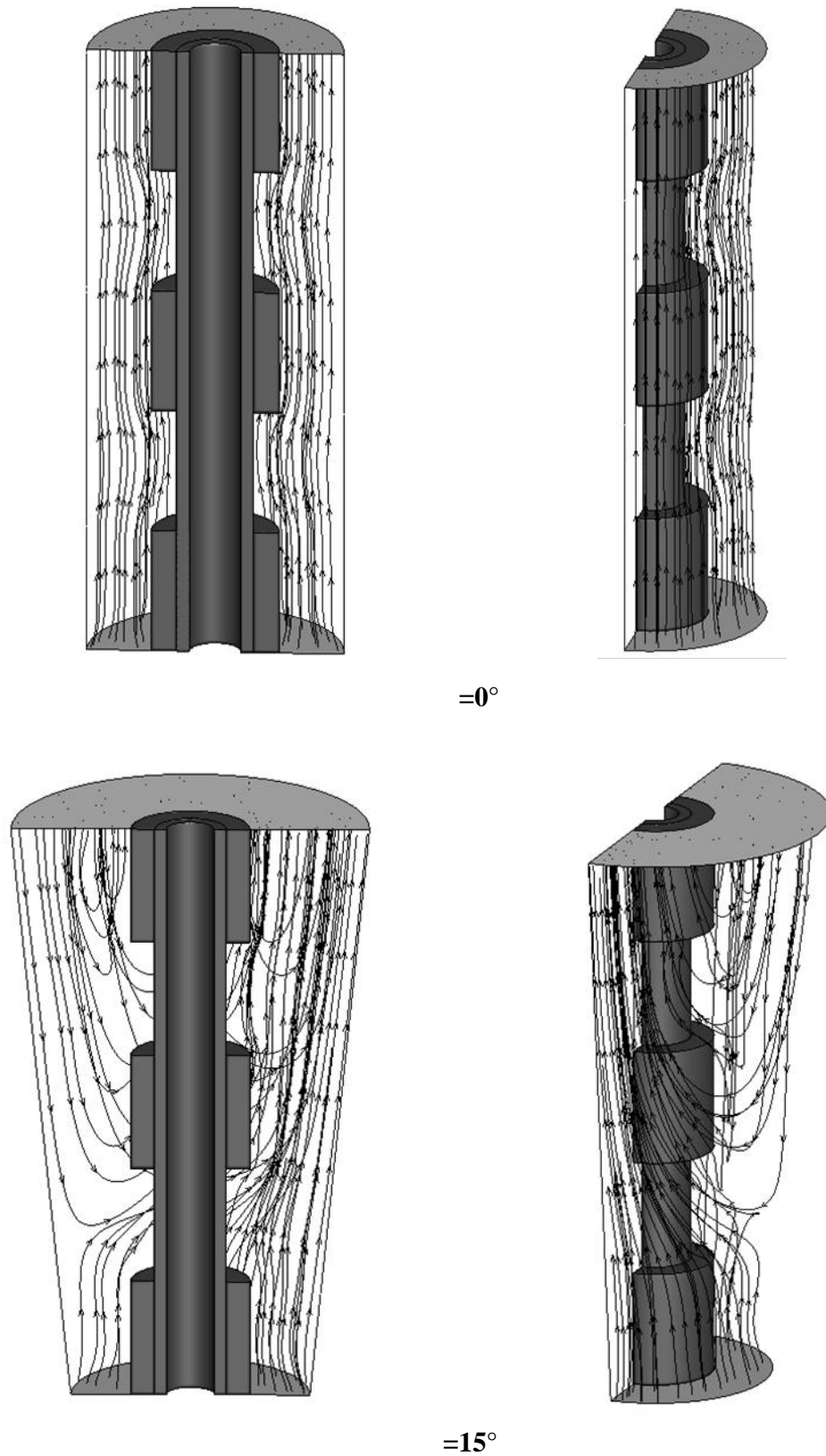
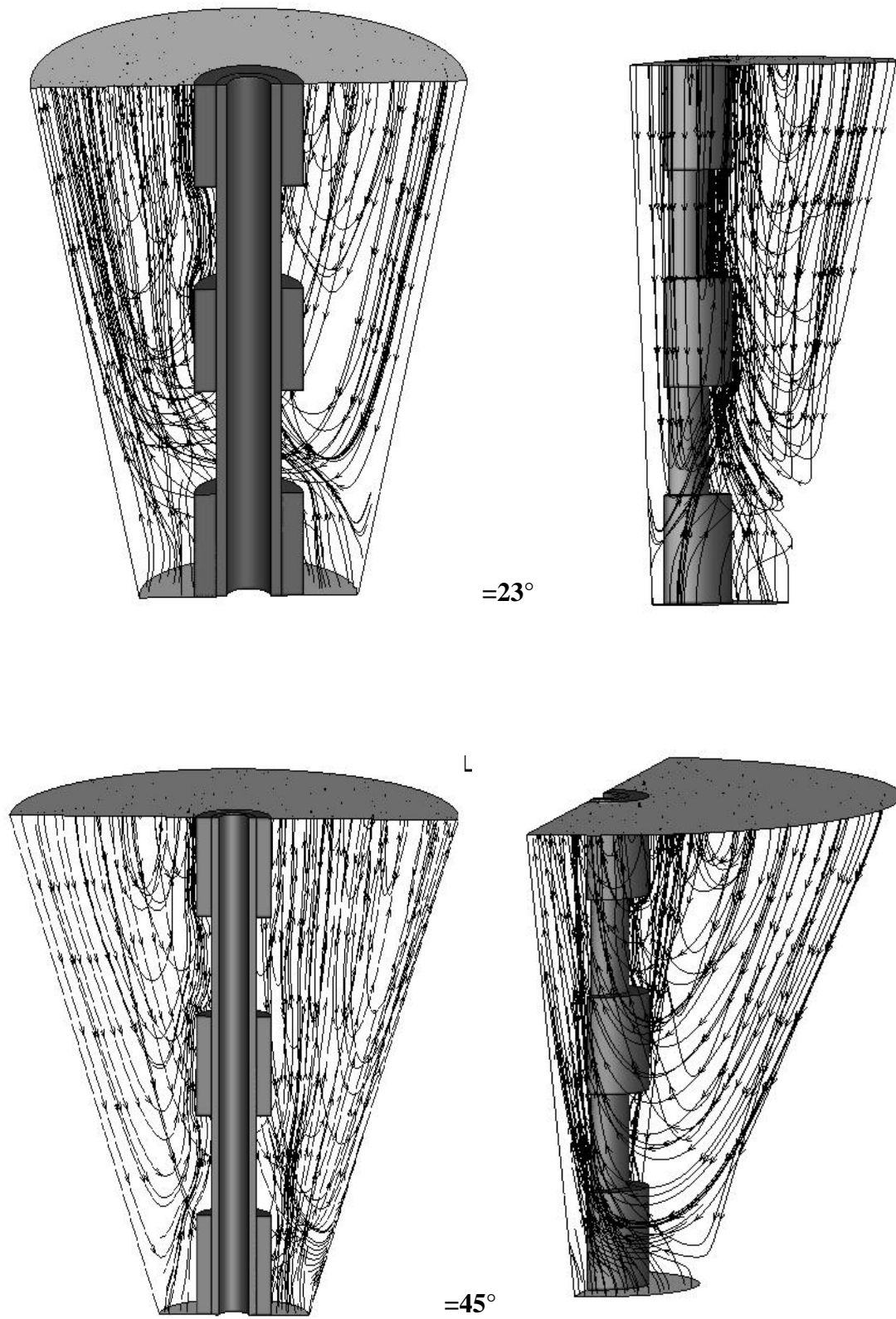


Figure IV. 27 Effet de l'angle d'inclinaison sur les lignes de courant pour $Ra=2.10^5$, $N=3$



Suite de la Figure IV. 27 Effet de l'angle d'inclinaison sur les lignes de courant pour $Ra=2.10^5$, $N=3$

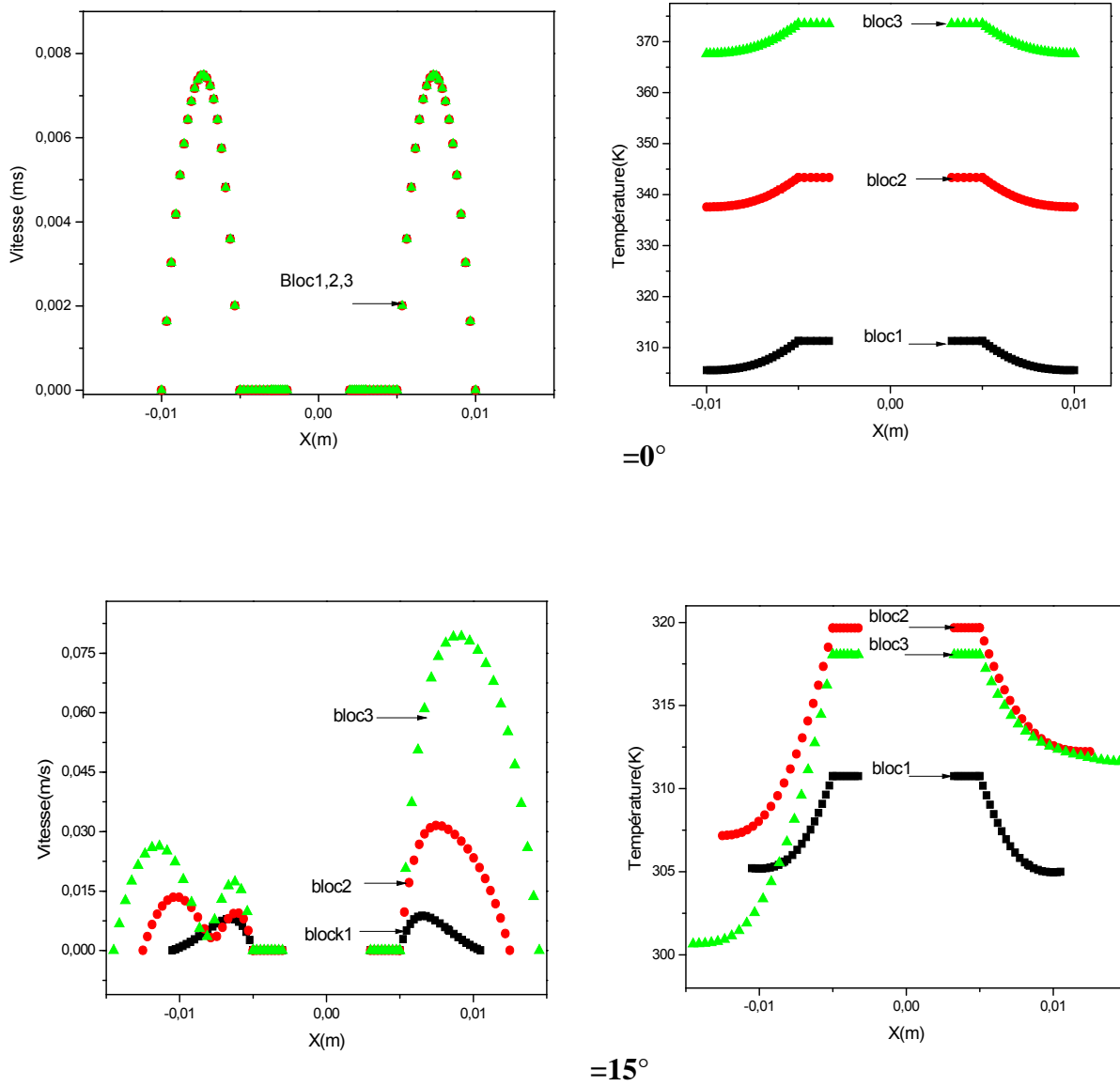
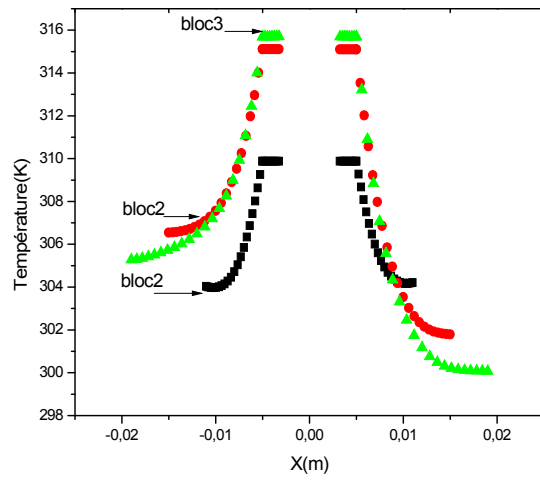
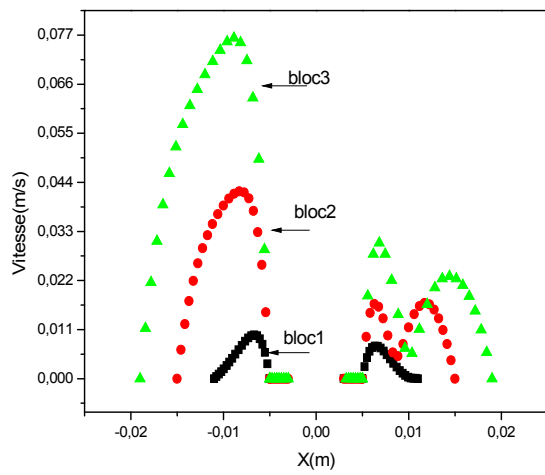
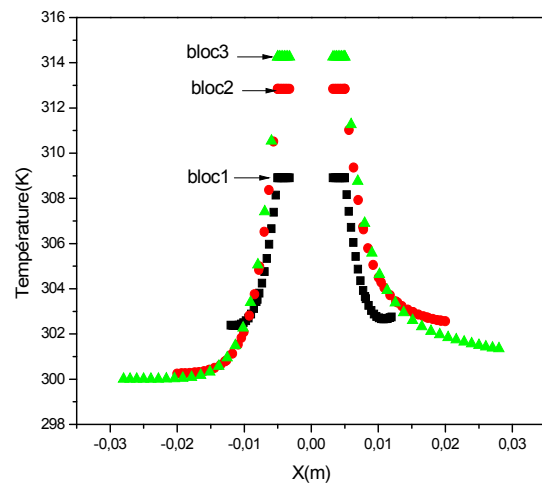
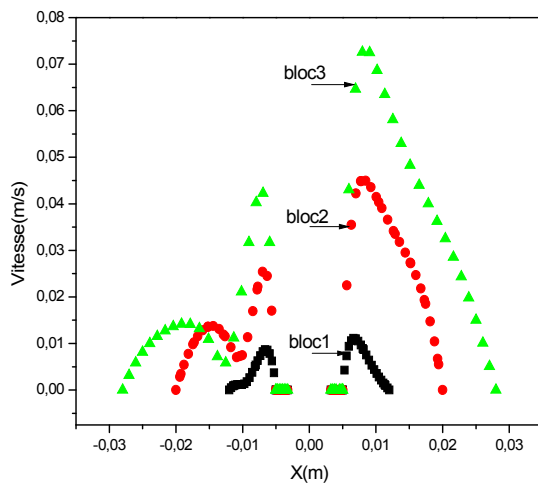


Figure IV. 28-1 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x , y) au milieu de chaque bloc, pour $N=3$ et $Ra=2.10^5$



=23°



=45°

Figure IV. 28-2 Profils de vitesse et de température dans le plan de Symétrie (x, y) au milieu de chaque bloc, pour $N=3$ et $Ra=2.10^5$

La figure (IV. 29), illustre la variation des profils de vitesse et de température dans la ligne verticale de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2$ et $0 \leq z \leq 0.05m$) près de la paroi des blocs dans la direction radiale. D'après cette figure, nous constatons que pour les différents angles d'inclinaison, les courbes ont la même tendance que se soit les profils de températures ou vitesses. Pour $\alpha=0^\circ$, la température est élevée et le maximum est localisé en haut au niveau du dernier bloc alors que pour $\alpha=15^\circ, 23^\circ, 45^\circ$ la diminution de température entraîne une diminution des vitesses.

IV. II.3.2 Influence de l'angle d'inclinaison sur le nombre de Nusselt local

Pour voir le taux de transfert de chaleur par convection naturelle, nous avons tracé le nombre de Nusselt local au niveau de chaque bloc. La Figure(IV.30), représente la variation du nombre de Nusselt local pour le nombre de Rayleigh et les angles d'inclinaison considérés pour $N=3$. D'après cette figure, il est montré que les courbes ont la même tendance pour tous les angles α . L'augmentation du taux de transfert de chaleur est en haut au niveau du 2^{ème} et 3^{ème} bloc pour des angles $\alpha > 0$, puisque la chaleur est localisée à cet endroit. Cela est dû au fait de l'augmentation de l'angle d'inclinaison α , ainsi le phénomène de convection devient important.

IV. II.3.3 Influence des nombres de blocs sur les profils de vitesse et de Température

Pour voir l'influence des nombres de blocs N et l'angle d'inclinaison α sur la structure de l'écoulement, nous avons jugé nécessaire de tracer les profils de vitesse et de température sur une ligne verticale proche des blocs et sur un plan de symétrie, pour des blocs $N=1, 2, 3$ et 5 pour un nombre de Rayleigh $Ra=1.10^5$.

Les Figures (IV.31-1) et (IV.31-2), montrent l'évolution des profils de vitesse et de température sur une ligne verticale de coordonnée ($R=0.0055 m$, $\theta=\pi/2$ et $0 \leq z \leq 0.05 m$). D'après ces courbes, nous constatons que la température reste élevée en $\alpha=0^\circ$ pour les différents nombres de blocs considérés du fait de la dimension de l'espace annulaire.

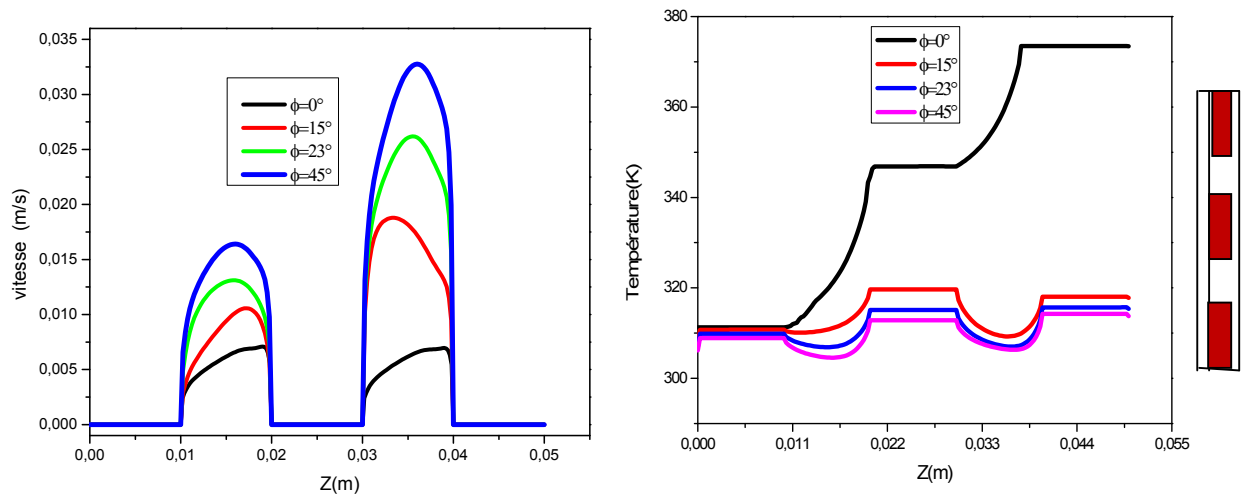


Figure IV. 29 Profils de vitesse et de température dans la ligne verticale de coordonnées ($R=0.0055m$, $=\pi/2, 0 \leq z \leq 0.05m$, pour $N=3$ et $Ra=2.10^5$)

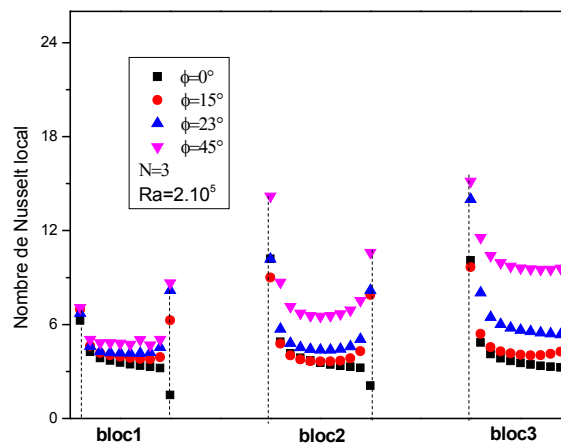


Figure IV. 30 Variation du nombre de Nusselt local sur les blocs chauffés

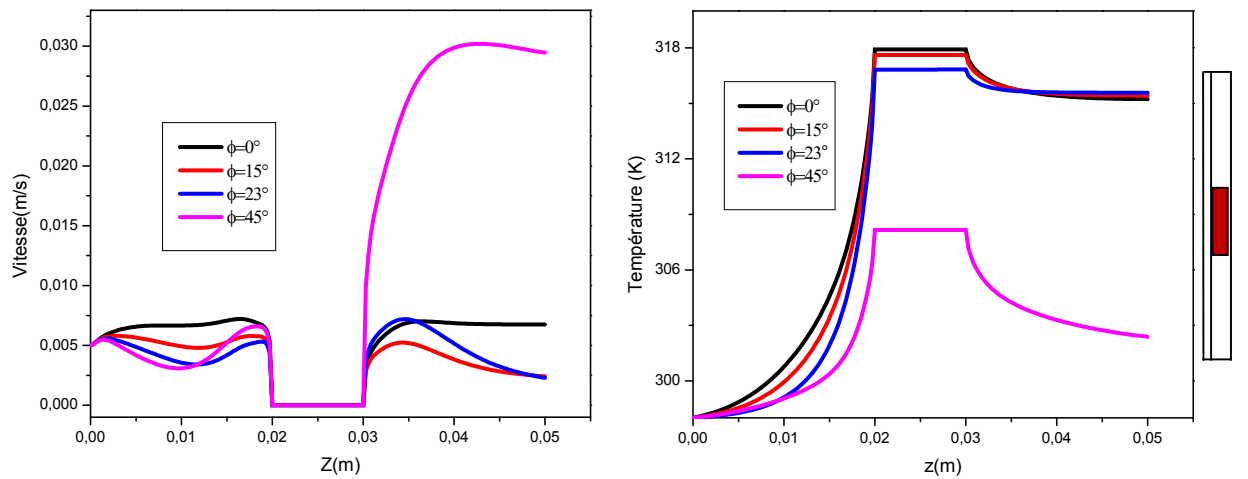
En outre, la température maximale est localisée en haut et dernier bloc pour $N=2,3$ et 5 avec un léger écart visible entre les courbes, cet écart diminue en $\alpha=15^\circ, 23^\circ$ et 45° . Comme nous pouvons le constater, la vitesse est importante à la sortie pour des angles plus élevés où la température diminue.

Ce pendant, les Figures (IV.32-1) et (IV.32-2), montrent l'allure des profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, y) dans l'espace annulaire de la conduite au milieu de chaque bloc. D'après ces courbes nous constatons que la vitesse atteint sa valeur maximale au milieu de l'espace annulaire et diminue en se rapprochant des parois. Les vitesses les plus élevées se trouvent dans les configurations avec des blocs $N>1$ et des angles $\alpha > 0$.

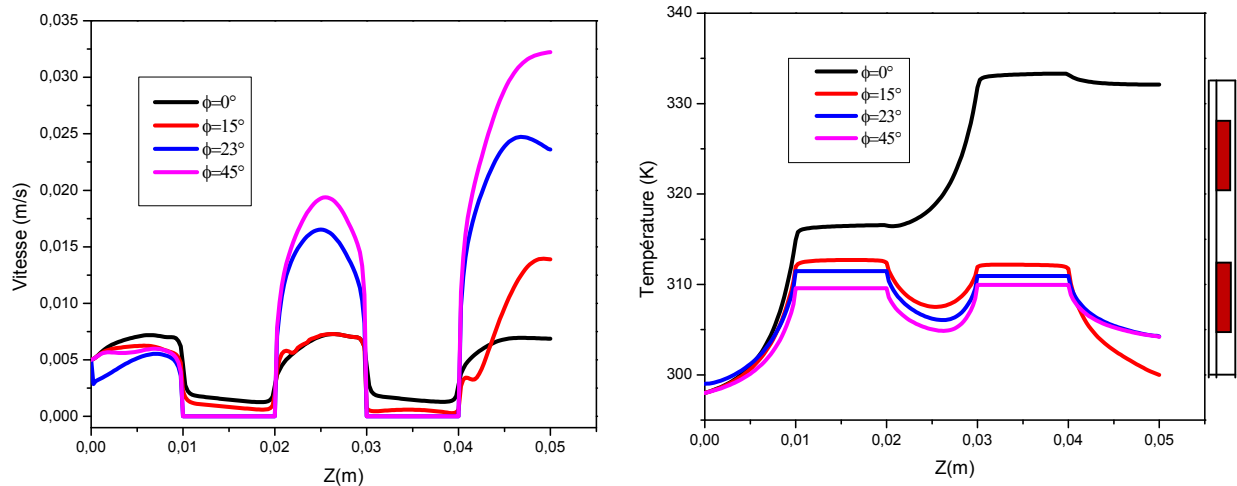
Alors, la température augmente quand N augmente mais diminue pour $N=5$ en $\alpha=45^\circ$.

IV. II.3.4 Influence des nombres de blocs et l'angle d'inclinaison sur le taux de transfert de chaleur

Pour voir l'influence des nombres de blocs N et l'angle d'inclinaison α sur le taux de transfert de chaleur, nous avons tracé le nombre de Nusselt local de la paroi des blocs chauffée pour le nombre de Rayleigh cité ci-dessus. La Figure (IV. 33), représente l'évolution du nombre de Nusselt local sur chaque bloc et pour les différents angles α . D'après ces courbes, il en ressort que le nombre de Nusselt local est une fonction croissante de l'inclinaison α et ces courbes ont des tendances similaires. D'autre part, le maximum de Nu est situé sur les bords des blocs, il est environ 17 pour $N = 1$ et $\alpha = 45^\circ$ au niveau du bord du 1^{er} bloc et atteint la valeur 14 au niveau du second bloc pour $N = 2$ et $\alpha = 45^\circ$, les valeurs les plus élevées Nu correspondent à $N = 1$ et $\alpha = 45^\circ$. Ainsi le nombre de Nusselt local est une fonction décroissante de N.

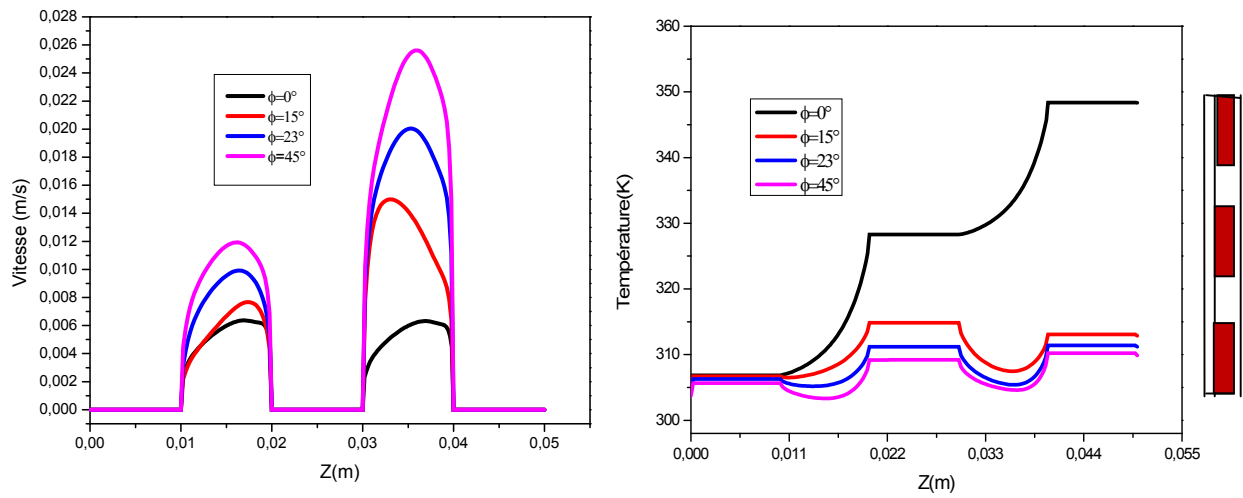


N=1

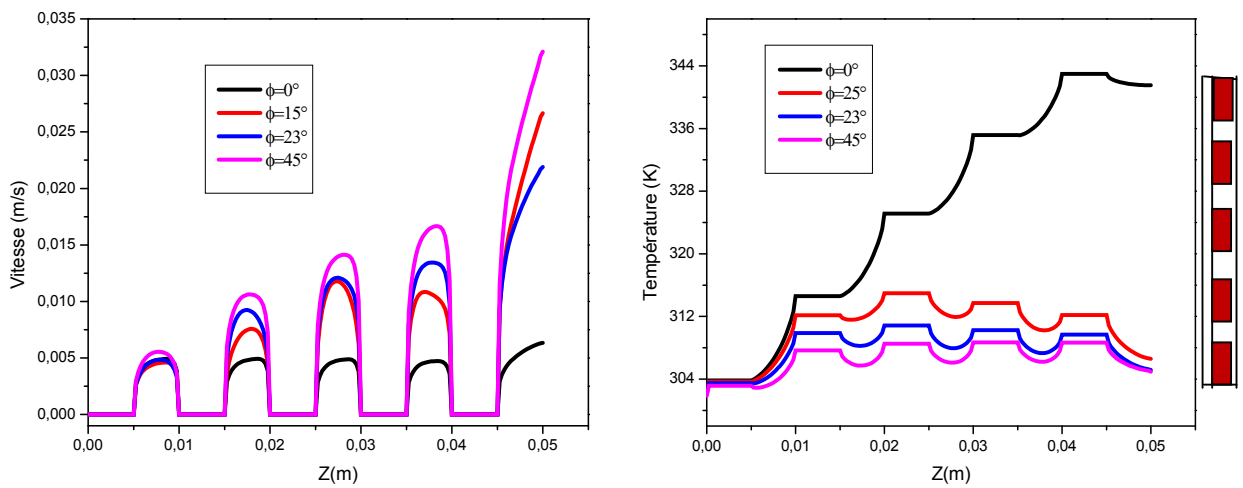


N=2

Figure IV. 31-1 Profils de vitesse et de température dans la ligne vertical de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2$, $0 \leq z \leq 0.05m$, pour $Ra=1.10^5$)

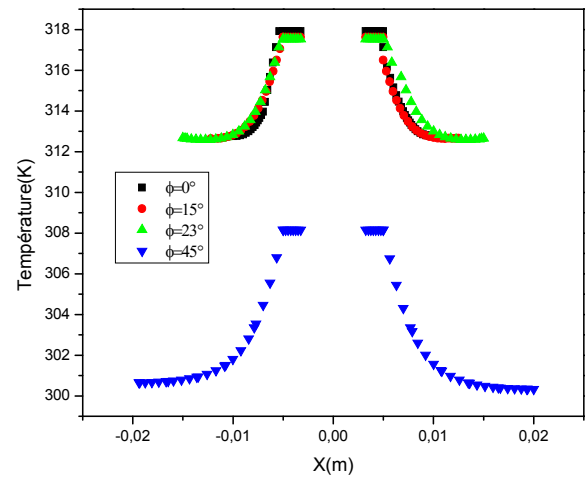
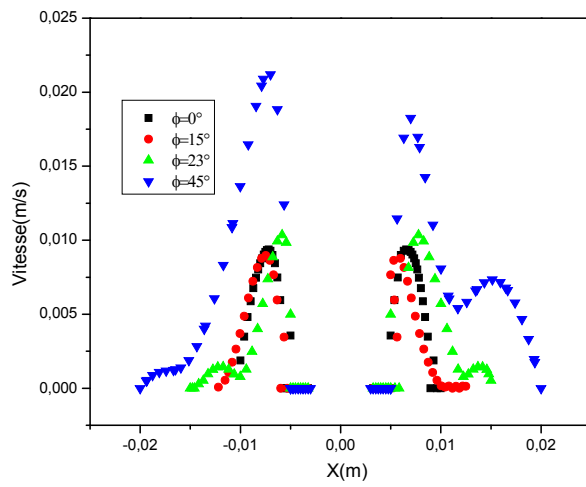


N=3

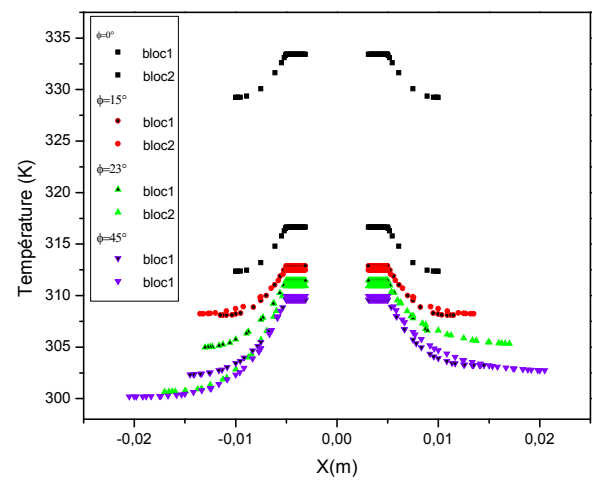
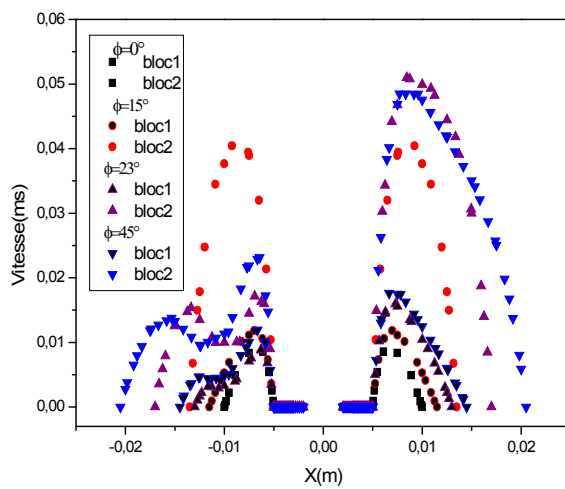


N=5

Figure IV. 31-2 Profils de vitesse et de température dans la ligne vertical de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2$, $0 \leq z \leq 0.05m$, pour $Ra=1.10^5$)

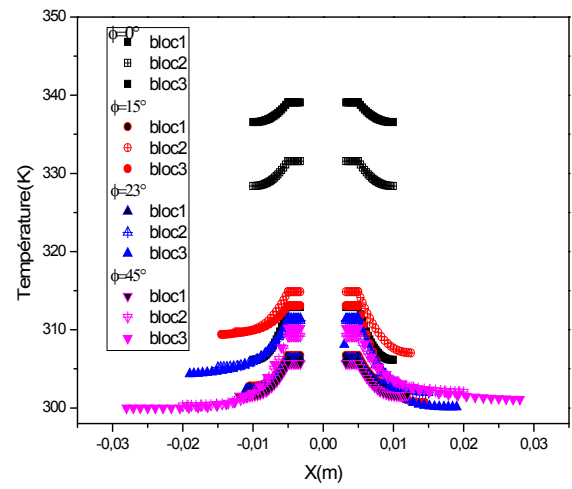
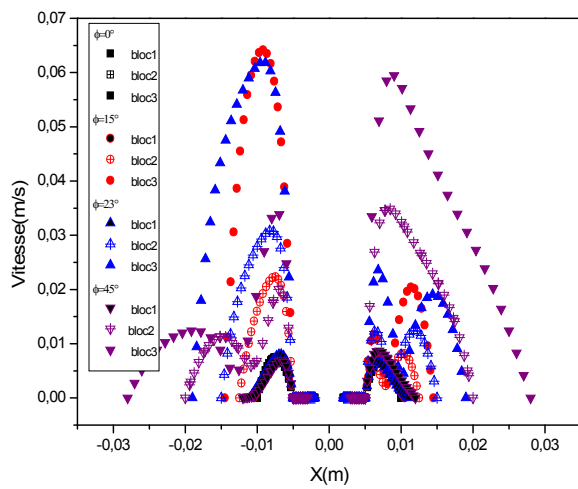


N=1

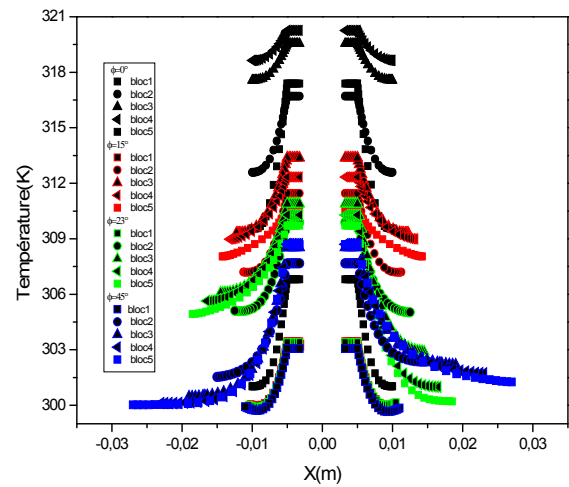
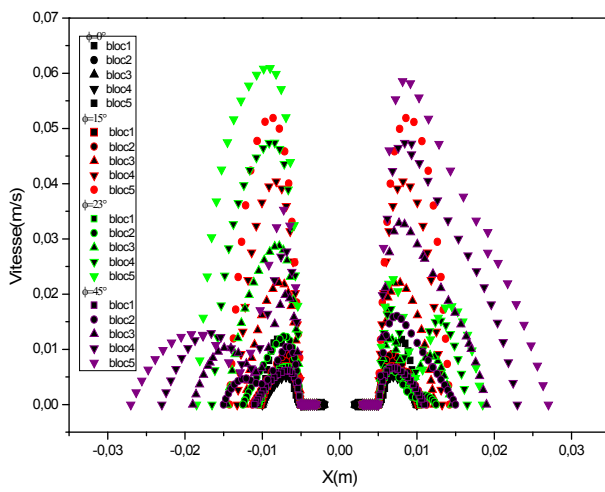


N=2

Figure IV. 32-1 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, z), pour $Ra=1.10^5$



N=3



N=5

Figure IV. 32-2 Profils de vitesse et de température dans le plan de symétrie (x, z), pour $Ra=1.10^5$

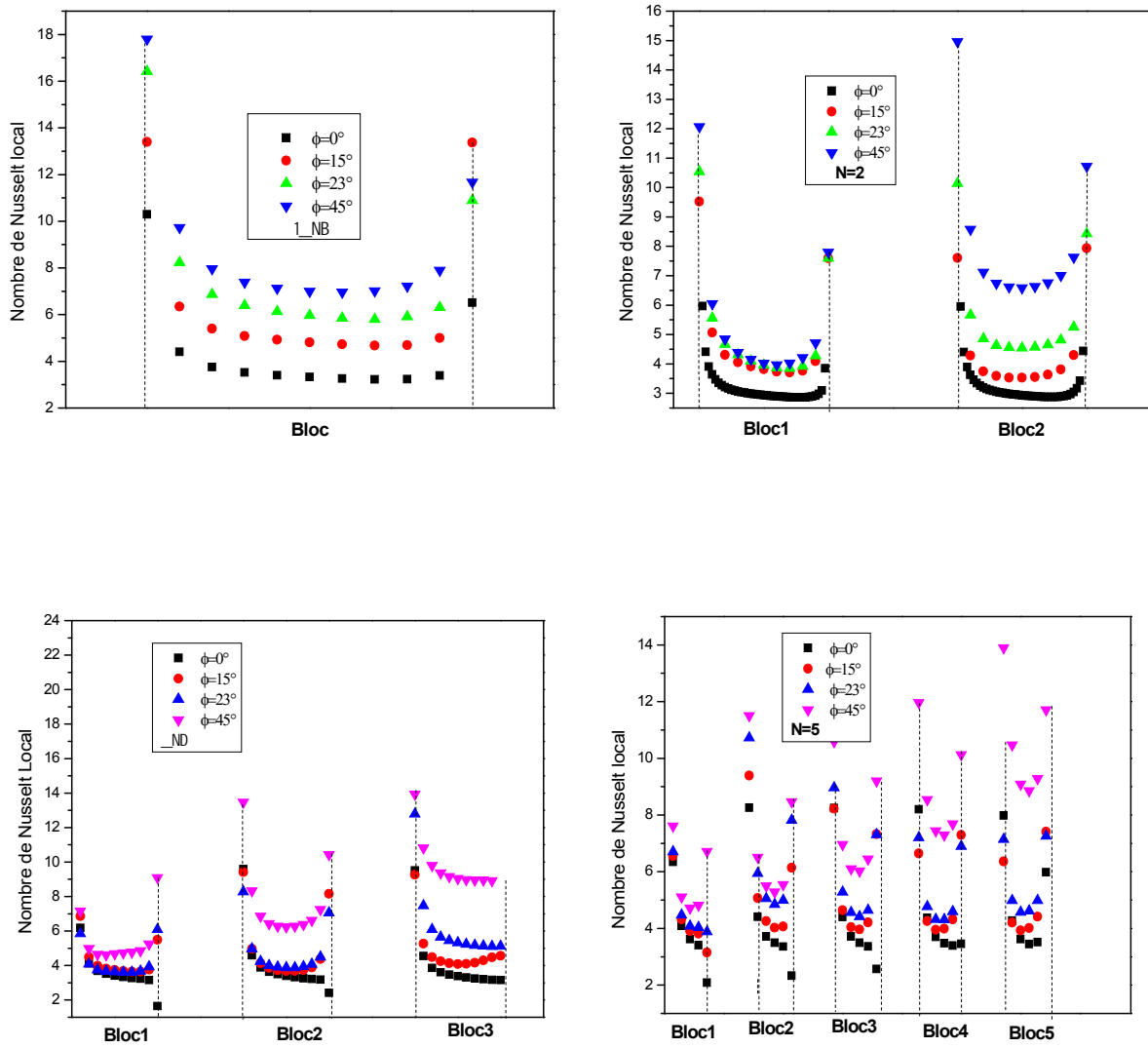


Figure IV. 33 Nombre de Nusselt Local pour $Ra=1.10^5$

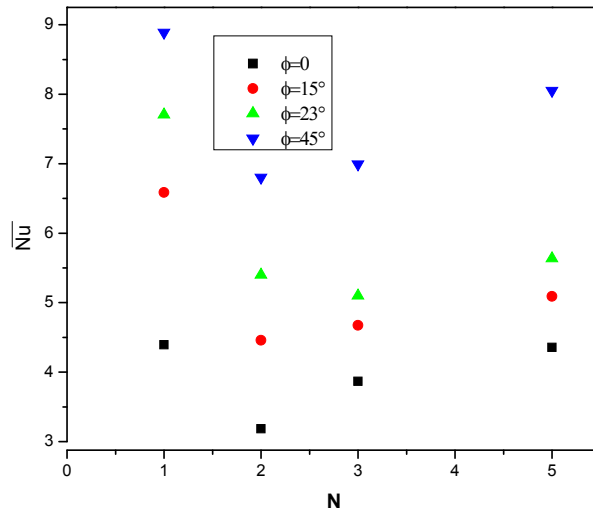


Figure IV. 34 Variation du Nombre de Nusselt moyen avec le nombre de blocs pour $Ra=1.10^5$

La Figure (IV. 34), représente la variation du nombre de Nusselt moyen sur les faces de blocs. Ce dernier est calculé selon l'équation (II.11) en fonction des nombres de blocs N , pour les différentes inclinaisons ϕ . Cette figure montre que le nombre de Nusselt est une fonction décroissante du nombre de blocs N et croissante de l'angle d'inclinaison ϕ .

Ces résultats peuvent être corrélés en selon une fonction qui s'écrit de la forme : $\overline{Nu} = A.N^B$ où A et B des constantes qui varient en fonction de ϕ et de N .

Pour les angles d'inclinaisons ϕ et le nombre de blocs N , ces corrélations sont données comme suit:

$$\phi = 0^\circ, \quad \overline{Nu} = 3.93N^{0.0059}$$

$$\phi = 15^\circ, \quad \overline{Nu} = 6.09N^{-0.19}$$

$$\phi = 23^\circ, \quad \overline{Nu} = 7.27N^{-0.243}$$

$$\phi = 45^\circ, \quad \overline{Nu} = 8.21N^{-0.0796}$$

IV. II.4 Conclusion de la partie II

L'étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle de l'écoulement de l'air dans l'espace annulaire tridimensionnel d'une conduite cylindrique et divergente a été présentée. Des blocs chauffants attachés au cylindre intérieur et sont soumis à une génération de chaleur volumétrique. L'effet des nombre de blocs chauffants ($N = 1, 2, 3$ et 5) et l'angle d'inclinaison du divergent ($\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et 45°) ont été étudiés. Les résultats des simulations ont été effectués pour des nombres de Rayleigh $Ra = 1.10^5$ et 2.10^5 et ont conduit aux conclusions suivantes :

- La température diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison α .
- une asymétrie, en particulier lorsque α est élevé est observée dans les contours de vitesse et de température.
- La température de l'écoulement augmente avec le nombre des blocs chauffants, à l'exception pour $N = 5$ où la température diminue.
- La température maximale est au niveau du dernier bloc en haut pour les tous les angles d'inclinaison.
- Le nombre de Nusselt local est une fonction croissante de l'angle d'inclinaison.
- Des corrélations ont été proposées aussi pour le calcul du nombre de Nusselt moyen sur les faces des blocs.

Partie III

IV.III La convection naturelle dans une conduite cylindrique et divergente munie d'ailettes.

Dans cette partie, nous proposons une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle de l'écoulement tridimensionnel dans l'espace annulaire d'un conduit cylindrique et divergent. Le cylindre interne soumis à une génération de chaleur volumétrique est muni d'ailettes longitudinales. L'effet de l'angle d'inclinaison du divergent et les paramètres de l'ailette sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur dans l'espace annulaire ont été étudiés pour $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et 45° avec un nombre d'ailettes, $N = 1, 2, 3$ et 4 .

Les Simulations ont été réalisées pour des nombres de Rayleigh ($Ra = 100$ à $Ra = 6.3.10^4$), correspondant respectivement à la génération de chaleur volumétrique $Qv = 1601$ à 1.10^6 W/m^3 .

Nous verrons en premier lieu, l'influence du maillage sur la solution numérique ensuite nous présentons les résultats de simulations sous forme de contours et profils de température et de vitesse dans l'espace annulaire et bien entendu le taux de transfert de chaleur sous forme du nombre de Nusselt local et le rapport du Nusselt moyen de la configuration avec et sans ailette.

IV.III.1 Paramètres physiques et géométriques

La Figure (IV.35), représente les configurations étudiées dans cette partie.

Les dimensions considérées dans cette étude sont données suit :

La longueur de la conduite $L=50\text{mm}$, le rayon du cylindre intérieur $R_{ii}=3\text{mm}$, le rayon du cylindre extérieur de l'entrée $R_{io}=10\text{mm}$, le rayon de l'ailette est $R_f=5\text{mm}$. L'épaisseur du cylindre intérieur étant très petite par rapport à la longueur de la conduite. Le fluide l'air avec un nombre de Prandtl ($Pr=0.71$), entrant à la température ambiante $T_o=25^\circ\text{C}$ à une vitesse initiale w_o très faible de telle manière à laisser le phénomène de convection naturelle se produire sous l'effet de la chaleur dégagée par le cylindre interne chauffé. Les propriétés physiques du fluide sont données à la température ambiante du fluide et présentées dans le Tableau (IV. 1).

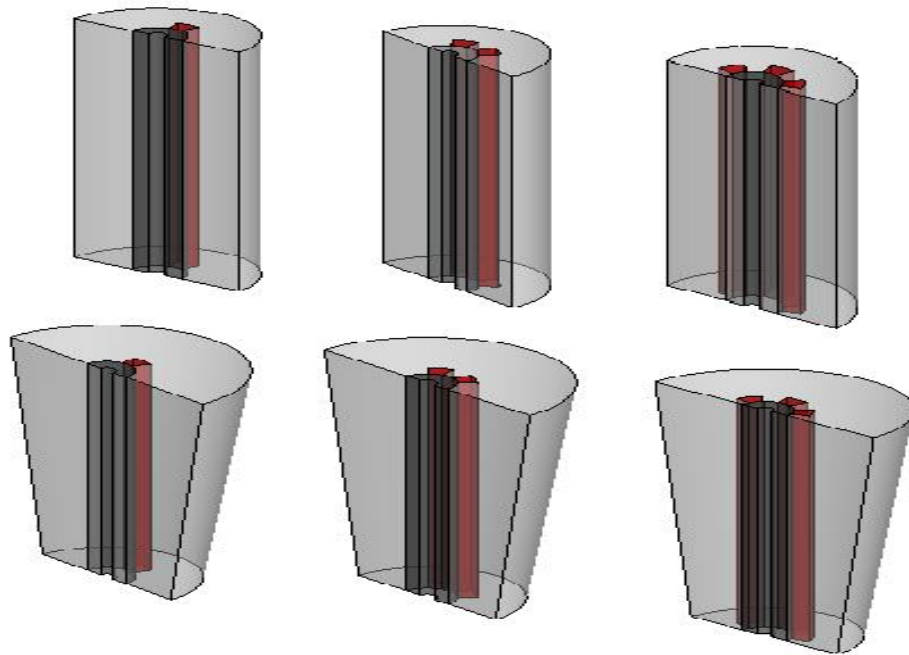


Figure IV.35 Configurations étudiées

I

IV.III.2 Effet du maillage

Pour examiner, l'effet du maillage sur la solution numérique. Trois grilles ont été considérées, les grilles $(30 \times 99 \times 25)_{\text{nœuds}}$, $(35 \times 134 \times 50)_{\text{nœuds}}$ et $(35 \times 134 \times 100)_{\text{nœuds}}$.

Dans le Tableau IV.5, sont présentées les valeurs du nombre de Nusselt moyen ainsi que le temps de calcul pour chaque maillage de la configuration $\theta = 0^\circ$ avec $N=3$ pour un nombre de Rayleigh $Ra=3.7.10^3$. D'après les résultats, nous pouvons constater que les valeurs obtenus pour ces différents maillages sont très proches.

Le maillage $(35 \times 134 \times 100)$ a donné un résultat très précis mais nécessite un temps d'exécution plus élevé par rapport aux autres. Notre choix s'est orienté vers la grille $(35 \times 134 \times 50)$ qui assure un bon compromis entre le temps de calcul et la précision des résultats avec un écart de 0.00578. La Figure (IV.36), schématise la structure du maillage dans le domaine de calcul pour $\theta = 15^\circ$ et $N=1$ et $N=3$.

Maillage	30x99x25	35x134x50	35x134x100
Temps de calcul	1h	2h30min	6h30min
\overline{Nu}	3,94935	3,96688	3,98983
Ecart \overline{Nu} %	0.01024	0.00578	

Tableau IV.5 Comparaison du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} dans la direction Axiale pour différents maillages pour $\theta = 0^\circ$

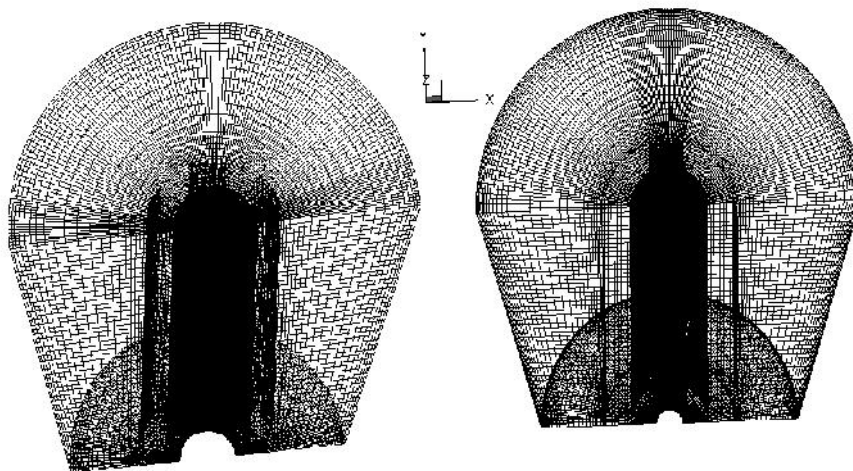


Figure IV.36 Structure du maillage pour $\theta = 15^\circ$,
N=3 et N=1

IV.III.3 Validations des résultats

La Figure (IV.37), montre les comparaisons de nos résultats avec ceux expérimentaux et numériques de **Seung-Hwan et al.** [102] d'un dissipateur radial vertical à 20 ailettes. Ces comparaisons sont représentées par la différence de température moyenne et celle ambiante en fonction du flux de chaleur appliqué au cylindre intérieur. Nos résultats sont présentés pour un nombre d'ailette $N=6$.

D'après cette figure nous constatons que la différence de température augmente avec l'augmentation du flux de chaleur, nos résultats sont légèrement supérieurs aux résultats expérimentaux et numériques avec un écart environs de 9.93% à 13.5%.

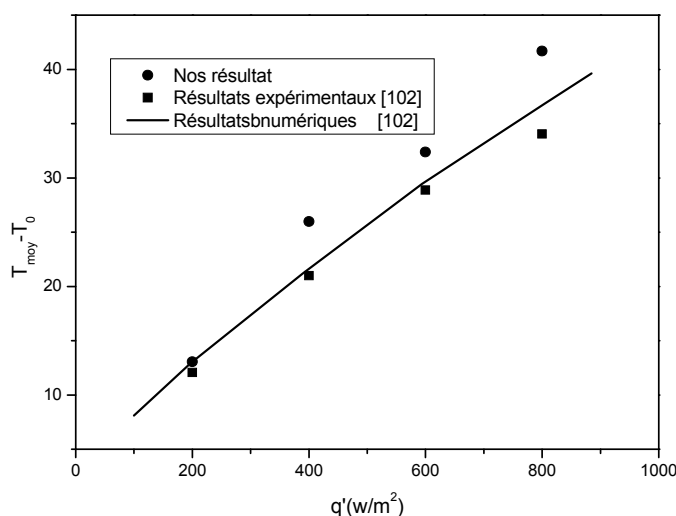


Figure IV.37 Comparaisons de nos résultats avec ceux numériques et expérimentaux de la littérature pour un dissipateur de chaleur radial

IV.III.4 Résultats et discussions

Cette partie a pour but d'étudier l'effet de l'angle d'inclinaison du cylindre extérieur ainsi que le nombre des ailettes sur les caractéristiques de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur dans l'espace annulaire.

Les simulations numériques ont été réalisées pour des paramètres large physiques et géométriques tels que les nombres de Rayleigh ($Ra = 100$ à $Ra = 6.3.10^4$) qui correspondent respectivement aux générations de chaleur volumétrique ($Q_v = 1601$ à 1.10^6 W/m³), l'angle d'inclinaison du divergent ($\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et $\alpha = 45^\circ$), le nombre des ailettes ($N = 1, 2, 3$ et $N = 4$).

IV.III.4.1 Influence de l'angle d'inclinaison

La Figure (IV. 38-1-IV.38-2) représente les distributions des contours de température et de vitesse d'une conduite annulaire munie d'une ailette $N=1$ avec un nombre de Rayleigh $Ra=3.1.10^4$. L'effet de l'angle d'inclinaison est visible dans ces contours.

En $\alpha = 0^\circ$, les contours de température et de vitesse sont symétriques de part et d'autre du plan médian, la température du fluide augmente dans la direction ascendante de l'écoulement et atteint le maximum en haut. Le fluide à proximité du cylindre interne et l'ailette absorbe la chaleur de ce dernier, et la force d'Archimède augmente et fait remonter le fluide chaud en haut. Le fluide froid à proximité de la paroi du cylindre extérieur est

remplacé par le fluide chaud et ainsi le phénomène de convection naturelle se manifeste. La température maximale atteint environ 487 K.

Les couches de fluide sont des cercles concentriques dont la température diminue en s'éloignant de l'ailette dans la direction radiale de la conduite. La vitesse dans ce cas présente un maximum au milieu de l'espace annulaire et est nulle aux parois.

En s'approchant de la sortie en haut, la vitesse n'est pas affectée par les variations, les vecteurs sont uniformes et paraboliques et l'écoulement est complètement développé dans ce cas. Ceci est visible dans la Figure (IV.39) des vecteurs de vitesse, qui montre la formation d'une cellule de panache sous l'effet de la chaleur du cylindre interne. Dans cette cellule se localisent les vitesses maximales. A proximité de cette dernière, les vecteurs de vitesse sont réorientés et forment une zone de recirculation (en couleur bleu dans la figure). Cette zone est présentée par des valeurs négatives de la vitesse.

En $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et 45° , nous remarquons que la température diminue lorsque l'angle augmente, ceci est dû à l'élargissement de la section de sortie du divergent.

La température maximale atteint environs 355K pour $\theta = 15^\circ$, 351K en $\theta = 23^\circ$ et en $\theta = 45^\circ$ elle est de 349K. La symétrie des contours aussi bien de température et de vitesse est perdue et la taille de la cellule de panache est plus large et remonte vers le haut sous l'effet de la chaleur.

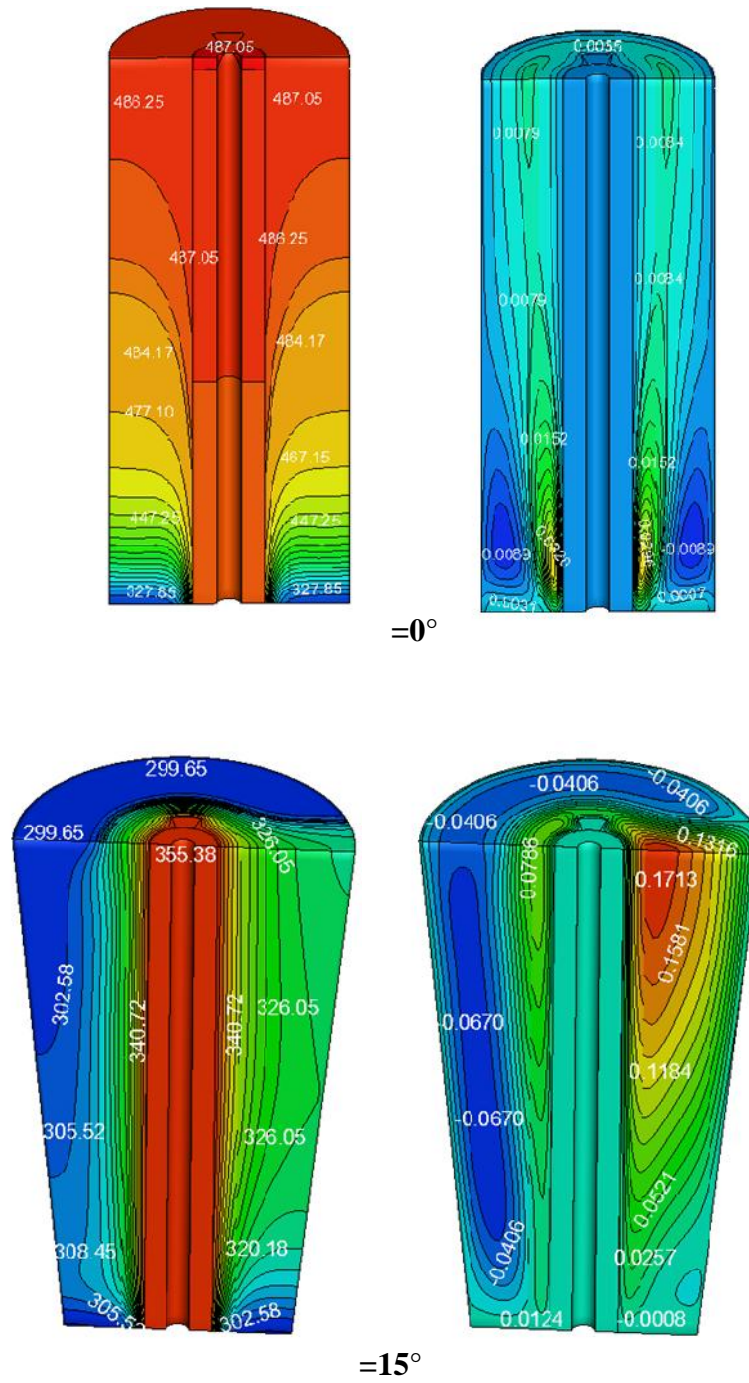


Figure IV.38-1 Effet de l'angle d'inclinaison sur les contours de température et de vitesse pour $N=1$, $Ra=3.1.10^4$

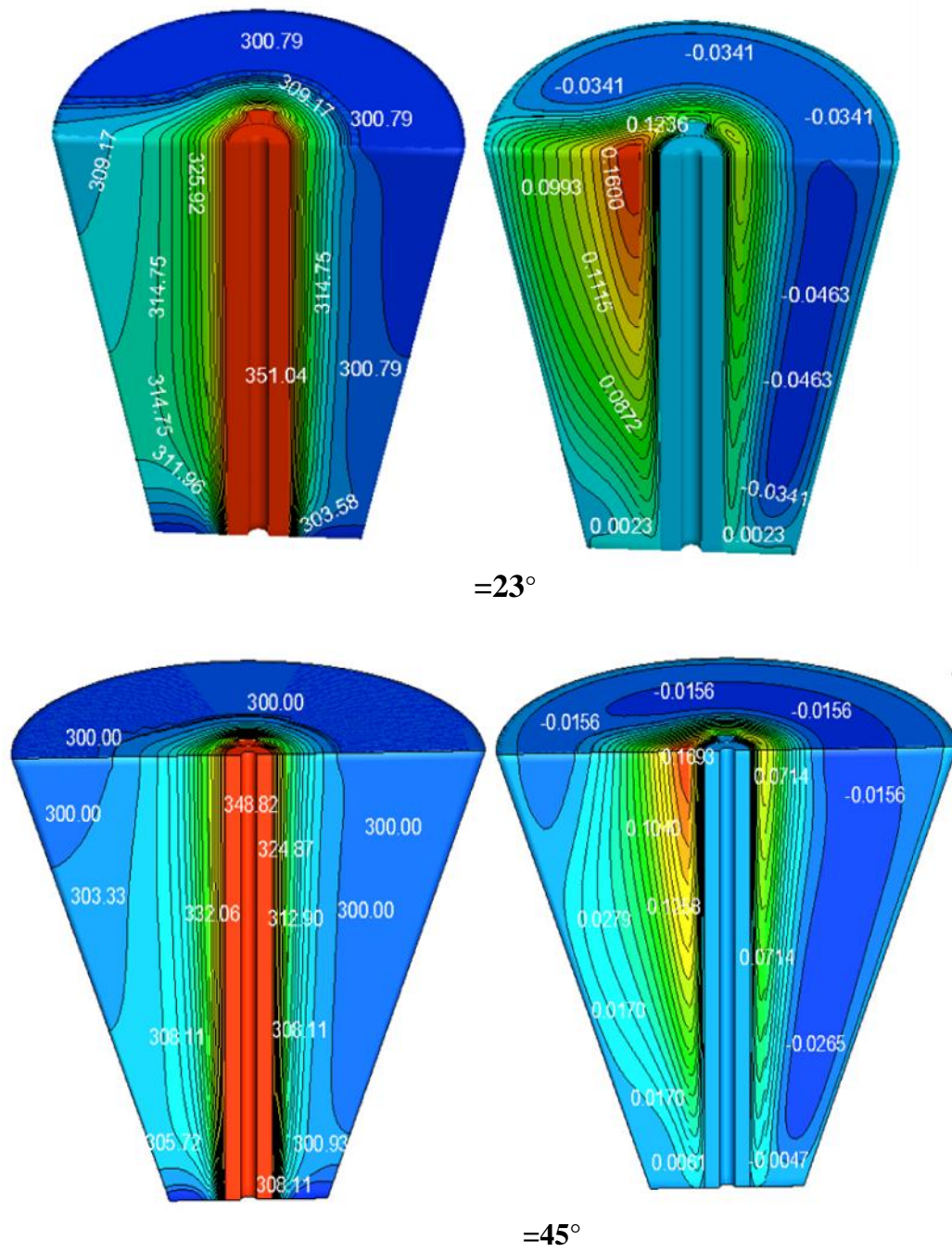


Figure IV.38-2 Effet de l'angle d'inclinaison sur les contours de température et de vitesse pour $N=1$, $Ra=3.1.10^4$

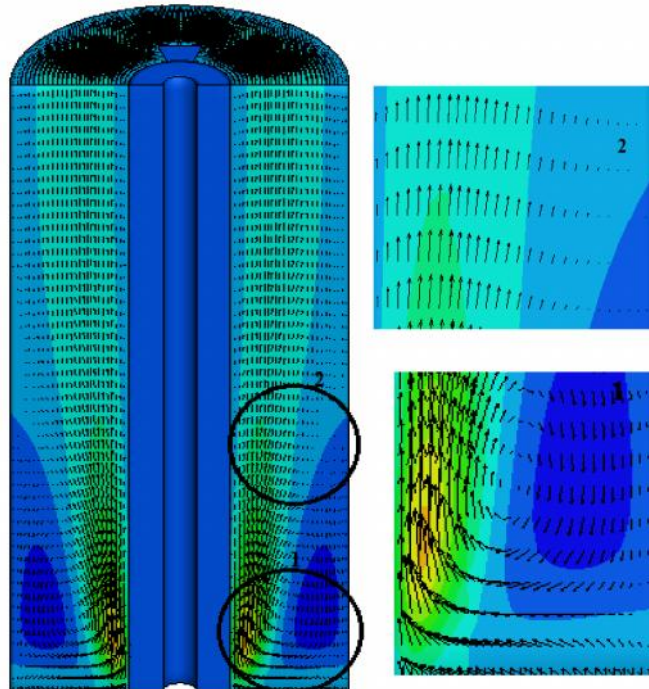


Figure IV.39 Vecteurs de Vitesse pour $\alpha=0^\circ$ et $N=1$

La Figure (IV.40), représente la variation des profils de température et de vitesse dans la direction radiale dans des différentes sections de la conduite à l'entrée au milieu et à la sortie pour le nombre de Rayleigh et le nombre d'ailette considérés. Comme le montre la figure, en $\alpha=0^\circ$ les profils de température et de vitesse sont symétriques de part et d'autre du cylindre interne, la température maximale se localise en haut et les vitesses les plus élevées à l'entrée. Cependant lorsque $\alpha=15^\circ, 23^\circ$ et 45° , ces profils perdent la symétrie. La cellule de panache présentée dans la Figure (IV.38) pour ces angles d'inclinaisons est montrée par les vitesses maximales des profils et des températures plus élevées. Tandis que, la zone de recirculation est présentée par la non uniformité des profils et le minimum des vitesses dans ces courbes.

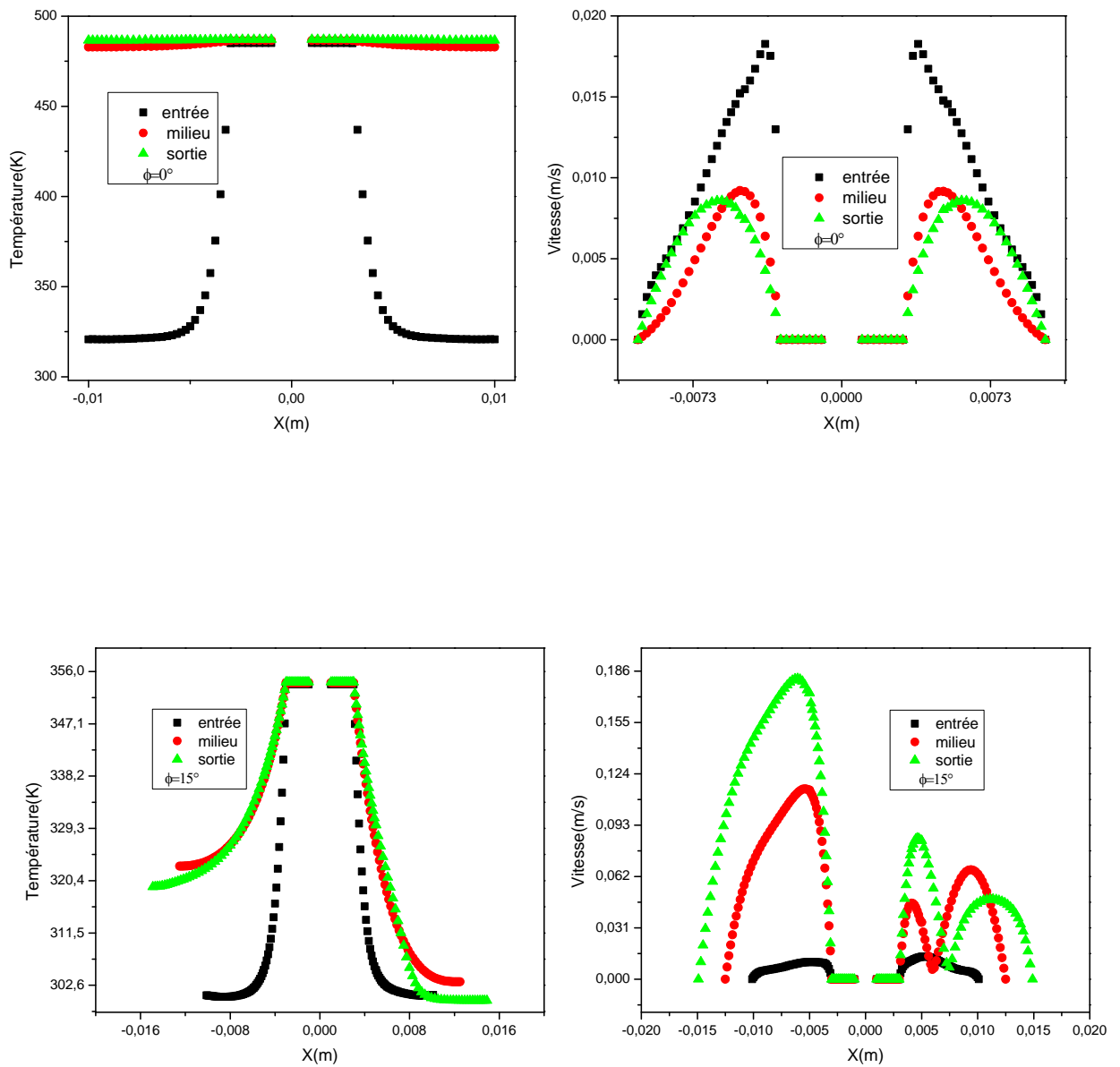
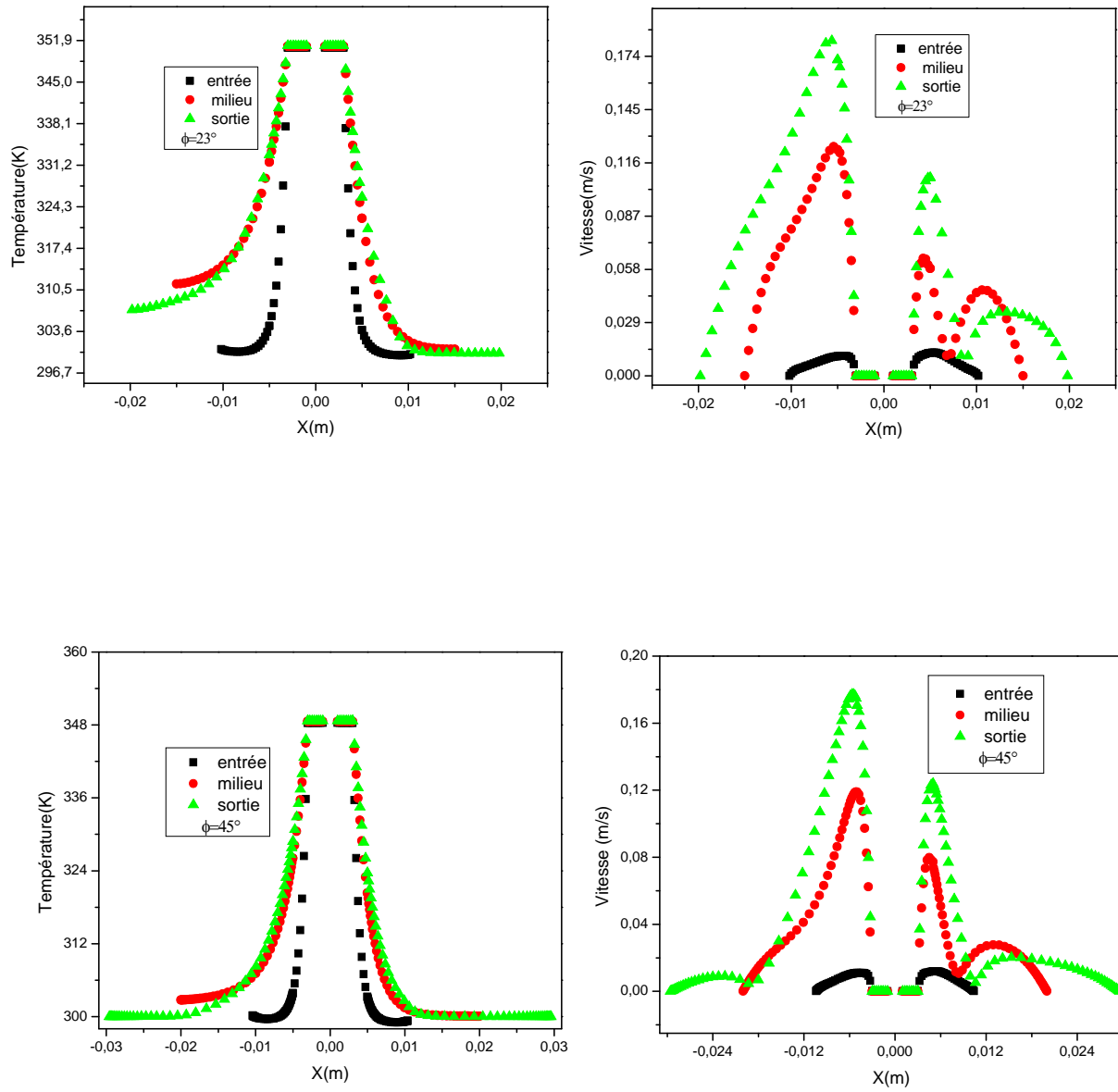


Figure IV. 40 Profils de température et de vitesse dans des différentes sections de la conduite pour $N=1$ et $Ra=3.1.10^4$



Suite de la Figure IV.40 Profils de température et de vitesse dans des différentes sections de la conduite pour $N=1$ et $Ra=3.1.10^4$

La Figure (IV.41), illustre l'évolution du nombre de Nusselt local le long de la paroi avant de l'ailette pour les angles d'inclinaisons cités ci-dessus. D'après cette figure nous constatons que le phénomène de convection naturelle se manifeste par des nombres de Nusselt qui sont plus élevés. Pour $\theta = 0^\circ$, nous remarquons que les valeurs du nombre de Nusselt sont élevées à l'entrée et diminuent en se rapprochant de la sortie pour atteindre une valeur asymptotique. Tandis que, l'augmentation de l'angle d'inclinaison a pour effet d'augmenter l'échange de chaleur dans l'espace annulaire.

IV.III.4.2 Influence du nombre des ailettes

Pour voir l'influence du nombre des ailettes sur le transfert de chaleur dans l'espace annulaire de la conduite, nous avons tracé les profils de vitesse et de température à la sortie au niveau de la paroi frontale de l'ailette c'est-à-dire dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0.005\text{m}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $z=0.049\text{m}$), pour un nombre de Rayleigh $Ra=6.2.10^4$ avec les nombres d'ailettes $N=1, 2$ et 3 .

Dans la Figure IV.42-43-44, en $\theta = 0^\circ$, nous constatons que la température est maximale au niveau de la paroi de l'ailette et diminue dans le fluide, cette température atteint environs 668.19K pour $N=1$, alors qu'elle est de 635.81K et 616.32K respectivement pour $N=2$ et $N=3$. Ce qui implique que l'augmentation du nombre d'ailettes a une influence sur le transfert de chaleur.

Les profils de vitesse montrent que la vitesse est nulle au niveau de la paroi de l'ailette et augmente en s'approchant du centre de l'espace annulaire. Pour une seule ailette $N=1$, la vitesse augmente avec l'augmentation de θ . La symétrie est perdue aussi pour $\theta = 15^\circ, 23^\circ$ et $\theta = 45^\circ$. Les vitesses sont plus élevées pour $N=1$ et $N=3$ en $\theta = 45^\circ$. En revanche, elles le sont pour $N=2$ en $\theta = 23^\circ$.

La résistance thermique est définie le rapport de la différence de température du cylindre intérieur le fluide sur le flux thermique. Quelques valeurs des résistances thermiques calculées sont résumées dans le Tableau(IV.6).

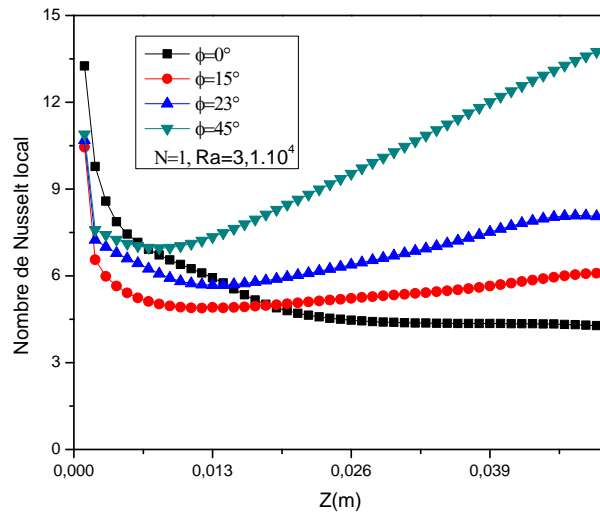


Figure IV.41 Nombre de Nusselt local le long de l'ailette, $N=1$, $Ra=3,1.10^4$

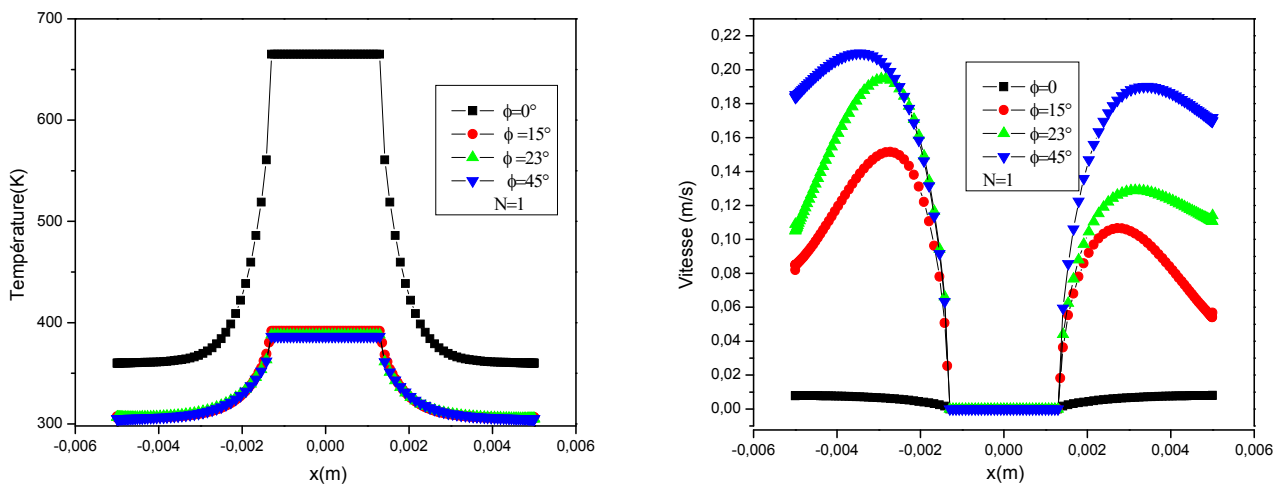


Figure IV.42 Profils de température et de vitesse dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0,005\text{m}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $Z=0,049\text{m}$), $Ra=6,2.10^4$, $N=1$

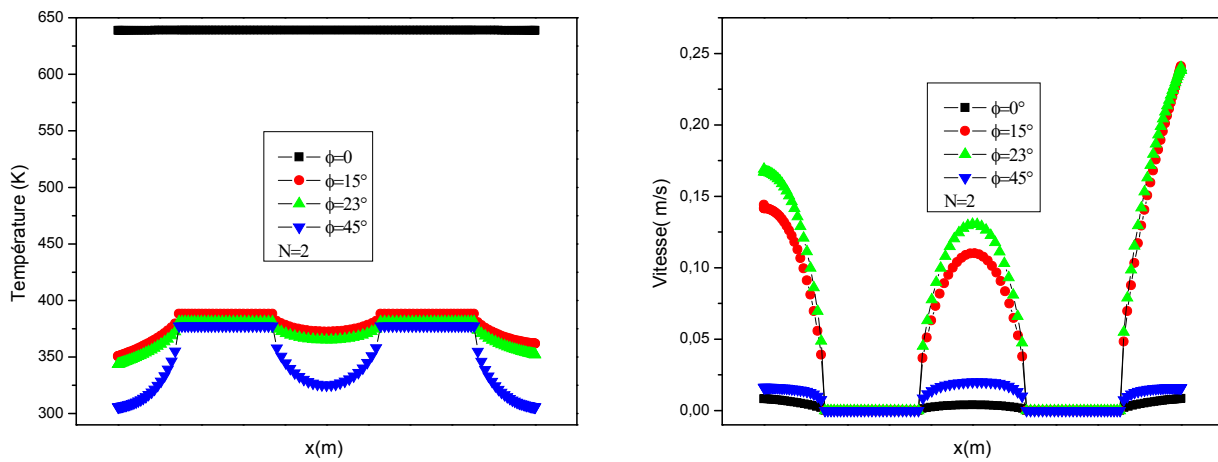


Figure IV.43 Profils de température et de vitesse dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0.005\text{m}$, $0 \leq \phi \leq \pi$, $Z=0.049\text{m}$), $Ra=6,2 \cdot 10^4$, $N=2$

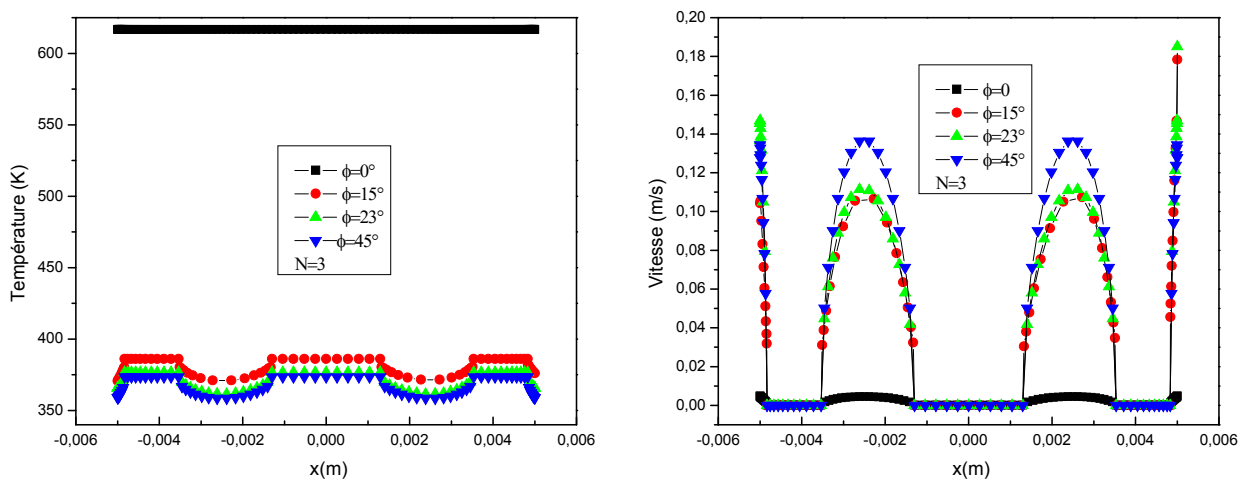


Figure IV.44 Profils de température et de vitesse dans la ligne radiale de coordonnées ($R=0.005\text{m}$, $0 \leq \phi \leq \pi$, $Z=0.049\text{m}$), $Ra=6,2 \cdot 10^4$, $N=3$

(°)	N	$Q_v(W/m^3)$	$R_{th}(K/W)$	$T_p-T_0(K)$
0°	1	1601	2,299	0,606
		16018	2,264	6,091
		5.10^5	1,859	187,85
	2	1601	1,132	0,555
		16018	1,118	5,570
		5.10^5	0,939	172,529
	3	1601	0,670	0,765
		16018	0,710	5,633
		5.10^5	0,618	167,421
15°	1	1601	2,052	0,602
		16018	1,998	6,042
		5.10^5	2,758	56,733
	2	1601	1,000	0,551
		16018	0,999	5,508
		5.10^5	0,999	171,931
	3	1601	0,627	0,3199
		16018	0,622	3,204
		5.10^5	0,652	100,153
23°	1	1601	1,972	0,600
		16018	2,676	4,359
		5.10^5	2,873	52,764
	2	1601	0,952	0,548
		16018	1,324	4,144
		5.10^5	1,286	48,337
	3	1601	0,6001	0,508
		16018	0,6005	5,085
		5.10^5	0,6004	158,754
45°	1	1601	2,031	0,598
		16018	3,124	4,078
		5.10^5	2,945	50,428
	2	1601	0,963	0,545
		16018	1,461	3,799
		5.10^5	1,429	45,621
	3	1601	0,618	0,6179
		16018	0,904	3,670
		5.10^5	0,837	43,517

Tableau IV.6 Résistances thermiques pour différents nombres d'ailettes, nombres de Rayleigh et angles d'inclinaisons

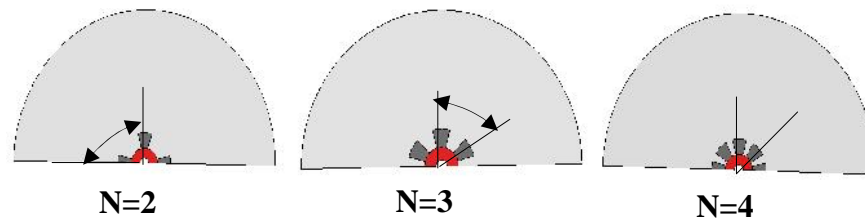


Figure IV.45 Angle d'ouverture et arrangement des ailettes

Pour voir l'influence des paramètres de l'ailette comme le nombre N la hauteur H sur la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur. Nous avons présenté la variation des nombres des ailettes en fonction de l'angle formé entre ces dernières c'est-à-dire $N=2, 3$ et 4 , correspondant respectivement aux angles $= 90^\circ, 60^\circ$ et $= 45^\circ$ comme indiqué dans la Figure (IV.45).

La Figure (IV.46), présente les contours de vitesse et de température dans le plan $(r-)$ à la sortie de la conduite, pour les paramètres suivant :

- $Ra = 3100$
- ($= 45^\circ, N = 2, 3, 4$ et $H = 0,003$ m)
- ($= 15^\circ, H = 0,001$ m, $0,003$ m, $0,005$ m et $N = 3$)

Les contours de température sont présentés à droite et ceux de la vitesse à gauche. Comme le montre la figure l'influence du nombre des ailettes pour le même angle n'est pas significative, voir $= 45^\circ$ et $N = 2, 3, 4$. Les valeurs négatives de la vitesse montrent la zone de recirculation et les valeurs nulles celle de la couche stagnante. Pour $N = 2$ et $N = 3$, la température a augmenté et la zone de recirculation est plus large, l'intensité du courant est donc négligeable. Pour $N = 4$, l'augmentation de la vitesse est seulement environ 11 %. La diminution de température est d'environ 16 %, elle est causée par la présence des ailettes.

En $= 15^\circ$, dans la Figure (IV.46), nous constatons que l'augmentation de la hauteur a pour effet de diminuer la température et la vitesse du fluide. Pour des valeurs de H plus grands, c'est-à-dire $H=0.003$ m et $H=0.005$ m. Il apparaît dans les contours de vitesse des petites cellules de panache localisées au milieu de l'espace annulaire.

D'autres parts, les contours de température sont les cercles concentriques dont la température diminue en s'éloignant de l'ailette. Cette température atteint 316K en $H=0.001$ m et 312K en $H=0.003$ m et 310K en $H=0.005$ m. Donc la chaleur diminue quand la hauteur H de l'ailette augmente.

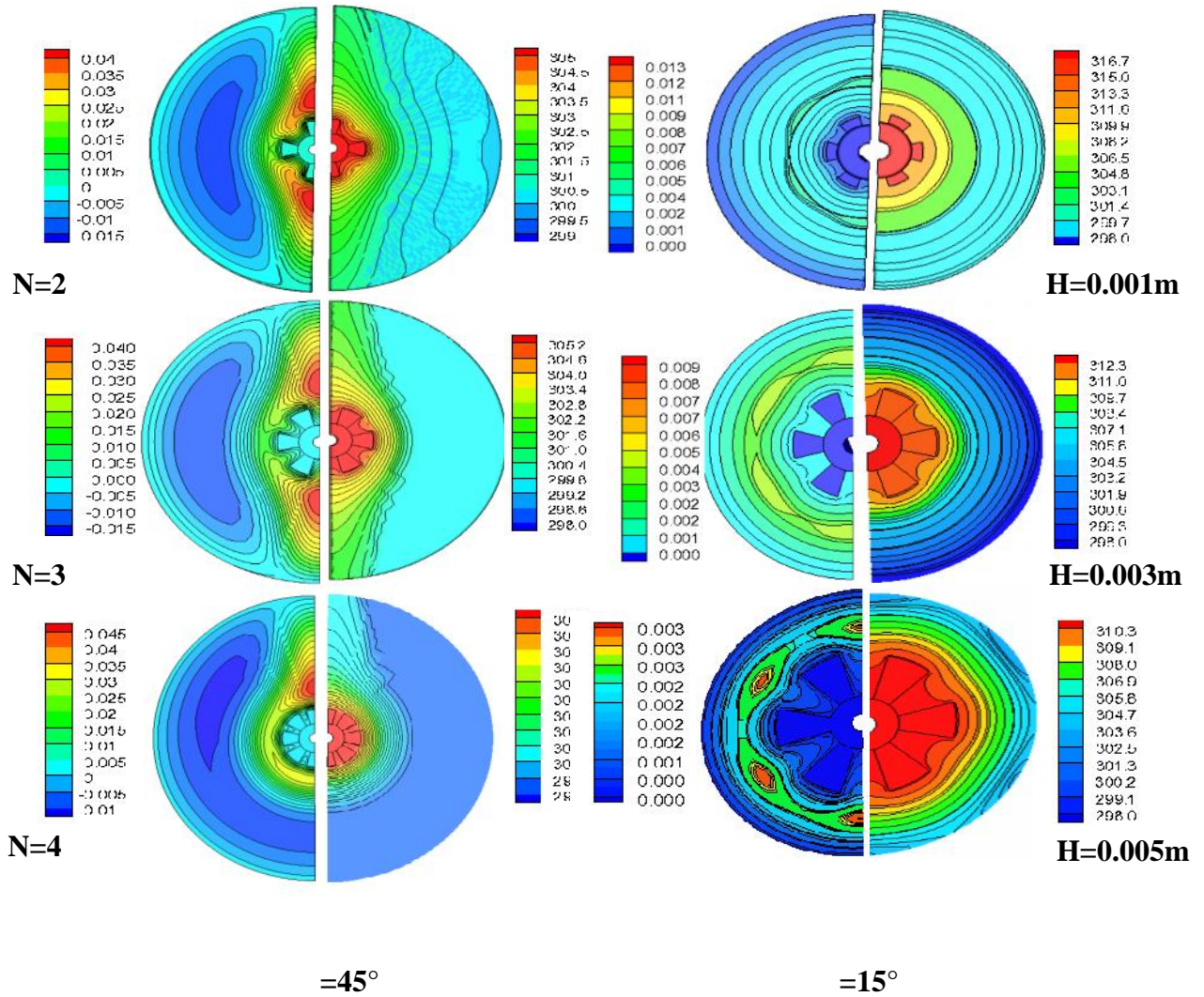


Figure IV.46 Contours de Vitesse (demi-section gauche) et de Température (demi-section droite), pour $Ra=3100$, $\theta=45^\circ$, $\theta=15^\circ$

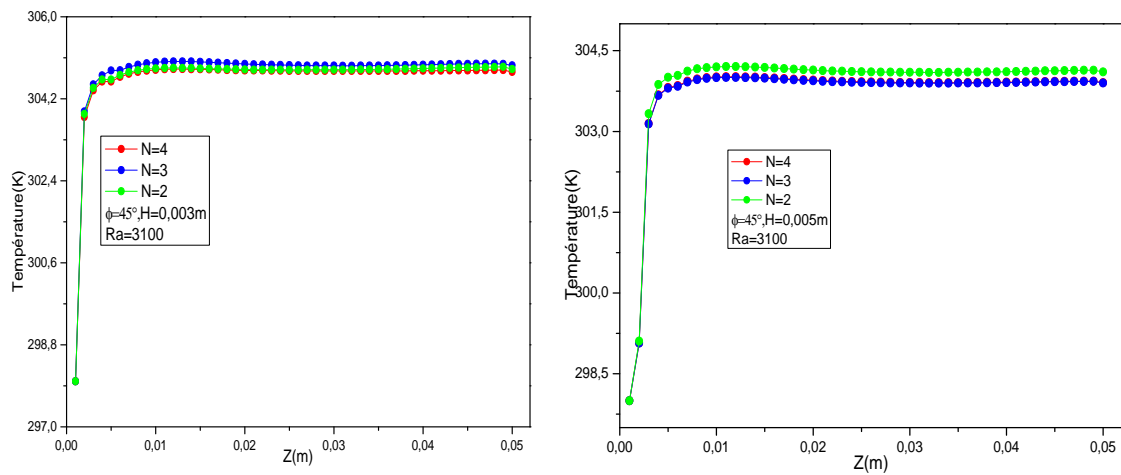


Figure IV.47 Effet des Nombres des ailettes sur la Température du fluide

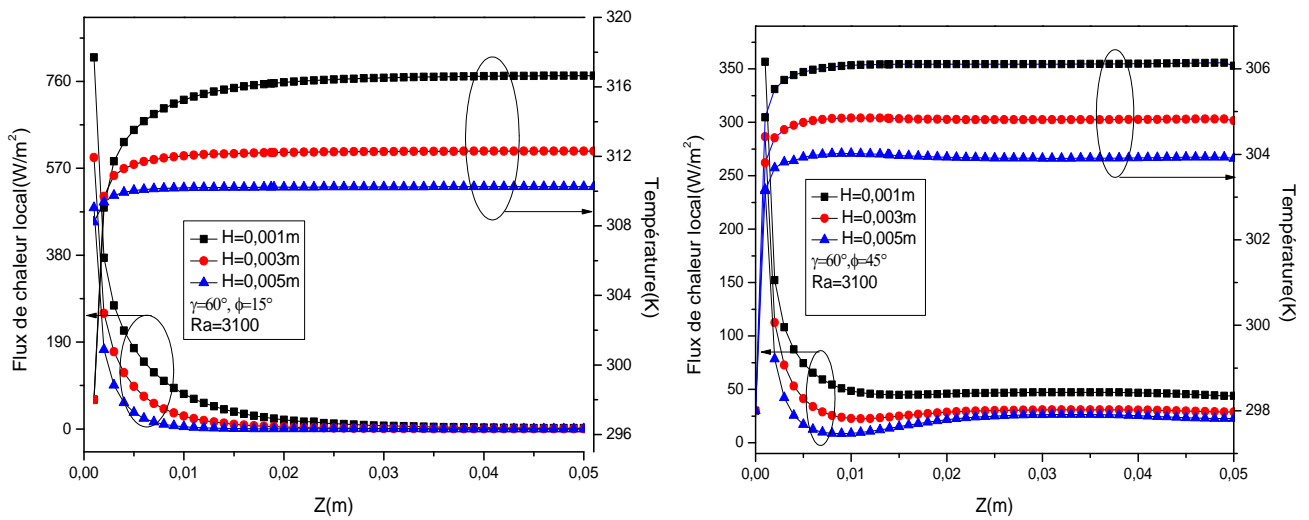


Figure IV.48 Effet de la Hauteur de l'ailette sur la Température et le Flux de chaleur pour $\gamma=15^\circ$ and $\gamma=45^\circ$

La Figure (IV.47), montre l'évolution de la température sur une ligne verticale proche de l'ailette, de coordonnées ($R=0.0055m$, $\theta=\pi/2$, $0 \leq z \leq 0.05m$). D'après cette Figure, nous remarquons que pour les hauteurs des ailettes $H=0.003m$ et $H=0.005m$, les courbes ont la même tendance. Donc pour $N=2, 3$, et 4 , la température ne varie pas.

Donc, pour une configuration de même angle d'inclinaison θ , le nombre des ailettes n n'affecte pas la vitesse et la température.

La Figure (IV.48), représente l'évolution de la température et le flux de chaleur local le long de l'ailette dans la direction ascendante de l'écoulement, pour des différents H et pour un angle entre les ailettes $\theta=60^\circ$ c'est-à-dire $N=3$. Pour les angles $\theta=15^\circ$ et $\theta=45^\circ$, les courbes montrent que la température augmente à l'entrée et atteint un point maximum pour devenir constante. La température maximale dans les courbes, représente le début de développement de la couche limite thermique. Cette augmentation de la température est due par la dominance du phénomène de convection naturelle.

La Figure (IV.48), illustre l'évolution du flux de chaleur local qui est aussi une quantité importante dans cette étude. D'après cette Figure nous constatons que le flux de chaleur local diminue de l'entrée à la sortie. En plus il est plus élevé pour des ailettes de hauteur élevée. Aussi les valeurs pour $\theta=45^\circ$ sont inférieures à celle pour $\theta=15^\circ$.

Ainsi, l'augmentation de l'angle θ a pour effet de réduire la température du fluide et le flux local.

Pour les angles d'inclinaisons θ cités ci-dessus et le nombre d'ailettes $N=1, 2, 3$. La variation du rapport NNR en fonction du nombre de Rayleigh est illustrée dans la Figure (IV.49) qui montre que ce rapport augmente quand Ra augmente. D'après ces courbes, toutes les valeurs de NNR sont supérieures à 1. Donc, le transfert de chaleur est amélioré. Pour toutes les configurations quand Ra est inférieur à la valeur 31000, NNR diminue. Le transfert de chaleur est meilleur pour un nombre d'ailettes N plus grand que 1 et l'angle d'inclinaison du divergent $\theta=45^\circ$ donne un meilleur taux de transfert de chaleur. Le rapport NNR peut être corrélé pour les différentes configurations en fonction de Ra de la forme :

$$NNR = a.Ra^b$$

Dans le Tableau (IV.7) sont mentionnés les valeurs des coefficients a et b .

$=0^\circ$	N=1	N=2	N=3	$=15^\circ$	N=1	N=2	N=3
a	0,7877	1,1274	1,8008	a	1,1161	0,8655	1,4382
error	0,2165	0,3289	0,4732	error	0,0429	0,3220	0,4327
b	0,0711	0,0546	0,0546	b	0,0098	0,0993	0,0814
error	0,0326	0,0353	0,0325	error	0,0049	0,0428	0,0353
$=23^\circ$	N=1	N=2	N=3	$=45^\circ$	N=1	N=2	N=3
a	1,2025	1,5101	2,0868	a	0,8631	0,9795	1,2681
error	0,0494	0,5213	0,6584	error	0,2543	0,5837	0,6653
b	-2,82E-4	-3,6E-4	0,0155	b	0,0499	0,0748	0,1007
error	0,0053	0,0451	0,0403	error	0,0359	0,0705	0,0602

Tableau IV.7. Coefficients de Corrélations de NNR

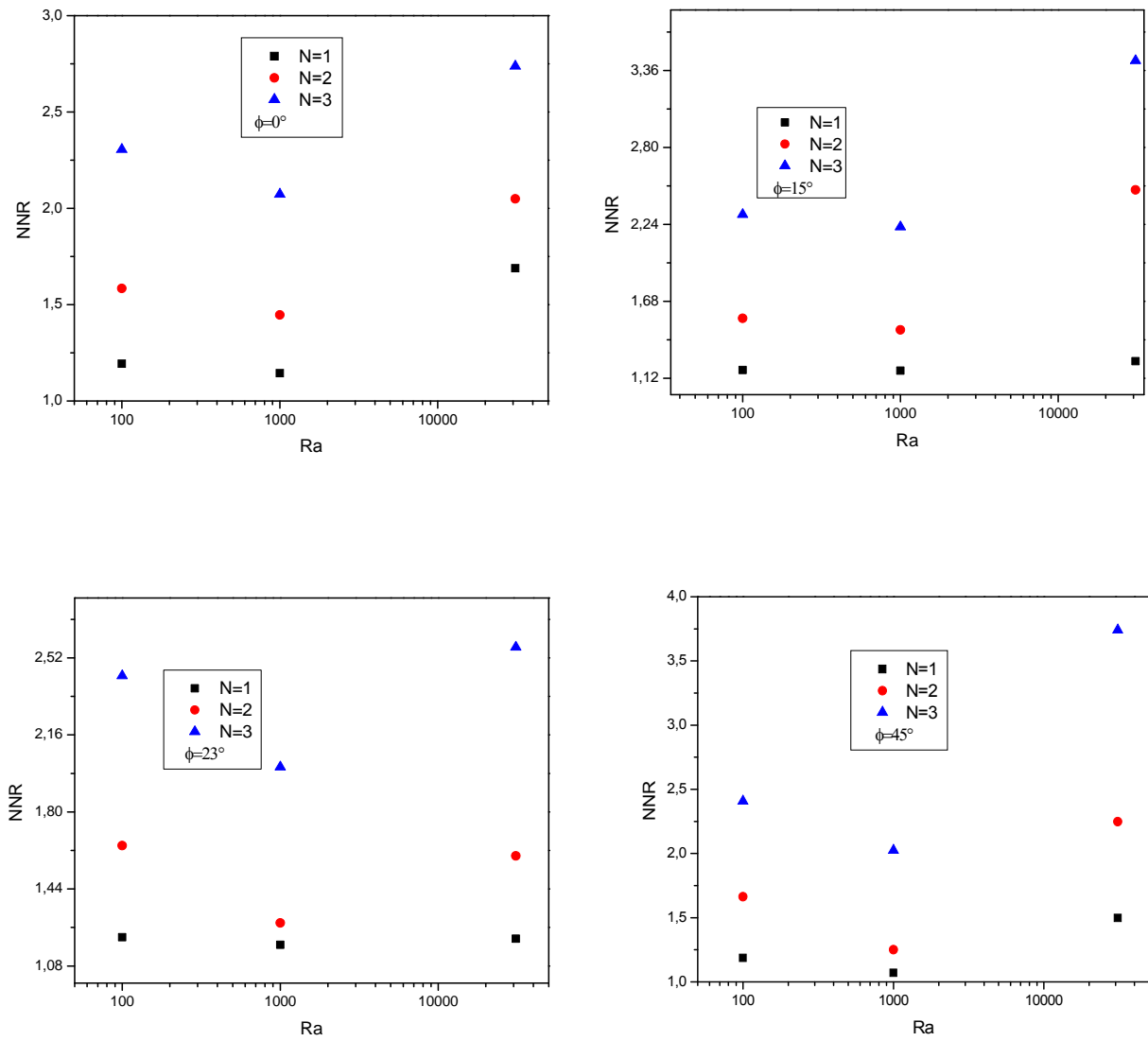


Figure IV.49 Variation du Rapport NNR en fonction de Ra, N et

IV.III.5 Conclusion de la partie III

Dans cette partie nous avons étudié la convection naturelle de l'écoulement tridimensionnel dans l'espace annulaire d'une conduite cylindrique et divergente munie d'ailettes longitudinales. Le cylindre interne qui est munie d'ailettes est soumis à une génération de chaleur volumétrique uniforme. L'effet de l'angle d'inclinaison du divergent ainsi que le nombre des ailettes a été entrepris.

Les résultats de cette étude ont conduit aux conclusions suivantes :

- Pour un nombre de Rayleigh, la température diminue et la vitesse de l'écoulement augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison.
- Une asymétrie a été observée quand l'angle d'inclinaison $\neq 0$ dans les contours et les profils de température et de vitesse.
- Les angles d'inclinaisons élevés ont donné un transfert de chaleur significatif pour un nombre de Rayleigh fixe et tend à réduire la température et le flux de chaleur local.
- Le transfert de chaleur est amélioré quand le nombre des ailettes $N > 1$.
- Des corrélations ont été obtenues pour le rapport du nombre de Nusselt moyen. Cependant, il n'existe aucune étude dans la littérature qui a donné des corrélations générales du rapport du nombre de Nusselt moyen pour une conduite annulaire divergente et munie d'ailettes.

Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle de l'écoulement tridimensionnel dans une conduite annulaire cylindrique et divergente.

L'objectif principal de cette étude est de voir la structure de l'écoulement dans l'espace annulaire et de quantifier le taux de transfert de chaleur. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la résolution des systèmes d'équations en régime stationnaire avec l'utilisation du code commercial Fluent.

La première partie de cette étude consiste à l'étude de l'écoulement tridimensionnel dans l'espace annulaire vertical d'un conduit cylindrique et divergent dont le cylindre interne est soumis à une génération de chaleur volumique alors que le cylindre externe est adiabatique. Les valeurs de la génération de chaleur volumique ont été changées pour obtenir des nombres de Rayleigh.

Les effets de la variation du nombre de Rayleigh et de l'angle d'inclinaison du divergent ont été examinés.

Les résultats obtenus montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh pour des angles d'inclinaisons α , entraîne des changements significatifs dans la structure de l'écoulement et une augmentation de la température dans l'espace annulaire.

Une brisure de la symétrie en particulier lorsque l'angle d'inclinaison α est élevé est remarquée dans les champs de vitesse, de température et de pression pour des faibles nombres de Rayleigh seulement pour $\alpha = 45^\circ$.

Nous avons trouvé aussi que le nombre de Nusselt moyen est une fonction croissante du nombre de Rayleigh et l'augmentation de l'angle du divergent α a pour effet d'améliorer le transfert de chaleur. Aussi des corrélations ont été proposées pour calculer les nombres de Nusselt moyen. Un taux de transfert de chaleur considérable est atteint pour un angle d'inclinaison α élevé et un rapport de conductivités thermique K faible. Des rapports de conductivités thermiques K élevées entraînent une augmentation de la température de mélange du fluide dans l'espace annulaire.

Dans la deuxième partie, nous avons considéré la même configuration mais avec des blocs cylindriques fixés dans le cylindre interne et ces blocs sont l'objet d'une génération de chaleur volumique. L'effet des nombre de blocs chauffants et l'angle d'inclinaison du divergent ont été étudiés dans cette partie. Les résultats des simulations ont montrés que :

La température diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison . La brisure de symétrie est aussi observée dans les contours de vitesse et de température en particulier lorsque est élevé. La température l'écoulement augmente avec le nombre des blocs chauffants N , à l'exception de $N = 5$, où la température diminue. Le nombre de Nusselt local est une fonction croissante de l'angle d'inclinaison et le nombre de Nusselt moyen est une fonction décroissante des nombres de blocs chauffants N .

Dans la troisième partie, nous avons considéré la même configuration de la première partie mais avec des ailettes longitudinales fixées dans le cylindre interne. L'effet de l'angle d'inclinaison du divergent ainsi que la variation de certains paramètres relatifs à l'ailette ont été étudiés. Les résultats obtenus ont montrés que pour un nombre de Rayleigh, la température diminue et la vitesse de l'écoulement augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. La brisure de symétrie a été observée aussi quand l'angle d'inclinaison $\theta = 0$ dans les contours et les profils de température et de vitesse.

Les angles d'inclinaisons élevés ont donné un transfert de chaleur significatif pour un nombre de Rayleigh fixe et tendent à réduire la température et le flux de chaleur local. Le transfert de chaleur est amélioré quand le nombre des ailettes est élevé.

Des corrélations ont été obtenues pour le rapport du nombre de Nusselt moyen.

On peut conclure enfin, que la variation des paramètres géométriques et physiques a une influence considérable sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur.

Comme perspectives, il est intéressant de poursuivre ce travail en étudiant le transfert de chaleur en convection naturelle et mixte en régime instationnaire de la même configuration du divergent, verticale et horizontale dans les nano fluide avec différentes géométries des ailettes et des blocs chauffés.

Références

- [1] A. Bejan, A. D. Kraus. Heat transfer, Handbook, John Wiley & Sons, 2003.
- [2] Saccadura J, Initiation aux Transferts Thermiques, Technique et Documentation France ,1980.
- [3] Michel Favre-Marinet, Sedat Tardu, Convective heat transfer: solved problems. ISTE Ltd, John Wiley & Sons, 2009.
- [4] Theodore I. Bergman, Adrienne S. Lavine, F.P. Incropera, David P. Dewitt, Introduction to Heat Transfer. Sixth edition, 2011.
- [5] W. M. Rohsenow, J. R. Hartnett, Young. I. Cho. Handbook of Heat transfer. Third Edition. McGraw-Hill, 1998.
- [6] P. H. Oosthuizen, David Naylor, An Introduction to Convective Heat Transfer Analysis. WCB/McGraw-Hill. International editions, 1999.
- [7] O. G. Martynenko, P. P. Khramtsov, Free-Convective Heat Transfer. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [8] S.W. Churchill, R. Usagi. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. AIChE Journal, 18(6): 1121- 1128, 1972.
- [9] W. Elenbaas. The dissipation of heat by free convection the inner surface of vertical tubes of different shapes of cross-section .Physica 1X, (8): 865-874, 1942.
- [10] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection. Physica, (9): 1–28, 1942.
- [11] J.R. Bodoia, J.F. Osterle. The development of free convection between heated vertical plates. J. Heat Transfer, (84): 40–44. 1962,
- [12] R. K. Engel, W. K. Mueller. An analytical Investigation of Natural Convection in Vertical Channels. ASME paper, N° 67-HT-16. 1967,
- [13] N. Sobel, F. Landis; W. K. Mueller. Natural Convection Heat Transfer in short Vertical Channels Including the Effects of Stagger. Proceedings Third International Heat transfer Conference, (2): 121. 1966.
- [14] H. Nakamura, Y. Asako, T. Naitou. Heat transfer by free convection between two parallel flat plates. Numerical Heat Transfer, (5) : 95-106, 1982.

-
- [15] C.F. Kettlebrough. Transient Laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects. *Int. J. Heat. Mass. transfer*, 15883-896, 1992.
- [16] Y. H. Hung. and W. M. Shiau. An effective model for measuring transient natural convective heat flux in vertical parallel plates with a rectangular rib, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 32(5): 863-871, 1989.
- [17] E. M. Sparrow, G. M. Chryster, L. F. Azvedo. Observed Natural Convection in One-Sides Heated Vertical Channel, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, (106):325-332,1984.
- [18] L.P. Davis, J. J. Perona. Development of free Convection flow of a gas in a heated open tube, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, (14):889-903,1971.
- [19] W. H. Kays .Numerical solution for laminar-flow heat transfer in circular tubes, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, (71):1265,1955.
- [20] M. Kageyama, R. Izumi, Natural heat convection in a vertical tube. *JSME*, 13(57), 1970.
- [21] A. Bar-Cohen, W. M. Rosonhow, Thermally optimum spacing of vertical natural convection cooled parallel plates. *J. Heat Transfer*, (116): 116-123,1984.
- [22] M. Al-Arabi, M. Khamis. Natural convection heat transfer from inclined cylinders, *Int. J. Heat .Mass. Transfer*, 25(1):3-15,1982.
- [23] T.S. Chen, C.I. Yuh. Combined heat and mass transfer in natural convection a long a vertical cylinder, *Int. J. Heat .Mass. Transfer*, (23): 451-461,1980.
- [24] G. Desrayaud, A. Fichera. Laminar Natural Convection in a vertical isothermal channel with symmetric surface mounted rectangular rib, *Int. J. of heat and fluid flow* (23):519-529,2002.
- [25] S. Boudebous, Z. Nemouchi, A. H. Meniai. Numerical study of developing natural convection in a vertical hyperbolic duct of a fixed length and with a constant wall temperature. *Numerical heat transfer, part A*, (40):783-800, 2001.
- [26] K. D. Silva, A. Bejan, S. Lorente, Maximal Heat transfer density in vertical morphing channels with natural convection. *Numerical Heat Transfer, Part A*, (45): 135–152, 2004.
- [27] J.R. Dyer. The development of laminar natural convection flow in a vertical uniform heat flux duct .*Int. J. Heat Mass Transfer*, (18):1455-1465, 1975.
- [28] J. R. Dyer. Natural-convective flow through a vertical duct with a restricted entry. *Int. Heat .Mass. Transfer*, (21): 1341-1354, 1978.
- [29] H.F. Oztop, K. Al-Salem ,Y. Varol , I. Pop, M. Firat , Effects of inclination angle on natural convection in inclined open porous cavity with non-isothermally heated wall. *Int. J. of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 22 (8): 1053 – 1072, 2012.

-
- [30] F. Z. Bakhti, M. Si-Ameur, A. Chehhat. Free Convection in a Vertical Duct: Numerical Study, *Heat Transfer Research*, (42):539-555, 2011.
- [31] A.S. Kaiser, B. Zamora, A. Viedma. Correlations for Nusselt number in natural convection in vertical convergent channels at uniform wall temperature by numerical investigation. *Int.J. of Heat and Fluid Flow*,(25) :671-682, 2004.
- [32] J. Fernandez –Seara, J. Francisco, J. A. Dopazo . Expérimental Transient natural convection heat transfer from a vertical cylindrical tank. *Applied Thermal Engineering*,(31):1915-1922,2011.
- [33] G. DeVahl Davis, R.W. Thomas. Natural convection between concentric vertical cylinders, *High speed computing in fluid Dynamics physics of Fluids, Supplement II*: 198-207, 1969.
- [34] V. Parsad, F.A. Kulacki. Free convection heat transfer in a Liquid-filled vertical annulus, *Journal of Heat Transfer*, (107): 596-602,1985.
- [35] K. Ranganathan, M.A. Kalam. Laminar Thermal convection between vertical coaxial isothermal cylinders, *Int. J. Heat Mass Transfer*, (34):513-524,1991.
- [36] M. Keyani, A. F. Kulacki, R. N. Christensen. Free convection in vertical annulus with constant heat flux on the inner wall, *J. Heat Transfer, Transaction of the ASME*,(105):454-459,1983.
- [37] E. M. Sparrow, M. Charmchi. Natural convection experiments in an enclosure between eccentric or concentric vertical cylinders of different height and diameter. *Int.J.Heat Mass transfer*,(26):133-143,1983.
- [38] A. Sawadogo. Convection naturelle dans une enceinte annulaire vertical soumise à des conditions limites thermiques stationnaires et instationnaires périodiques. Thèse de Doctorat. Université de Laval Québec,2000.
- [39] M. Sankar, M.Venkatachalappa, I. S. Shivakumara. Effect of magnetic field on natural convection in a vertical cylindrical annulus, *Int. J of Ing. Science*. (44):1556-1570,2006.
- [40] M. Sankar, Younghe. Do. Numerical simulation of free convection in vertical annular cavity with discrete heating, *Int.Com.in heat and mass transfer*, (37):600-606, 2010.
- [41] M. Venkatachalappa, Younghae Do, M. Sankar. Effect of magnetic field on the heat and mass transfer in a vertical annulus, *Int. J. of Ing Science*. (49):262-278, 2011.
- [42] M. Sankar, M. Venkatachalappa, Younghae Do. Effect of magnetic field on the buoyancy and thermo capillary driven convection of an electrically conducting fluid in an annular enclosure, *Int.J. of Heat and Fluid Flow*.(32):402-412, 2011.
- [43] C. Sheng, L. Zhaohui, B. Sheng, Z.Chuguang. Natural convection and entropy generation in a vertically concentric annular space, *Int. J. of Thermal Sciences*, (49):2439-2452 ,2010.

-
- [44] M. Himanshu. Joshi. Fully Developed Natural Convection in an Isothermal Vertical annular duct, *Int. Comm. of Heat and Mass Transfer* (14): 657-664, 1987.
- [45] M. Himanshu. Joshi. Numerical solutions for developing laminar free convection in vertical annular ducts open at both ends, *Numerical heat transfer*,13(3):393-403, 1988
- [46] M. A. I. El-Shaarawi, A. Sarhan .Developing Laminar Free Convection in an Open Ended Vertical Annulus with a Rotating Inner Cylinder, *Heat Transfer* ,103(3):552-558,1981.
- [47] H. R. Nagendra, M.A. Tirunarayanan, A. Ramachandran. Free convection heat transfer in vertical annuli, *Chemical Engineering Science*, 25(4):605-610, 1970.
- [48] C. J. Chang, T. F. Lin, W. M. Yan. Natural convection flows in a vertical, open tube resulting from combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion, 29(10): 1543-1552, 1986.
- [49] M. Al-Arabi, M.A. I. El-Shaarawi, M. Khamis. Natural convection in uniformly heated vertical annuli, *Int.J. Of Heat and Mass Transfer*, 30(7): 1381-1389,1987.
- [50] M.A. I. El-Shaarawi, M.A. Al-Nimr. Fully developed laminar natural convection in open-ended vertical concentric annuli, *Int.J. of Heat and Mass Transfer*, 33(9) : 1873-1884, 1990.
- [51] V. G. Kubair, C. R. V. Simha. Free convection heat transfer to mercury in vertical annuli, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 25(3): 399-407, 1982.
- [52] K. Hashimoto, N. Akino, H. Kawamura. Combined forced-free laminar heat transfer to a highly heated gas in a vertical annulus, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 29(1): 155-141,1986.
- [53] A. K. Mohanty and M. R. Dubey. Buoyancy induced flow and heat transfer through a vertical annulus, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 39(10): 2087–2093, 1996.
- [54] A. Jamal, M. A. I. El-Shaarawi, E. M. A. Mokheimer. Effect of Eccentricity on Conjugate Natural Convection in Vertical Eccentric Annuli, *Int. J. of mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*. (7), 2013.
- [55] R. Hosseini, M. R. Heyrani-Nobari, M. Hatam. An experimental study of heat transfer in an open-ended vertical eccentric annulus with insulated and constant heat flux boundaries, *Applied Thermal Engineering*, 25(8):1247-1257, 2005.
- [56] G. H. Choueiri and S. Tavoularis. An Experimental Study of Natural Convection in Vertical, Open-Ended, Concentric, and Eccentric Annular Channels, *Heat Transfer* , 133 (12):122-503, 2011.
- [57] M. A. Al-Nimr. Analytical solution for transient laminar fully developed free convection in vertical concentric annuli. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* :(9)36 , 2385-2395, 1993.

- [58] G. Sreedevi, R.R. Raghavendra, A. J. Chamkha, D. R. V. Prasada Raod. Mixed Convective Heat and Mass Transfer Flow of Nano fluids in Concentric Annulus. Int Conf on Comp. Heat and Mass Transfer. Procedia Engineering,(125):1048- 1055, 2015.
- [59] M .Shahi,,A. H. Mahmoudi, F. Talebi. A numerical investigation of conjugated-natural convection heat transfer enhancement of a Nanofluid in an annular tube driven by inner heat generating solid cylinder, Int. Com in Heat and Mass transfer, (38):533-542, 2010.
- [60] M. A. I. El Shaarawi, A. A. A. Negm. Conjugate natural convection heat transfer in an open ended vertical concentric annuli. Numerical heat transfer, part A (36): 639-655,1999.
- [61] M. A. I. EL-Shaarawi, M.A. Al-Attas. Unsteady Natural Convection In Open-Ended Vertical Concentric Annuli, 2(6):503 – 516,1992.
- [62] S. V. Iyer and K. Vafau. Effects of a geometric perturbation on buoyancy induced flow and heat transfer in a cylindrical annulus. Int. J. Heat Mass Transfer, 40(12): 2901 -2911, 1997.
- [63] S. V. Iyer and K. Vafau. Buoyancy induced flow and heat transfer in a cylindrical annulus with multiple perturbations. Int. J. of Heat and Mass Transfer, (41):3025-3035,1998.
- [64] A.Dehghan, A. M. Behnia. Numerical investigation of natural convection in a vertical slot with two heat source elements, Int.J.Heat and Fluid Flow,(17):474-482,1996.
- [65] X. Shihe, M.C. Duluc, F. Lusseyran, P. Le Quéré. Numerical simulations of natural convection around a line–source. Int.J. of Numerical Methods for Heat &Fluid Flow, 14 (7):830-850, 2004.
- [66] M. Sankar , S. Hong , Younghae. Do, B. Jang. Numerical simulation of natural convection in a vertical annulus with a localized heat source, Meccanica, (47) :1869–1885,2012.
- [67] C.S.Wang, M. M. Yovanovich, J. R. Culham. General Model for Natural convection: Application to annular-fin heat sink. HTD-vol.34, National Transfer Conference vol.5 ASME 1997.
- [68] T. J. Heindel, F. P. Incropera, S. Ramadhyania .Enhancement of natural convection heat transfer from an array of discrete heat sources. Int. J. Heat Mass Transfer, 39(3) : 479-490, 199.
- [69] T. J. Heindel, S. Ramadhyania , F. P. Incroperaa. Conjugate Natural Convection From An Array Of Protruding Heat Sources, Num. Heat Transfer, Part A: Applications: An Int.J. Of Computation and Methodology, 29 (1) :1-18, 1996.
- [70] E. M. Sparrow, A. J. Stretton. Natural convection from variously oriented cubes and from other bodies of unity aspect ratio, Int. J. of Heat and Mass Transfer ,28(4):741-

752.1985

- [71] M. Keyhani, L. Chen, D. R. Pitts. The Aspect Ratio Effect on Natural Convection in an Enclosure With Protruding Heat Sources, *J. Heat Transfer* ,113(4): 883-891, 1991.
- [72] D. J. Cha, S. Soyoung Cha. Three-dimensional natural convection flow around an isothermal cube. *Int. Com in Heat and Mass transfer*, 20(5):619-630,1993.
- [73] D. J. Cha, S. Soyoung. Cha. Three-dimensional natural convection flow around two interacting isothermal cubes, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 3(13):2343–2352, 1995.
- [74] E. Radziemska, M. Witold. Lewandowski. Natural convective heat transfer from isothermal cuboids, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 46(12):2169–2178,2003.
- [75] E. Radziemska, M. Witold. Lewandowski .Experimental verification of natural convective heat transfer phenomenon from isothermal cuboids, *Exp. Therm Fluid Science*, (32):1034-1038, 2008.
- [76] A. Bazylak, N. Djilali, and D. Sinton. Natural Convection In An Enclosure With Distributed Heat Sources. *Numerical Heat Transfer, Part A*, (49): 655–667, 2006.
- [77] L. Dialameh, M. Yaghoubi, O. Abouali .Natural convection from an array of horizontal rectangular thick fins with short length, *Applied Thermal Engineering*, (28) :2371–2379,2008.
- [78] S. A. M Said. A. M, .R.J. Krane. An Analytical and experimental investigations of natural convection heat transfer in vertical channel with a single obstruction, *Int.J.Heat Mass Transfer*, 33(6):1121-1134, 1990.
- [79] I. Sezai, A. A. Mohamad. Suppressing free convection from a flat plate with poor conductor ribs, *Int.J. Heat Mass Transfer*, 42 (6):2041-2051, 1999.
- [80] K. Choukairy, R. Bennacer, Amélioration du transfert convectif par l’ajout d’un obstacle poreux dans une configuration annulaire, *Mécanique et Industrie*, (7): 573-578, 2006.
- [81] J. R. Senapati, S. K. Dash, S. Roy. Numerical investigation of natural convection heat transfer from vertical cylinder with annular fins, *Int.J. of Thermal Sciences*, (111):146-159, 2017.
- [82] K. E. Starner, H. N. McManus. An Experimental Investigation of Free-Convection Heat Transfer From Rectangular-Fin Arrays ,*J. Heat Transfer* ,85(3): 273-277, 1963.
- [83] E. Hahnez , F. D. Zhuej. Natural convection heat transfer on finned tubes in air, *Int.J. Of heat and mass Transfer*, (37), Suppl. I: 59-63, 1994.
- [84] M. Ahmadi, M. Pakdaman, M. Bahrami. Pushing the limits of vertical naturally-cooled heat sinks; Calculations and design methodology, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, (87) :11–23,2015.
- [85] T. Aihara, M. Shigenao, S. Kobayakawa. Free convective/radiative heat transfer from

- pin-fin arrays with a vertical base plate (general representation of heat transfer performance). *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 33(6):1223-1232, 1990.
- [86] Toshio. Aihara. Natural convection Heat transfer from vertical rectangular fin-arrays. (Part 2, Heat transfer from Fin-edges). *Bulletin of JSME*, 13(64):1182-1191, 1970.
- [87] Toshio. Aihara. Natural convection Heat transfer from vertical rectangular fin-arrays. (Part 3, Heat transfer from Fin-plate). *Bulletin of JSME*, 13(64):1192-1200, 1970
- [88] Toshio. Aihara. Natural convection Heat transfer from vertical rectangular fin-arrays. (Part 4, Heat transfer Characteristics of non-isothermal-Fin arrays). *Bulletin of JSME*, 4(74):818-828, 1971.
- [89] C. Prakash and P. Renzoni. Effect of buoyancy on laminar fully developed flow in Vertical annular passage with radial internal fins, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 28(5): 995-1003, 1985.
- [90] I. Dagtekin, H. F. Oztop, A. Z. Sahin. Analyse of entropy generation through a circular duct with different shaped longitudinal fins laminar flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, (48):171-181, 2005.
- [91] R. Kumar, Three-dimensional natural convection flow in a vertical annulus with longitudinal fins, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(14): 3323-3334, 1997.
- [92] Y. Zhang .A. Faghri. Heat transfer enhancement in latent heat thermal energy storage system by using the internally finned tube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39(15):3165-3173, 1996.
- [93] D. P. Edwar and M. K. Jensen, Pressure drop and heat transfer prediction of Turbulent flow in longitudinally finned tubes, In *Advanced in Enhanced Heat Transfer HTD*, (287):17-23. ASME, Chicago, 1994.
- [94] S.C. Haldar, G. S. Kochhar, K. Manohar. Numerical Study of Laminar Free Convection About a Horizontal Cylinder with Longitudinal Fins of Finite Thickness, *Int. J. of Thermal Sciences*, 46 (7):692–698, 2007.
- [95] Y. Y. Tsui and H. W. Wang. Side-wall effects on the bifurcation of the flow through a sudden expansion, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 56(2):115–232, 2008.
- [96] A. P. Watkinson, D. L. Millet, G. R. Kubanek, Heat Transfer and Pressure Drop of Internally Finned Tubes in Laminar Oil Flow, *ASME Paper* (75) HT-41, 1975.
- [97] D. Alshahrani and O. Zeitoun. Natural convection in horizontal annulus with fins attached to inner cylinder, *Alexandria Engineering Journal*, 44 (6), 2005.
- [98] S. Kiwan and Zeitoun, Natural convection in a Horizontal Cylindrical Annulus Using Porous fins, *Int. J. of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 18(5):561 – 574, 2008.

- [99] H. M. Jeong, Y. H. Lee, J. K. Myoung, K. Y. Bae, H. S. Chung. Natural convection heat transfer estimation from a longitudinally finned vertical pipe using CFD, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23(6) :1517-1527, 2009.
- [100] A. Ben-Nakhi, A. J. Chamkha. Conjugate natural convection around a finned pipe in a square enclosure with internal heat generation, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, (50):2260–2271, 2007.
- [101] B. Hoon An, H. J. Kim, K. Dong-Kwon. Nusselt number correlation of natural convection from vertical cylinders with vertically oriented plate fins, *Experimental Thermal and Fluid Science*, (41):59-66, 2012.
- [102] Y. Seung-Hwan, L. Kwan-Soo, S. J. Yook. Natural convection around a radial heat sink, *Int. J of Heat and Mass Transfer*, (53):2935–2938, 2010.
- [103] Y. Seung-Hwan, L. Kwan-Soo, S. J. Yook. Optimum design of a radial heat sink under natural convection, *Int. J of Heat and Mass Transfer*, (54):2499–2505, 2011.
- [104] Y. Seung-Hwan, D. Jang, L. Kwan-Soo. Effect of radiation in a radial heat sink under natural convection, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, (55):505–509, 2012.
- [105] Q. Shen, D. Sun, Y. Xu, T. Jin, X. Zhao, N. Zhang, K. Wu, Z. Huang. Natural convection heat transfer along vertical cylinder heat sinks with longitudinal fins. *Int. J. of Thermal Sciences*, (100): 457-464, 2016.
- [106] R. Sajedi, M. Taghilou, M. Jafari. Experimental and numerical study on the optimal fin numbering in an external extended finned tube heat exchanger, *Applied Thermal Engineering*, (83): 139-146, 2015.
- [107] L. Myoungwoo, H. J. Kim, D. K. Kim. Nusselt number correlation for natural convection from vertical cylinders with triangular fins, *Applied Thermal Engineering*, (93):1238–1247, 2016.
- [108] T. P. Kuen, H. J. Kim, D. K. Kim. Experimental study of natural convection from vertical cylinders with branched fins, *Experimental Thermal and Fluid Science*, (54) : 29–37, 2014.
- [109] Bin Li, Chan Byon. Orientation effects on thermal performance of radial heat sinks with a concentric ring subject to natural convection, *Int.J of Heat and Mass Transfer*, (90):102-108, 2015.
- [110] X. Shi, J. M. Khodadadi, Laminar Natural Convection Heat Transfer in a Differentially Heated Square Cavity Due to a Thin Fin on the Hot Wall, *ASME J. Heat Trans*, 125 (4):624-634, 2003.
- [111] R. K. Shah, E. C. Subbarao, R.A. Mashelkar. *Heat Transfer design*. Hemisphere Publishing Corporation, 1988.

- [112] S. V. Patankar. Numerical heat Transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [113] Fluent(6.3.26) .User guide Fluent Inc.2006
- [114] H. K. Versteeg, W. Malalasekera. An Introduction to computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Addison-wesley logman, N.Y, 1995

Résumé

Cette thèse présente l'étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans l'espace annulaire tridimensionnel entre deux cylindres coaxiaux verticaux. La configuration tridimensionnelle a été définie en exploitant la symétrie du tube, un plan médian vertical permet de réduire le domaine de calcul au demi-volume total. Le tube est traversé par un écoulement laminaire ascendant de l'air en régime permanent, avec des propriétés constantes sauf dans le terme de gravité où l'approximation de Boussinesq est adoptée. Le système d'équations est résolu par la méthode des volumes finis à l'aide du code CFD Fluent. Notre travail a été réparti en trois parties. La première partie, étudie l'écoulement dans une conduite cylindrique et divergente dont le cylindre interne est soumis à une génération de chaleur volumique uniforme pour des différents nombres de Rayleigh des angles d'inclinaison du divergent ($=0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ et 45°). Dans la deuxième partie, nous avons étudié la même configuration, mais dans le cylindre interne est fixé un ou plusieurs blocs cylindriques chauffés par une génération de chaleur volumétrique uniforme. L'effet du nombre des blocs N et l'angle d'inclinaison du divergent sur la structure et le taux de transfert ont été examinés. Dans la troisième partie nous avons considéré l'insertion d'ailettes longitudinales et leur effet sur le transfert de chaleur par variation du nombre des ailettes N et leurs paramètres géométriques. Les résultats ont montré que la température de l'écoulement diminue lorsque l'angle du divergent augmente et l'insertion d'obstacle ou des ailettes dans le conduit améliore le taux de transfert de chaleur.

Mots clés : Convection naturelle, espace annulaire, conduit divergent, CFD, blocs chauffants, ailettes longitudinales, génération de chaleur volumique.

Abstract

This thesis presents the numerical study of natural convection heat transfer in the three-dimensional annular space between two coaxial vertical cylinders. The three-dimensional configuration has been defined by exploiting the symmetry of the tube, a vertical median plane reduce the computational domain to the half total volume. The tube is traversed by ascending laminar flow of air in the steady state with constant properties except in the gravity term where the Boussinesq approximation is adopted. The governing equations are solved by the finite volume method using the CFD Fluent code. Our work was divided into three parts. The first part, studied the flow in a cylindrical and divergent duct which inner cylinder is subjected to uniform volumetric heat generation for different Rayleigh numbers and inclination angles of the divergent ($\theta = 0^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ and 45°). In the second part, we have studied the same configuration, but in the inner cylinder are fixed one or more cylindrical blocks heated by uniform volumetric heat generation. The effect of the number of blocks N and the inclination angle of the divergent on the structure and the heat transfer rate were examined. In the third part, we considered the insertion of longitudinal fins and their effect on the heat transfer by variation of the fins number N and their parameters. The results showed that the temperature of the flow decreases by increasing the inclination angle of the divergent and the insertion of obstacles or fins in the duct improves the heat transfer rate.

Key words: Natural convection, annular space, divergent duct, CFD, heated blocks, longitudinal fins, volumetric heat generation.

مساحة حلّقية

الدراسة العددية لنقل الحمل

هذه

. تم تعريف

ثلاثي الأبعاد بين

يسمح بتقليل

سريان هوا بترتيب

ي

الجاذبية فيه تقريب Boussinesq .

باستعمال النظرية العددية للحجوم المنتهية

Fluent CFD . تقسيم هذا العمل

التعليمات البرمجية

، حيث

الجزء الاول يدرس السريان

لرايلي Ra زوايا

الاسطوانة الداخلية لتوليد حرار

(15° 23° 45° 0° =).

الداخلية

بتثبيت في

تأثير

توليد

تسخينها

سطوانيد

بنية سريان

N وزاوية

الهندسية للزعانف

بتغيير

طولا نية وأثرها

أن زاوية

أظهرت

وأعدادها N.

يحسن

الكتل الحرارية

، توليد حراري

أساسية :

.CFD